Istilah Penting dalam Ekonomi Teknik

Umar Hafidz AH., M.Sc.

Discrete compounding

Metode penggandaan yang berperiode

notasi

i = compound interest (bunga) = besarnya suku bunga tahunan (%)

P = Present value = sejumlah uang pd saat ini

F = Future value = sejumlah uang pd saat yg akan datang

A = annual payment = pembayaran tahunan = sejumlah uang yg dibayarkan tiap tahun

n = jumlah tahun

G = Gradient series = annual yg tidak konstan, membentuk suatu kenaikan atau penurunan yg teratur

SFF = singking fund factor = penambahan sejumlah uang

CRF = capital recovery factor = pemasukan kembali modal

- MAWAR meminjam sejumlah uang dengan waktu pengembalian 2 th dan dilakukan dengan mengangsur tiap bulan dengan i% per bulan. Maka dapat diartikan bahwa A adalah pembayaran bulanan dengan n adalah 24.

BEBERAPA RUMUS PENTING BERDASAR INTEREST COMPOUND DAN METODE DISCRETE COMPOUNDING

1. Future Value

Harga yang akan datang

$F = P(1+i)^n$

Mencari future value bila diketahui present value dg tingkat suku bunga tertentu serta periode waktu tertentu.

2. Present Value

Harga sekarang

$$P = \frac{F}{(1+i)^n}$$

Nilai sekarang (PV) bila diketahui FV dg tk suku bunga ttt serta periode ttt

3. Singking Fund

Penanaman sejumlah uang

$$A=\frac{Fi}{(1+i)^n-1}$$

Mencari suatu nilai tahunan (annual) bila diketahui FV dg tk suku bunga ttt serta periode ttt. Pd kondidi riil dpt dikatakan sbg suatu angka annual yg diendapkan (sink)/ ditanamkan sbg suatu modal untuk suatu periode tertentu.

4. Capital recovery

Pemasukan kembali modal

$$A=\frac{Pi(1+i)^n}{(1+i)^n-1}$$

Mencari suatu nilai annual bila diketahui PV dg tk suku bunga ttt serta periode waktu ttt. Dapat juga dikatakan sbg suatu angka annual yg dikumpulkan sbg suatu pengembalian modal (capital recovery factor)

5. Future value dari Annual

F=$\frac{A[(1+i)^n-1]}{i}$

FV bila diketahui nilai annual dg tk suku bunga ttt serta periode ttt

6. Present value dari annual

$$P=\frac{A(1+i)^{n}-1}{i(1+i)^{n}}$$

PV bila diketahui nilai annual dg tk suku bunga ttt serta periode waktu ttt

7. Uniform dari gradient series

$$A = G\left[\frac{1}{i} - \frac{n}{(1+i)^n - 1}\right]$$

Suatu nilai annual jika diketahui tingkat kenaikan (gradient series) pd suatu periode dg tk suku bunga ttt.

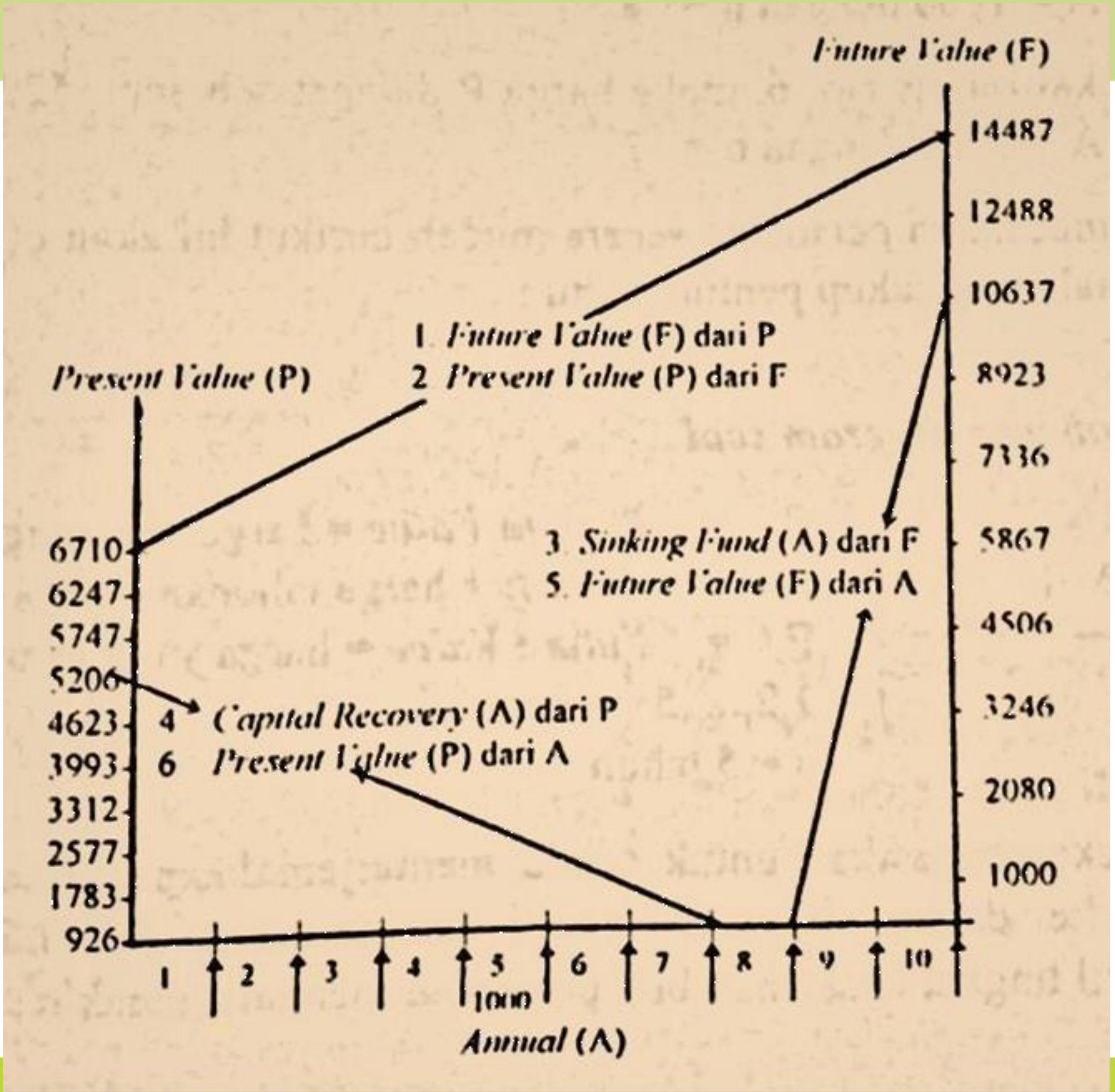
- Pada analisis sering terjadi masalah yg harus dipecahkan dg menggunakan kombinasi dari rumus2 yg ada.
- Bila hanya menggunakan rumus ini maka kemungkinan akan terjadi kesalahan besar sekali.
- Oleh karena itu rumus2 tersebut telah dibuatkan tabel-tabel dengan tingkat suku bunga dan periode waktu.
- Analis hanya perlu memahami setiap rumus dalam kaitannya dg persoalan yg ada.
- Atau menterjemahkan persoalan yg ada kedalam rumus2.

Tabel dari rumus no 1-6

1%	Compound Interest Factors								1%
	Single Payment		Uniform Payment Series				Arithmetic Gradient		
	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Sinking Fund Factor	Capital Recovery Factor	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Gradient Uniform Series	Gradient Present Worth	
	Find *F* Given *P*	Find *P* Given *F*	Find *A* Given *F*	Find *A* Given *P*	Find *F* Given *A*	Find *P* Given *A*	Find *A* Given *G*	Find *P* Given *G*	
n	*F/P*	*P/F*	*A/F*	*A/P*	*F/A*	*P/A*	*A/G*	*P/G*	*n*
1	1.010	.9901	1.0000	1.0100	1.000	0.990	0	0	1
2	1.020	.9803	.4975	.5075	2.010	1.970	0.498	0.980	2
3	1.030	.9706	.3300	.3400	3.030	2.941	0.993	2.921	3
4	1.041	.9610	.2463	.2563	4.060	3.902	1.488	5.804	4
5	1.051	.9515	.1960	.2060	5.101	4.853	1.980	9.610	5
6	1.062	.9420	.1625	.1725	6.152	5.795	2.471	14.320	6
7	1.072	.9327	.1386	.1486	7.214	6.728	2.960	19.917	7
8	1.083	.9235	.1207	.1307	8.286	7.652	3.448	26.381	8
9	1.094	.9143	.1067	.1167	9.369	8.566	3.934	33.695	9
10	1.105	.9053	.0956	.1056	10.462	9.471	4.418	41.843	10
11	1.116	.8963	.0865	.0965	11.567	10.368	4.900	50.806	11
12	1.127	.8874	.0788	.0888	12.682	11.255	5.381	60.568	12
13	1.138	.8787	.0724	.0824	13.809	12.134	5.861	71.112	13
14	1.149	.8700	.0669	.0769	14.947	13.004	6.338	82.422	14
15	1.161	.8613	.0621	.0721	16.097	13.865	6.814	94.481	15
16	1.173	.8528	.0579	.0679	17.258	14.718	7.289	107.273	16
17	1.184	.8444	.0543	.0643	18.430	15.562	7.761	120.783	17
18	1.196	.8360	.0510	.0610	19.615	16.398	8.232	134.995	18
19	1.208	.8277	.0481	.0581	20.811	17.226	8.702	149.895	19
20	1.220	.8195	.0454	.0554	22.019	18.046	9.169	165.465	20
21	1.232	.8114	.0430	.0530	23.239	18.857	9.635	181.694	21
22	1.245	.8034	.0409	.0509	24.472	19.660	10.100	198.565	22
23	1.257	.7954	.0389	.0489	25.716	20.456	10.563	216.065	23

Tabel dari rumus no 7

Hubungan P, F dan A



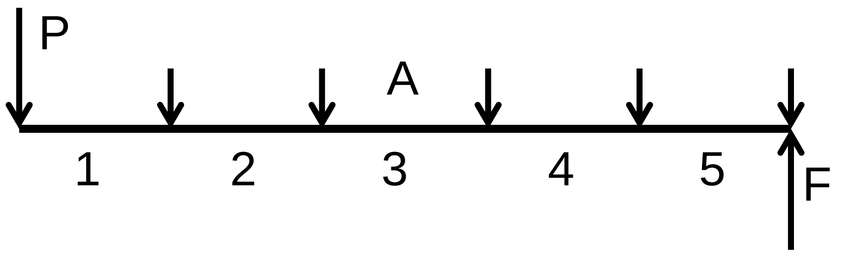
Berdasarkan gambar

- Jika kita punya data A dan kita membutuhkan data F, maka untuk mencari F kita kategorikan sebagai Future value.
- Sebaliknya jika F diketahui dan kita mencari A, maka dikategorikan Sinking Fund

Detail masing2 rumus dengan bunga 8%

- Rumus 1, harga F didapat sebesar 14487 untuk harga P=6710 dg n=10
- Rumus 2, harga P didapat sebesar 6710 untuk harga F=14487 dg n=10
- Rumus 3, harga A didapat sebesar 1000 untuk harga F=10637 dg n=8
- Rumus 4, harga A didapat sebesar 1000 untuk harga P=5206 dg n=7
- Rumus 5, harga F didapat sebesar 10637 untuk harga A=1000 dg n=8
- Rumus 6, harga P didapat sebesar 5206 untuk harga A=1000 dg n=7

Penggambaran diagram soal



P = Present value = Harga sekarang

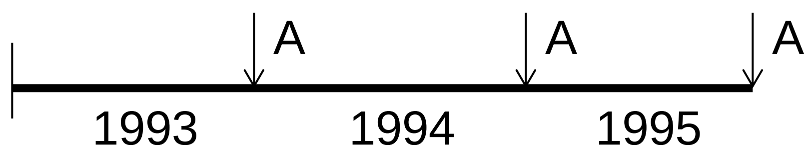
A = Annuity = Harga tahunan

F = Future value = Harga yang akan datang

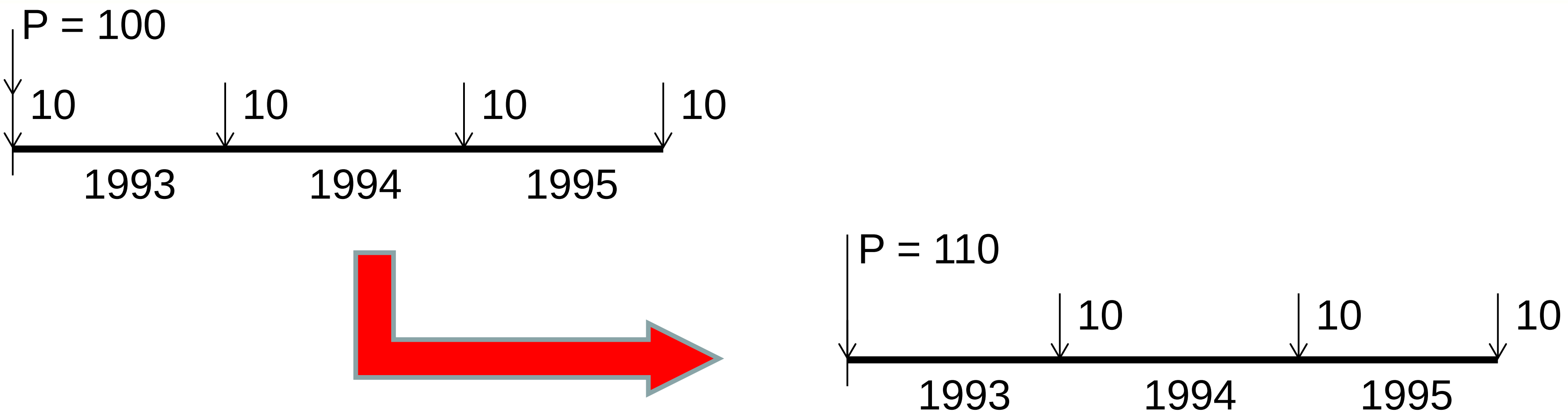
1,2,…,5 = Tahun 1,2,…,5

n = 5 tahun

Sangat direkomendasikan untuk selalu menterjemahkan permasalahan kedalam diagram, hal ini akan memperkecil tingkat kesalahan bila persoalan semakin sulit dan kompleks



- Hal lain yg perlu diperlhatikan adalah Annuity harus selalu digambarkan pd akhir tahun, walaupun dalam persoalan disebutkan bahwa pembayaran tahunan ini dilakukan pd awal tahun, karena awal tahun 1994 misalnya sama dg (mendekati) dg akhir tahun 1993.
- Pembayaran tahunan A disebut dg n = 3.



- Bila ada persoalan dimana pembayaran tahunan dilakukan awal tahun dan bersamaan dg harga sekarang (P)
- Dalam hal ini pembayaran tahunan A pada awal tahun dijumlahkan dg harga sekarang.

Penulisan soal

x (Y/Z), I, N)

Y = yg dicari

Z = yg diketahui

x = sejumlah uang dr Z

i = bunga

n = tahun

Penggunaan tabel

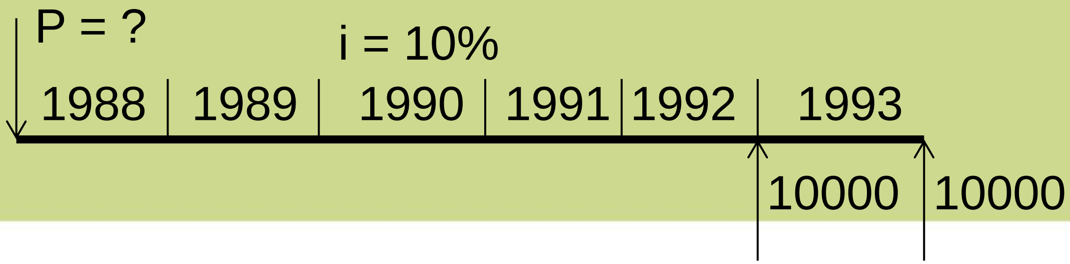
- Penggunaan Tabel 1 akan mempercepat proses perhitungan serta mengurangi tingkat kesalahan perhitungan karena suatu masalah bisa jadi periode wakyu n sangat panjang dan rumus yg yg digunakan merupakan gabungan atau variasi keenam rumus.
- Caranya ditulis (P/F, 10, 5) maka pada tabel 1 dilihat yg bunganya 10% kemudian angka dibawah P/F pd tahun kelima.

CONTOH SOAL PENGGUNAAN DIAGRAM DAN TABEL

Contoh soal 1

- NOBITA mengharapkan untuk menerima Rp. 10.000,- pd akhir tahun 1992 dan akhir tahun 1993.
- Berapa besar nilai uang (present value) yg harus disimpan untuk penerimaan ini pd awal tahun 1988 pd tingkat suku bunga 10%

Jawab



Berdasarkan nilai yang akan datang (F)

10000(P/F, 10, 5) + 10000(P/F, 10, 6) = Rp. 11854,-

lihat tabel 1 = 0.6209 lihat tabel 1 = 0.5645

Pd cara ini nilai Rp 10000,- di akhir tahun 1992 merupakan harga yg akan datang (F) untuk harga sekarang (P) diawal tahun 1988 dg n = 5

Dan Rp. 10000 diakhir tahun 1993 merupakan harga yg akan datang (F) untuk harga sekarang (P) diawal tahun 1988 dg n = 6.

Sehingga penggunaan tabelnya diambil dr harga (P/F, I, n) masing-masing untuk n=5 dan n=6.

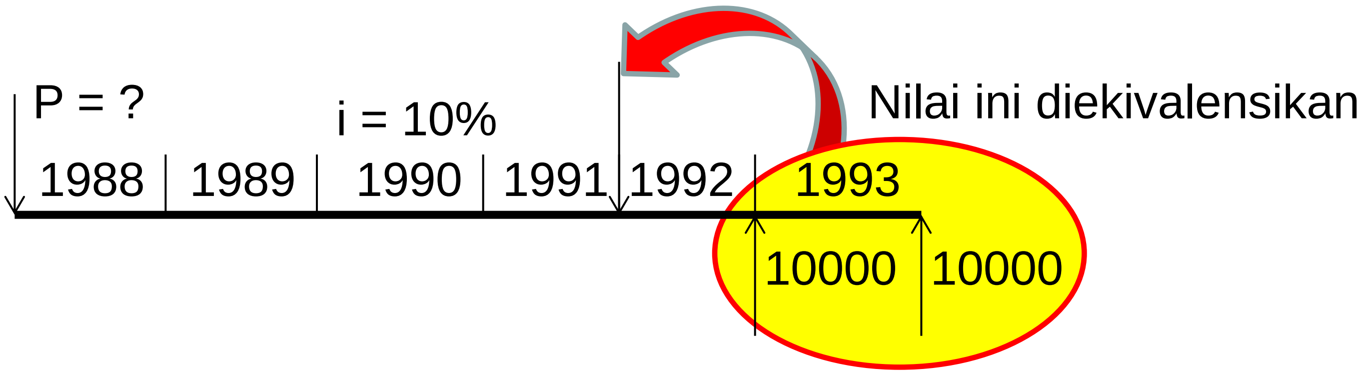
Cara lain berdasarkan pembayaran tahunan (A) dan nilai yg akan datang (F)

10000(P/A, 10, 2) (P/F, 10, 4) = Rp. 11857,-

tabel = 1.736 tabel = 0.6830

Pd cara ini angka Rp. 10000,- di akhir tahun 1992 dan 1993 yg merupakan pembayaran tahunan selama dua tahun berturut-turut diekivalensikan ke harga sekarang (P) di awal tahun 1992 dg n=2.

Kemudian angka P si awal tahun 1992 merupakan angka F dilihat dr awal tahun 1988 dg n=4.

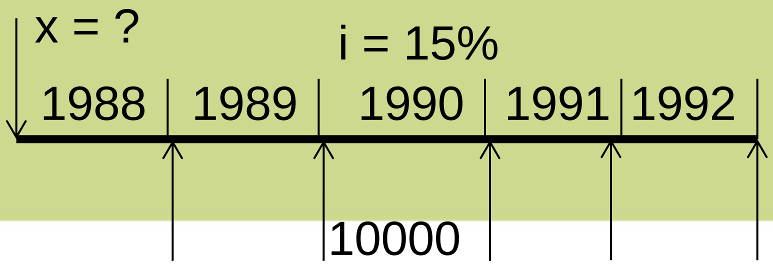


- Perbedaan angka 4 dan 7 untuk hasil akhir disebabkan oleh jumlah angka desimal dari tabel 1 yg hanya 4 angka dibelakang koma.

Soal 2

- Berapakah uang yang haris disiapkan BRITNEY pd awal tahun 1988 bila ingin mendapatkan uang Rp. 10000 pada akhir tahun 1988, 1989, 1991, 1992 pd tingkat suku bunga 15%?

Jawab



X = 10000(P/A, 15, 5) = Rp. 33520,-

Tabel 1 = 3.352

Sebenarnya contoh ini dapat dilakukan perhitungan dengan cara lain yaitu berdasarkan hubungan nilai sekarang (present value) dan nilai yg akan datang (future value) dengan hasil akhir yang akan sama.

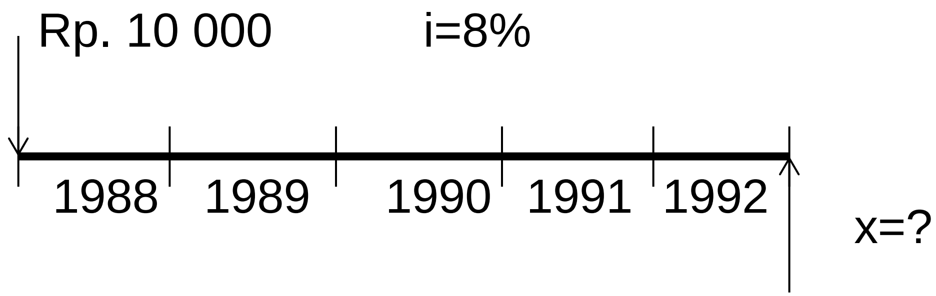
Namun persamaannya akan lebih panjang karena harga masing2 Rp. 10000 harus dilihat tabel (P/F,i,n) satu persatu dg n yg berbeda2, sehingga akan ditulis sbb:

x =10000 {(P/F, 15,1) + (P/F, 15,2) + (P/F, 15,3) + (P/F, 15,4) + (P/F, 15,5) }

Soal 3

- PRASYAD menyimpan uang Rp. 10 000,- pada awal tahun 1988, berapa nilai uang nya pada akhir tahun 1992 pd tingkat suku bunga 8%?

Jawab



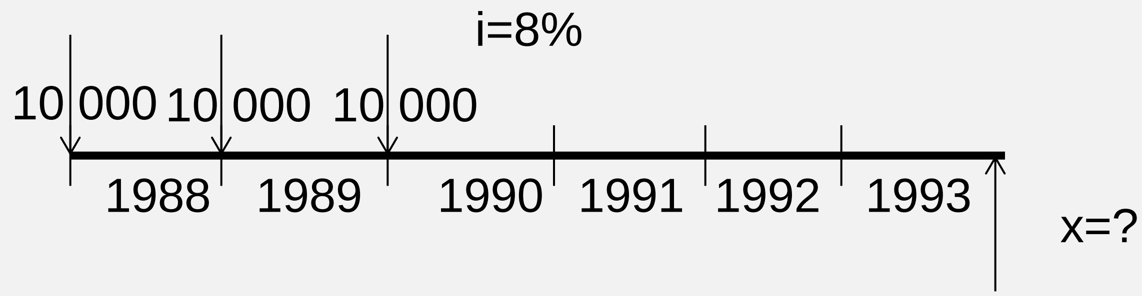
x = 10 000 (F/P,8,5) = Rp. 14 690,-

tabel = 1.469

Soal 4

- CHANON menyimpan uang Rp. 10 000 pd awal tahun 1988, lalu pd akhir 1988, 1989 sebesar Rp. 10 000,
- Berapa nilai uang CHANON pada akhir tahun 1993, dengan tingkat suku bunga 10%?

Jawab



x = 10 000 (F/P,10,6)+ 10000(F/A,10,2) (F/P,10,4) = Rp. 48 464,-

tabel = 1.772 tabel=2.100 tabel=1.464

X dapat juga dicari dengan cara lain

x = 10 000 (F/P,10,6)+ 10000(P/A,10,2) (F/P,10,6) = Rp. 48 482,-

tabel = 1.772 tabel=1.736 tabel=1.772

Perbedaan 64 dan 82 karena angka desimal hanya 3

- Dapat disimpulkan bahwa penerjemahan soal menjadi diagram mutlak diperlukan untuk mengurangi kesalahan yag dibuat.

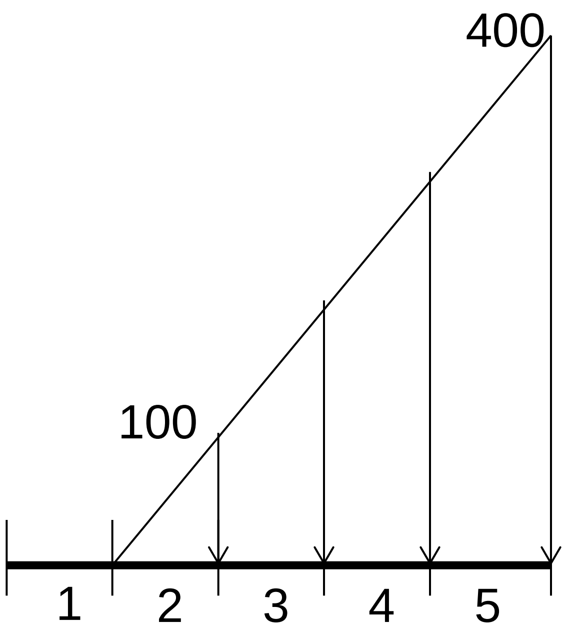
- Caranya beragam yaitu dg membuat variasi antara P,A dan F tidak menimbulkan masalah asalkan prinsip analisisnya benar, sehingga hasil yg didapat juga benar.

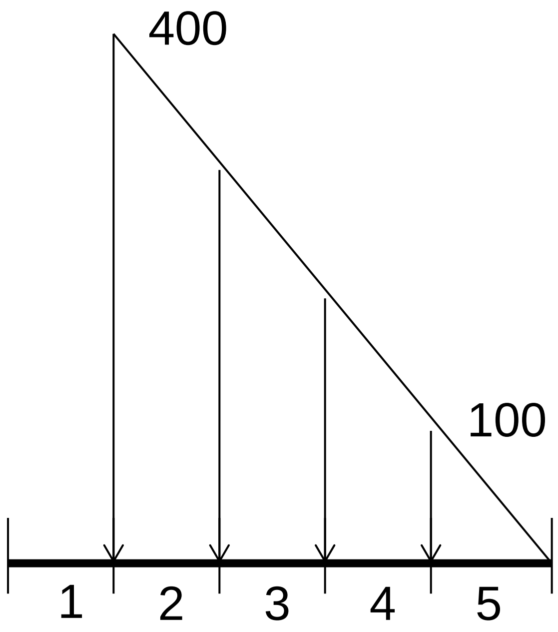
PEMBAYARAN TAHUNAN TIDAK KONSTAN (GRADIENT SERIES)

- Sering terjadi pd ekonomi teknik, bahwa annuity (pembayaran tahunan) tidak terbayar secara konstan, tetapi dengan nilai yang berubah secara teratur pd setiap akhir tahun dalam sauatu periaode waktu ttt shg membentuk seri yg naik atau turun (gradient series)

2 jenis gradient series

- Bertambah setiap tahun (increasing)
- Berkurang setiap tahun (decreasing)

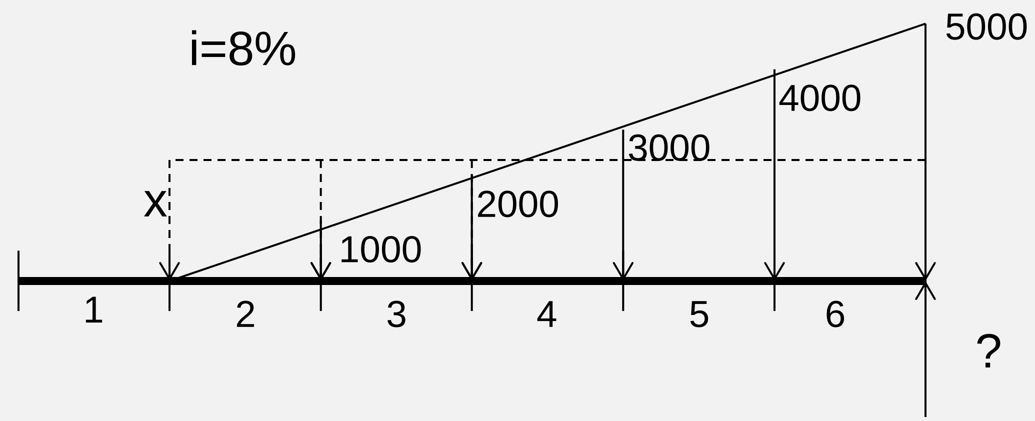




contoh

- Pada suatu pembayaran tahunan selama 6 tahun, pembayaran dimulai pd akhir tahun kedua unag sejumlah Rp. 1000,- , akhir tahun ketiga uang sejumlah Rp. 2000,-, demikian seterusnya sampai akhir tahun keenam uang sejumlah Rp. 5000,-, dengan tingkat suku bunga 8%.
- Berapa nilai yg akan datang (future value), pada akhir tahun keenam dg tingkat suku bunga 8%, jika dihiung satu persatu?

Jawab



Untuk Rp. 5000→FV = 5000 = Rp. 5000

Untuk Rp. 4000→FV = 4000 (F/P,8,1) = Rp. 4320

Untuk Rp. 3000→FV = 3000 (F/P,8,2) = Rp. 3498

Untuk Rp. 2000→FV = 2000 (F/P,8,3) = Rp. 2520

Untuk Rp. 1000→FV = 1000 (F/P,8,4) = Rp. 1360

Future value = Rp. 16698

Bila kita membayar dg harga yg konstan sebesar x rupiah setiap tahun mulai akhir tahun 1 sampai akhir tahun 6 dengan i=8% dan future value yg didapat Rp. 16698,-

Berapa besar x ?

Jawab:

x(F/A,8,6) = Rp. 16698,-

Tabel 1=7.330

x=16698/7.33 =Rp. 2280,-

Penggunaan Tabel 2 untuk gradient series

- Cara contoh sebelumnya kurang efisien, karena harus dihitung masing2 harga untuk setiap periode ttt (setiap th).
- Jika GS sangat banyak, misal 20 th atau lebih, maka kemungkinan terjadi kesalahan sangat besar.
- Tabel 2 dr rumus no. 7 dapat mengubah bentuk grasient series yg naik ke bentuk seragam.

Prinsip perhitungan GS

Harga yg seragam (equivalent annuity) asalah sama dengan kenaikan tahunan (annual increment) dikalikan faktor (A/G)

Penggunaan Tabel dari contoh sebelumnya

Annuity = x (A/G, i,n)

i = 8%

n = 6

A/G = akgka di tabel

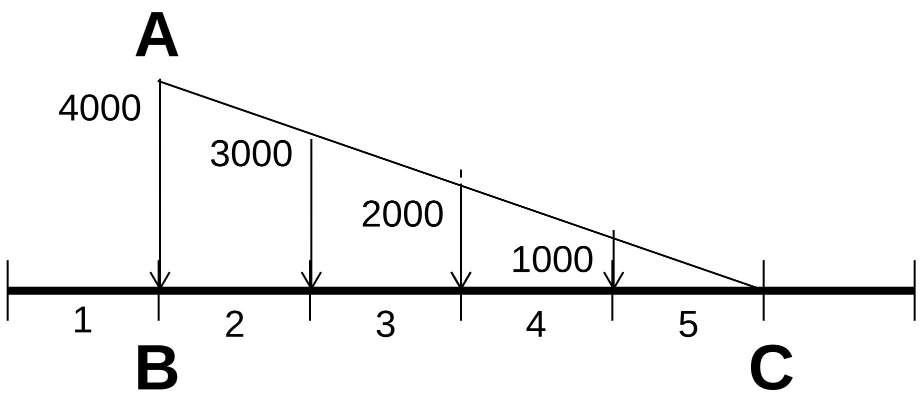
x = harga kenaikan dr gradient series tersebut = Rp. 1000,-

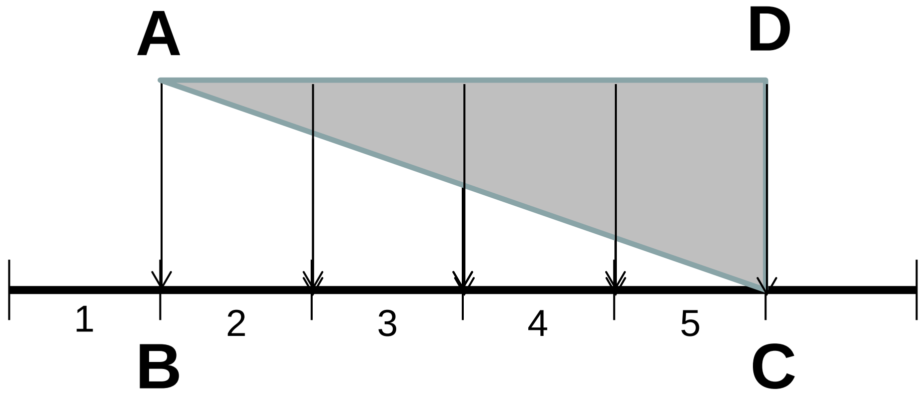
Annuity = Rp. 1000(A/G, 8,6) = Rp. 2280

Tabel 2 = 2.28

Pembayaran tahunan yg menurun (Decreasing)

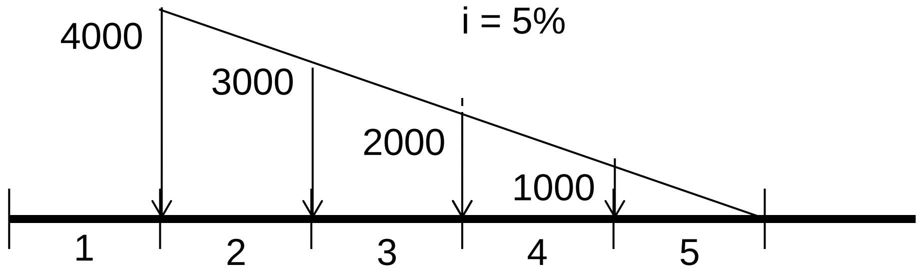
- Tabel hanya berlaku untuk gradient series yg naik.
- Bila gradien series decreasing maka caranya:





- Luas Δ ABC = Luas ☐ ABCD - Luas Δ ADC
- Dengan berpedoman pd persamaan luas diatas maka besarnya penurunan (Δ ABC) adalah sama dengan harga seragam uniform annuity pd nilai yg paling besar (panjang AB) dikurangi besarnya annuity untuk bentuk gradient series yg bersifat naik (Δ ADC)

Contoh penggunaan tabel



- Tahunan yg seragam = 4000-1000(A/G,5,5) = Rp. 2100,-

tabel 2 = 1.90

Soal 1

JATJANG menyimpan uang di bank pd tk suku bunga 8% seperti kondisi berikut:

Rp. 1000 pd akhir tahun 1988

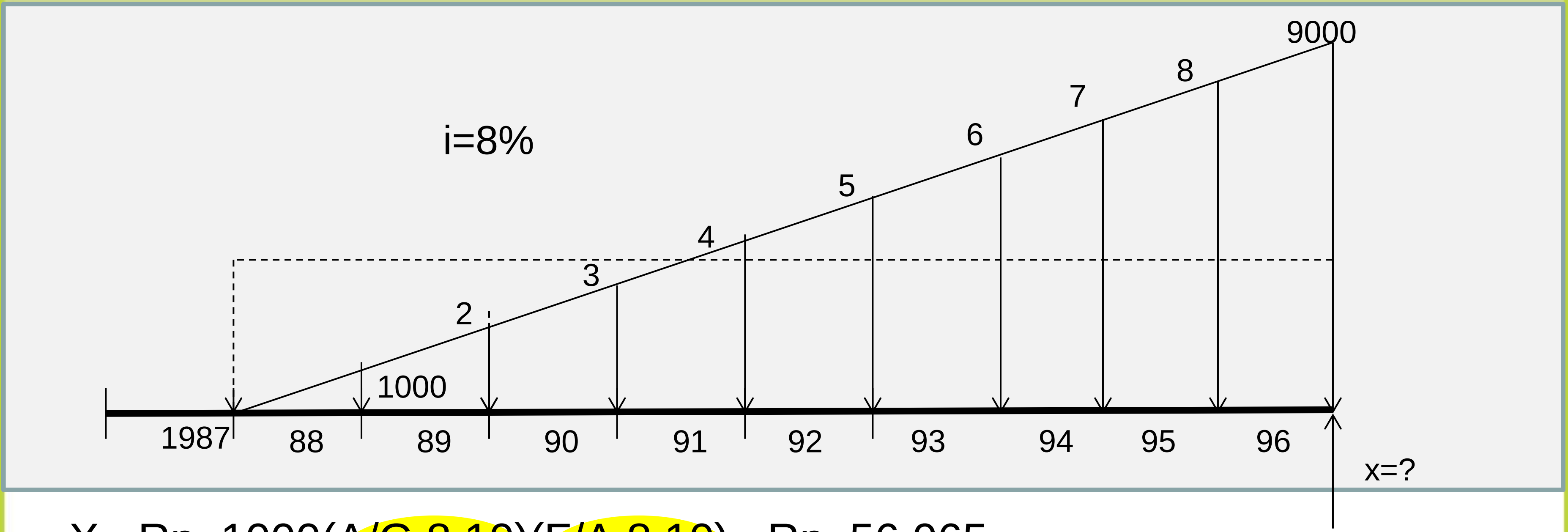
Rp. 2000 pd akhir tahun 1989

Rp. 3000 pd akhir tahun 1990

Dst

Selalu bertambah pd akhir tahun sebesar Rp. 1000 sampai batas akhir simpanan menjadi Rp. 9.000 pd akhir tahun 1996. Berapa besar uang JATJANG pd akhir tahun 1996?

Jawab



X= Rp. 1000(A/G,8,10)(F/A,8,10) =Rp. 56.065

tabel 2= 3.87 tabel 1=14.487

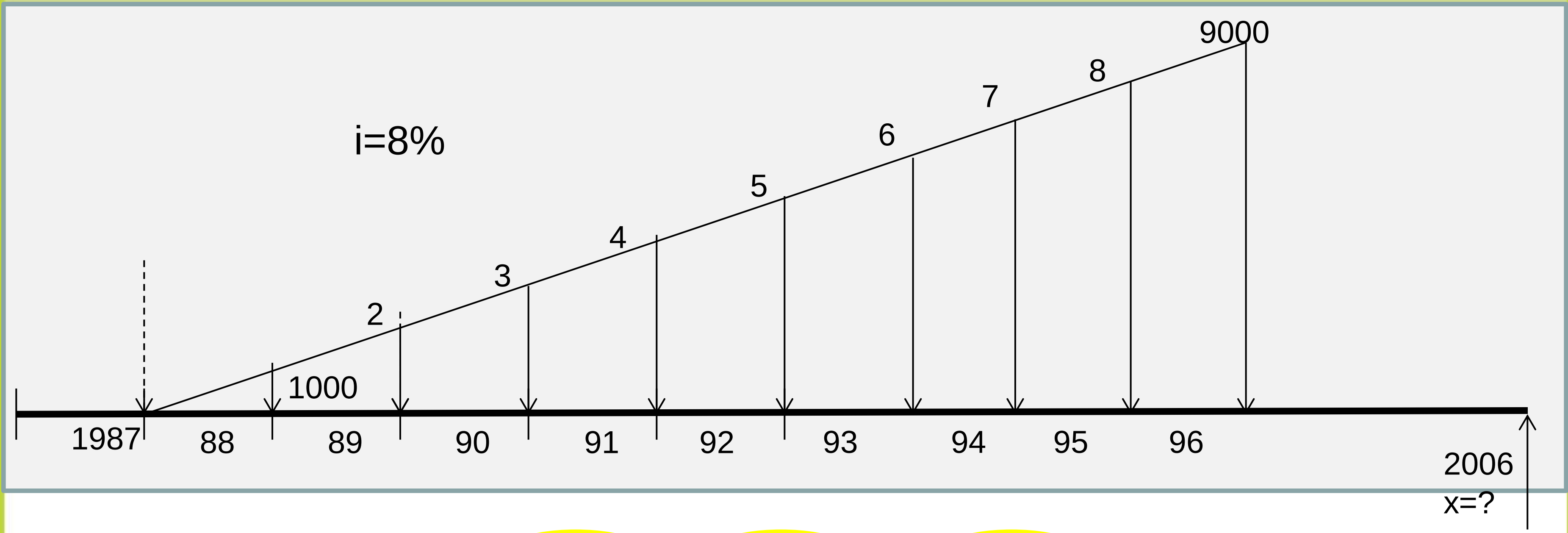
Pd soal ini titik awal kenaikan dimulai akhir th 1987 (awal th 1988) karena tk kenaikan Rp. 1000 dimulai akhir th 1988, sehingga perhitungan periode waktu n=10, dimulai akhir th 1987 sd akhir 1996.

Kesimpulan: untuk menterjemahkan masalah kedalam diagram harus dilakukan dg hati-hati untuk menghindari kesalahan perhitungan.

Soal 2

- Sama dg soal 1 tapi berapa besar uang JATJANG pd akhir tahun 2006?

Jawab



Future value = 1000(A/G, 8,10)(F/A,8,10)(F/P,8,10) = Rp. 121 044,-

3.87 14.487 2.159

Soal 3

Berapa besar uang yg harus disimpan PAISUCEN pd akhir 1970 agar bisa mengambil simpanan dg bunga 7% pd jumlah ini:

Rp. 6000 pd akhir 1975

Rp. 5000 pd akhir 1976

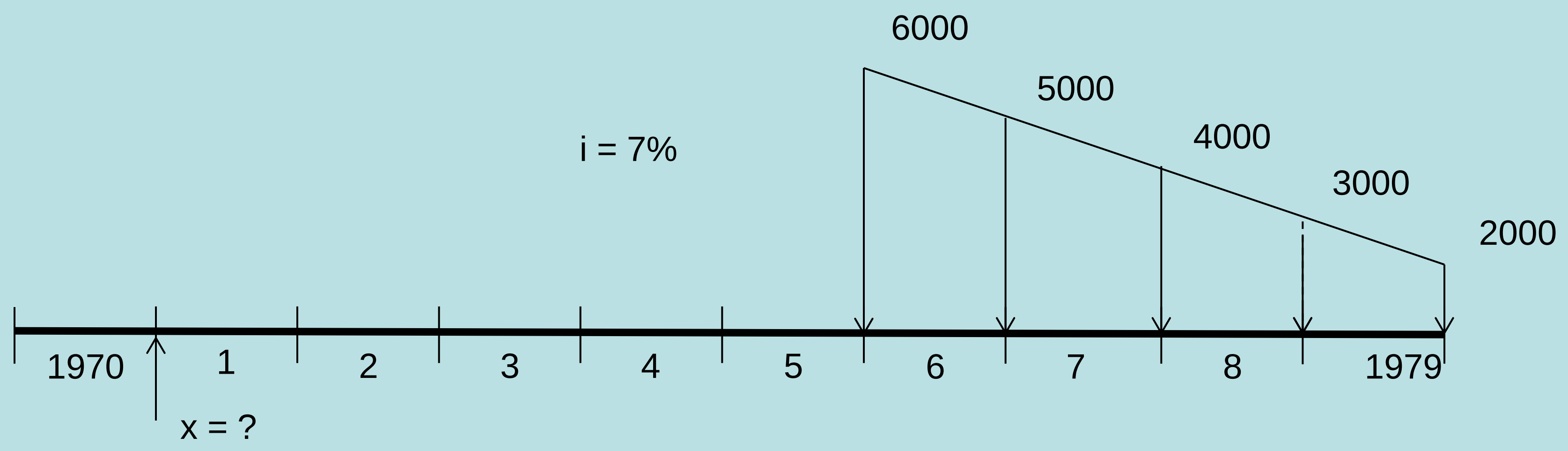
Rp. 4000 pd akhir 1977

Rp. 3000 pd akhir 1978

Rp. 2000 pd akhir 1979

Dan simpanan pd akhir 1979 akan habis

Jawab

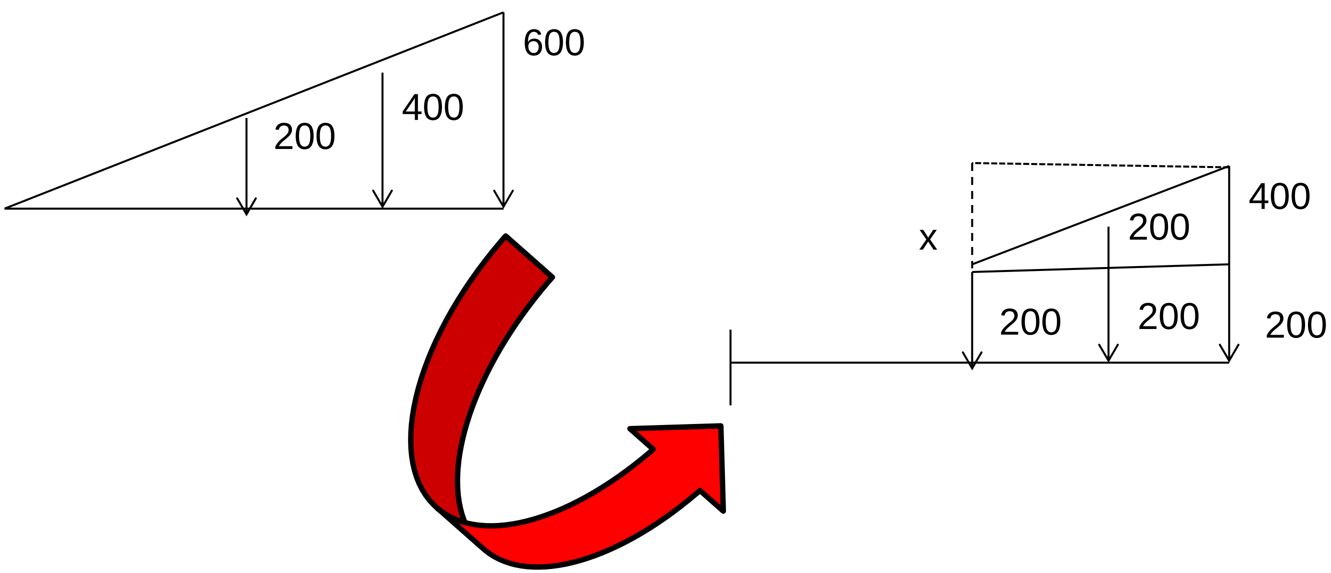


Besarnya penurunan Rp. 1000, sehingga

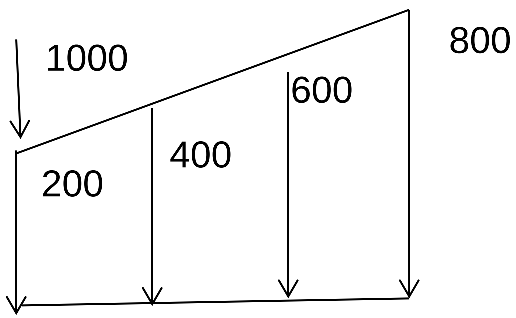
X= {6000-1000(A/G,7,5)}(F/A,7,9)(P/F,79) = Rp. 12950,-

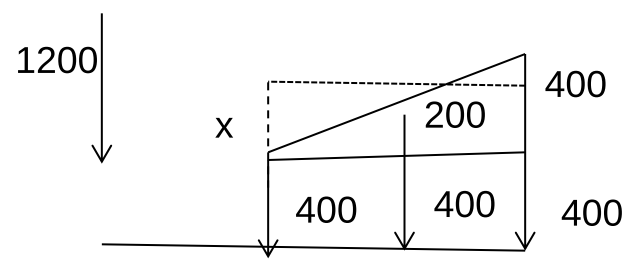
1.86 5.751 0.5439

- Penulisan gradient series seperti halnya pembayaran tahunan harus ditulis pd akhir tahun.
- Bila titio nol gradient series berada pd awal tahun proyek maka harus digambar:



- Bentuk seragam adalah sama dengan hasil ekivalensi x ditambah dg 200
- Bila ada yg dimulai dr awal tahun maka gradient series yg pertama merupakan unsur tambahan harga sekarang, P, sbb:





Harga sekarang menjadi: 1200
Pembayaran tahunan: x+400

Dengan penggandaan yg terus menerus (continous compounding)

Prinsip dasar

Analisis perhitungan yang lalu memakai lajur bunga nominal. Artinya analisis pd titik suatu periode (discrete).

Pd keadaan dimana dipakai laju bunga efektif, analisis perhitungannya harus memakai rumus-rumus untuk penggandaan yg terus menerus (continous compounding).

Notasi:

r = laju bunga efektif (%)

P = Present value

F = Future value

A = Annual payment

n = Jumlah tahun

Rumus 8

Future value

$$F = \bar{P}\,\frac{e^{m}(e^{r}-1)}{re^{r}}$$

Rumus 9

Present value

$$P = \overline{F}\,\frac{(e^{r}-1)}{re^{m}}$$

Rumus 10

Singking fund (penanaman sejumlah uang)

A= $\overline{F}\,\frac{r}{e^{m}-1}$

Rumus 11

Capital recovery (pemasukan kembali modal)

A= $\overline{P}\,\frac{re^{m}}{e^{m}-1}$

Rumus 12

Future value dari annual

$$F = \overline{A}\,\frac{(e^{m}-1)}{r}$$

Rumus 13

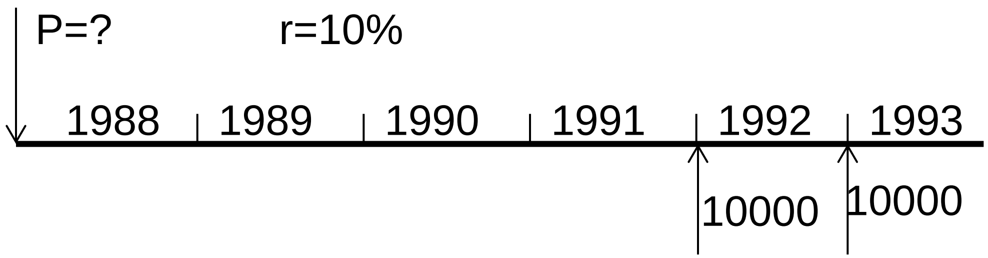
Present value dari annual

P= $\overline{A}\,\frac{(e^{m}-1)}{re^{m}}$

Contoh soal

- VIJAY mengharapkan menerima Rp. 10000 pd akhir tahun 1992 dan akhir tahun 1993.
- Berapa besar nilai uang (PV) yg harus disimpan untuk penerimaan ini pd awal tahun 1988 pd tingkat suku bunga efektif 10%?

Jawab



Berdasar nilai yg akan datang $(\overline{F})$ =

$P = 10000(P/\bar{F},10,5) + 10000(P/\bar{F},10,6)$ = Rp. 12 437,-

Tabel 3=0.6515 tabel 3=0.5922

- Bila dibandingkan dg contoh dr sebelumnya yg hasilnya adalah Rp. 11854,-.
- Dg cara ini hasilnya akan lebih besar, karena untuk laju bunga efektif 10% ekivalen dg laju bunga nominal 9.531%

- Cara penggandaan terus menerus prinsip analisisnya sama dg cara penggandaan yg berperiode.
- Yg beda adalah rumus dan tabel yg dipakai.
- Selanjutnya bila ingin melakukan analisis dg cara ini maka cara2 penggandaan berperiode harus disesuaikan dg tabel dan rumus tsb.
- Cara ini harus selalu konsisten didalam melakukannya.
- Semua komponen dan parameter dr permasalahan yg ada harus dalam bentuk menerus.

- Pd kenyataannya, dlm transaksi perdagangan ataupun penanaman suatu investasi untuk suatu pproyek sangat sulit untuk membuat semuanya dalam periode menerus.
- Sbg contoh : untuk suatu peralatan baru adalah sangat sulit untuk menentukan umurnya secara kontinyu.
- Umumnya pd periode ttt akan dicek dan dievaluasi sejauh mana kemampuan alat tersebut.
- Evaluasi untuk suatu kegiatan pun biasanya pd suatu waktu ttt tidak terus menerus.
- Belum lagi pengaruh eksternal, seperti perubahan suku bunga, perubahan perkembangan global ekoomi, baik yg bersifat lokal maupun regional bahnak internasional.

- Kenyataan bahwa ada beberapa kendala internal dan eksternal maka untuk analisis ekonomi teknik (dapat) direkomendasikan dg cara2 penggandaan berperiode dan (otomatis) bunga yg dipakai adalah bunga nominal.