LINGKARAN

7.1 Penggunaan lingkaran, Pada sejarah peradapannya terus menerus mengalami peningkatan dalam kehidupan dan pekerjaan. Salah satu bentuk pengaplikasian lingkaran dalam keseharian adalah pada roda. Tanpa adanya roda, pekerjaan dibumi tidak akan jalan. Suatu perusahaan akan pincang jika penggunaan lingkaran tidak dalam bentuk roda,gigi roda,as roda. Akibatnya transportasi akan kembali pada jaman prasejarah dimana tidak ada sepeda,mobil,kereta,pesawat. Yang ada hanya logam-logam tak berguna,plastik,kayu.

7.2 Sejarah lingkaran

penemuan dan penggunaan tanggal roda melingkar kembali ke masa yang sangat awal . tidak ada yang tahu ketika roda diciptakan atau yang menciptakannya . beberapa athorities percaya bahwa roda ditemukan beberapa tempat di asia sekitar 10.000 yaers lalu . roda tertua yang ada ditemukan di Mesopotamia pada tahun 1927 ketika arkeolog menemukan sebuah kereta roda empat diketahui telah ada sekitar 5.500 tahun yang lalu.

Thales adalah seorang yang terkenal tentang karakter deduktif proposisi geometrisnya . Salah satu yang paling luar biasa dari prestasi gometricalnya membuktikan bahwa setiap sudut tertulis dalam bentuk setengah lingkaran harus menjadi sudut kanan.

Pythagoras adalah pendiri sekolah Pythagoras ,dengan saudaranya yang memiliki keyakinan filosofis umum . Mereka terikat oleh sumpah untuk tidak mengungkapkan ajaran atau rahasia sekolah . Pythagoras adalah satu satunya seorang filsuf. Anggota sekolahnya membual bahwa mereka mencari pengetahuan, bukan kekayaan . Mereka mungkin yang pertama untuk mengatur berbagai proposisi pada angka-angka geometris dalam rangka alogical. Tidak ada usaha pada awalnya dibuat untuk menerapkan pengetahuan ini untuk mekanik praktis . Banyak pekerjaan awal konstruksi geometris yang melibatkan lingkaran oleh tim ini. Euclid mucul secara sistematis , bukti ketat dari proposisi terkemuka geometri diketahui pada waktunya . Karyanya yang berjudul " Elemen " adalah sebagian besar kompilasi karya-karya filsuf sebelumnya dan matematika . Namun , bentuk di mana proposisi disajikan , terdiri dari pernyataan , konstruksi , bukti dan kesimpulan , adalah karya Euclid. Banyak pekerjaan Euclid itu dilakukan ketika ia menjabat sebagai guru di alexandria . Besar kemungkinan bahwa " unsur-unsur " nya ditulis untuk digunakan sebagai teks di sekolah waktu itu. Orang Yunani sekaligus mengadopsi bekerja sebagai buku teks standar mereka dalam studi mereka pada matematika murni . Semua itu selesai lebih dari 2000 tahun , karya Euclid ini telah menjabat sebagai dasar untuk sebagian besar buku pelajaran lain dalam bidang ini.

Archimedes pada jamannya , menyatakan bahwa itu tidak diinginkan untuk filsuf untuk menerapkan hasil dari ilmu matematis untuk setiap penggunaan praktis . Namun , dia memperkenalkan sejumlah penemuan baru.

Sebagian pembaca sudah familiar dengan kisah deteksi nya dari penipuan tukang emas yang diencerkan emas di mahkota raja . Sekrup Archimedes digunakan untuk mengambil air dari sungai Nil . Membakar gelas dan cermin menghancurkan kapal-kapal musuh dan ketapel besar untuk menjaga romans mengepung syracuse di teluk yang perangkat dikaitkan dengan kecerdikan mekanik yang luar biasa dari orang ini .

Ilmu saat ini disebut prinsip archimedes yang berurusan dengan mekanik padatan dan cairan. Karyanya yang berhubungan dengan radius dan keliling lingkaran dan menemukan luas lingkaran tersebut dikenal hingga saat ini.

Hal itu menjelaskan bahwa archimedes dibunuh oleh tentara musuh yang sedang belajar desain geometris dengan cara ia ditarik di pasir.

7.3 Definisi Dasar

Untuk mengembangkan bukti untuk berbagai teorema pada lingkaran , kita harus memiliki dasar definisi dan postulat . Banyak istilah yang akan didefinisikan siswa untuk mengenali dari studi sebelumnya dalam matematika.

Lingkaran adalah himpunan titik-titik yang berbaring di satu bidang yang masing-masing berjarak sama dari titik tertentu dari bidang. titik tertentu disebut pusat lingkaran. Lingkaran sering digambarkan dengan kompas. Symbol lingkaran seperti $\odot$. Pada gambar 7.3, O disebut sebagai $\odot ABC$.

Sebuh ruas garis dari titik akhir adalah pusat dari lingkaran dan satu tiitk yang lain pada lingkaran disebut jari-jari lingkaran.$\overline{OA}$, $\overline{OB}$ dan $\overline{OC}$ adalah bagian dari $\odot O$. Kita dapat mengatakan bahwa radian dari lingkaran yang sama adalah kongruen.

Sebuah tali busur dari sebuah lingkaran adalah ruas garis dari tititk akhir sebuah lingkaran. Sebuah diameter adalah sebuah tali bususr yang memeut pusat lingkaran. $\overline{ED}$ adalah sebuah tali busur dari lingkaran seperti paada gambar 7.3

Kita menyebut bahwa jari-jari dan diameter adalah ruas garis yang merupakan gabungan dari titik. Kita sering mengatakan bahwa sebuah jari-jari pada lingkarang mempunyai ukuran 7cm. atau kita sering mengatakan bahwa diameter 2x dari jari-jari.

Lingkaran dikatakan kongruen jika mereka mempunyai radian yang kongruen. Pusat lingkaran adalah bidang yang mempunyai pusat yang sama dan radian yang tidak kongruen.

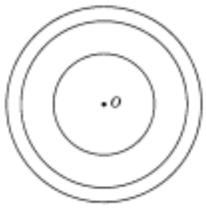


Fig. 7.5. Concurrent circles.

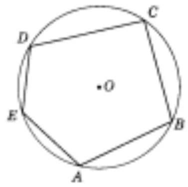


Fig. 7.6. Inscribed polygon.

Sebuah lingkaran dikatakan memebatasi sebuah polygon ketika lingkarang tersebut memuat semua titik sudut dari polygon. Pada gambar 7.6 lingkaran membatasi polygon ABCDE.

Sebuah polygon dikatakan terlukis didalam lingkaran jika setiap titik dari polygon terletak pada lingkaran. Garis polygon akan membentuk tali busur pada lingkaran. Polygon pada gambar 7.6 terlukis dalam lingkaran.

Bagian dalam sebuah lingkaran adalah bagian dari titik pusat lingkaran dan gabungan dari semua titik yang terdapat dari bidang lingkaran yang jarak dari pusat kurang dari jari-jari.

Bagian luar sebuah lingkaran adalah gabungan dari titik yang terdapat pada bidang lingkaran dimana jarak dari pusatnya lebih besar dari jari-jari.

7.4 garis singgung dan garis potong

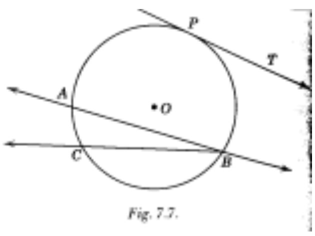


Fig. 7.7.

Sebuah garis dikatakan garis singgung sebuah lingkaran jika garis tersebut terletak dibagian lingkaran dan memotong lingkran hanya pada satu titik. Titik tesebut disebut titik singgung. Pada gambar 7.7 $\overleftrightarrow{PT}$ menyinggung ⊙ O

Jika sebuah garis atau sinar memuat sebuah tali busur dari sebuah lingakaran maka garis atau sinar tersebut disebut garis potong lingkaran. Pada gambar 7.7, $\overleftrightarrow{AB}$ dan $\overleftrightarrow{BC}$ adalah garis potong.

7.5 Postulat Lingkaran

Postulat 19

Pada sebuah bidang satu dan hanya satu lingkaran dapat digambar dengan memberikkan titik yang disebut titik pusat dan memberikkan garis yang disebut jari-jari.

7.6 Sudutdan Busur

Sudut dan busur merupakn gabungan dari titik-titi yang trdapat pada lingkaran. Kita tidak menggunakan istilah “kurva” karena istilah “kurva” sudah dibahas pada pembelajaran sebelumnya.

Sudut pusat dari sebuah lingkaran adalah sudut yang titik pusatnya berada pada lingkaran. Pada gambar 7.8 $\angle AOB, \angle BOC, \angle COD$ adalah besar sudut. $\angle AOB$ dikatakan memotong$\widehat{AB}$ sedangkan $\widehat{AB}$ dikatakan bagian dari pusat $\angle AOB$.

Jika A dan B adalah titik dari lingkaran O dan titik A serta titik B bukan merupakan titik akhir dari seuatu diameter, maka bagian dari A,B dan gabungan dari titik yang terdapat pada lingkaran bagian dalam, maka $\angle AOB$ sudut kecil dari lingakaran. Bagian dari A,B dan gabungan dari titik dari bagian luar lingkaran O maka sudut $\angle AOB$ adalah busur besar dari lingkaran. Jika A dan B adalah titik akhir dari suau diameter lingkaran O maka bagian A,B dan gabungan dari titik pada lingkaran yang pertama dari sebuah bidang stengah lingkaran dari $\overleftrightarrow{AB}$, maka hal tersebut disebut bidng setengah lingkaran atau busur setengah lingkaran. Pada beberapa kasus A dan B disebut titik akhir dari busur.

Jika A dan B adalah titik dari lingkaran O, lingkaran tersebut membagi busur kecil dan busur besar kdalam dua bidang setengah lingkaran. Busur AB biasanya disimbolkan dengan $\widehat{AB}$. Biasanya $\widehat{AB}$ dijelaskan dengan pernyataan apakah busur$\widehat{AB}$ menjelaskan busur kecil atau busur besar.

Jika A dan B adalah titik dari lingkaran O, lingkaramn membagi sebuah busur kecil dan busur besar atau dua bidang setengah lingkaran. Busur AB biasa disimbolkan dengan $\widehat{AB}$. Biasanya $\widehat{AB}$ dijelaskan apakah $\widehat{AB}$ menjelaskan busur kecil atau busur besar. Bagaimanapun untuk membuat penjelasan yang tepat tentang hal tersebut, titik yang lain dapat diseleksi.Pada gambar 7.9 $\widehat{AEB}$ menjelaskan busur kecil.

7.7 Bola

Banyak istilah dan penjelasan yang digunakan dalam lingkaran yang dihubungkan dengan istilah dan penjelasan dalam sebuah bola kecuali bahwa kita menghilangkan batas “pada sebuah bidang”

Penjelasan: Sebuah bola adalah gabungan dari semua titik yang berada dalam sebuah ruangan yang setiap jaraknya samadari sebuah titik, yang disebut pusat.

Jari-jari adalah sebuah garis yang menghubungkan pusat dengan sembarang garis yang terdapat pada bola. Sebuah bola dikatakan kongruen jika bola tersebut mempunyai radian yang kongruen.

Sebuah titik berada didalam atau diluar sebuah bola manakala jarak titik titik tersebut lebih kecil atau lebih besar dari sebuah jari-jari.

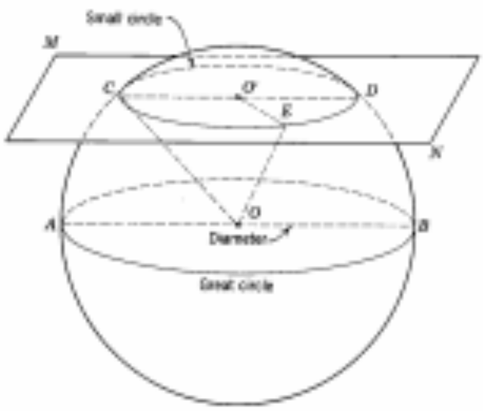


Fig. 7.10.

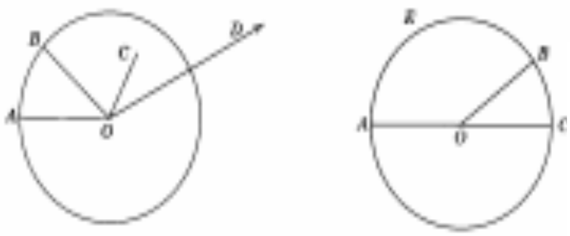


Fig. 7.8.

Fig. 7.9.

Sebuah diameter dari sebuah bola adalahb sebuah garis yang melalui pusat dan mempunyai titik akhir pada dola. Diameter dari sebuah bola dua kali lebih besar dari jari-jari

Jika sebuah bidang memotpng sebuah bola, perpotongan tersebut disebut lingkaran. Jika bidang memuat sebuah diameter dari bola, lingkaran tersebut disebut lingkaran besa, dan yang lain disebut lingkaran kecil. Semua lingkaran besar dari sebuah bola adalah kongruen. Setiap lingkaran besar membagi dua bola yang disebut belahan bola, belahan bola tersebut dibatasi lingkaran

Sebuah bidang dikatakkan garis yang menyinggung sebuah bola jika bidang tersbut memotong bola hanya pada satu titik/

Tangki yang berbentuk bola(lih. Gambar 7.11) adalah tangkli yang paling kuat ketika diberikan volume yang dapat dihasilkan dari sebuah subsransi.

7.8 Bagian dari Bola

Berdasarkan fakta tentang bola, dapat dibuktikan bahwa :

1. Melalui tiga titik dari sebuah bola, satu dan hanya satu lingkaran kecil yang dapat dibuat
2. Melalui titik akhir dari diameter bola, sembarang lingkaran besar yang dapat dibuat.

3. Melalui dua titik yang bukan merupakan titik akhir dari diameter sebuah bola, hanya satu lingkaran besar yang dapat digambar
4. Sebuah bidang tegak lurus dengan sebuah jari-jari pada titik sebuah bola maka hal tersebut disebut garis singgung sebuah bola

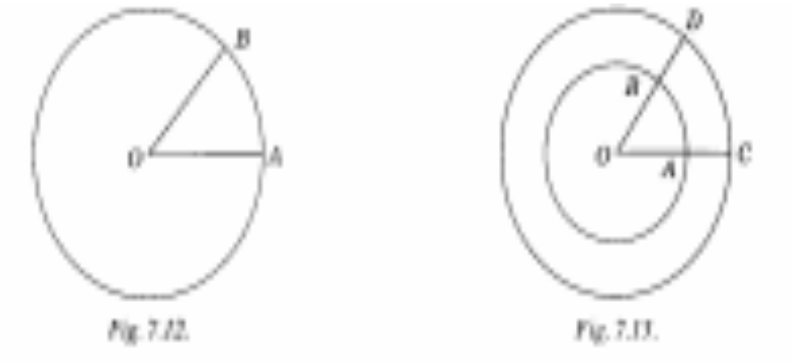
7.19 Mengukur Pusat sudut dan busur

Sebuah jumlah dapat diukur dengan menhitung bagaimana jumlah banyak waktu memuat jumlah yang lain dengan jenis yang sama, maka itu disebut bagian dari ukuran.

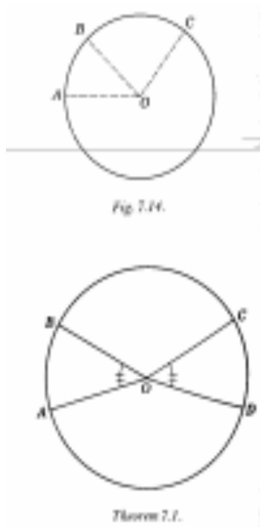
Pada bab I kita sudah mempelajari bahwa sudut adalah bagian dari ukuran sudut.

Bagian dari busur adalah busur yang dipotong oleh pusat sudut dari satu derajat, hal tersebut disebut dengan sebuah sudut. Besar busur derajat sebuah titik dan besar busuur derajat dalam sebuah lingkaran adalah 360. Itu dapat dijelaskan bahwa derajat sudut tidak sama dengan derajat buisur.Hubungan ini dapaty dijelaskan dengan penjelasan dibawah ini.

Pengertian: jika $\widehat{ACB}$ adalah sebbuah busur kecil lalu besar$\widehat{ACB}$ adalah sama dengan ukuran sudut pusat. Jika $\widehat{ACB}$adalah bidang setengah lingkaran, lalu besar $\widehat{ACB}$ = 180. Jika $\widehat{ADB}$ adalah sebuah busur besar dan $\widehat{ACB}$ adalah sama dengan busur kecil, lalu $\widehat{ADB}$ = 360 - $\widehat{ACB}$.



Pada gambar 7.12. $m\angle O = 40$, lalu $m\widehat{AB}$ = 40. Hubungan itu dapat ditulis $m\angle O$= $m\widehat{AB}$. Untuk lebih singkatnya kita sring kali mengatakan bahwa “ sudut pusat O diukur dengan $m\widehat{AB}$ “. Tapi hal tersebut tidak bisa dibaca bahwa “sudut O sama dengan $\widehat{AB}$ ”, karena sebuah sudut tidak sama dengan sebuah busur. Siswa tidak boleh keliru dalam membedakan antara besar derajat sebuah busur dengan panjang busu. Derajat sebuah busur bukan bagian bari panjang. Dua busur dikatakan sama atau kongruen jika mereka mempunyai ukuran yang sama.



7.10 Perbandingan Sudut

Perbandingan antara panjang busur dan derajat busur dapat diilustrasikan pada gambar 7.13. Pada gambar tersebut kita mempunyai dua lingkaran yang tidak sama dengan pusat yang sama. $\widehat{AB}$ dan $\widehat{CD}$ dipotong oleh pusat sudut yang sama ($\angle COD$). $\widehat{AB}$ dan $\widehat{CD}$ harus memuat besar derajat busur yang sama m$\widehat{AB}$ = m$\widehat{CD}$ atau $\widehat{AB} \cong \widehat{CD}$. Bagaimanapun panjangbusurnya tidak sama. Disini kita mempunyai dua busur pada lingkaran yang berbeda dengan besar busur derajat yang sama, tetapi panjangnya tidak sama.

Postulat 20 Postulat Penambahan Sudut

Jika perpotongan$\widehat{AB}$ dan $\widehat{BC}$ dari lingkaran adalah titik tunggal B. Lalu m$\widehat{AB}$ + m$\widehat{BC}$= m$\widehat{AC}$.

Teorema 7.1 Jika pada lingkaran terdapat dua pusat sudut yang kongruen, Maka busur yang terbentuk juga kongruen

Diberikan: $\odot O$ denagan $\angle AOB \cong \angle COD$

Buktikan: $\widehat{AB} \cong \widehat{CD}$

Pernyataan		Alasan
1. $\angle AOB \cong \angle COD$	2.	Diberikan
2. $m\angle AOB = m\angle COD$	2.	Pengertian dari $\cong \angle$
3. $m\angle AOB = m\widehat{AB} m\angle COD = m\widehat{CD}$	3.	Pengertian ukuran busur
4. $m\widehat{AB} = m\widehat{CD}$	4.	Substitusi
5. $\widehat{AB} \cong m\widehat{CD}$	5.	Pengertian dari $\cong$ busur

Teorema 7.2 Jika dua busur pada sebuah lingkaran adalah kongruen, lalu sudut pusat yang dipotong oleh busur tersebut adalah kongruen.

Latihan

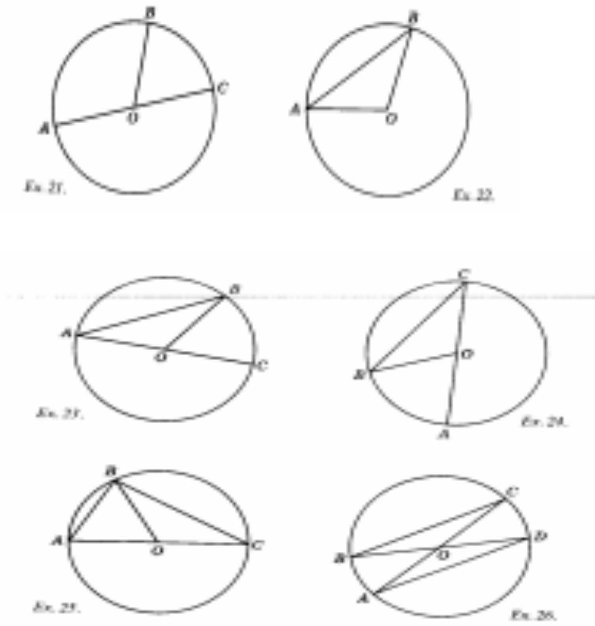
Tentukan pernyataan dibawah ini mana yang benar dan mana yang salah

1. Semua sudut pusat dari liongkaran yang sama adalah kongruen
2. Jika radian dari dua lingkaran tidak kongruen,maka lingkaran tersebut tidak kongruen
3. Dua lingkaran dengan radian 10 inchi mempunyai diameter yang kongruen
4. Sebuah titik berada diluar lingkaran jika jarak titikk tersebut dari pusat lingkaran adalah sama ukurannya dengan diameter dari lingkaran
5. Ukuran busur besar lebih besar dari ukuran busur kecil
6. Titik pusat sudut berada pada lingkaran
7. Setiap lingkaran mempunyai tepat dua bidang setengah lingkaran
8. Sebuah busur dari sebuah lingkaran merupakan bagian dari sebuah sudut pusat
9. Semua bidang setengah lingkaran adalah kongruen
10. Jika dua busur dari lingkaran yang sama adalah kongruen sudut pusatnya harus kongruen
11. Sebuah tali busur adalah sebuah diameter
12. Beberapa radian dari sebuah lingkaran adalah tali busur dari lingkarean tersebut
13. Setiap diameter adalah tali busur
14.
15.
16. Perpotongan dari sebuah bidang dan sebuah bola didapatkan sebuah titik
17. Perpotongan dari dua diameter dari sebuah lingkaran adalah empat titik
18. Tidak ada tali busur dari sebuah lingkaran yang sama dengan lingkaran
19. Sebuah bola adalah gabungan dari titik

20. Setiap bola hanya mempunyai satu limgkaran besar

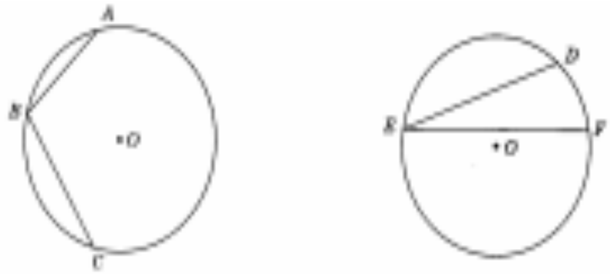
Latihan (B)

Tentukan besar sudut dari setiap pernyataan berikut!

21. 22. 23. 24. 25. 26.	Diberikan: $m\widehat{BC}$= 70, $\overline{AC}$ adalah sebuah diameter Tentukan: $m\angle AOB$ Diberikan: $m\angle AOB$= 36° Tentukan: $m\widehat{AB}$ Diberikan: : $m\angle OAB$= 30°; $\overline{AC}$ adalah sebuah diameter Tentukan: $m\widehat{BC}$ Diberikan: $m\widehat{AB}$= 70; , $\overline{AC}$adalah sebuah diameter. Tentukan: $m\angle OBC$ Diberikan: $m\angle AOB$= 60°; $\overline{AC}$ adalah sebuah diameter Tentukan: a. : $m\angle ABC; b. m\widehat{BC}$ Diberikan: $m\widehat{AD}$= 140; $\overline{BD}$ dan $\overline{AC}$ adalah diameter Tentukan: $m\angle OBC$	

7.13 Melukis Sudut

Sebuah sudut dapat dilukis pada busur dari sebuah lingkaran, jika titik akhir dari busur adalah titik yang terletak pada sisi dari sebuah sudut dan jika titik dari sebuah sudut bukan merupakan titik akhir dari sebuah busur pada gambar 7.15a $\angle ABC$ dilukis dari busur kecil ABC. Pada gambar 7.15b $\angle DEF$ dilukis dari busur besar DEF. Sudut tersebut disebut lukisan sudut



(a) Fig. 7.15. (b)

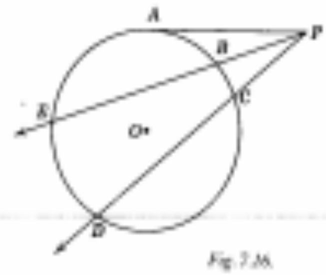


Fig. 7.16.

7.14 Perpotongan Sudut

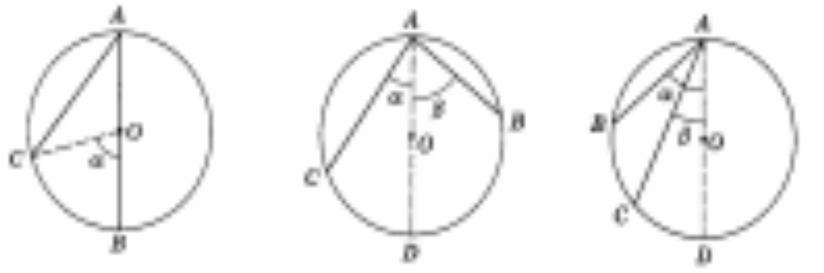
Sebuah sudut menghadap sebuah busur jika titik akhir dari busur terletak pada sisi dari sudut dan setiap titik dari sudut memuat satu-satunya titik akhi rdari busur, kecuali untuk titik akhir, busur terletak pada bagian dalam sudut pada gambar 7.15 $\angle ABC$ menghadap $\widehat{AC}$ dan $\angle DEF$ menghadap $\widehat{DF}$. Padagambar 7.16 $\angle APB$ menghadap $\widehat{AE}\ dan\ \widehat{AB}\angle EPD$ menghadap $\widehat{DE}$ dan$\widehat{BC}$

Teorema 7.3

7.15. Ukuran dari lukisan sebuah sudut sama dengan setengah dari ukuran sudut yang menghadap busur

Diberikan: $m\angle BAC$ dilukis dalam $\odot\ O$

Tentukan: $m\angle BAC$=$\frac{1}{2}m\widehat{BC}$



Theorem 7.3.

Bukti

	Pernyataan		Alasan
1.	$m\angle BAC$ dilukis dalam lingkaran	1.	Diberikan
2.	Gambar $\overline{OC}$	2.	Postulat 2
3.	$\overline{OA}$ = $\overline{OC}$	3.	Definisi dari sebuah ⊙
4.	$\angle A \cong \angle C$	4.	Teorema 4.16
5.	m$\angle BOC\ = m\angle A + m\angle C$	5.	Teorema 5.16
6.	m$\angle BOC\ = m\angle A + m\angle A$	6.	Sifat kesamaan dan subtitusi dari persamaan(berdasarkan pernyataan 4 dan 5)
7.	m$\angle BOC\ = m\widehat{BC}$	7.	Pengertian dari ukuran busur
8.	$m\angle A + m\angle A = m\widehat{BC}$	8.	Teorema 3.5.
9.	$m\angle A$= $\frac{1}{2}m\widehat{BC}$	9.	Bagian sifat dari persamaan

Kasus II: Ketika pusat dari lingkaran terletak pada bagian dalam sebuah sudut.

Perencanaan: gambar diameter *AD* dan aplikasikan kasus I ke $\angle\alpha$ dan $\angle\beta$. Gunakan sifat penambahan dari persamaan.

Kasus III: Ketika pusat darin lingkaran terletak pada bagian luar sudut

Perencanaan: Perencanaan: gambar diameter *AD* dan aplikasikan kasus I ke $\angle\alpha$ dan $\angle\beta$. Gunakan sifat pengurangan dari persamaan.

Pembuktian dikerjakan oleh siswa

7.16. Akibat: Sebuah sudut yang dilukis pada bidang setengah lingkaran adalah sudut siku-siku

7.17. Akibat: Sudut yang dilukis pada busur yang sama adalah kongruen.

7.1.8. Akibat: Garis sejajar dipoting oleh busur yang kingruen pada sebuah lingkaran

Perencanaan dari pembuktian: $\angle ABC \cong \angle BCD$.

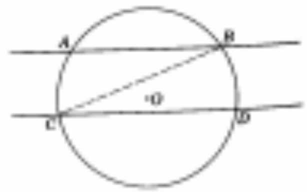
$m\angle ABC = \frac{1}{2} m\widehat{AC}$. $m\angle BCD = \frac{1}{2} m\widehat{BD}$

Lalu $\widehat{AC} \cong \widehat{BD}$

Latihan

Pada setiap permasalahan *O* adalah pusat dari sebuah lingkaran.

1. Diberikan: *O* pusat dari $\odot$
   $m\widehat{AB} = 100$
   $m\widehat{AD} = 140$
   $m\widehat{DC} = 66$
   Tentukan : ukuran dari setiap 4 pusat $\angle$

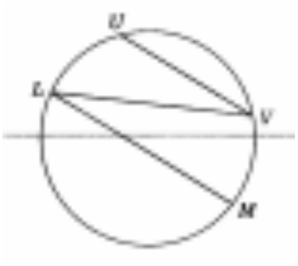


Corollary 7.18.

2. Diberikan: Lukisan segi empat *WRST* dengan diagonal *RT* dan *RS*
   Tentukan: Ukuran sudut mana yang mempunyai ukuran yang sama
   a. $\angle WRT$?
   b. $\angle WTR$?
   c. $\angle RTS$?

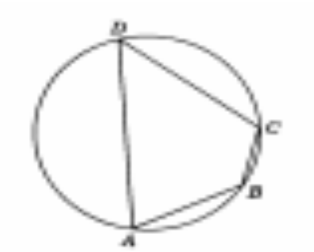
Ex. 2.

3. Diberikan: tali busur $LM \parallel$ Tali busur UV; $m\angle VLM = 25$
   Tentukan: a. $m\widehat{VM}$; b. $m\widehat{UL}$



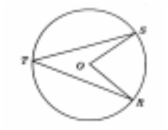
Ex. 3.

4. Diberikan: $m\angle A$= 68
   Tentukan: $m\angle C$

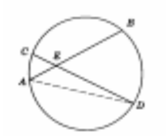


Ex. 4.

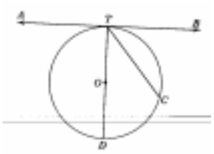
5. Diberikan: $m\angle SOR$ = 80
   Tentukan: $m\angle T$


Ex. 5.

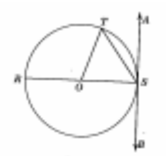
6. Diberikan: Tali busur *AB* dan *CD* berpotongan ditititk E; $m\widehat{AC}$ = 40; $m\widehat{BD}$= 70
   Tentukan: $m\angle AEC$


Ex. 6.

7. Diberikan: $\overleftrightarrow{AB}$ $\perp$ dengan diameter TD; $\overline{TC}$ adalah sebuah tali busur; $m\widehat{TC}$= 100
   Tentukan: $m\angle BTC$


Ex. 7.

8. Diberikan: $\overleftrightarrow{AB}$ $\perp$ dengan diameter *RS*; $\overline{OT}$ adalah jari-jari; $\overline{TS}$ adalah sebuah tali busur; $m\angle ROT$=m110
   Tentukan: $m\angle TSA$



Ex. 8.

9. Diberikan: $m\angle AEC$= 80; $m\widehat{AC}$= 100

   Tentukan: $m\widehat{BD}$

Ex. 9.

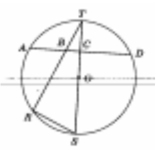
10. Diberikan: $\overline{WS}$ membagi dua $\angle RST$; $m\widehat{RS}$= 120; $m\widehat{WR}$= 62

    Tentukan: a. $m\angle TKS$; b. $m\widehat{TS}$

Ex. 10.

11. Diberikan: Tali busur $AD\perp$ dengan diameter ST; $m\widehat{RS}$= 50

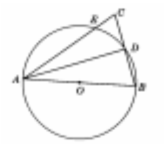
    Tentukan: a. $m\angle RST$; $m\angle ABR$



Ex. 11.

12. Diberikan: $\odot\ O$ dengan diameter *AB*;Tali busur *BD*. $m\widehat{\boldsymbol{BD}}$=$m\widehat{DE}$

    Butktikan: $\overline{DA}$ membagi dua $\angle BAC$



Ex. 12.

13. Diberikan: Lukisan ΔABC; jari-jari *OE* adalah tegak lurus dengan tali busur *AB* yang membagi dua.

    Buktikan: $\overline{CE}$ membagi dua $\angle ACB$

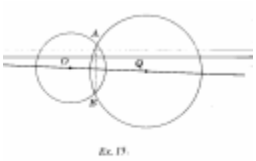
Ex. 13.

14. Diberikan: sudut yang bersebrangan dari sebuah lukisan segi empat adalah berpelurus

    Tentukan: $m\angle A = \frac{1}{2}?$; $m\angle C = \frac{1}{2}?$; $m\angle A + m\angle C = \frac{1}{2}(? + ?)$

Ex. 14.

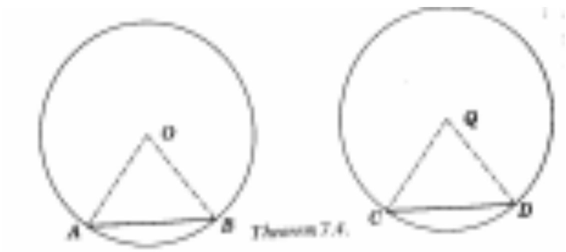
15. Diberikan: Jika dua pusat lingkaran adalah *A* dan *Q* yang memotong *A* dan *B*, $\overleftrightarrow{OQ}$ tegak lurus dengan $\overleftrightarrow{AB}$
Tentukan: Gambar radian *A* dan *B*



Teorema 7.4

7.19. Pada lingkaran yang sama atau kongruen, tali busur yang kongruen mempunyai busur yang kongruen.

Diberikan: $\odot\ O \cong \odot\ Q$ dan tali busur *AB* $\cong$ tali busur CD
Buktikan: $\widehat{AB} \cong \widehat{CD}$



Bukti

	Pernyataan		Alasan
1.	$\odot\ O \cong \odot\ Q$	1.	Diberikan
2.	Gambar radian *OA*, *OD*, *QC*, *QD*	2.	Postulat 2
3.	$\overline{OA} \cong \overline{QC}$; $\overline{OB} \cong \overline{QD}$	3.	Definisi dari $\cong\odot$
4.	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$	4.	Diberikan
5.	$\Delta AOB \cong \Delta CQD$	5.	S.S.S
6.	$\angle O \cong \angle Q$	6.	Bagian berkesuaian dari $\cong$ segitiga adalah kongruen
7.	$m\widehat{AB} \cong m\widehat{CD}$	7.	Pengertian ukuran busur kecil; sifat substitusi
8.	$\widehat{AB} \cong \widehat{CD}$	8.	Definisi dari busur yang kongruen

Teorema 7.5

7.20, Pada lingkaran yang sama atau lingkaran yang kongruen, busur yang kongruen mempunyai tali busur yang kongruen.

Diberikan: $\odot\, O \cong \odot\, Q$ dan $\widehat{AB} \cong \widehat{CD}$

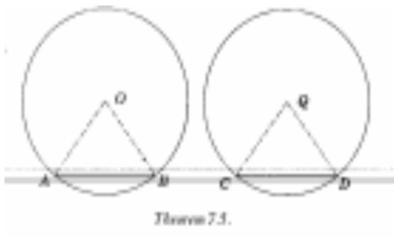
Diberikan: tali busur $AB \cong$ tali busur CD

Pembuktian dikerjakan oleh siswa.

Teorema 7.6

7.21. Pada lingkaran yang sam atau lingkaran yang kongruen, tali busur dikatakan kongruen jika mereka mempunyai pusat sudut yang kongruen.(dibuktikan oleh siswa)

7.22. Busur kongruen, tali busur, dan sudut.



Kita sekarang mempunyai dua cara untuk membuktyikan dua busur adalah kongruen. Untuk membuktikan busur itu adalah kongruen buktikan bahwa mereka adalah busur dari lingkaran yang sama atau kongruen dan mereke mempumyai pusat sudut yang kongruen. Atau buktikan bahwa mereka adalah busur dari lingkaran yang sama atau kongruen dan mereka mempunyaitali busur yang kongruen.. untuk membuktikan bahwa tali busur adalah kongruen buktikan bahwa mereka pusat sudut(dari lingkaran yang sama atau kongruen) adalah kongruen. Untuk membuktikan bahwa pusaty sudut adalah kongruen, buktikan bahwa mereka mempunyai busur atau tali busur yang kongruen. Latihan dibawah ini akan mengginakan metode ini.

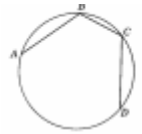
Latihan

Pada setiap permasalahan, O adalah pusat lingkaran.

1. Pada gambar Ex. 1 $\overline{AB} \cong \overline{CD}$. Apakah bagian yang lain dari gambar adalah kongruen.

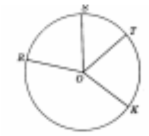
2. Diberikan: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$.

Buktikan: $\widehat{AC} \cong \widehat{BD}$



Ex. 2.

3. Diberikan: $\angle ROS \cong \angle KOT$
   Buktikan: $\widehat{RT} \cong \widehat{KS}$



Ex. 3.

4. Diberikan: $\widehat{RS} \cong \widehat{KT}$
   Buktikan: $\overline{RT} \cong \overline{KS}$

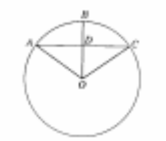
Ex. 4.

5. Diberikan: $\widehat{AC} \cong \widehat{BD}$
   Buktikan: $\angle AOB \cong \angle COD$

6. Diberikan: $\overline{AC}$ adalah sebuah diameter; $\widehat{BC} \cong \widehat{DC}$
   Buktikan: $\overline{AB} \cong \overline{AD}$
7. Diberikan: $\overline{AC}$ adalah sebuah diameter; $\overline{AB} \cong \overline{AD}$
   Buktikan: $\angle BOC \cong \angle DOC$

Ex. 6, 7.

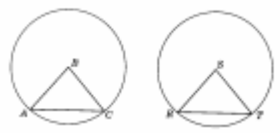
8. Diberikan: $\widehat{AB} \cong \widehat{BC}$
   Buktikam: $\Delta ADO \cong \Delta CDO$



Ex. 8.

9. Diberikan: $\odot B \cong \odot S$; $\angle A \cong \angle R$

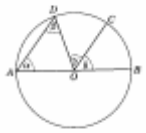
Buktikan: $\overline{AC} \cong \overline{RT}$



Ex. 9.

10. Diberikan: *A, O, B* adalah garis lurus; $\overline{AD} \parallel \overline{OC}$

    Buktikan: $\widehat{DC} \cong \widehat{BC}$



Ex. 10.

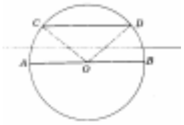
11. Diberikan: $\overline{CD} \perp \overline{OB}$; $\overline{CE} \perp \overline{OA}$; $\overline{CD} \cong \overline{CE}$

    Buktikan: $\widehat{AC} \cong \widehat{BC}$

Ex. 11.

12. Diberikan tali busur *CD*∥ Diameter *AB*

    Buktikan: $\angle AOC \cong \angle BOD$



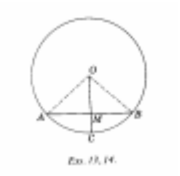
Ex. 12.

13. Diberikan: Jari-jari *OC*⊥ tali busur *AB*

    Buktikan: $\overline{OC}$ membagi dua $\overline{AB}$

14. Diberikan:: $\odot\, O$ dengan $\overline{AM} \cong \overline{MB}$

    Buktikan: jari-jari *OMC* ⊥ $\overline{AB}$

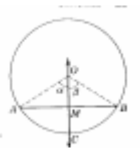


Teorema 7.7

7.23 Sebuah garias melalui sebuah pusat dari sebuah lingkaran dan tegak lurus dengan tali busur yang membagi dua tali busur dan busur tersebut.

Diberikan: $\odot\ O$ dengan $\overleftrightarrow{OC}\ \perp \overleftrightarrow{AB}$ di M

Buktikan: $\overleftrightarrow{OC}$ membagi dua $\overline{AB}$; $\overleftrightarrow{OC}$membagi dua $\widehat{AB}$



Bukti

	Pernyataan		Alasan
1.	Gambar radian *OA* dan *OB*	1.	Postulat 2
2.	$\overline{OA} \cong \overline{OC}$	2.	Pengertian dari sebuah $\odot$
3.	$\overline{OC} \perp \overline{AB}$	3.	Diberikan
4.	$\angle AMO$ dan $\angle BMO$ adalah sudut siku-siku	4.	$\perp$ garis dari sudut siku-siku
5.	$\overline{OM} \cong \overline{OM}$	5.	Sifat dari refleksif
6.	$\Delta AMO \cong \Delta BMO$	6.	Teorema 5.20
7.	$\overline{AM} \cong \overline{BM}$	7.	Bagian dari berkesesuaian dari $\cong$ segitiga adalah kongruen
8.	$\angle\alpha \cong \angle\beta.$	8.	Sama seperti no 7
9.	$m\widehat{AC}= m\widehat{BC}$	9.	Pengertian busur kecil dan substitusi
10.	$\widehat{AC}\ \cong\ \widehat{BC}$	10.	Bagian dari berkesesuaian sudut
11.	$\overleftrightarrow{OC}$ membagi dua $\overline{AB}$ dan $\widehat{AB}$	11.	Pengertian dari pembagian

Teorema 7.8

7.24. Jika sebuah garis melalui pusat dari sebuah lingkaran membagi dua sebuah tali busur tetapi bukan sebuah diameter, garis tersebut tegak lurus dengan tali busur. (dikerjakan oleh siswa)

7.25. Akibat: garis tegak lurus membagi dua sebuah tali busur dari sebuah lingkaran yang melalui pusat dari lingkaran.

Teorema 7.9

7.26. Pada sebuah lingkaran yang kongruen, tali busur yang kongruen adalah jaraknya sama dari pusat.

Diberikan: $\odot O$ dengan tali busur *AB* ≅ tali busur *CD*;$\overline{OE} \perp \overline{AB}$; $\overline{OF} \perp \overline{CD}$

Buktikan: $m\overline{OE}$ = $m\overline{OF}$

Theorem 7.9.

Bukti

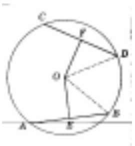
	Pernyataan		Alasan
1.	Gambar radian *OB* dan *OD*	1.	Postulat 2
2.	$m\overline{OB} \cong m\overline{OD}$	2.	Pengertian dari sebuah $\odot$
3.	$\overline{OE} \perp \overline{AB}$ ⊥; $\overline{OF} \perp \overline{CD}$	3.	Diberikan
4.	$\overline{OE}$ membagi dua $\overline{AB}$	4.	⊥ garis dari sudut siku-siku
5.	$\overline{OF}$ membagi dua $\overline{CD}$	5.	Teorema 7.7
6.	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$	6.	Teorema 7.7
7.	$m\overline{AB}$ = $m\overline{CD}$	7.	Diberikan
8.	$\overline{EB} \cong \overline{FD}$	8.	Pengertian dari ruas garis yang kongruen
9.	$\angle OFD$ dan $\angle OEB$ adalah sudut siku-siku	9.	Ruas garis membagi teorema
10.	Segitiga siku-siku *OEB* ≅segitiga siku-siku*OFD*	10.	Teorema 5.20
11.	$m\overline{OE}$ =$m\overline{OF}$	11.	Bagian berkesesuaian dari ≅ segitiga mempunyai ukuran yang sama

Teorema 7.10

7.27 Pada sebuah lingkaran yang kongruen, tali busur yang jaraknya sama dari pusat adalah kongruen.

Diberikan: $\odot\ O$dengan $\overline{OE} \perp \overline{AB}$; $\overline{OF} \perp \overline{CD}$; $m\overline{OE} = m\overline{OF}$

Buktikan: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

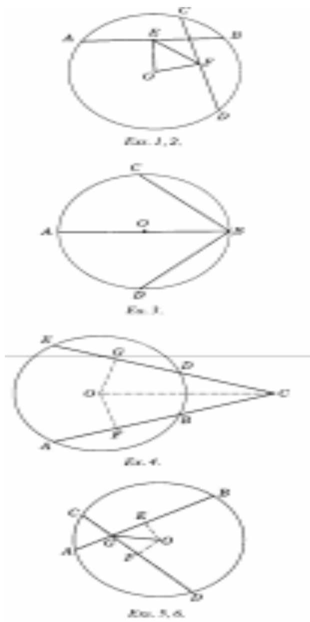


Bukti

	Pernyataan		Alasan
1.	Gambar radian *OB* dan *OD*	1.	Postulat 2
2.	$m\overline{OB} \cong m\overline{OD}$	2.	Pengertian dari sebuah $\odot$
3.	$\overline{OE} \perp \overline{AB}$; $\overline{OF} \perp \overline{CD}$	3.	Diberikan
4.	$\angle OEB$ dan $\angle OFD$ adalah sudut siku-siku	4.	$\perp$ garis dari sudut siku-siku
5.	$m\overline{OE} = m\overline{OF}$	5.	Diberikan
6.	$\Delta OEB \cong \Delta OFD$	6.	Teorema 5.20
7.	$m\overline{EB} = m\overline{FD}$	7.	Bagian berkesesuaian dari ≅ segitiga mempunyai ukuran yang sama
8.	$m\overline{EB} = \frac{1}{2}m\overline{AB}$; $m\overline{FD} = \frac{1}{2}m\overline{CD}$	8.	Teorema 7.7
9.	$\frac{1}{2}m\overline{AB} = \frac{1}{2}m\overline{CD}$	9.	Sifat substitusi
10.	$m\overline{AB} = m\overline{CD}$	10.	Sifat perkalian
11.	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$	11.	Pengertian dari ruas garis yang kongruen

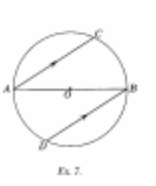
Latihan

Pada setiap permasalahan *O* adalah pusat dari lingkaran



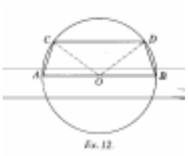
1. Diberikan: $\overline{OE} \perp \overline{AB}$; $\overline{OF} \perp \overline{CD}$; $\overline{AB} \cong \overline{CD}$
   Buktikan: $\angle OEF \cong \angle OFE$
2. Diberikan: $\overline{OE} \perp \overline{AB}$; $\overline{OF} \perp \overline{CD}$; $\angle OEF \cong \angle OFE$
   Buktikan: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$
3. Diberikan: $\overline{AB}$ adalah sebuah diameter; $\angle ABC \cong \angle DBA$
   Buktikan: $\overline{BC} \cong \overline{BD}$
4. Diberikan: Tali busur *AB*≅ tali busur *ED* apabila kedua tali busur tersebut diperpanjang maka akan bertemu di *C*
   Buktikan: $\overline{EC} \cong \overline{AC}$
5. Diberikan: $\angle OGB \cong \angle OGD$
   Buktikan: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

6. Diberikan: Tali busur *AB*≅ tali busur *CD*
   Buktikan: $\angle OGB \cong \angle OGD$
7. Diberikan: $\overline{AB}$ adalah sebuah diameter; $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$
   Buktikan: $\overline{AC} \cong \overline{BD}$



Ex. 7.

8. Buktikan: jika sebuah jajar genjang dilukis dalam sebuah lingkaran, sisi yang bersebrangan mempunyai jarak yang sama dari pusat.
9. Buktikan: Jika tgaris tegak lurus dari pusat dari dua tali busur dalam sebuah lingkaran adalah kongruen, busur yang kecil dari tali busur adalah kongruen.
10. Buktikan: garis yang menghubungkan titik tengah dari sebuah busur dan busur yang melalui pusat lingkaran.
11. Buktikan: jika sebuah garis menghubungkan titik tengah dari sebuah tali busur dan busur, hal tersebut tegak lurus dengan tali busur.
12. Buktikan: jika tali busur *CD* sejajar dengan diameter *AB* lalu $\overline{AC} \cong \overline{BD}$



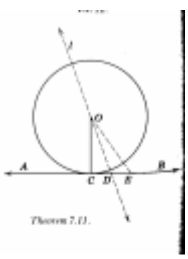
Ex. 12.

Teorema 7.11

7.28 Jika sebuah garis menyinggung sebuah lingkaran, garis tersebut tegak lurus dengan jari-jari. Lukis titik yang menyinggung tersebut.

Diberikan: $\overleftrightarrow{AB}$ menyinnngung $\odot\ O$ di *C*, $\overline{OC}$ adalah jari-jari

Buktikan: $\overleftrightarrow{AB} \perp \overline{OC}$



Theorem 7.11.

Bukti

	Pernyataan		Alasan
1.	$\overleftrightarrow{AB}$ menyinnngung $\odot\ O$	1.	Diberikan
2.	$\overline{OC}$ adalah jari-jari	2.	Diberikan
3.	Salah satu $\overleftrightarrow{AB} \perp \overline{OC}$ atau $\overleftrightarrow{AB}$ tidak $\perp \overline{OC}$	3.	Dalil dari pengeluaran pertengahan
4.	Pendapat $\overleftrightarrow{AB}$ tidak $\perp \overline{OC}$	4.	Pendapat sementara
5.	Sebuah garis melalui $\odot$ dan $\perp$ dengan $\overleftrightarrow{AB}$. *D* dipotong oleh *l* dan $\overleftrightarrow{AB}$	5.	Teorema 5.4
6.	*E* adalah titik pada $\overleftrightarrow{AB}$ yang bersebrangan dengan titik *D* dari *C* dan $\overline{DE} \cong \overline{CD}$	6.	Postulat 11
7.	$\angle CDO$ dan $\angle EDO$ adalah $\angle$siku-siku	7.	$\perp$ garis dari $\angle$siku-siku
8.	$\angle CDO \cong \angle EDO$	8.	Teorema 3.7
9.	$\overline{OD} \cong \overline{OE}$	9.	Sifat refleksi
10.	$\Delta CDO \cong\ \Delta EDO$	10.	S.A.S
11.	$\overline{OC} \cong \overline{OE}$	11.	Bagian 4.28
12.	*E* pada $\odot\ O$	12.	Pengertian dari sebuah lingkaran
13.	$\overleftrightarrow{AB}$ memotong $\odot$ dua kali	13.	Pernyataan 1 dan 12
14.	Ini tidak mungkin	14.	Definisi dari garis singgung
15.	$\overleftrightarrow{AB} \perp \overline{OC}$	15.	Aturan untuk menyangkal alternatif

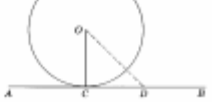
7.29 Akibat: Jika sebuah garis, terletak pada bidang dari sebuah lingkaran, garis tegak lurus menyinggung titik dari persinggungan, garis melalui pusat dari sebuah lingkaran.

Teorema 7.12

7.30 Jika sebuah garis terletak pada bidang lingkaran, garis tegak lurus dengan jari-jari pada titik di lingkaran, garis tersebut menyinggung lingkaran.

Diberikan: $\odot\ O$ dengan $\overleftrightarrow{AB} \perp \overline{OC}$ dan terletak pada bidang $\odot\ O$

Buktikan: $\overleftrightarrow{AB}$ menyinggung $\odot\ O$ di *C*



Theorem 7.12.

Bukti

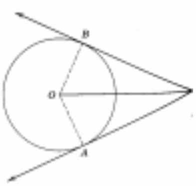
	Pernyataan		Alasan
1.	$\overleftrightarrow{AB} \perp \overline{OC}$ pada $\odot\ O$ dan terletak pada bidang $\odot\ O$	1.	Diberikan
2.	Salah satu *C* adalah hanya titik biasa $\overleftrightarrow{AB}$ atau *C* adalah tidak hanya titik biasa $\overleftrightarrow{AB}$	2.	Dalil dari pengeluaran pertengahan
3.	Pendapat *C* adalah tidak hanya titik biasa $\overleftrightarrow{AB}$ dan $\odot\ O$. *D* adalah titik yang lain.	3.	Pendapat sementara
4.	Gambar $\overline{OD}$	4.	Postulat 2
5.	$\overline{OD} \cong \overline{OC}$	5.	Semua radian dari lingkaran yang sama adalah $\cong$
6.	$\angle ODC \cong \angle OCD$	6.	Teorema 4.16
7.	$\angle OCD$adalah $\angle$siku-siku	7.	Teorema 3.13
8.	$\angle ODC$ adalah $\angle$siku-siku	8.	Sifat substitusi
9.	$\overline{OD} \perp \overleftrightarrow{AB}$	9.	Pengertian dari garis tegak lurus
10.	$\overline{OD} \parallel \overline{OC}$	10.	Teorema 5.5
11.	Pernyataan 10 bertolak belakang dengan postulat	11.	Pernyataan 10; postulat 18
12.	Pendapat salah dan hanya titik biasa $\odot\ O$ dan $\overleftrightarrow{AB}$	12.	Aturan untuk menyangkal alternatif
13.	$\overleftrightarrow{AB}$ menyinggung $\odot\ O$ di *C*	13.	Pengertian dari garis simggung

Teorema 7.13

7.31. Ruas garis sebuah garis singgung darinsebuah titik di luar lingkaaran adalah kongruen dan membuat sudut konruen dengan garis yang melalui titik dan pusat dari lingkaran.

Diberikan: $\overrightarrow{PA}$ dan $\overrightarrow{PB}$ adalah garis singgung dari P ke $\odot\ O$

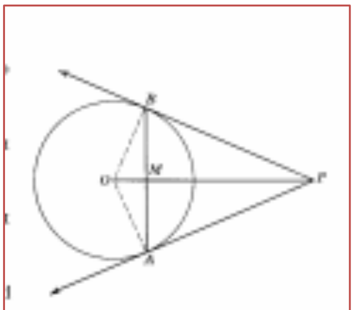
Buktikan: $\overline{AP} \cong \overline{BP}$ dan $\angle APO \cong \angle BPO$



Theorem 7.13.

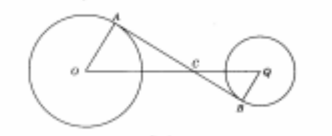
Bukti

	Pernyataan		Alasan
1.	$\overrightarrow{PA}$adalah garis singgung dari ke $\odot\ O$; $\overrightarrow{PB}$ adalah garis singgung dari ke $\odot\ O$	1.	Diberikan
2.	Gambar radian *OA* dan *OB*	2.	Postulat 2
3.	$\overline{OA} \cong \overline{OB}$	3.	Radian dari lingkaran yang sama adalah $\cong$
4.	$\overline{AP} \perp \overline{OA}$; $\overline{BP} \perp \overline{OB}$	4.	Teorema 7.11
5.	$\angle OAP$ dan $\angle OBP$ adalah sudut siku-siku	5.	Bagian dari 1.20
6.	$\overline{OP} \cong \overline{OP}$	6.	Sifat refleksi dari kongruen
7.	$\Delta OAP \cong \Delta OBP$	7.	Teorema 5.20
8.	$\overline{AP} \cong \overline{BP}$	8.	Bagian 4.28
9.	$\angle APO \cong \angle BPO$	9.	Bagian 4.28



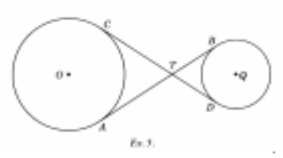
Latihan

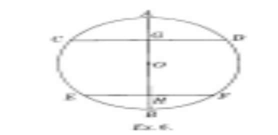
1. Diberikan: $\overrightarrow{PA}$adalah garis singgung dari ke $\odot\ O$
   Buktikan: $\overline{OP}$ membagi dua tali busur *AB*
2. Diberikan: $\overrightarrow{PA}$adalah garis singgung dari ke $\odot\ O$; tali busur *AB*
   Buktikan: $\angle PAM \cong \angle PBM$
3. Diberikan: $\overrightarrow{PA}$adalah garis singgung dari ke $\odot\ O$
   Buktikan: $\overline{OP} \perp$ tali busur *AB*
4. Diberikan: $\overrightarrow{PA}$adalah garis singgung dari ke $\odot\ O$ dan $\odot\ Q$
   Buktikan: $\angle AOC \cong \angle BQC$

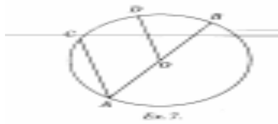


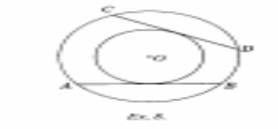
5. Diberikan: $\overleftrightarrow{AB}$ dan $\overleftrightarrow{CD}$ garis singgung biasa $\odot\ O$ dan $\odot\ Q$

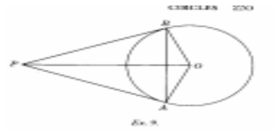
Buktikan: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

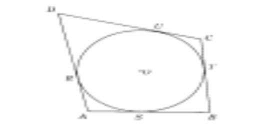








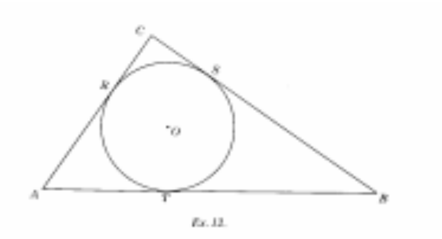




6. Diberikan: $\odot\, O$ dengan diameter *AB* membagi dua tali busur *CD* dan *EF* di *G* dan *H*
   Buktikan: $\overline{CD} \parallel \overline{EF}$
7. Diberikan: $\odot\, O$ dengan diameter *AB;* jari-jari *OD* ∥tali busur *AC*
   Buktikan: $\overline{OD}$ membagi dua $\widehat{CB}$
8. Diberikan: dua lingkaran denan pusat di *O*; $\overline{AB}$ dan $\overline{CD}$ adalah tali busur yang paling besar dari lingkaran dan kedua tali busur tersebut menyinggung lingkaran kecil.
   Buktikan: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

9. Diberikan: $\overrightarrow{PA}$ dan $\overrightarrow{PB}$ menyinggung $\odot\, O$
   Buktikan: $m\angle APB = 2m\angle OAB$
10. Buktikan: jumlah dari ukuran satu pasang sisi yang bersebtangan dari segi empat adalah sama dengan jumlah ukuran dari pasangan yang lain.

11. Buktikan: sebuah titik pada sebuah lingkaran yang jaraknya sama dari radian membagi dua busur yang dipotong oleh radian.
12. Buktikan: jumlah dari ukuran sisi miring sebuah segitiga siku-siku sama dengan ukuran sisi miring segitiga ditambah ukuran dari diameter yang terlukis pada lingkaran.

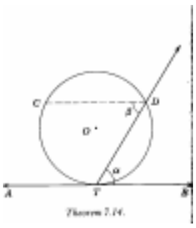


Teorema 7.14

7.32. Ukuran dari sudut dibentuk oleh sebuah garis singgung dan sebuah garis potong yang digambar dari titik persinggungan adalah setengah dari ukuran perpotongan busur.

Diberikan: $\overleftrightarrow{AB}$ menyinggung $\odot\ O$ dititik *T*; *TD* adalah sebuah sinar

Buktikan: $m\angle\alpha = \frac{1}{2} m\widehat{DT}$



Bukti

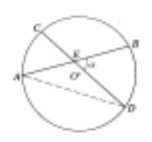
	Pernyataan		Alasan
1.	$\overleftrightarrow{AB}$ menyinggung $\odot\ O$ dititik *T*; *TD* adalah sebuah sinar	1.	Diberikan
2.	Gambar $\overline{DC} \parallel \overleftrightarrow{AB}$	2.	Postulat 18; teorema 5.7
3.	$m\angle\alpha = m\angle\beta.$	3.	Teorema 5.13
4.	$m\widehat{CT} = m\widehat{DT}$	4.	Bagian 7.18
5.	$m\angle\beta = \frac{1}{2} m\widehat{CT}$	5.	Teorema 7.3.
6.	$m\angle\alpha = \frac{1}{2} m\widehat{CT}$	6.	Sifat transitif (dengan pernyataan 3 dan 5)
7.	$m\angle\alpha = \frac{1}{2} m\widehat{DT}$	7.	Sifat substitusi(dengan pernyataan 4 dan 6)

Teorema 7.15

7.33. Ukuran dari sebuah sudut dibentuk oleh dua tali busur yang memotong bagian dalam lingkaran adalah setengah jumlah ukuran busur yang dipotong tali busur dan sudut vertikal.

Diberikan: $\angle\alpha$ dibentuk oleh tali busur *AB* dan *CD* dari $\odot\ O$ yang berpotongan di *E*

Buktikan: $m\angle\alpha = \frac{1}{2}[m\widehat{AC}+m\widehat{BD}]$



Theorem 7.15.

Bukti

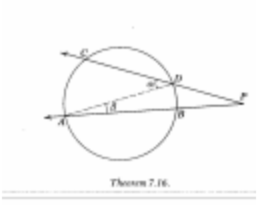
	Pernyataan		Alasan
1.	$\angle\alpha$ dibentuk oleh tali busur *AB* dan *CD* dari $\odot\ O$ yang berpotongan di *E*	1.	Diberikan
2.	Gambar $\overline{AD}$ membentuk ΔADE	2.	Postulat 2; definisi sebuahΔ
3.	$m\angle\alpha = m\angle A + m\angle D$	3.	Teorema 5.16
4.	$mA = \frac{1}{2}\, m\widehat{BD}$	4.	Teorema 7.3
5.	$m\angle D = \frac{1}{2}\, m\angle D$	5.	Teorema 7.3.
6.	$m\angle A + m\angle D = \frac{1}{2}[m\widehat{AC}+m\widehat{BD}]$	6.	Sifat adisi
7.	$m\angle\alpha = \frac{1}{2}[m\widehat{AC}+m\widehat{BD}]$	7.	Sifat substitusi

Teorema 7.16

7.34. Ukuran dari sudut yang dibentuk oleh dua garis potong yang memotong bagian luar lingkaran adalah setengah dari perbedaan ukuran perpotongan busur.

Diberikan: garis potong *ABP* dan *CDP* berpotongan di *P* di luar $\odot\ O$

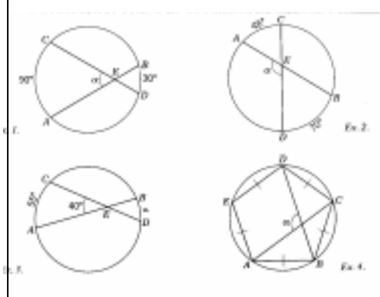
Buktikan: $m\angle P = \frac{1}{2}[m\widehat{AC} - m\widehat{BD}]$



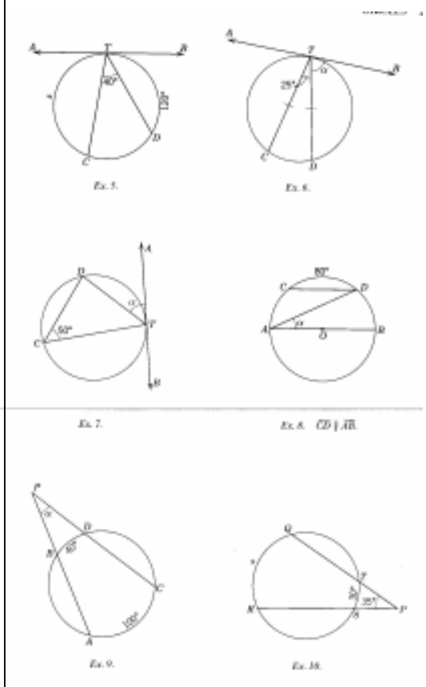
Bukti

	Pernyataan		Alasan
1.	garis potong *ABP* dan *CDP* berpotongan di *P* di luar $\odot O$	1.	Diberikan
2.	Gambar $\overline{AD}$	2.	Postulat 2
3.	$m\angle P + m\angle\beta = m\angle\alpha$	3.	Teorema 5.16 sifat persamaan
4.	$m\angle P = m\angle\alpha - m\angle\beta$	4.	Sifat....
5.	$m\angle\alpha = \frac{1}{2}\, m\widehat{AC};\ m\angle\beta = \frac{1}{2}\, m\widehat{BD}$	5.	Teorema 7.3.
6.	$m\angle\alpha - m\angle\beta = \frac{1}{2}[m\widehat{AC} - m\widehat{BD}]$	6.	Sifat....
7.	$m\angle P = \frac{1}{2}[m\widehat{AC} - m\widehat{BD}]$	7.	Sifat substitusi

Hal 238

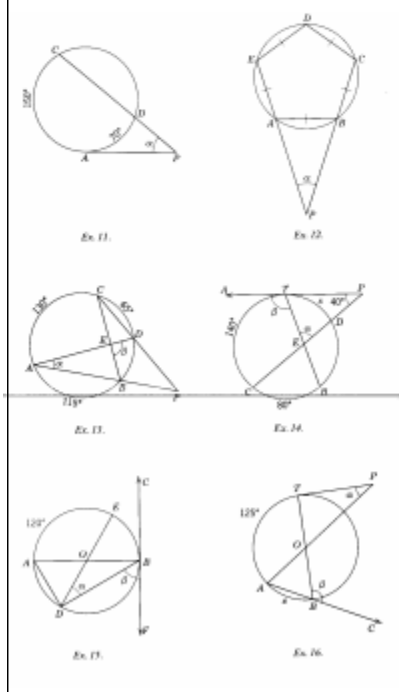


Hal 239



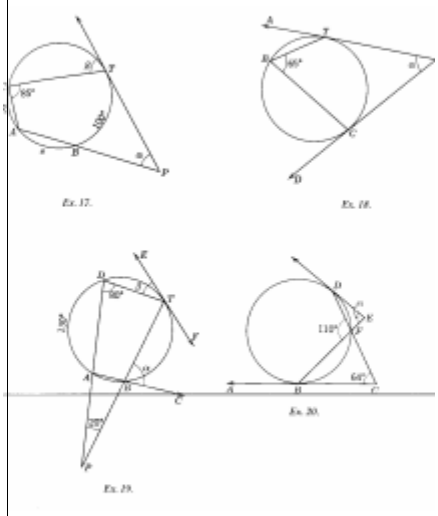
Ex. 5. Ex. 6. Ex. 7. Ex. 8. $\overline{CD} \parallel \overline{AB}$. Ex. 9. Ex. 10.

Hal 240



Ex. 11. Ex. 12. Ex. 13. Ex. 14. Ex. 15. Ex. 16.

Hal 241



Latihan 1

Lengkapipernyataandibawahini !

1. Pada$\odot$ Odiameter AOBdangarissinggungATadalah….
2. Sebuahpusatsudutdariebuahlingkarandibentukolehdua…
3. Sebahlukisansudutdarisebuahlingkarandibentukdari…
4. Sebuahsudut yang dilukisdalamsebuahbidangsetengahlingkaranadalahsebuah…sudut
5. Ukuransuduttumpuldarisebuahsegitiga
6. Garissinggungruasgaris yang digambardalamsebuahlingkarandarititikluaradalah….
7. Talibususr yang terbesardarisebuahlingkaranadalah…lingkaran
8. Sebuahsudut yang dilukisdalamsebuahbusurjikaperpotonganbusur
9. Sudut yang bersebrangandariluksansegiempatadalah…
10. Sebuahgrismelealuipusatdarisebuahlingkarandantegaklurusterhadaptalibususr…talibusurdanb usurtersebut
11. Jikasebuahgarisadalah… terhadapsebuahjari-jaripadatitikdalamlingkaran, garistersebutmenyinggunglingkaran
12. Jikadualingkaranberpotongan, garis yang menghubungakanpusatlingkarantersebutadalah… daribusur
13. Padasebuahlingkaran yang kongruentalibusur yang jaraknyasaadarilingkarandisebut…
14. Sebuahsudutdibentukolehduagarissinggung yang digambardarisebuahlingkaranadalahsamadengansatusetengahderajat… dariperpotonganbusur

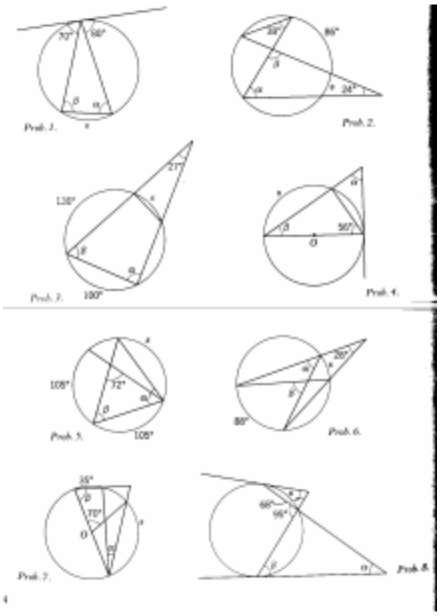
Latihan 2

Tentukanpernyataandibawahinibenaratausalah !

1. Jikasebuahjajargenjangdilukisdalamsebuahlingkaran, jajargenangtersebutharusterdapatdalamsebauhlingkaran

2. Duabususrkecildarisebuahlingkaranakanmempunyai 2 talibususrdaribusurtersebut
3. Padasebuah bola, dualingkarandapatdigambarmelaluiduatitik yang bukanmerupakantitikakhirdari diameter
4. Sebuahpolignsamasisi yang dilukisdalamsebuahlingkaranharusmempunyaisiku-siku yang sama
5. Sebuahjari-jaridarisebuahlingkaranadalahsebuahtalibusurdarilingkaran
6. Jikasebuahlukisansudutdansebuahpusatsudutdibtasiolehsebuahbusur yang sama, ukurandarilukisansuduttersebut 2x dariukurandaribesarsudut
7. Sebuahgarislurusdapatmemotongsebahlingkaranpadatigatitik
8. Sebuahlingkaran
9. Sudutdibentukdariduatalibusur yang memotongsebuahlingkaransamadenganderajatsetengahdariperbedaanukuranperpotonganbusur
10. Sebuah trapezium yang dilukisdalamsebuahlingkaranharussama kaki
11. Semuatitik yang telukisdalam polygon harusteletakpadalingkaran
12. Sudut yang dilukisdaribusur yang samaadalahberpelurus
13. Sebuahgaris yang tegaklurusterhadapsebuahjari-jariadalahmenyinggungterhadaplingkaran
14. Sudut yang dibentukolehsebuahgarissinggungdansebuahtalibusurdarisebuahlingkaranadalahsamadengan derajatsatusetengahukuranperpotonganbusur
15. Garisangmenghungkantitiktengahdarisebuahbusurdantitiktengahdarisebuahtalibusuradalahtegaklurusdaritalibusurtersebut
16. Sudut yang membagiduabuahsegitigabertemupadasebuahtitikadalahjaraknyasamadaritigasisisegitiga
17. Duabusrdikatakankongruenjikamerekamempunyaipanjang yang sama
18. Jikaduabusurkongruenmemotongbagiandalamlingkaran, ukurandariruasgarisdarisatubusurmasing-masingsamadenganukuranruasgaris yang lain
19. Ruasgaris yang menghubungkanduatitikpadasebuahlingkarandisebutsebuahgarispotong
20. Sebuahsudut di lukisdalamsebuahbusurlebihkecildarisebuahbidangsetengahlingkaranadalahbenar
21. Sudut yang dibentukolehsebuahgaispotongdansebuahgarissinggungberpotongan di dibagianluarlingkaranadalah di ukurolehjumlahukuranperpotonganbusur
22. Jikaduatalibusurdarisebuahlingkarantegaklurusterhadapketigatalibusurpadatitikakhir, merekaadalahkongruen
23. Adalahbenarjikasudutdikatakanakanmemotongsebuahbusuryagukurannyakurangdari 90
24. Sebuah tali busur dari sebuah lingkaran adalah sebuah diameter
25. Perpotongan dari sebuah garis dan sebuah lingkaran adalah gabungan yang kosong
26. Bola dikatakn kongruen jika mereka mempunyai diameter yang kongruen
27. Jika sebuah bidang dan sebuah bola mempunyai lebih dari satu titik, titik tersebut terletak pada lingkaran

Latihan 3


Prob. 1.
Prob. 2.
Prob. 3.
Prob. 4.
Prob. 5.
Prob. 6.
Prob. 7.
Prob. 8.