

Mata Kuliah : Pembelajaran Bilangan di Sekolah Dasar  
Pertemuan Ke : 6  
Pokok Bahasan : Pendekatan Pembelajaran Bilangan Bulat  
Alokasi Waktu : 4 x 100 Menit

### **A. Capaian Pembelajaran Mata Kuliah**

Mahasiswa dapat menerapkan, merancang, membuat dan menjelaskan sistem bilangan operasi hitung pada bilangan bulat, dan merancang pembelajaran operasi hitung bilangan bulat dengan pendekatan pembelajaran tertentu, serta membuat media pembelajaran pada materi operasi hitung bilangan bulat.

### **B. Sub Capaian Pembelajaran Mata Kuliah**

Mahasiswa memiliki kemampuan dalam mendesain pembelajaran materi bilangan bulat dengan pendekatan pembelajaran tertentu.

### **C. Deskripsi Materi**

Bilangan bulat muncul ketika dihadapkan pada permasalahan  $3 + a = 2$  dan diminta untuk menentukan nilai  $a$  yang memenuhi, dengan memperhatikan definisi pada penjumlahan maka diperoleh  $a = 2 - 3 = -3$ ,  $-3$  bukan merupakan bilangan cacah tetapi merupakan bilangan bulat, berarti  $a$  tidak terdefinisi untuk himpunan bilangan cacah.

Operasi pada bilangan bulat yang meliputi penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian merupakan konsep operasi yang dapat diajarkan pada siswa di SD dengan mudah. Hal ini dapat dilakukan dengan melalui beberapa model dimana masing-masing model memiliki kelebihan dan kekurangan. Model model yang dipilih sesuai dengan tingkat pemahaman dan kesiapan siswa.

Beberapa permasalahan kompleks sering dialami siswa SD dalam mempelajari konsep bilangan bulat beserta operasinya, permasalahan ini akan diidentifikasi sehingga dapat diprediksi solusinya sebagai latihan.

Pendekatan pembelajaran merupakan suatu konsep atau prosedur yang digunakan dalam membahas suatu bahan pelajaran untuk mencapai tujuan pembelajaran, pelaksanaannya memerlukan satu atau lebih metode pembelajaran.

Sebelum pada materi operasi hitung pada bilangan bulat saksikan video pembelajaran berikut:

<https://www.youtube.com/watch?v=Ma4YIWJCB5o>.

## 1. Pembelajaran Penjumlahan Pada Bilangan Bulat

### a. Penjumlahan dengan Peragaan Gerakan Model

Penjumlahan pada bilangan bulat dapat dilakukan peragaan gerakan suatu model, yaitu dengan gerakan maju atau gerakan naik dengan ketentuan sebagai berikut.

- 1) Arah menghadap model.
  - a) Positif : Model menghadap ke kanan atau ke atas.
  - b) Negatif : Model menghadap ke kiri atau ke bawah.
- 2) Titik permulaan selalu dimulai dari titik yang mewakili bilangan 0.

**Contoh 1.** Hitunglah jumlah dari  $6 + (-4)$  dengan peragaan gerakan!

Penyelesaian:

Tetapkan posisi awal model sebagai titik nol, lalu hadapkan model ke kanan (dilihat dari posisi siswa). Kemudian gerakkan/langkahkan model ke kanan sebanyak 6 langkah. Setelah itu, balikkan arah model (hadapkan ke kiri) kemudian gerakkan/langkahkan model maju sebanyak 4 langkah. Siswa diminta untuk memperhatikan posisi terakhir model berada, yaitu di titik 2. Jadi  $6 + (-4) = 2$ .

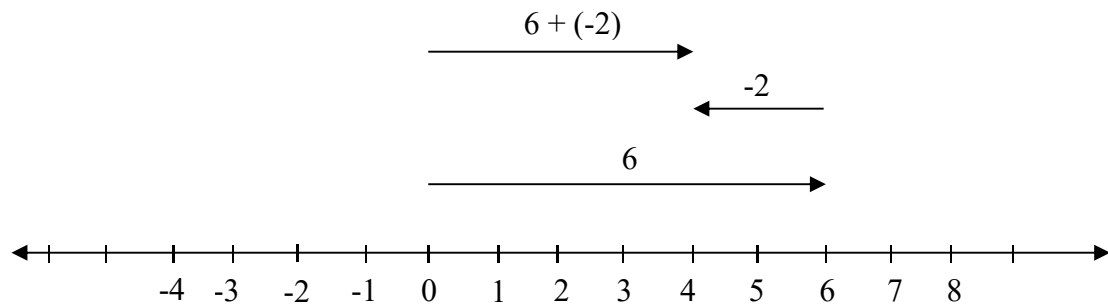
### b. Penjumlahan dengan Menggunakan Garis Bilangan

Kita dapat memikirkan penjumlahan bilangan bulat sebagai suatu gerakan atau perpindahan sepanjang suatu garis bilangan. Suatu bilangan bulat positif menggambarkan gerakan ke arah kanan, sedangkan bilangan bulat negatif menggambarkan gerakan ke arah kiri. Titik permulaan selalu dimulai dari titik yang mewakili bilangan 0.

**Contoh 2.** Hitunglah jumlah dari  $6 + (-2)$  dengan menggunakan garis bilangan !

Penyelesaian :

$6 + (-2)$  berarti suatu gerakan yang di mulai dari 0, bergerak 6 satuan ke kanan dan dilanjutkan dengan bergerak 2 satuan lagi ke kiri. Gerakan ini berakhir di titik yang mewakili bilangan 4. Gerakan tersebut apabila dibuat diagramnya sebagai berikut.



Jadi  $6 + (-2) = 4$

### c. Penjumlahan dengan Menggunakan Muatan

Penjumlahan dengan menggunakan muatan dapat divisualisaikan dengan potongan karton yang berwarna, misal warna hitam dan yang lain warna putih atau warna lain yang sesuai dengan selera masing-masing. Penggunaan warna perlu disepakati pula, misal karton berwarna hitam dianggap mewakili bilangan bulat negatif, sedang karton yang berwarna putih dianggap mewakili bilangan bulat positif, sebagai ilustrasi dinyatakan sebagai berikut berikut.

□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □      Warna putih (positif)  
 ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■      Warna hitam (negatif)

**Contoh 3.** Hitunglah  $7 + (-3)$  !

Penyelesaian :

Ambillah 7 karton putih dan kemudian ambil lagi 3 karton hitam. Pasang-pasangkan masing-masing karton hitam dengan satu karton putih sehingga kira-kira seperti keadaan berikut.

□ □ □ □ □ □ □  
 ↑ ↑ ↑  
 ↓ ↓ ↓  
 ■ ■ ■

Selanjutnya, amati dan hitung banyaknya karton yang tidak mempunyai pasangan. Ternyata ada 4 karton putih yang tidak mempunyai pasangan. Karena karton putih menyatakan bilangan positif, diperoleh  $7 + (-3) = 4$ .

**Contoh 4.** Selesaikan  $(-2) + (-4)$  !

Penyelesaian :

Ambil 2 karton hitam, kemudian ambil lagi 4 karton hitam. Kumpulkan karton-karton tersebut pada satu wadah dan hitung banyaknya seluruh karton hitam yang ada dalam wadah tersebut. Ternyata ada 6 karton hitam. Karena karton hitam menyatakan bilangan negatif, maka diperoleh  $(-2) + (-4) = -6$ .

## Diskusi

Sebagai bahan diskusi saksikanlah video pembelajaran berikut:

<https://www.youtube.com/watch?v=epbpvvoc4Wk>.

## 2. Pembelajaran Pengurangan Pada Bilangan Bulat

### a. Pengurangan dengan Peragaan Gerakan Model

Penjumlahan pada bilangan bulat dapat dilakukan peragaan gerakan suatu model, yaitu dengan **gerakan mundur** atau **gerakan turun** dengan ketentuan sebagai berikut.

- 1) Arah menghadap model.
  - a) Positif : Model menghadap ke kanan atau ke atas.
  - b) Negatif : Model menghadap ke kiri atau ke bawah.
- 2) Titik permulaan selalu dimulai dari titik yang mewakili bilangan 0.

**Contoh 5.** Hitunglah hasil dari  $6 - (-4)$  dengan peragaan gerakan!

Penyelesaian :

Tetapkan posisi awal model sebagai titik nol, lalu hadapkan model ke kanan (dilihat dari posisi siswa). Kemudian gerakkan/langkahkan model ke kanan sebanyak 6 langkah. Setelah itu, balikkan arah model (hadapkan ke kiri) kemudian gerakkan/langkahkan model **mundur** sebanyak 4 langkah. Siswa diminta untuk memperhatikan posisi terakhir model berada, yaitu di titik 10.

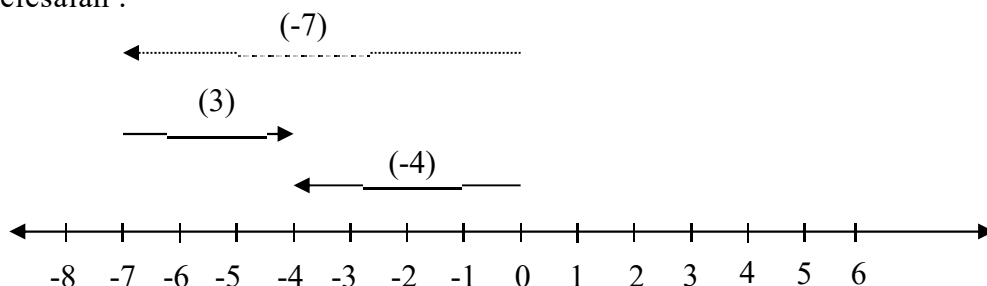
Jadi  $6 - (-4) = 10$ .

### b. Pengurangan dengan Menggunakan Garis Bilangan

Untuk pengurangan dengan garis bilangan, digunakan konsep vektor. Pengurangan dengan metode ini dilakukan dengan cara ujung vektor pengurang dihimpitkan dengan ujung vektor yang dikurangi. Hasilnya adalah vektor yang dimulai dari pangkal vektor yang dikurangi sampai ke pangkal vektor pengurang.

**Contoh 6.** Hitunglah  $(-4) - 3$ .

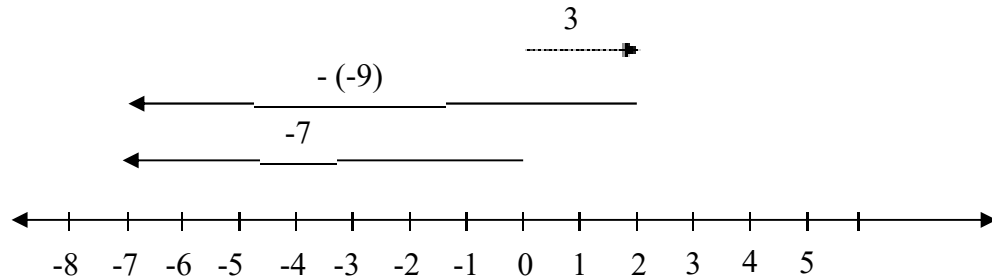
Penyelesaian :



Jadi  $(-4) - 3 = -7$

**Contoh 7.** Selesaikanlah  $(-7) - (-9)$  !

Penyelesaian :



Jadi  $(-7) - (-9) = 2$

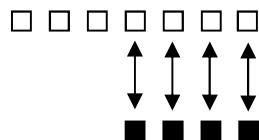
c. Pengurangan dengan Menggunakan Muatan

Pengurangan dengan menggunakan muatan dilakukan dengan cara dan perlengkapan yang sama dengan penjumlahan dengan menggunakan muatan.

**Contoh 8.** Hitunglah  $3 - 7$ .

Penyelesaian :

Sediakan 3 karton berbeda bertanda “ + “. Karena 3 dikurangi 7, maka ambillah 7 karton bertanda “ + “ dari 3 karton bertanda “ + “ yang sudah disediakan. Ternyata tidak bisa, oleh karena itu kita nyatalan 3 sebagai berikut :

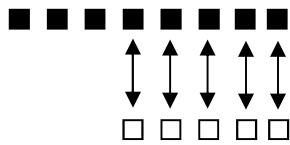


Sekarang, ambillah 7 karton bertanda “ + “ dari kumpulan karton yang menyatakan bilangan 3 tersebut. Yang tertinggal atau tersisa adalah 4 karton bertanda “ - “, yang menyatakan bilangan - 4. Jadi  $3 - 7 = - 4$

**Contoh 9.** Carilah  $(-3) - 5$ .

Penyelesaian :

Sediakan 3 karton berbeda bertanda “ - “. Karena  $(-3)$  dikurangi 5, maka ambillah 5 karton bertanda “ + “ dari 3 karton bertanda “ - “ yang sudah disediakan. Jelas tidak dapat, agar dapat dilakukan maka  $(-3)$  kita nyatakan sebagai berikut :



Sekarang, ambillah 5 karton bertanda “ + “ dari kumpulan karton yang menyatakan bilangan  $(-3)$  tersebut. Ternyata sisa 8 karton yang bertanda “ - “, yang menyatakan bilangan  $- 8$ . Jadi  $(-3) - 5 = - 8$ .

### 3. Pembelajaran Perkalian pada Bilangan Bulat

Untuk menanamkan konsep perkalian pada bilangan bulat, yang melibatkan bilangan bulat negatif agar sukar dilakukan dengan menggunakan alat peraga. Pada batas-batas tertentu, hal tersebut dapat diperagakan dengan menggunakan garis bilangan, khususnya untuk perkalian yang pengalinya meupakan bilangan bulat positif. Cara lain untuk menanamkan konsep perkalian pada bilangan bulat adalah dengan menggunakan pola bilangan.

- a. Perkalian Bilangan Bulat dengan Pengali Bilangan Bulat Positif dan Terkali Bilangan Bulat Negatif

**Contoh 10.** Hitunglah  $4 \times (-2)$ .

Penyelesaian :

Perhatikan bahwa  $4 \times (-2) = (-2) + (-2) + (-2) + (-2) = (-8)$ .

- b. Perkalian Bilangan Bulat dengan Pengali Bilangan Bulat Negatif dan Terkali Bilangan Bulat Positif

Untuk menjelaskan perkalian jenis ini, sebaiknya menggunakan pola bilangan, dan yang perlu diperhatikan adalah para siswa perlu diingatkan kembali tentang perkalian pada bilangan cacah.

**Contoh 11.** Carilah  $(-3) \times 4$ .

Penyelesaian :

Perhatikan pola bilangan berikut :

$$\begin{array}{rcl} 2 \times 4 = 8 & \downarrow & -4 \\ 1 \times 4 = 4 & \downarrow & -4 \\ 0 \times 4 = 0 & \downarrow & -4 \\ (-1) \times 4 = ? & \downarrow & -4 \\ (-2) \times 4 = ? & \downarrow & -4 \\ (-3) \times 4 = ? & \downarrow & -4 \end{array}$$

Amati bahwa faktor kedua (terkali) dalam perkalian ini adalah tetap 4, sedangkan faktor pertama (pengali) berkurang satu demi satu. Ternyata hal ini diikuti berkurangnya hasil perkalian empat demi empat. Berdasarkan pola ini diperoleh  $(-3) \times 4 = 12$ .

- c. Perkalian Bilangan Bulat dengan Pengali dan Terkali Masing-Masing Bilangan Bulat Negatif

Untuk menanamkan konsep perkalian pada bagian ini, dipersyaratkan siswa harus sudah menguasai perkalian bilangan bulat yang pengalinya positif dan terkali negatif atau pengalinya negatif dan terkali positif. Untuk lebih jelasnya perhatikan contoh berikut.

**Contoh 12.** Carilah  $(-3) \times (-4)$ .

Pembahasan:

Perhatikan pola bilangan berikut :

$$\begin{array}{rcl} 3 \times (-4) = -12 & \downarrow & +4 \\ 2 \times (-4) = -8 & \downarrow & +4 \\ 1 \times (-4) = -4 & \downarrow & +4 \\ 0 \times (-4) = 0 & \downarrow & +4 \\ (-1) \times (-4) = ? & \downarrow & +4 \\ (-2) \times (-4) = ? & \downarrow & +4 \\ (-3) \times (-4) = ? & \downarrow & +4 \end{array} \quad \text{atau} \quad \begin{array}{rcl} (-3) \times 3 = -9 & \downarrow & +3 \\ (-3) \times 2 = -6 & \downarrow & +3 \\ (-3) \times 1 = -3 & \downarrow & +3 \\ (-3) \times 0 = 0 & \downarrow & +3 \\ (-3) \times (-1) = ? & \downarrow & +3 \\ (-3) \times (-2) = ? & \downarrow & +3 \\ (-3) \times (-3) = ? & \downarrow & +3 \\ (-3) \times (-4) = ? & \downarrow & +3 \end{array}$$

Amati bahwa pada pola bilangan sebelah kiri, terkali tetap  $(-4)$  sedangkan pengali berkurang satu satu demi satu. Ternyata hasil kalinya bertambah empat demi empat. Pada

pola bilangan sebelah kanan, pengali tetap  $(-3)$  sedangkan terkali berkurang satu demi satu. Ternyata hasil kalinya bertambah tiga demi tiga. Kedua pola bilangan tersebut memberikan hasil yang sama yaitu  $(-3) \times (-4) = 12$ .

#### 4. Pembelajaran Pembagian Pada Bilangan Bulat

Penanaman konsep pembagian pada bilangan bulat sukar ditunjukkan dengan menggunakan alat peraga. Salah satu caranya dapat dilakukan dengan menggunakan konsep perkalian bilangan bulat dan didefinisi pembagian bilangan bulat.

**Contoh 13.** Hitunglah  $12 : (-3)$ .

Pembahasan:

Karena  $12 : (-3) = \square$  ekuivalen dengan  $12 = \square \times (-3)$  maka untuk mencari hasil dari  $12 : (-3)$  dapat dilakukan dengan mencari bilangan bulat yang apabila dikalikan dengan  $(-3)$  hasilnya 12. Ternyata  $(-4) \times (-3) = 12$ . Jadi  $12 : (-3) = -4$

**Contoh 14.** Selesaikan  $(-10) : 5$ .

Penyelesaian :

Karena  $(-10) : 5 = \square$  ekuivalen dengan  $(-10) = 5 \times \square$  maka untuk mencari hasil dari  $12 : (-3)$  dapat dilakukan dengan mencari bilangan bulat yang apabila dikalikan dengan 5 hasilnya  $(-10)$ . Ternyata  $5 \times (-2) = -10$ . Hal ini berarti  $(-10) : 5 = -2$

Selanjutnya akan dibahas cara menjelaskan pembagian bilangan bulat yang pembagiannya nol. Dalam hal ini akan ditinjau dua kasus yaitu kasus pertama terbagi bukan nol dan kasus kedua terbagi nol.

Sebagai contoh, carilah  $9 : 0$ . Berdasarkan uraian di muka  $9 : 0 = \square$  ekuivalen dengan  $9 = \square \times 0$ . Kemudian siswa diarahkan untuk mencari bilangan bulat yang apabila dikalikan dengan nol hasilnya 9. Ternyata tidak ada bilangan bulat yang memenuhi  $\dots \times 0 = 9$ . Hal ini berarti tidak ada bilangan bulat yang memenuhi  $9 : 0$ . Selanjutnya guru menjelaskan bahwa dalam matematika dikatakan  $9 : 0$  tidak didefinisikan.

Selanjutnya bagaimana dengan  $0 : 0$ ?. Karena  $0 : 0 = \square$  ekuivalen dengan  $0 = 0 \times \square$ , maka siswa diarahkan untuk mencari bilangan bulat yang apabila dikalikan dengan nol hasilnya nol. Ternyata semua bilangan bulat, apabila dikalikan nol hasilnya nol. Hal ini berarti  $0 : 0$  tidak mempunyai hasil yang tunggal. Karena setiap pembagian harus mempunyai hasil yang tunggal dan  $0 : 0$  tidak mempunyai hasil yang tunggal, dalam matematika dikatakan  $0 : 0$  tidak didefinisikan.



#### D. Lembar Diskusi

1. Bagaimana cara menanamkan konsep penjumlahan dan pengurangan pada bilangan bulat yang selama ini Anda lakukan?
2. Diskusikan dengan teman Anda, bagaimana cara menanamkan konsep penjumlahan dan pengurangan pada bilangan bulat dengan model muatan.
3. Diskusikan dengan teman Anda, bagaimana cara menanamkan konsep perkalian pada bilangan bulat dengan model garis bilangan.
4. Perhatikan video berikut kemudian temukanlah kesalahan konsep pada pembelajarannya <https://www.youtube.com/watch?v=aNjHgeg-VzI>.

#### E. Tes Evaluasi

1. Tentukan hasil  $60 - (42 + 6) : 12 \times 2 + 10$ .
2. Seorang guru hendak menjelaskan operasi hitung pada bilangan bulat dengan menggunakan model muatan. Berdasarkan penjelasan dari guru, Siswa A melakukan peragaan sebagai berikut. Mula-mula ia meletakkan 7 buah kertas berwarna hitam (bermuatan negatif) ke dalam papan peragaan. Kemudian ia menambahkan lagi ke dalam papan peragaan tersebut 10 pasang kertas bermuatan netral (10 buah kertas berwarna putih (bermuatan positif) dan 10 buah kertas berwarna hitam), lalu ia mengambil kembali 17 buah kertas berwarna hitam. Sedangkan, Siswa B melakukan peragaan sebagai berikut. Mula-mula ia meletakkan 7 buah kertas berwarna hitam (bermuatan negatif) ke dalam papan peragaan. Kemudian ia menambahkan lagi ke dalam papan peragaan tersebut 12 pasang kertas bermuatan netral (12 buah kertas berwarna putih (bermuatan positif) dan 12 buah kertas berwarna hitam), lalu ia mengambil kembali 17 buah kertas berwarna hitam.  
Pertanyaan:
  - a. Evaluasilah, kebenaran jawaban Siswa A dan Siswa B! Berikan argumentasi Saudara!
  - b. Berapa penyelesaian (jawaban) dari operasi hitung yang sedang diselesaikan oleh Siswa A dan Siswa B?
3. Dalam suatu tes, seorang guru memberikan soal hitung campuran sebagai berikut: Hasil dari  $30 - 24 : 4 \times 3 + 10 = \dots$ . Berdasarkan soal tersebut, Siswa A memberikan jawaban 22, sedangkan Siswa B memberikan jawaban 18. Pertanyaan:
  - a. Berapa jawaban yang benar dari soal hitung campuran tersebut?
  - b. Evaluasilah, kebenaran jawaban Siswa A dan Siswa B!
  - c. Berdasarkan kasus tersebut jelas bahwa telah terjadi kesalahan konsep. Analisislah, bagaimana kesalahan konsep itu terjadi? Bagaimana cara mengatasinya?