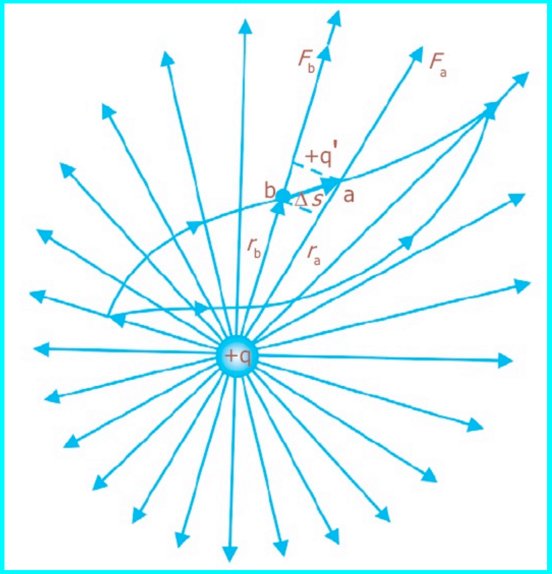
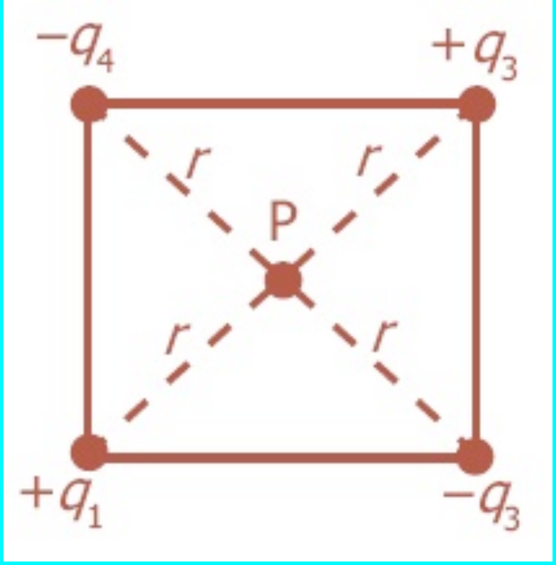
Potensial Listrik



$$V_{ab} = \frac{W_{ab}}{q} = \frac{\Delta EP}{q} = \frac{F\,s}{q} = \frac{F\,r}{q}$$

$$V_{ab} = \frac{k\,Q\,q}{r^2}\,\frac{r}{q}$$

$$V_{ab} = \frac{k\,Q}{r}$$



DEFINISI

Potensial listrik di titik P didefinisikan : $V(P) \equiv -\int_{\infty}^{P} E.\,\mathrm{d}l$

Pd pers di atas digunakan referensi standar, yaitu di jauh tak terhingga (∞)

Beda potensial antara dua titik a dan b adalah :

$$V(b) - V(a) = -\int_{\infty}^{b} E.\,\mathrm{d}l + \int_{\infty}^{a} E.\,\mathrm{d}l = -\int_{\infty}^{b} E.\,\mathrm{d}l - \int_{a}^{\infty} E.\,\mathrm{d}l = -\int_{a}^{b} E.\,\mathrm{d}l \quad \text{....(1)}$$

Teorema gradien menyatakan:

$$V(b) - V(a) = -\int_{a}^{b} (\nabla V).\,\mathrm{d}l \quad \text{....(2)}$$

Sehingga dari pers (1) dan (2) diperoleh :

$$\int_{a}^{b} (\nabla V).\,\mathrm{d}l = -\int_{a}^{b} E.\,\mathrm{d}l \quad \text{....(3)}$$

Karena kedua ruas pada pers (3) diintegralkan thd dl dg batas yg sama, maka kedua integran juga sama, sehingga diperoleh:

$$\boxed{E = -\nabla V}$$

Hukum Gauss dpt juga dinyatakan dlm besaran V, yaitu:

$$\nabla . E = \nabla . (-\nabla V) = -\nabla^2 V = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

Shg hukum Gauss menjadi : $\boxed{\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}}$

Persamaan di atas disebut Persamaan Poisson

Utk daerah yg tdk mengandung muatan, yaitu ρ = 0, persamaan Poisson menjadi:

$\boxed{\nabla^2 V = 0}$ → persamaan Laplace

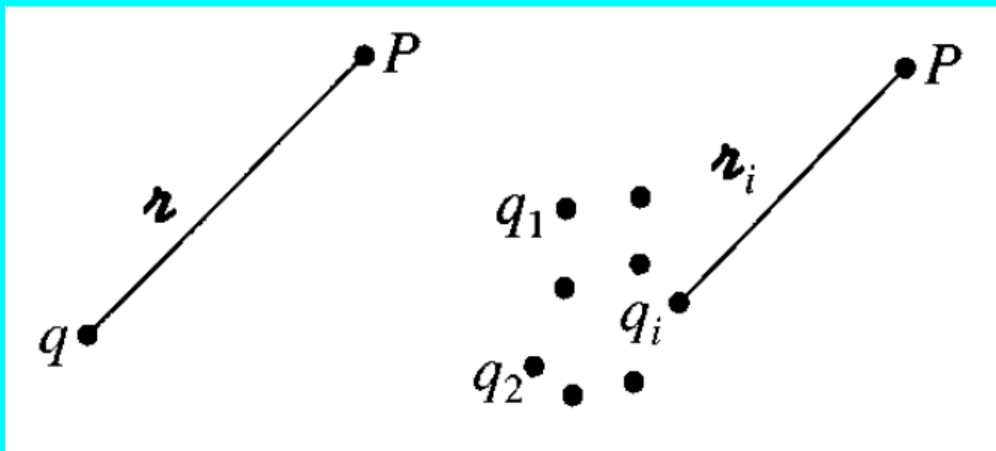
Bagaimana dengan Curl E ?

$$\nabla \text{ x } E = \nabla \text{ x } (-\nabla V) = 0$$

Ini berarti bhw $\nabla \text{ x } E = 0$ membolehkan berlakunya $E = -\nabla V$, sebaliknya bhw $E = -\nabla V$ menjamin berlakunya $\nabla \text{ x } E = 0$

Jika sebuah muatan titik terletak di pusat koordinat, maka potensial di suatu titik yg berjarak r dari muatan tsb dinyatakan sbg:

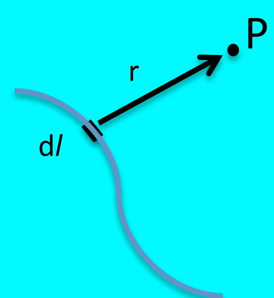
$$V(r) = -\int_{\infty}^{r} E.\,\mathrm{d}r = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{\infty}^{r}\frac{q}{r'^2}\,\mathrm{d}r' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$



Dengan prinsip superposisi sesuai gambar di samping :

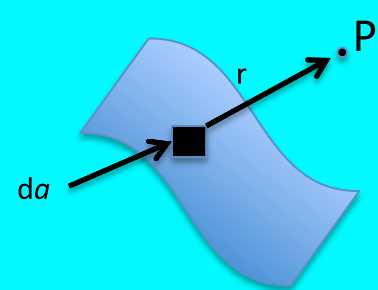
$$\boxed{V(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i}}$$

Muatan berdistribusi garis



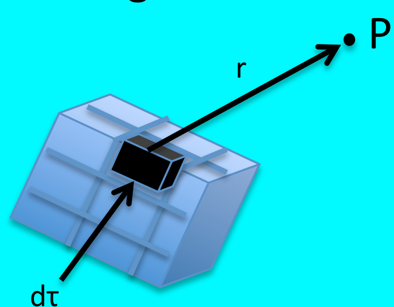
$$\boxed{V(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\lambda}{r}\,\mathrm{d}l}$$

luas



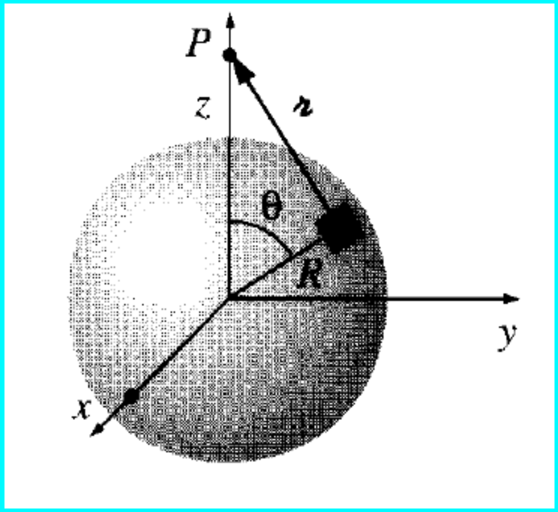
$$\boxed{V(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\sigma}{r}\,\mathrm{d}a}$$

ruang



$$\boxed{V(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\rho}{r}\,\mathrm{d}\tau}$$

Sebuah kulit bola berjari-jari R diberi muatan dengan distribusi serba sama σ (lihat gambar). Tentukan potensial di dalam dan di luar kulit bola tersebut. Gambarkan grafik hubungan potensial listrik terhadap jarak dari pusat kulit bola.



Penyelesaian:

Cara 1:

$$\boxed{V(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\sigma}{r}\, \mathrm{d}a}$$

Karena σ konstan maka dapat dikeluarkan dari integral, sedangkan $da = R^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi$ dan $r^2 = R^2 + z^2 - 2Rz\cos\theta$, shg

$$\boxed{V(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sigma \int \frac{R^2 \sin\theta \; d\theta \; d\phi}{\sqrt{R^2 + z^2 - 2Rz\cos\theta}}}$$

$$\boxed{V(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sigma R^2 \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} \frac{\sin\theta \; d\theta}{\sqrt{R^2 + z^2 - 2Rz\cos\theta}}}$$

$$\boxed{V(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} 2\pi R^2 \sigma \left(\frac{1}{Rz}\sqrt{R^2 + z^2 - 2Rz\cos\theta} \right)\Bigg|_0^{\pi}}$$

$$\boxed{V(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\pi R\sigma}{z}\left(\sqrt{(R+z)^2} - \sqrt{(R-z)^2} \right)}$$

Utk di luar bola z>R, maka $\sqrt{(R-z)^2} = z - R$

Utk di dalam bola z<R, $\sqrt{(R-z)^2} = R - z$

Utk di luar bola

$$V(P) = \frac{R\sigma}{2\varepsilon_o z}\left[(R+z) - (z-R)\right] = \frac{R^2\sigma}{\varepsilon_o z}$$

$$\boxed{V(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{z}}$$ dengan $$\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}$$

Cara 2:

Medan listrik di dalam dan di luar bola masing-masing adalah

E_{dalam} = 0 dan $E_{luar} = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_o r^2}\hat{r}$

Maka potensial listrik di luar bola adalah

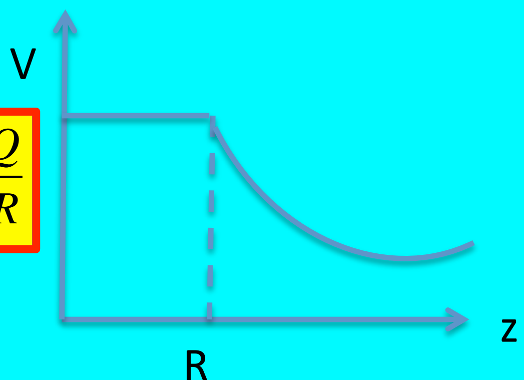
$$\boxed{V(P) = -\int_{\infty}^{P} E.\, dl = -\int_{\infty}^{z} E_{luar}.\, dr = -\int_{\infty}^{z} \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_o r^2}\hat{r}.dr = -\int_{\infty}^{z} \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_o r^2} dr = \left.\frac{R^2\sigma}{\varepsilon_o r}\right|_{\infty}^{z} = \frac{R^2\sigma}{\varepsilon_o z}}$$

Maka potensial listrik di dalam bola adalah

$$\boxed{V(P) = -\int_{\infty}^{P} E.\, dl = -\int_{\infty}^{R} E_{luar}.\, dr - \int_{R}^{r} E_{dalam}.dr = -\int_{\infty}^{R} \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_o r^2}\hat{r}.dr - \int_{R}^{z} 0\hat{r}.dr = \frac{\sigma R}{\varepsilon_o}}$$

Grafik V terhadap z ditunjukkan pada gambar berikut:

$$\boxed{V(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{R}}$$



$$\boxed{V(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{z}}$$