

Penalaran Deduktif

3.1 sifat bilangan real. Dalam rangkaian pelajaran pertama anda dalam aljabar anda belajar beberapa fakta dasar tentang sistem bilangan real karena anda akan mempunyai banyak kesempatan untuk merujuk bilangan real, kita akan memberi mereka dibagian ini. Siswa disarankan untuk meninjau secara menyeluruh menceritakannya.

Dalam menyatakan sifat berikut, kita akan membiarkan huruf a,b,c dan d mewakili bilangan real. Selanjutnya kamu akan merujuk pada sifat-sifat satu sama lain oleh nama atau mengulangi sifat ketika diminta untuk mendukung kesimpulan yang dibuat tentang bilangan real.

Sifat-sifat Persamaan

- E-1 (*sifat refleksi*). $a = a.$
- E-2 (*sifat simetrik*). $a = b \rightarrow b = a.$
- E-3 (*sifat transitif*). $(a = b) \wedge (b = c) \rightarrow a = c.$
- E-4 (*sifat penjumlahan*). $(a = b) \wedge (c = d) \rightarrow (a + c) = (b + d).$
- E-5 (*sifat pengurangan*). $(a = b) \wedge (c = d) \rightarrow (a - c) = (b - d).$
- E-6 (*sifat perkalian*). $(a = b) \wedge (c = d) \rightarrow ac = bd$
- E-7 (*sifat devisi*). $(a = b) \wedge (c = d \neq 0) \rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

E-8 (*sifat penggantian*). Setiap pernyataan dapat diganti oleh sama dengan pernyataan di persamaan tanpa mengubah menilai kebenaran dari persamaan.

Simbol untuk “lebih besar dari” adalah “>” dan untuk “kurang dari” adalah “<” dengan demikian, $a > b$ dibaca “a lebih besar dari b”. perlu dicatat bahwa $a > b$ dan $b < a$ dua cara penulisan yang sama. Mereka bias menukar tempat dengan cakap.

Definisi: Sebuah bilangan real positif jika lebih besar dari nol, jika negatif adalah kurang dari nol. Kami mengatakan bahwa $a > b$ jika $a - b$ adalah angka positif. Demikian pula, $a < b$ jika $a - b$ adalah angka negative. Simbol untuk " \geq " tidak lebih besar dari " \geq " adalah " \geq " dan untuk " \leq " tidak kurang dari " \leq " adalah " \leq ".

Sifat Perintah

- O-1 (*sifat trikotomi*). Untuk setiap pasangan bilangan real, a dan b , tepat satu dari berikut ini benar: $a < b$, $a = b$, $a > b$.
- O-2 (*sifat penjumlahan*). $(a < b) \wedge (c \leq d) \rightarrow (a + c) < (b + d)$.
- O-3 (*sifat pengurangan*). $(a < b) \rightarrow (a - c) < (b - c)$;
 $(a < b) \rightarrow (c - a) > (c - b)$.
- O-4 (*sifat perkalian*). $(a < b) \wedge (c > 0) \rightarrow ac < bc$;
 $(a < b) \wedge (c < 0) \rightarrow ac > bc$.
- O-5 (*sifat devinisi*). $(a < b) \wedge (c > 0) \rightarrow a/c < b/c \wedge c/a > c/b$;
 $(a < b) \wedge (c < 0) \rightarrow a/c > b/c \wedge c/a < c/b$.
- O-6 (*sifat transitif*). $(a < b) \wedge (b < c) \rightarrow a < c$.
- O-7 (*sifat substitusi*). Setiap pernyataan bisa diganti untuk sama dengan pernyataan pertidaksamaan tanpa mengikuti nilai kebenaran dari ketidaksamaan.
- O-8 (*sifat pembagi*). $(c = a + b) \wedge (b > 0) \rightarrow c > a$.

Sifat Dasar

Sifat tambahan berikut dari sistem bilangan real disebut "bidang properti".

Operasi Penambahan

- F - 1 (*penutupan*). $a + b$ adalah bilangan real yang unik.
- F - 2 (*sifat asosiatif*). $(a + b) + c = a + (b + c)$.
- F - 3 (*sifat komutatif*). $a + b = b + a$.
- F - 4 (*aditif milik nol*). Ada nyata nomor unik 0 , *aditif elemen identitas*, sehingga $a + 0 = 0 + a = a$.
- F - 5 (*sifat aditif terbalik*). Untuk setiap bilangan real a , terdapat nyata nomor $(-a)$, *kebalikan aditif*, misalnya bahwa $a + (-a) = (-a) + a = 0$.

Operasi Perkalian

- F - 6 (*sifat penutupan*). $a \cdot b$ adalah bilangan real yang unik.
- F - 7 (*sifat hubungan*). $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.

- F - 8 (*sifat komutatif*). $a \cdot b = b \cdot a$.
- F - 9 (*sifat perkalian dari 1*). Ada bilangan real yang unik, *unsur identitas perkalian*, sehingga $a \cdot 1 = a$.
- F - IO (*sifat invers perkalian*). Untuk setiap bilangan real a ($a \neq 0$) ada bilangan real yang unik $1/a$, *invers perkalian bilangan real*, sedemikian rupa sehingga $a \cdot (1/a) = (1/a) \cdot a = 1$.
- F - II (*sifat distributif*). $a(b + c) = a \cdot b + a \cdot c$.

Latihan

1-6. Apa sifat dari sistem bilangan real digambarkan oleh masing-masing berikut ini ?

1. $4 + 3 = 3 + 4$.
2. $5 + (-5) = 0$.
3. $6 + 0 = 6$.
4. $7 \cdot 1 = 7$.
5. $2(5 + 4) = 2 \cdot 5 + 2 \cdot 4$.
6. $5 \cdot 2 = 2 \cdot 5$.

7-24. Nama properti dari sistem bilangan real yang akan mendukung kesimpulan yang ditunjukkan.

7. jika $x - 2 = 5$, maka $x = 7$.
8. jika $3x = 12$, maka $x = 4$.
9. jika $7 = 5 - x$, maka $5 - x = 7$.
10. jika $a + 3 = 7$, maka $a = 4$.
11. jika $2a + 5 = 9$, maka $2a = 4$.
12. jika $a + b = 10$, dan $b = 3$, lalu $a + 3 = 10$.
13. jika $\frac{1}{2}x = 7$, maka $x = 14$.
14. $5 \cdot (\frac{1}{5}) = 1$.
15. jika $a + 3 < 8$, maka $a < 5$.
16. jika $x = y$ dan $y = 6$, maka $x = 6$.
17. jika $x > y$ dan $z > x$, maka $z > y$.
18. jika $a - 2 > 10$, maka $a > 12$.
19. jika $-3x < 15$, maka $x > -5$.
20. $1/2 + \sqrt{4}$ adalah bilangan real.
21. $(5 \cdot \frac{3}{4}) \cdot 12 = 5 \cdot (\frac{3}{4} \cdot 12)$.
22. $(17 + 18) + 12 = 17 + (18 + 12)$.
23. Jika $\frac{1}{3}x > -4$, maka $x > -12$.
24. $3(y + 5) = 3y + 15$.

25-30. Nama sifat dari bilangan real yang membenarkan setiap langkah-langkah nomor dalam masalah berikut.

Selesaikan Masalah : $8 - 3x = 2(x + 6)$.

Solusi

PERNYATAAN	ALASAN
1. $8 - 3x = 2(x - 6)$	1. Diberikan.
2. $8 - 3x = 2x - 12$	2. Sifat distributif kesetaraan.
3. $-3x = 2x - 20$	3. Sifat subtraktif kesetaraan.
4. $-5x = -20$	4. Sifat pengurangan kesetaraan.
5. $x = 4$.	5. Sifat divisi kesetaraan.

25. 1. $5x - 7 = 2x + 8$.

2. $5x - 2x = 8 + 7$.

3. $3x = 15$.

4. $x = 5$.

26. 1. $8 = 2(x - 3)$.

2. $8 = 2x - 6$.

3. $14 = 2x$.

4. $2x = 14$.

5. $x = 7$.

27. 1. $3(x - 5) = 4(x - 2)$.

2. $3x - 15 = 4x - 8$.

3. $3x = 4x + 7$.

4. $-x = 7$.

5. $x = -7$.

28. 1. $5x - 7 > 3x + 9$.

2. $5x > 3x + 16$.

3. $2x > 16$.

4. $x > 8$.

29. 1. $3x - 9 < 7x + 15$.

2. $3x < 7x + 24$.

3. $-4x < 24$.

4. $x > -6$.

30. 1. $2(x - 3) > 5(x + 7)$.

2. $2x - 6 > 5x + 35$.

3. $2x > 5x + 41$.

4. $-3x > 41$.

5. $x < -\frac{41}{3}$.

3.2 . Postulat awal. Dalam kursus ini, kami tertarik dalam menentukan dan membuktikan fakta geometris. Kami memiliki, dengan membantu yang tidak diterangkan di konsep geometri, didefinisikan jelas dan tepat konsep-konsep dan istilah lain. Selanjutnya kita akan menyepakati atau menganggap sifat-sifat tertentu yang dapat ditugaskan untuk angka-angka geometris. Sifat yang sudah disepakati kita panggil postulat. Tampaknya semakin jelas, meskipun mereka mungkin sulit, jika bukan tidak mungkin, untuk membuktikan. Postulat yang dibuat secara tidak acak, tetapi dipilih dengan cermat untuk mengembangkan geometri kami berniat untuk memperkuat. Dengan definisi, sifat-sifat sistem bilangan real, dan postulat sebagai dasar, kami akan membangun banyak fakta geometris baru dengan memberikan bukti-bukti yang logis. Ketika laporan logis terbukti, kami akan memanggil mereka teorema.

Setelah teorema telah terbukti, dapat digunakan dengan definisi dan postulat dalam membuktikan teorema lain.

Harus jelas bahwa teorema yang kita dapat membuktikan kemauan, untuk sebagian besar, tergantung pada postulat yang kita sepakati untuk menghitung. Mengubah dua atau tiga postulat benar-benar dapat mengubah teorema yang dapat dibuktikan dalam kursus geometri tertentu. Oleh karena itu, kita harus mengakui pentingnya pemilihan postulat yang akan digunakan.

Kita akan setuju pada postulat yang sebagian besar mencerminkan dunia tentang kita.

Definisi: yang diterima begitu saja tanpa bukti pernyataan disebut postulat.

Postulat 1. *sebuah garis mengandung setidaknya dua titik; bidang berisi setidaknya tiga titik tidak semua segaris; dan ruang mengandung empat titik tidak semua sebidang.*

Postulat 2. *Untuk setiap dua titik berbeda, ada tepat satu garis yang memuat titik keduanya.*

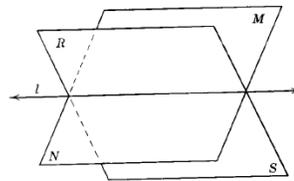
Perhatikan bahwa postulat ini menyatakan dua hal, kadang-kadang disebut *data* dan *keunikan* :

1. Terdapat satu garis yang berisi dua titik yang diberikan.
2. garis ini unik yaitu itu satu-satunya yang berisi dua titik.

Postulat 3. *Untuk setiap tiga titik tidak segaris yang berbeda, ada tepat satu bidang yang berisi tiga titik.*

Postulat 4. *Jika sebuah bidang berisi dua titik dari garis lurus, maka semua titik dari garis adalah titik dari bidang.*

Postulat 5. *Jika dua bidang yang berbeda berpotongan, persimpangan mereka adalah satu dan hanya satu garis (lihat Gambar . 3.1).*



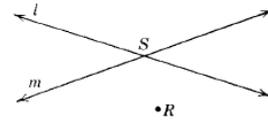
Gambar 3.1

Dengan postulat di atas, kita dapat mulai membuktikan beberapa teorema . Teorema pertama akan menyatakan kebanyakan sebagian besar dari kita akan tampak dengan tidak sengaja nyata. sayangnya, bukti formal mereka menjadi rumit dan tidak terlalu berarti bagi siswa geometri awal studi dari bukti . Akibatnya, kami akan memberikan bukti informal teorema . Anda tidak akan diminta untuk mereproduksi mereka . Namun, Anda harus memahami dengan jelas pernyataan teorema, karena Anda akan menggunakan nanti dalam membuktikan teorema lain.

Teorema 3.1

3.3 . Jika dua garis yang berbeda dalam bidang berpotongan, maka titik potongnya paling banyak, satu titik.

Pendukung argumen. Biarkan l dan m menjadi dua garis yang berbeda yang berpotongan di S . menggunakan hukum tengah dikecualikan, kita tahu bahwa baik berupa garis m dan l memotong dalam lebih dari satu titik atau mereka tidak berpotongan lebih dari satu titik. Jika mereka berpotongan lebih dari satu titik, seperti di R dan S , maka garis l dan garis m harus garis yang sama (menggunakan Postulat 2). Ini bertentangan dengan kondisi mengingat bahwa l dan m adalah garis yang berbeda. Oleh karena itu, menerapkan aturan tersebut untuk menyangkal alternatif, garis l dan m berpotongan, paling banyak, satu titik.

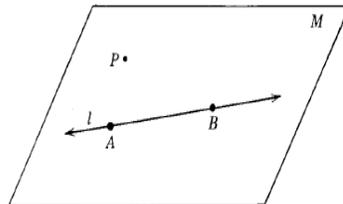


Teorema 3.1

Teorema 3.2

3.4 . Jika titik P terletak di luar garis l, tepat satu bidang berisi garis dan titik.

Pendukung argument. Oleh Postulat 1, garis l mengandung setidaknya dua titik yang berbeda, katakan A dan B . Karena P adalah sebuah titik tidak di l , kami memiliki tiga titik yang berbeda tidak segaris A, B , dan P . Postulat 3, kemudian, menjamin keberadaan dan keunikan bidang M melalui garis l dan titik P .

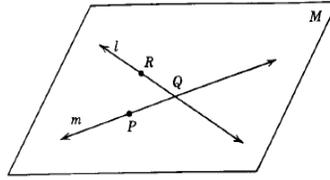


Teorema 3.2

Teorema 3.3

3.5 . Jika dua garis yang berbeda berpotongan, tepat satu bidang berisi kedua garis.

Pendukung argument. Biarkan Q menjadi titik di mana garis l dan m berpotongan. Postulat 1 menjamin bahwa garis harus mengandung setidaknya dua titik; oleh karena itu, harus ada titik lain pada l dan titik lain pada m . Biarkan titik menjadi masing-masing berhuruf R dan P . Postulat 3 memberitahu kita bahwa ada tepat satu bidang yang berisi titik Q, R , dan P . Kita juga tahu bahwa baik l dan m harus terletak pada bidang ini dengan postulat 4.



Teorema 3.3

Meringkas. Sebuah bidang ditentukan oleh:

1. Tiga titik tidak sebidang.
2. sebuah garis lurus dan sebuah titik tidak di garis.
3. Dua berpotongan garis lurus.

Latihan 1

1. Berapa banyak bidang yang bias dilewati (a) melalui dua titik ? melalui tiga titik tidak dalam garis lurus ?
2. Apa gambar yang terbentuk di titik potong bidang tembok dan lantai ruang kelas ?
3. Tahan pensil sehingga akan memberikan bayangan di atas selembar kertas . Apakah bayangan sejajar dengan pensil ?
4. Berapa banyak bidang, secara umum , dapat berisi garis lurus yang diberikan dan sebuah titik tidak di garis ?
5. Berapa banyak bidang dapat berisi garis lurus dan titik tidak pada garis ?
6. Mengapa tumpuan kaki tiga (tiga kaki) digunakan untuk pemasangan kamera dan alat pengukuran tanah ?
7. Berapa banyak bidang yang ditetapkan oleh empat titik tidak semua berbaring di bidang yang sama ?
8. Mengapa akan sebuah meja berkaki empat kadang-kadang ditempatkan sebuah batu pada permukaan lantai ?
9. Dua titik A dan B terletak pada bidang RS . Apa yang dapat dikatakan tentang garis AB ?
10. Jika dua titik dari penggaris lurus menyentuh permukaan sebuah bidang, berapa banyak titik lainnya dari penggaris menyentuh permukaan ?
11. Dapatkah garis lurus tegak lurus ke garis di bidang tanpa tegak lurus kebidang ?
12. Bisakah dua garis lurus dalam ruang tidak sejajar namun tidak bertemu ? Jelaskan.
13. Pada selembar kertas menggambar garis AB . Tempatkan titik P pada AB . Dalam berapa banyak posisi Anda dapat memegang pensil dan membuat pensil tampak tegak lurus ke AB pada P ?
14. Apakah semua angka bidang segitiga ? Berikan alasan untuk jawaban Anda.
15. Berapa banyak bidang berlainan ditentukan oleh sepasang dari empat garis berlainan AP , BP , CP , dan DP tidak tiga dari yang sebidang ?

16 Jelaskan bagaimana , dengan tepi lurus, adalah mungkin untuk menentukan apakah semua titik puncak dari sebuah meja yang berbaring dalam satu bidang.

17. Jika di bidang MN , $\overline{AB} \perp$ garis m , $\overrightarrow{AC} \perp$ garis m , dan A adalah di m , apakah itu mengikuti $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$?

18. Apakah mungkin untuk titik potong dua bidang menjadi segmen garis ? jelaskan jawaban Anda.

19. Menggunakan mengikuti diagram(gambar 3 dimensi) , menunjukkan yang menetapkan titik adalah (1) collinear , (2) sebidang tetapi tidak collinear, (3) tidak sebidang.

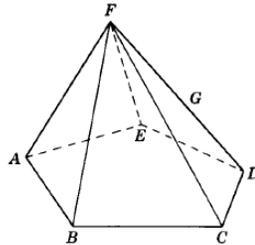
(a) $\{ A,C,D \}$

(b) $\{ D,A,F \}$

(c) $\{ F,G,A \}$

(d) $\{ F,D,G \}$

(e) $\{ F,B,C,E \}$



Contoh 19

20 Manakah dari pilihan berikut menyeluruh benar dengan pernyataan: Tiga bidang yang berbeda tidak dapat memiliki kesamaan (a) tepat satu titik, (b) tepat dua titik, (c) tepat satu garis , (d) lebih dari dua titik.

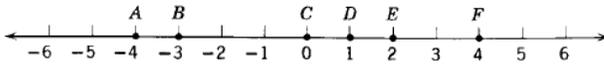
Postulat lain . Di bab 1 kita membahas garis bilangan real. menunjukkan korespondensi antara titik-titik pada garis bilangan dan semua bilangan. Agar kita dapat menggunakan dalam bukti deduktif berikutnya kesimpulan kami, sekarang kita akan menyatakan kembali mereka sebagai postulat.

Postulat 6. (dalil penguasa). Titik-titik pada garis dapat ditempatkan dalam satu ke satu korespondensi dengan bilangan real sedemikian rupa bahwa :

1. Untuk setiap titik garis ada sesuai tepat satu bilangan real;
2. Untuk setiap bilangan real, ada sesuai tepat satu titik garis; dan
3. Jarak antara dua titik pada garis adalah nilai absolut dari selisih antara angka-angka yang sesuai.

Postulat 7. Untuk setiap pasangan titik yang berbeda di sana sesuai angka positif yang unik , yang disebut jarak antara titik-titik .

Korespondensi antara titik-titik pada garis dan bilangan real disebut sistem koordinat baris. Jumlah sesuai dengan titik tertentu disebut koordinat titik . Dalam Gambar berikut, koordinat A adalah -4 , B adalah -3 , dari C adalah 0, E adalah 2 , dan seterusnya.



Gambar 3.2

Postulat 8. Untuk setiap tiga titik collinear, satu dan hanya satu adalah antara dua lainnya . Artinya, jika A,B,dan C adalah (berbeda) titik collinear, maka satu dan hanya satu dari pernyataan berikut ini benar: (a) terletak di antara B dan C; (b) B terletak di antara A dan C; (c) C terletak di antara A dan B.

Postulat 9. Jika A dan B adalah dua hal yang berbeda , maka ada setidaknya satu titik C sehingga $C \in \overline{AB}$. Hal ini , pada dasarnya, mengatakan bahwa setiap segmen garis memiliki setidaknya tiga titik.

Postulat 10. Jika A dan B adalah dua hal yang berbeda , ada setidaknya satu titik D sehingga $\overline{AB} \subset \overline{AD}$.

Postulat 11. Untuk setiap \overline{AB} dan setiap angka positif n ada satu dan hanya satu titik P dari \overline{AB} sehingga $m\overline{AP} = n$. Ini disebut postulat titik merencanakan.

Postulat 12. Jika \overline{AB} adalah sinar tepi dari setengah-bidang h,lalu untuk setiap n diantara 0 dan 180 ada tepat satu sinar AP, dengan P di h , sehingga $m\angle PAB = n$. Ini disebut postulat konstruksi sudut.

Postulat 13. (segmen Selain postulat). Satu set poin yang terletak di antara titik akhir segmen garis membagi segmen ke dalam satu set segmen berturut-turut jumlah yang panjangnya sama dengan panjang segmen tertentu . Dengan demikian . pada Gambar . 3.3 , jika A , B , C , D busur collinear , maka $m\overline{AB} + m\overline{BC} + m\overline{CD} =$



Gambar 3.3

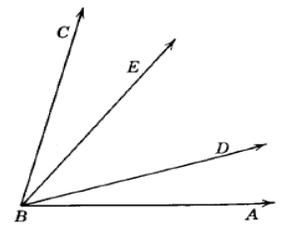
$m\overline{AD}$. Menggunakan sifat simetris dari kesetaraan, kami juga bisa menulis $m\overline{AD} = m\overline{AB} + m\overline{BC} + m\overline{CD}$. Postulat ini sering dinyatakan sebagai " keseluruhan sama dengan jumlah bagian-bagiannya".

Postulat 14. (sudut penambahan postulat). Dalam bidang yang diberikan , sinar-

sinar pusat dari sudut melalui satu titik dari dalam sudut membagi sudut ke sudut yang berturut-turut jumlah yang ukuran sama dengan ukuran sudut yang diberikan. Jadi, pada Gambar berikut, jika D dan E terletak di dalam

$\angle ABC$, maka $m\angle ABD + m\angle DBE + m\angle EBC = m\angle ABC$. Menggunakan sifat simetris kesetaraan , kami juga bisa menulis $m\angle ABC = m\angle ABD$

$+ m\angle DBE + m\angle EBC$. Hal ini juga disebut sebagai " ukuran keseluruhan adalah sama dengan jumlah ukuran dari bagian-bagiannya".



Gambar 3.4

Postulat 15. segmen A memiliki satu dan hanya satu titik tengah.

Postulat 16. Sebuah sudut memiliki satu dan hanya satu garis-bagi.

Latihan

1. Titik apa memiliki koordinat - 3 ?
2. Apa jarak dari B ke E ?
3. Apa $m\overline{BD}$?
4. Apa $m\overline{DA}$?
5. Apa koordinat titik tengah \overline{BE} ?



Contoh 1-10

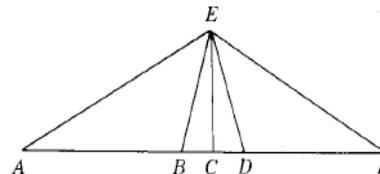
6. Apakah koordinat titik akhir dari \overline{FA} ?
7. Apakah $m\overline{BC} + m\overline{CD} + m\overline{DE}$? Apakah ini sama dengan $m\overline{BE}$?
8. Apa $m\overline{BA}$?
9. Apakah koordinat titik A lebih besar dari koordinat titik D ?
10. Apakah $m\overline{BD} = m\overline{DB}$?
11. a, b, c , adalah koordinat dari titik-titik yang sesuai A, B, C . Jika $a > c$ dan $c > b$, yang mana titik yang terletak di antara dua lainnya ?

12. Jika T adalah titik pada RS , lakukan hal berikut :

(a) $m\overline{RT} + m\overline{TS} =$ b) $m\overline{RS} - m\overline{TS} = ?$

13. A, B, dan C adalah tiga titik collinear, $m\overline{BC} = 15$, titik yang tidak bisa berbaring antara dua lainnya?

14. R, S, T adalah tiga titik collinear. Jika $m\overline{RS} < m\overline{ST}$, yang titik tidak bisa berbaring antara dua lainnya ?



$m\overline{AB} = 11.$

15-22 . Diberikan : $m\angle AEB = 4$, $m\angle BED = 34$, $m\angle AEF = 120$ \overline{EC} membagi $\angle BED$. Lengkapi hal sebagai berikut:

15. $m\angle AEB + m\angle BEC = m\angle$
16. $m\angle BED - m\angle CED = m\angle$
17. $m\angle DEC + m\angle CEB + m\angle BEA = m\angle$
18. $m\angle BEC =$
19. $m\angle AED =$
20. $m\angle AEC =$
21. $m\angle DEF =$
22. $m\angle BEF =$

Contoh 15-22

3.7 . Bukti formal teorema . Sebuah teorema adalah pernyataan atau prinsip yang dibuktikan dengan penalaran .

setiap teorema geometri terdiri dari dua bagian : bagian yang menyatakan apa yang diberikan atau dikenal , yang disebut " diberikan " atau " hipotesis , " dan sebagian yang harus dibuktikan , yang disebut " kesimpulan " atau "membuktikan".

Teorema dapat ditulis dalam salah satu dari dua bentuk : (1) Sebagai kalimat kompleks. Dalam bentuk ini diberikan adalah klausa yang diawali dengan " jika " atau "kapan" dan kesimpulannya adalah ketentuan yang diawali dengan " itu". Misalnya, dalam teorema , " Jika dua sudut adalah sudut yang tepat , maka sudut kongruen". " Dua sudut adalah sudut yang tepat " adalah diberikan , dan " sudut kongruen " adalah kesimpulan. (2) Sebagai kalimat deklaratif . Dalam bentuk ini diberikan dan kesimpulan tidak begitu mudah terlihat . Misalnya , teorema di atas dapat ditulis , " Dua sudut siku adalah kongruen . " Sering cara paling sederhana untuk menentukan diberikan dan kesimpulan dari kalimat deklaratif adalah untuk menulis ulang dalam bentuk jika-maka .

Bukti formal teorema terdiri dari lima bagian :

(1) pernyataan teorema; (2) tokoh umum yang menggambarkan teorema; (3) pernyataan apa yang diberikan dalam hal gambar, (4) pernyataan tentang apa yang harus dibuktikan dalam hal gambar, dan (5) serangkaian logis dari pernyataan didukung oleh definisi diterima , postulat , dan sebelumnya teorema terbukti.

Tentu saja, tidak perlu untuk menyajikan bukti dalam bentuk formal seperti yang akan kita lakukan . Bukti hanya yang diberikan seperti dengan menyakinkan dalam bentuk paragraph. Namun , awal geometri siswa kemungkinan akan meletakkan laporan bukti penemuan dalam satu kolom dan alasan yang membenarkan pernyataan dalam tetangga kolom , maka akan lebih mudah bagi orang lain , serta dirinya sendiri, untuk mengikuti garis penalaran.

Sebagian besar sekarang teks teorema sekarang ini akan terbukti secara formal. Siswa akan diharapkan untuk memberikan jenis yang sama bukti dalam latihan yang mengikuti .

Teorema 3.4

3.8 . Untuk nomor-nomor yang nyata , a , b , dan c , jika $a = c$, dan $b = c$, maka $a = b$.

Diberikan : a , b , dan c adalah bilangan real. $a = c$; $b = c$.

Buktikan : $a = b$.

Bukti

LAPORAN	ALASAN
1. $a = c$; $b = c$.	1. Diberikan.
2. $c = b$.	2. Sifat Simetrik kesetaraan.
3. $a = b$.	3. transitif milik kesetaraan (dari Laporan 1 dan 2).

Teorema 3.5

3.9 . Untuk nomor-nomor yang nyata a,b,dan c, jika $c = a$, $c = b$, maka $a = b$.

Hipotesis : a, b , dan c adalah bilangan real. $c = a$; $c = b$.

Kesimpulan : $a = b$.

Bukti

LAPORAN	ALASAN
1. $c = a$; $c = b$.	1. Diberikan.
2. $a = c$; $b = c$.	2. Sifat simetrik kesetaraan
3. $a = b$.	3. Teorema 3.4.

Teorema 3.6

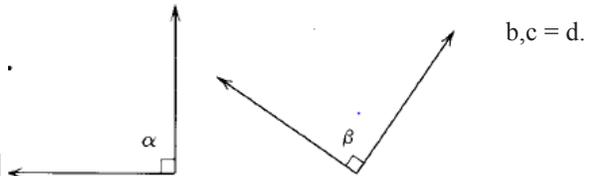
3.10 . Untuk nomor-nomor yang nyata a,b,c,dan d jika $c = a$, $d = b$,dan $c = d$, maka $a = b$.

Hipotesis : a,b,c,dan d adalah bilangan real; $c = a$, $d =$

Kesimpulan : $a = b$.

Bukti

LAPORAN	ALASAN
1. $c = a$; $d = b$; $c = d$.	1. Diberikan.
2. $c = b$.	2. transitif milik kesetaraan
3. $a = b$.	3. Teorema 3.5 ($c = a \wedge c = b \rightarrow a = b$).



Teorema 3.7

3.11 . Semua sudut siku-siku adalah kongruen.

Diberikan: $\angle\alpha$ dan $\angle\beta$ adalah sudut siku-siku.

Kesimpulan : $\angle\alpha \cong \angle\beta$

Teorema 3.7.

Bukti

PERNYATAAN	ALASAN
1. $\angle\alpha$ adalah sudut siku-siku. $\angle\beta$ adalah sudut siku-siku.	1. Diberikan.
2. $m\angle\alpha = 90$; $m\angle\beta = 90$.	2. Ukuran sudut kanan adalah 90
3. $m\angle\alpha = m\angle\beta$.	3. Jika $a = c$, $b = c$, maka $a = b$.
4. $\angle\alpha \cong \angle\beta$.	4. $\angle a \cong \angle b \leftrightarrow m\angle a = m\angle b$.

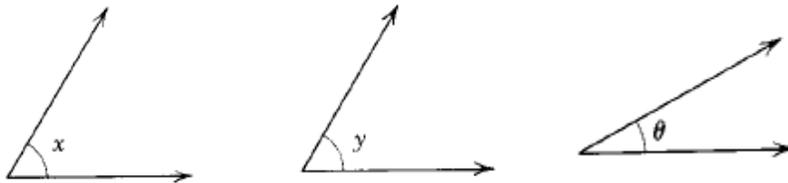
Teorema 3.8

3.12 . Komplen dari sudut yang sama adalah kongruen.

Diberikan : $\angle x$ dan $\angle \theta$: adalah sudut komplementer

$\angle y$ dan $\angle \theta$: adalah sudut komplementer

Buktikan : $\angle x \cong \angle y$.



Teorema 3.8.

Bukti

LAPORAN	ALASAN
1. $\angle x$ adalah komplen dari $\angle \theta$. $\angle y$ adalah komplen dari $\angle \theta$.	1. Diberikan.
2. $m\angle x + m\angle \theta = 90$. $m\angle y + m\angle \theta = 90$.	2. Jika dua Ls saling melengkapi, jumlah dari ukuran mereka sama 90.
3. $m\angle x + m\angle \theta = m\angle y + m\angle \theta$.	3. Jia $a = c$, $b = c$, lalu $a = b$.
4. $m\angle x = m\angle y$.	4. sifat subtraktif dari persamaan.
5. $\angle x \cong \angle y$.	5. $\angle x \cong \angle y \leftrightarrow m\angle x = m\angle y$.

Adalah penting bahwa setiap pernyataan dalam bukti dibuktikan oleh alasan. untuk kebenarannya. Alasan-alasan ini harus ditulis secara penuh , dan hanya singkatan yang jelas dan diterima secara umum dapat digunakan . Pembaca akan menemukan dalam lampiran daftar singkatan umum yang akan kita gunakan buku ini . Siswa dapat dengan mudah membuktikan teorema berikut :

Teorema 3.9

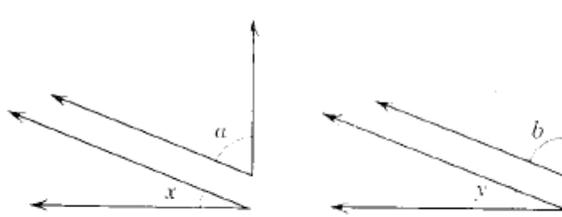
3.13 . Semua sudut lurus adalah kongruen.

teorema 3.10

3.14 . Suplemen dari sudut yang sama adalah kongruen.

Teorema ini selanjutnya akan digunakan dalam membuktikan teorema baru. Akibat wajar dari teorema geometris adalah teorema lain yang mudah mengambil dari teorema diberikan . Pertimbangkan hal berikut :

3.15 . Akibat wajar dengan Teorema 3.8. Komplemen dari sudut kongruen adalah kongruen.



Aibat Wajar untuk Teorema 3.8.

Diberikan : $\angle x$ adalah komplemen dari $\angle a$; $\angle y$ adalah komplemen dari $\angle b$; $\angle a \cong \angle b$.

Biktikan : $\angle x \cong \angle y$.

Bukti

LAPORAN	ALASAN
1. $\angle x$ adalah komplemen dari $\angle a$. $\angle y$ adalah komplemen dari $\angle b$.	1. Diberikan.
2. $\angle a \cong \angle b$	2. Diberikan.
3. $m\angle a = m\angle b$.	3. $\angle a \cong \angle b \leftrightarrow m\angle a = m\angle b$.
4. $m\angle x + m\angle a = 90$.	4. Jika dua sudut saling melengkapi , jumlah ukura mereka 90.
5. $m\angle x + m\angle b = 90$.	5. Jumlah boleh diganti dengan yang sama dalam sebuah persamaan.
6. $\angle x$ Adalah komplemen dari $\angle b$.	6. Jika jumlah ukuran dua sudut = 90 , mereka komplementer.
7. $\angle x \cong \angle y$.	7. Komplemen dari sudut yang sama adalah kongruen.

Dengan cara seperti mahasiswa dapat membuktikan:

3.16 . Akibat wajar dengan Teorema 3.10 . Suplemen sudut kongruen adalah kongruen.

3.17 . Contoh Ilustrasi 1 :

Diberikan : Titik kolinear A , B , C , D seperti yang ditunjukkan; $m\overline{AC} = m\overline{BD}$.

Buktikan : $m\overline{AB} = m\overline{CD}$.

Bukti



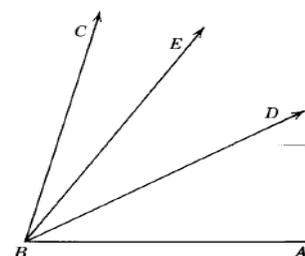
Contoh Ilustrasi 1

LAPORAN	ALASAN
1. A , B , C , D adalah titik collinear seperti yang ditunjukkan.	1. Diberikan.
2. $m\overline{AC} = m\overline{BD}$	2. Diberikan.
3. $m\overline{AC} = m\overline{AB} + m\overline{BC}$.	3 Definisi dari diantaranya (juga oleh postulat 13).
4. $m\overline{BD} = m\overline{BC} + m\overline{CD}$.	4. Sama seperti alasan 3
5. $m\overline{AB} + m\overline{BC} = m\overline{BC} + m\overline{CD}$.	5. Sifat Substitusi (pernyataan 3 dan 4 dalam pernyataan 2)
6. $m\overline{AB} = m\overline{CD}$.	6. Sifat subtraktif kesetaraan.

3.18 . Contoh Ilustrasi 2 :

Diberikan : $\angle ABC$ dengan \overrightarrow{BE} dan \overrightarrow{BD} seperti yang ditunjukkan . A , B , C , D , E adalah titik-titik sebidang. $m\angle ABD > m\angle EBC$.

Buktikan : $m\angle ABE > m\angle DBC$.



Contoh Ilustrasi 2

Bukti

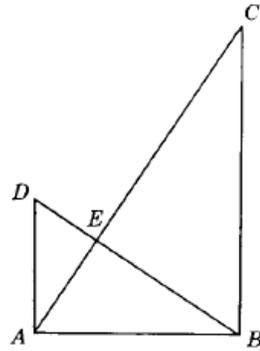
LAPORAN	ALASAN
1. \overrightarrow{BE} dan \overrightarrow{BD} adalah sinar diambil dari dari simpul $\angle ABC$ seperti yang ditunjukkan. A,B,C,D,E adalah sebidang.	1. Diberikan.
2. $m\angle ABD > m\angle EBC$.	2. Diberikan.
3. $m\angle ABD + m\angle DBE > m\angle EBC + m\angle DBE$.	3. properti Aditif ketertiban.
4. $m\angle ABD + m\angle DBE = m\angle ABE$; $m\angle EBC + m\angle DBE = m\angle DBC$.	4. Angle Selain postulat.
5. $m\angle ABE > m\angle DBC$.	5. Pergantian milik pesanan.

3.19. Contoh Ilustrasi 3 :

Diberikan : $\overrightarrow{BD} \perp \overrightarrow{AC}$. $\angle EBC$ adalah komplemen dari $\angle EBA$.

Buktikan : $\angle ABC \cong \angle AEB$.

Bukti :



Contoh Ilustrasi 3

LAPORAN	ALASAN
1. $\vec{BD} \perp \vec{AC}$.	1. Diberikan.
2. $\angle AEB$ adalah sudut siku-siku.	2. baris tegak lurus membentuk sudut siku-siku.
3. $m\angle AEB = 90$.	3. Definisi sudut kanan.
4. $\angle EBC$ adalah komplemen dari $\angle EBA$.	4. Diberikan.
5. $m\angle EBC + m\angle EBA = 90$.	5. Dua sudut saling melengkapi jika jumlah ukuran mereka adalah 90.
6. $m\angle EBC + m\angle EBA = m\angle ABC$.	6. Jumlah sudut postulat.
7. $m\angle ABC = 90$.	7. sifat substitusi kesetaraan (atau Teorema 3.5).
8. $m\angle ABC = m\angle AEB$.	8. $(a = c) \wedge (b = c) \rightarrow a = b$.
9. $\angle ABC \cong \angle AEB$.	9. sudut dengan ukuran yang sama adalah kongruen.

Latihan

Dalam latihan berikut melengkapi bukti, menggunakan alasan hanya diberikan,definisi,sifat-sifat sistem bilangan real, postulat, teorema, dan kami telah membuktikan sejauh ini.

1. Buktikan Teorema 3.9
2. Buktikan dengan Teorema 3.10.
3. Diberikan : titik collinear A,B,C,D seperti yang ditunjukkan; $m\vec{AC} = m\vec{BD}$.
Buktikan : $m\vec{AB} = m\vec{CD}$.



Contoh 3-4

4. Diberikan : titik collinear A,B,C,D seperti yang ditunjukkan; $m\overline{AC} > m\overline{BD}$.

Buktikan : $m\overline{AB} > m\overline{CD}$.

Gambar 5-6

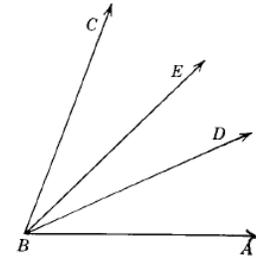
5. Diberikan : $\angle ABC$ dengan \overline{BD} dan \overline{BE} seperti yang ditunjukkan. A,B,C,D,E adalah sebidang; $m\angle ABD = m\angle EBC$.

Buktikan $m\angle ABE = m\angle DBC$.

Buktikan :

6. Diberikan : $\angle ABC$ dengan \overline{BD} dan \overline{BE} seperti yang ditunjukkan. A,B,C,D,E adalah sebidang; $m\angle ABE = m\angle DBC$.

Buktikan $m\angle ABD = m\angle EBC$.

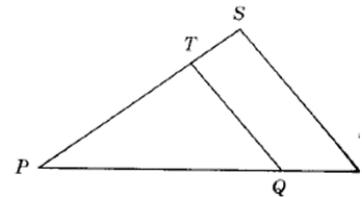


Contoh 5-6

Gambar 7

7 Diberikan : $m\overline{PS} = m\overline{PR}$; $m\overline{TS} = m\overline{QR}$

Buktikan : $m\overline{PT} = m\overline{PQ}$.

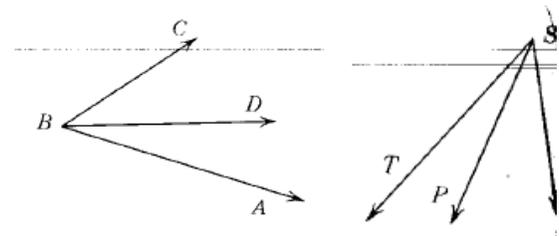


Contoh 7

Gambar 8

8 Diberikan : $m\angle ABC = m\angle RST$ dan $m\angle ABD = m\angle RSP$.

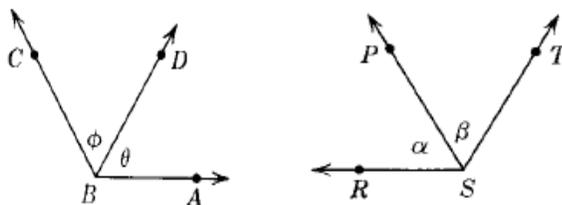
Buktikan : $m\angle DBC = m\angle PST$.



Contoh 8

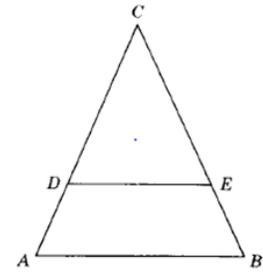
9. Dibuktikan : $\angle ABC \cong \angle RST$; $\angle \phi \cong \angle \theta$; $\angle \alpha \cong \angle \beta$.

Buktikan : $\angle ABD \cong \angle RSP$.



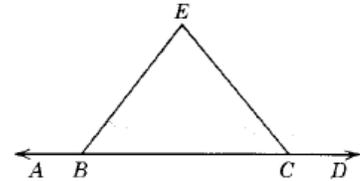
Gambar 9

10. Diberikan : titik D dan E berbaring di sisi AC dan BC dari $\triangle ABC$ seperti yang ditunjukkan; $m\overline{AD} = m\overline{BE}$; $m\overline{DC} = m\overline{EC}$.
Buktikan : $\triangle ABC$ adalah sama kaki.



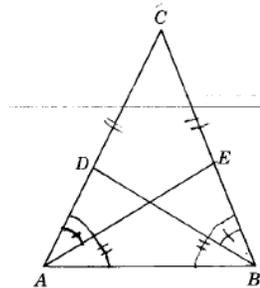
Contoh 10

11. Diberikan : A,B,C,D titik collinear; $m\angle EBC = m\angle ECB$.
Buktikan : $m\angle ABE = m\angle DCE$.



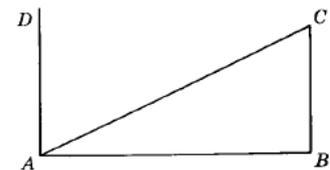
Contoh .11

12. Diberikan :Titik D dan E di sisi AC dan BC dari $\triangle ABC$ seperti yang ditunjukkan;
 $m\angle BAC = m\angle ABC$; $m\angle CAE = m\angle CBD$.
Buktikan : $m\angle EAB = m\angle DBA$.



Contoh.12

13. Diberikan : $\vec{BC} \perp \vec{AB}$; $\angle BAC$ saling melengkapi.
Buktikan : $m\angle DAB = m\angle ABC$.



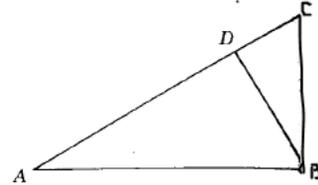
Contoh.13

- 14 Diberikan : $\overline{AD} \perp \overline{AB}$; $\overline{BC} \perp \overline{AB}$; $\angle B \cong \angle C$.
 Buktikan : $\angle A \cong \angle C$.



Gambar 14

- 15 Diberikan : $\overline{BC} \perp \overline{AB}$; $\angle C$ adalah komplemen dari $\angle ABD$.
 Buktikan : $m\angle C = m\angle DBC$.



Gambar 15

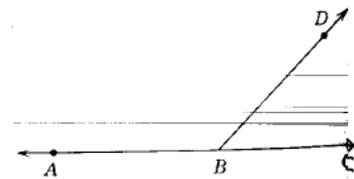
Teorema 3.11

3.20 . Dua sudut yang berdekatan yang sisi-sisinya noncommon membentuk lurus berlangsung merupakan pelengkap.

Diberikan : $\angle ABD$ dan $\angle DBC$ adalah sudut yang berdekatan. $\angle ABC$ adalah sudut lurus.

Buktikan : $\angle ABD$ adalah suplemen dari $\angle DBC$

Bukti :



LAPORAN	ALASAN
1. $\angle ABD$ dan $\angle DBC$ adalah sudut yang berdekatan.	1. Diberikan.
2. $\angle ABC$ adalah sudut lurus.	2. Diberikan.
3. $m\angle ABC = 180$.	3. Ukuran dari lurus adalah 180.
4. $m\angle ABD + m\angle DBC = m\angle ABC$.	4. Penjumlahan sudut postulat.
5. $m\angle ABD + m\angle DBC = 180$.	5. $a = b \wedge b = c \rightarrow a = c$.
6. $\angle ABD$ adalah suplemen dari $\angle DBC$	6. Jika jumlah dari ukuran sudut adalah 180, sudut Berelurus.

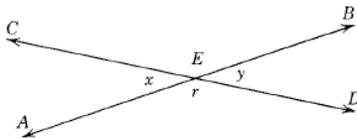
Teorema 3.12

3.21. Sudut vertikal adalah kongruen.

Diberikan : AB dan CD adalah garis lurus berpotongan di E , membentuk sudut vertikal Lx dan Ly.

Buktikan : $\angle x \cong \angle y$.

Bukti



LAPORAN	ALASAN
1. AB dan CD adalah garis lurus.	1. Diberikan.
2. $\angle CED$ dan $\angle AEB$ adalah sudut lurus.	2. Definisi sudut lurus.
3. $\angle x$ dan $\angle r$ adalah sudut-sudut berpelurus.	3. Teorema 3.11 .
4. $\angle y$ dan $\angle r$ adalah sudut-sudut berpelurus.	4. Teorema 3.11 .
5. $\angle x \cong \angle y$.	5. Sudut berpelurus yang sama adalah kongruen.

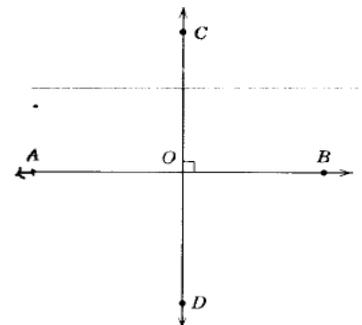
Teorema 3.13

3.22. Garis tegak lurus membentuk empat Sudut.

Diberikan : $\vec{CD} \perp \vec{AB}$ di O.

Buktikan : $\angle AOC$, $\angle BOC$, $\angle BOD$, dan $\angle AOD$ adalah sudut siku-siku.

Bukti



LAPORAN	ALASAN
1. $\vec{CD} \perp \vec{AB}$ di O	1. Diberikan.
2. $\angle BOC$ adalah sudut kanan	2. Garis tegak lurus membentuk sudut siku-siku.
3. $m\angle BOC = 90$.	3. Ukuran sudut kanan adalah 90.

4. $\angle AOB$ adalah sudut lurus.	4. Definisi dari sudut lurus.
5. $\angle BOC$ dan $\angle AOC$ adalah sudut yang berdekatan.	5. Definisi dari sudut berdekatan
6. $\angle BOC$ dan $\angle AOC$ adalah berpelurus.	6. Teorema 3.11.
7. $m\angle BOC + m\angle AOC = 180$.	7. Jumlah dari ukuran dua sudut berpelurus adalah 180.
8. $m\angle AOC = 90$.	8. sifat pengurangan dari persamaan.
9. $m\angle AOD = m\angle BOC$; $m\angle BOD = m\angle AOC$.	9. sudut vertical adalah kongruen.
10. $m\angle AOD = 90$; $m\angle BOD = 90$.	10. sifat substitusi dari persamaan.
11. $\angle AOC$, $\angle BOC$, $\angle BOD$, dan $\angle AOD$ adalah sudut siku-siku.	11. Laporan 2,8,9, dan definisi dari sudut kanan.

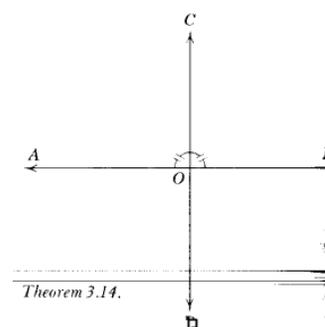
Teorema 3.14

3.23. Jika dua garis bertemu membentuk sudut yang berdekatan kongruen, mereka tegak lurus.

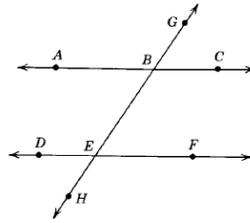
Buktikan : \vec{CD} dan \vec{AB} berpotongan pada O; $\angle AOC \cong \angle BOC$.

Buktikan : $\vec{CD} \perp \vec{AB}$.

Bukti



LAPORAN	ALASAN
1. $\angle AOC \cong \angle BOC$.	1. Diberikan.
2. $m\angle AOC = m\angle BOC$.	2. Ls kongruen memiliki ukuran persamaan.
3. $m\angle AOC + m\angle BOC = m\angle AOB$.	3. penjumlahan sudut postulat.
4. $\angle AOB$ adalah sudut lurus.	4. Definisi sudut lurus.
5. $m\angle AOB = 180$.	5. Ukuran dari sudut lurus adalah 180
6. $m\angle AOC + m\angle BOC = 180$.	6. $a = b \wedge b = c \rightarrow a = c$.
7. $m\angle BOC + m\angle BOC = 180$.	7. Sifat substitusi persamaan.
8. $m\angle BOC = 90$.	8. Definisi kesetaraan dari persamaan.
9. $\angle BOC$ adalah sudut siku-siku.	9. sudut vertikal adalah kongruen .
10. $\vec{CD} \perp \vec{AB}$.	10. Definisi dari garis tegak lurus.



3.24. Contoh Ilustrasi :

Diberikan : AC,DF,dan GH adalah garis lurus.

Buktikan : $\angle GBC \cong \angle BEF$.

Bukti

LAPORAN	ALASAN
1. AC adalah garis lurus.	1. Diberikan.
2. $\angle ABC$ LABC adalah sudut lurus.	2. Definisi sudut lurus.
3. $\angle ABG$ adalah suplemen $\angle GBC$.	3. Teorema 3.11 .
4. DF adalah garis lurus.	4. Diberikan.
5. $\angle DEF$ adalah sudut lurus.	5. Sama seperti alasan 2.
6. $\angle DEB$ adalah suplemen $\angle BEF$.	6. Teorema 3.11.
7. $\angle GBC \cong \angle BEF$.	7. Diberikan.
8. $\angle ABG \cong \angle DEB$.	8. Sudut berpelurus dari kongruen adalah kongruen.

Latihan.

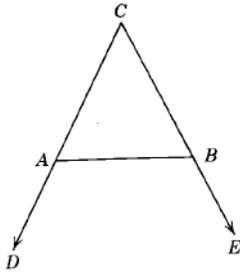
Dalam latihan berikut ini memberikan bukti formal, menggunakan alasan hanya memberikan pernyataan, definisi, postulat, teorema, dan akibat wajar.

1 Diberikan : CD dan CE adalah garis lurus . $\angle CAB \cong \angle CBA$.

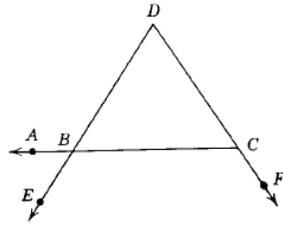
Buktikan : $\angle BAD \cong \angle ABE$.

2.Diberikan : \vec{AC} , \vec{DE} , dan \vec{DF} seperti yang ditunjukkan pada gambar. $\angle ABE$ adalah pelurus $\angle BCF$.

Buktikan : $\angle DCB \cong \angle ABE$.

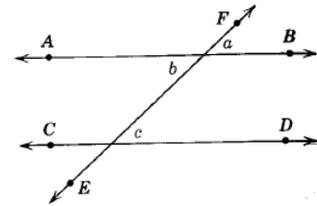


Gambar 1



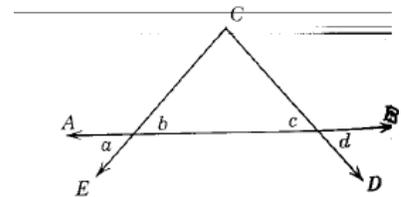
Gambar 2

3. Diberikan : \overleftrightarrow{AB} , \overleftrightarrow{CD} , dan \overleftrightarrow{EF} berupa garis lurus; $\angle b \cong \angle c$.
 Buktikan : $\angle a \cong \angle c$.



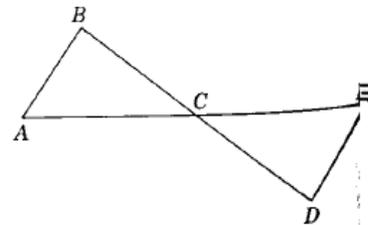
Gambar 3

4. Diberikan: \overleftrightarrow{AB} , \overleftrightarrow{EC} , dan \overleftrightarrow{CD} adalah garis lurus; $\angle a \cong \angle d$.
 Buktikan : $\angle b \cong \angle c$.



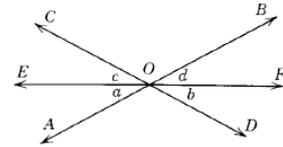
Gambar 4

5. Diberikan : \overleftrightarrow{AE} dan \overleftrightarrow{BD} berpotongan di C; $\angle A$ adalah komplemen dari $\angle ACB$; $\angle E$ adalah komplemen dari $\angle DCE$.
 Buktikan : $\angle A \cong \angle E$.



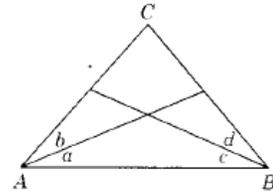
Gambar 5

- 6 Diberikan : $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$, dan \overleftrightarrow{EF} adalah garis lurus; $\angle a \cong \angle b$
 Buktikan : \overleftrightarrow{EF} membagi $\angle BOD$.



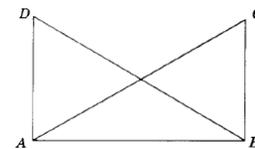
Gambar 6

- 7 Diberikan : $\angle a \cong \angle b$;
 $\angle c \cong \angle d$;
 $\angle a \cong \angle c$.
 Buktikan : $\angle a \cong \angle c$.



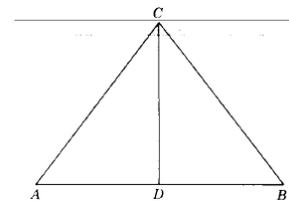
Gambar 7

- 8 Diberikan : $\overleftrightarrow{AD} \perp \overleftrightarrow{AB}; \overleftrightarrow{BC} \perp \overleftrightarrow{AB}$;
 $\angle BAC \cong \angle ABD$.
 Buktikan : $\angle DAC \cong \angle CBD$.



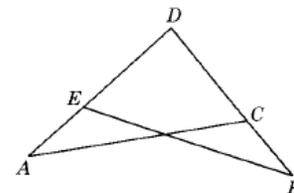
Gambar 8

- 9 Diberikan : $\triangle ABC$; \overleftrightarrow{CD} membagi $\angle ACB$;
 $\angle A$ adalah komplemen dari $\angle ACD$;
 $\angle B$ adalah komplemen dari $\angle BCD$.
 Buktikan : $\angle A \cong \angle B$.



Gambar 10

- 10 Diberikan : $m\overline{AD} = m\overline{BD}$;
 $m\overline{AE} = m\overline{ED}$;
 $m\overline{BC} = m\overline{CD}$.
 Buktikan : $m\overline{ED} = m\overline{CD}$.



Gambar 10

11. Diberikan : $m\overline{AD} = m\overline{BD}$;
 $m\overline{AE} = m\overline{BC}$.

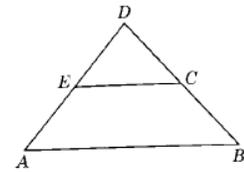
Buktikan : $m\overline{ED} = m\overline{CD}$.

12. Diberikan : $m\overline{AE} = m\overline{BC}$;
 $m\overline{ED} = m\overline{CD}$.

Buktikan : $m\overline{AD} = m\overline{BD}$.

13. Diberikan : $m\overline{ED} = m\overline{CD}$;
 $m\overline{AE} = m\overline{ED}$;
 $m\overline{BC} = m\overline{CD}$.

Buktikan : $m\overline{AE} = m\overline{BC}$.



Gambar No 11-13

14. Diberikan : $\angle ABC$ adalah sudut lurus \angle ;

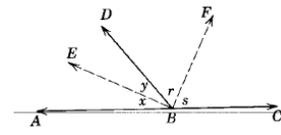
\overrightarrow{EB} membagi $\angle ABD$;

\overrightarrow{FB} membagi $\angle CBD$

Buktikan : \overrightarrow{EB} adalah \perp \overrightarrow{BF} .

(Petunjuk : $m\angle x + m\angle y + m\angle r + m\angle s = ?$;

$m\angle x = m\angle ?$; $m\angle r = m\angle ?$).

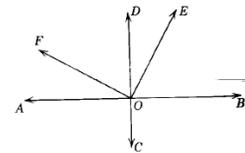


Gambar 14

15. Diberikan : $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CD}$ di O; $m\angle BOE = m\angle DOF$.

Buktikan : $m\angle EOD = m\angle AOF$.

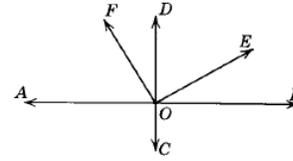
Bukti



Gambar 15

LAPORAN	ALASAN
1. $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CD}$.	1. Mengapa ?
2. $\angle BOD$ dan $\angle AOD$ siku-siku \triangle .	2. Mengapa ?
3. $m\angle BOE = m\angle DOF$.	3. Mengapa ?
4. $m\angle BOD = m\angle AOD$.	4. Mengapa ?
5. $m\angle EOD + m\angle BOE = m\angle BOD$.	5. Mengapa ?
6. $m\angle AOF + m\angle DOF = m\angle AOD$.	6. Mengapa ?
7. $m\angle EOD + m\angle BOE = m\angle AOF + m\angle DOF$.	7. Mengapa ?
8. $\therefore m\angle EOD = m\angle AOF$.	8. Mengapa ?

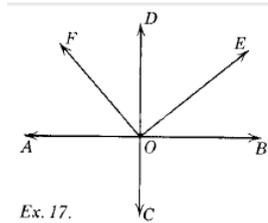
16. Diberikan : $\vec{AB} \perp \vec{CD}$ di 0;
 $m\angle BOE = m\angle DOF$.
 Buktikan : $\vec{OF} \perp \vec{OE}$.
 Bukti



Gambar 16

LAPORAN	ALASAN
1. $\vec{AB} \perp \vec{CD}$.	1. Mengapa ?
2. $\angle BOD$ LBOD adalah L siku-siku \angle .	2. Mengapa ?
3. $m\angle BOD = 90$.	3. Mengapa ?
4. $m\angle BOE + m\angle EOD = m\angle BOD$.	4. Mengapa ?
5. $m\angle BOE + m\angle EOD = 90$.	5. Mengapa ?
6. $m\angle BOE = m\angle DOF$.	6. Mengapa ?
7. $m\angle DOF + m\angle EOD = 90$.	7. Mengapa ?
8. $m\angle DOF + m\angle EOD = m\angle EOF$.	8. Mengapa ?
9. $m\angle EOF = 90$.	9. Mengapa ?
10. $\therefore \vec{OF} \perp \vec{OE}$.	10. Mengapa ?

17. Diberikan : $\vec{AB} \perp \vec{CD}$; $\vec{OE} \perp \vec{OF}$.
 Buktikan : $\angle BOE \cong \angle FOD$.
 Bukti



LAPORAN	ALASAN
1. $\vec{AB} \perp \dots$	1. Mengapa ?
2. $\vec{OE} \perp \dots$	2. Mengapa ?
3. $\angle BOD$ adalah ...; $\angle FOE$ adalah	3. Mengapa ?
4. $m\angle BOD = \dots$; $m\angle FOE = \dots$	4. Mengapa ?
5. $m\angle ? + m\angle ? = m\angle BOD$.	5. Mengapa ?
6. $m\angle BOE + m\angle DOE = 90$.	6. Mengapa ?
7. $m\angle ? + m\angle ? = m\angle FOE$.	7. Mengapa ?
8. $m\angle ? + m\angle ? = 90$.	8. Mengapa ?
9. $\angle BOE$ adalah ... dari $\angle DOE$.	9. Mengapa ?
10. $\angle FOD$ adalah ... dari $\angle DOE$.	10. Mengapa ?
11. $\angle BOE \cong \angle FOD$.	11. Mengapa ?

Ringkasan Pengujia

Test 1

PERNYATAAN BENAR-SALAH

1. Satu bidang dan hanya satu bidang dapat memuat garis dan titik tidak di garis
2. Nomor $\frac{3}{3}$ adalah bilangan real yang tidak rasional.
3. Setiap sudut kongruen dengan sendirinya.
4. Dua sudut akut tidak dapat berpelurus.
5. Disana tepat satu bidang yang memuat garis
6. Jarak antara dua titik adalah angka positif.
7. postulat adalah pernyataan yang telah terbukti.
8. Sudut berpelurus adalah kongruen.
9. Membagi dua sudut berpelurus berdekatan tegak lurus satu sama lain.
10. sudut vertikal memiliki ukuran yang sama.
11. nilai absolut dari setiap bilangan real nol adalah positif.
12. Jika dua garis berpotongan , ada dua dan hanya dua titik yang memuat kedua garis.
13. Jika dua garis berpotongan untuk membentuk sudut vertikal yang berpelurus, sudut vertikal sudut siku-siku.
14. Akibat wajar adalah teorema.
15. Jika sudut tumpul adalah membagi dua sudut akut akan terbentuk.
16. Sudut vertikal tidak dapat berpelurus.
17. sudut berdampingan adalah berpelurus.
18. tegak lurus terhadap garis membagi dua garis.
- 19 Dua sudut yang berdekatan salah satu komplementer atau berpelurus.

- 20 Hal ini tidak mungkin untuk sudut vertikal menjadi sudut yang berdekatan.
21. Hal ini dimungkinkan untuk tiga baris untuk saling tegak lurus.
22. tegak lurus adalah garis berjalan naik dan turun.
23. Jika dua sudut saling melengkapi, maka masing-masing adalah akut.
24. Jika dua sudut adalah berpelurus, maka salah satunya adalah akut dan yang lainnya adalah tumpul.
25. Dua sudut adalah sudut vertikal jika perpaduan mereka adalah gabungan dari dua garis silang.

Test 2

LAPORAN PENYELESAIAN

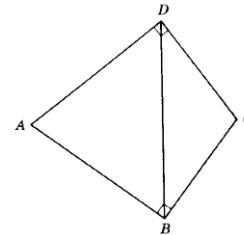
1. Sebuah pernyataan dianggap benar tanpa bukti disebut (n) _____.
2. Jika dua sudut yang baik melengkapi atau berpelurus dari sudut yang sama mereka adalah _____.
3. Sisi sudut siku-siku adalah _____ satu sama lain.
4. sepasang sudut berdampingan terbentuk ketika dua garis bersinggungan disebut _____.
5. A (n) _____ sudut memiliki ukuran lebih besar dari suplemen tersebut.
6. Membagi dari dua sudut yang berdekatan saling melengkapi membentuk sudut yang ukuran adalah _____.
7. Sudut A adalah komplemen dari sudut yang ukurannya adalah 42. Sudut B adalah suplemen $\hat{\angle}A$. Kemudian ukuran LB adalah _____.
8. Titik B terletak pada garis RS. Garis AB tegak lurus terhadap garis RS. Kemudian $m\angle ABR =$ _____.
9. Dua sudut melengkapi sudut yang sama adalah _____.
10. Perbedaan antara ukuran suplemen dan complemen dari sudut adalah _____.
11. membagi dua dari sepasang sudut vertikal membentuk a _____ sudut.
12. Ukuran sudut yang kongruen dengan pelengkap adalah _____.
13. ukuran sudut yang memiliki setengah ukuran suplemen adalah _____.
- 14 Jumlah dari ukuran dua sudut yang berdekatan dibentuk oleh dua garis silang adalah _____.
15. Untuk setiap tiga titik berbeda tidak sebidang, ada tepat satu _____ yang berisi tiga titik.
16. Jika $m\angle A < m\angle B$, maka ukuran suplemen $\hat{\angle}A$ adalah _____ ukuran suplemen $\angle B$.
17. Jika sisi tidak umum dari dua sudut yang berdekatan tegak lurus satu sama lain, maka sudut yang _____.
18. korespondensi antara titik-titik pada garis dan bilangan real disebut _____ untuk garis.

19. Jika dua bidang berpotongan, perpotongan mereka adalah _____ .
 20. Jika dua garis yang berbeda berpotongan , berapa banyak bidang dapat berisi kedua garis ?

Tes 3

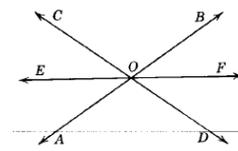
MASALAH-MASALAH

1. Diberikan : $\overline{AD} \perp \overline{DC}; \overline{AB} \perp \overline{BC};$
 $\angle CDB \cong \angle CBD.$
 Buktikan : $\angle ADB \cong \angle ABD.$



Gambar 1
 Gambar 1

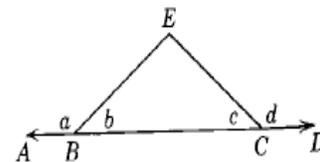
2. Diberikan : AB, CD, dan EF adalah garis lurus; \overleftrightarrow{EF} membagi dua $\angle AOC.$
 Buktikan : \overleftrightarrow{EF} Membagi $\angle BOD.$



Gambar 2

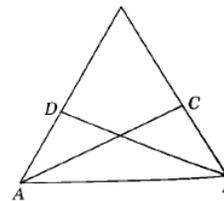
Gambar 2

3. Diberikan : $\overleftrightarrow{ABCD}$ adalah garis lurus;
 $m\angle a + m\angle c = 180.$
 Buktikan : $\angle b \cong \angle c.$



Gambar 3
 Gambar 3

4. Diberikan $\angle BAD \cong \angle ABC;$
 $\angle DAC \cong \angle CBD.$
 Buktikan : $\angle CAB \cong \angle DBA.$



Gambar 4