Lokus geometris

11.1. Lokus dan himpunan. Himpunan semua titik ruang. Sebuah bentuk geometris adalah himpunan titik yang diatur oleh satu atau lebih yang membatasi kondisi geometris. Jadi, sebuah bentuk geometris adalah bagian dari ruang.

Dalam Bab 7 kita mendefinisikan sebuah lingkaran sebagai sebuah himpunan titik yang berada pada bidang dengan berjarak sama dari titik tetap dari bidang.

Ahli matematika kadang-kadang menggunakan istilah "lokus" untuk menggambarkan sebuah bentuk geometris.

Definisi: Lokus dari titik-titk adalah himpunan dari semua titik, dan hanya titik itu, yang memenuhi satu atau lebih kondisi yang diberikan.

Jadi, daripada menggunakan kata-kata "himpunan titik P seperti itu...," Kami bisa mengatakan "lokus dari titik-titik P seperti itu...." Lingkaran dapat didefinisikan sebagai "lokus dari titik-titik yang berada pada bidang memberikan jarak dari titik tetap dari bidang. "

Kadang-kadang akan mendapatkan satu lokus didefinisikan sebagai jalur dari titik bergerak menurut beberapa memberikan kondisi atau sekumpulan kondisi.

Mempertimbangkan jalan pusat roda yang bergerak sepanjang tingkatan jalan (Gambar. 11.1). A, B, C, D merupakan posisi dari tengah roda pada saat berbeda selama gerakan dari roda. Ini harus jelas bagi pembaca bahwa, sebagai roda gulungan sepanjang jalan, himpunan titik yang mewakili posisi dari tengah pusat adalah elemen dari garis yang sejajar untuk jalan dan pada jarak dari jalur sama dengan jari-jari roda. Kami berbicara tentang baris ini sebagai "lokus dari tengan pusat dari roda sebagai bergerak sepanjang jalan. "Dalam teks ini garis tempat akan ditarik dengan

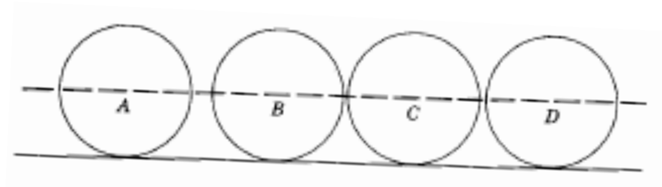
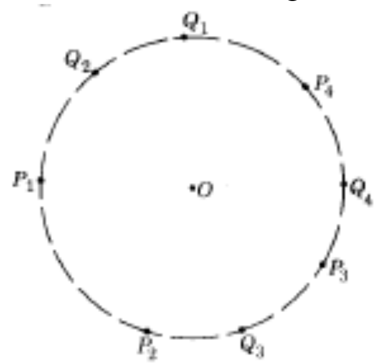


Fig. 11.1.

Sedikit garis panjang untuk membedakan mereka dari yang diberikan dan konstruksi garis.

Sebagai ilustrasi sederhana kedua dari lokus, mempertimbangkan masalah temuan lokus dari titik-titik dibidang 2 inci dari suatu titik tertentu O (Gambar. 11.2). Mari kita menemukan beberapa titik, seperti sebagai Pt, P2, P3, P4, ..., yang 2 inci dari O. Jelas ada jumlah tak terbatas titik-titik tersebut. Berikutnya menggambar kurva halus melalui titik-titik ini. Dalam hal ini tampaknya bahwa tempat adalah lingkaran dengan pusat pada O dan radius yang ukuran adalah 2 inci.



Jika sekarang, sebaliknya, kita memilih titik seperti Q1, Q2, Q3, Q4,. . . , masing-masing satu yang memenuhi persyaratan menjadi 2 inci dari 0, jelas itu mereka juga akan berada sama lingkaran.

Demikian, untuk membuktikan bahwa garis adalah lokus, perlu untuk membuktikan berikut dua karakteristik:

1. Setiap titik pada garis memenuhi kondisi tertentu atau sekumpulan kondisi.
2. Salah satu (a) setiap titik yang memenuhi kondisi tertentu atau himpunan dari kondisi dalam garis atau (b) setiap titik tidak dalam garis tidak memenuhi kondisi.

Kata lokus (lokus jamak, terungkap "lo – si") adalah arti kata Latin "Tempat" atau "Lokasi." Sebuah lokus dapat terdiri dari satu atau lebih titik, garis, permukaan, atau kombinasi dari ini.

11.2. Menentukan lokus. Mari kita gunakan contoh Gambar. Ilustrasi 11.2 metode umum untuk menentukan suatu lokus.

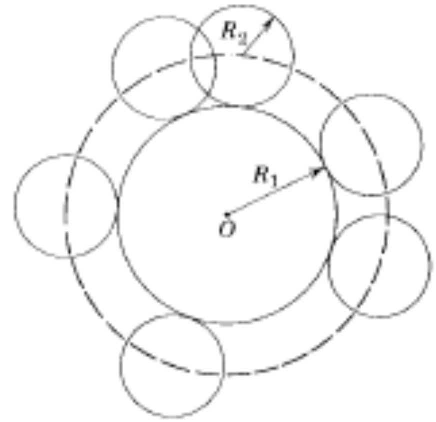
Langkah I : Cari beberapa titik yang memenuhi kondisi tertentu.
Langkah II: Buatlah garis halus atau garis (lurus atau lengkung) melalui titik-titik ini.
Langkah III: Membentuk kesimpulan untuk lokus, dan menggambarkan secara akurat bentuk geometris yang mewakili kesimpulan Anda. "

Langkah IV: Buktikan kesimpulan Anda dengan membuktikan bahwa angka tersebut memenuhi dua karakteristik lokus yang tercantum dalam § 11.1.

Salah satu kesulitan yang dihadapi oleh siswa geometris adalah bahwa dari menggambarkan bentuk geometris yang mewakili lokus. Deskripsi ini harus tepat dan akurat.

11.3. Contoh Ilustrasi 1. Apa itu tempat pusat dari lingkaran dengan radius R2 yang sekitar gulungan di luar lingkaran kedua jari-jari satunya adalah R1?

Kesimpulan: tempat adalah lingkaran pusat yang sama dengan lingkaran kedua dan jari-jari ukuran yang sama dengan jumlah langkah-langkah dari jari-jari R1 dan R2.



Latihan

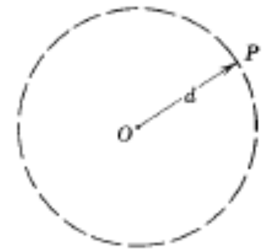
Dengan menggunakan metode yang dijelaskan dalam § 11.2, menggambarkan lokus untuk masing-masing berikut latihan. Tidak ada bukti yang diperlukan. Pertimbangkan hanya 2-dimensi geometris dalam latihan ini.

1. Lokus titik-titik berjarak sama dari dua garis sejajar l1 dan l2,
2. Lokus titik-titik yang 3/4 inci dari titik tetap P.
3. Lokus titik-titik 3/4 inci dari diberikan garis lurus I.
4. Lokus dari pertengahan titik dari jari-jari yang diberi lingkaran O.
5. Lokus titik-titik berjarak sama dari sisi BA dan BC dari sudutABC.
6. Lokus titik-titik berjarak sama dari dua titik tetap A dan B.
7. Lokus titik-titik satu inci dari lingkaran dengan pusat pada 0 dan radius sebesar 4 inci.
8. Lokus titik-titik kurang dari 3 inci dari titik tetap P.
9. Lokus dari pusat kelereng seperti gulungan pada permukaan pesawat.
10. Lokus titik-titik sama jauhnya dari dua berpotongan garis lurus l1 dan l2,
11. Lokus dari titik tengah akord sejajar dengan diameter yang diberikan lingkaran.
12. Lokus dari titik-titik tengah dari semua akord dengan ukuran tertentu yang diberikan lingkaran.
13. Lokus titik-titik sama jauhnya dari ujung akord 3-inch ditarik dalam lingkaran dengan pusat pada O dan ukuran radius 2 inci.
14. Lokus pusat dari lingkaran yang bersinggungan dengan garis yang diberikan dititik tertentu.

15. Lokus puncak dari segitiga siku-siku dengan sisi miring tetap diberikan sebagai dasar.

11.4. Dasar Teorema lokus. Tiga teorema berikut dapat mudah ditemukan dan dibuktikan oleh siswa. Bukti akan diserahkan untuk siswa.

Teorema 11.1. Tempat titik-titik di bidang pada jarak tertentu dari titik tetap adalah sebuah lingkaran yang pusatnya adalah titik tertentu dan yang jari-jari ukuran adalah jarak tertentu.

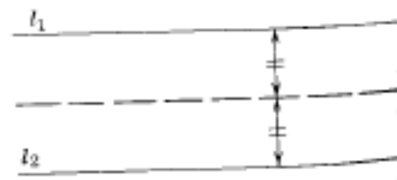


Theorem 11.1.

Teorema 11.2. Tempat titik-titik di bidang pada jarak tertentu yang diberikan dari garis di bidang adalah sepasang garis pada bidang dan sejajar dengan diberikan garis dan pada jarak tertentu dari garis yang diberikan.

Theorem 11.2.

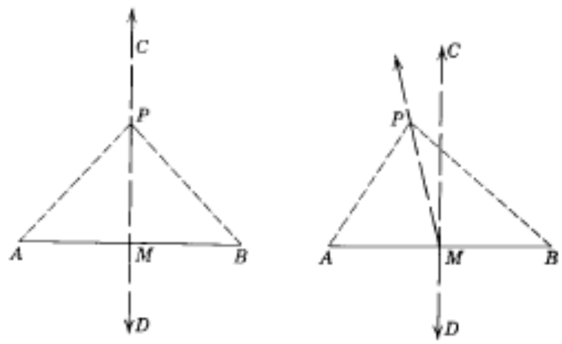
Teorema 11.3. Tempat titik-titik di bidang berjarak sama dari dua diberikan garis sejajar adalah garis yang sejajar ke garis yang diberikan dan tengah di antara mereka.



Theorem 11.3.

Teorema 11.4

11.5. Tempat titik-titik dalam bidang yang berjarak sama dari dua titik yang diberikan dalam bidang adalah garis tegak lurus yang membagi dua dari segmen garis menghubungkan dua titik.



Theorem 11.4.

Bagian 1: Setiap titik pada garis tegak lurus yang membagi dua dari segmen garis yang menghubungkan dua titik berjarak sama dari titik dua.

Diberikan: $\overleftrightarrow{CD} \perp \overline{AB}$; AM = MB; Pis setiap titik di $\overleftrightarrow{CD}$, $P \neq M$.
Buktikan: AP = BP.

Bukti:

LAPORAN ALASAN	ALASAN
1. $\overleftrightarrow{CD} \perp \overline{AB}$;; AM = MB.	1. Diberikan
2. $\angle AMP$ dan $\angle BMP$ adalah benar	2. § 1.20.
3. Menggambar $\overline{PA}$ dan $\overline{PB}$.	3. Mendalilkan 2
4. PM = PM.	4. Teorema 4.1.
5. $\triangle AMP \cong \triangle BMP$.	5. Teorema 4.13
6. $\therefore AP = BP$.	6. § 4.28

Bagian 2: Setiap titik berjarak sama dari dua titik terletak pada garis tegak lurus yang membagi dua segmen garis yang menghubungkan dua titik.

Diberikan: P setiap titik sehingga AP = BP; $\overleftrightarrow{CM} \perp \overline{AB}$; AM = BM.
Buktikan: P berada pada $\overleftrightarrow{CM}$.

Bukti:

LAPORAN	ALASAN
1. P lies di $\overleftrightarrow{CM}$ atau saya 'tidak terletak pada $\overleftrightarrow{CM}$	1. Hukum dikecualikan tengah
2. Asumsikan saya 'tidak terletak pada $\overleftrightarrow{CM}$	2. asumsi sementara.
3. Menggambar $\overline{PM}$.	3. Postulat 2.

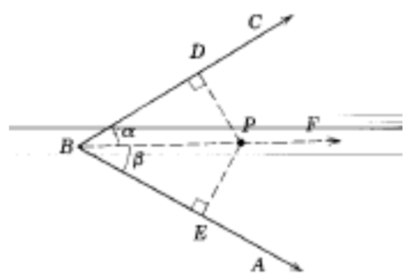
.

4. AP = BP.	4. Diberikan
5. AM = BM.	5. Diberikan
6. PM = PM.	6 Teorema 4.1.
7. $\triangle AMP \cong \triangle BMP$..	7. S.S.S.
8. $\angle AMP \cong \angle BMP$.	8. § 4.28.
9. $\overrightarrow{MP} \perp \overline{AB}$.	9. Teorema 3.14
10. $\overleftrightarrow{CM} \perp \overline{AB}$.	10. Diberikan.
11.. Ada dua jalur yang berbeda melewati P dan tegak lurus ke $\overline{AB}$.	11. Laporan 9 dan 10.
12 Ini tidak mungkin.	12. Teorema 5.2.
13. jadi P harus berada di $\overleftrightarrow{CM}$.	13. Entah p atau tidak-p; [tidak (tidak-p)] $\leftrightarrow$ p.

Teorema 11.5
11.6. Tempat titik-titik di bagian dalam sudut yang berjarak sama dari sisi sudut adalah garis-bagi sudut dikurangi titik akhir-nya.

BAGIAN I: Titik ny pada garis-bagi sudut berjarak sama dari sisi sudut.

Diberikan: $\overrightarrow{BF}$ membagi $\angle ABC$; Titik $P \neq$ B di $\overrightarrow{BF}$; $\overline{PE} \perp \overrightarrow{BA}$; $\overline{PD} \perp \overrightarrow{BC}$.
Buktikan: PE = PD.



Theorem 11.5.

Bukti

LAPORAN	ALASAN
1. $\overrightarrow{BF}$ membagi $\angle ABC$;	1. Diberikan
2. $\angle\alpha \cong \angle\beta$.	2. § 1.19.
3. $\overline{PE} \perp \overrightarrow{BA}, \overline{PD} \perp \overrightarrow{BC}$.	3. Diberikan
4. $\angle BEP$ dan $\angle BDP$ adalah benar	4. § 1.20.
5. BP = BP.	5. Teorema 4.1.
6 Benar $\triangle BEP \cong$ benar $\triangle BDP$.	6. §5.27 dan A.S.A
7 PE = PD.	7. § 4.28.

BAGIAN II: Setiap titik berjarak sama dari sisi sudut adalah pada garis-bagi sudut.

Diberikan: $\overrightarrow{BF}$ membagi $\angle ABC$; $\overline{PE} \perp \overrightarrow{BA}$; $\overline{PD} \perp \overrightarrow{BC}$; $PE = PD, \overrightarrow{BP}$

Buktikan: P terletak pada $\overrightarrow{BF}$.

Bukti:

LAPORAN	ALASAN
1. $\overline{PE} \perp \overrightarrow{BA}, \overline{PD} \perp \overrightarrow{BC}.$	1. Diberikan
2. $\angle BEP$ dan $\angle BDP$ benar	2. § 1.20.
3. PE = PD.	3. Diberikan
4. BP = BP.	4. Teorema 4.1.
5. $\triangle BEP \cong \triangle BDP.$	5. Teorema 5.20.
6. $\angle\alpha \cong \angle\beta.$	6. § 4.28.
7. $\therefore \overrightarrow{BP}$ membagi $\angle ABC.$	7. § 1.19.

11.7. Akibat wajar: Lokus titik-titik berjarak sama dari dua yang diberikan berpotongan baris adalah sepasang garis tegak lurus yang membagi dua sudut vertikal dibentuk oleh garis yang diberikan.

Teorema 11.6

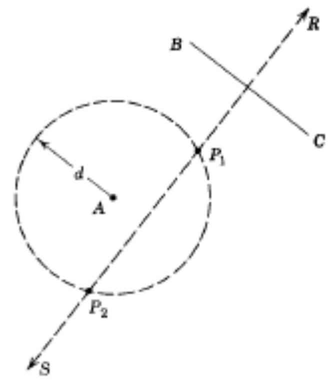
Lokus semua titik sehingga $\triangle APB$ adalah segitiga yang memiliki $\overline{AB}$ segmen garis tetap sebagai sisi miring adalah lingkaran yang memiliki sebagai $\overline{AB}$ diameter, kecuali untuk titik A dan B sendiri

11.9. Persimpangan lokus. Dalam meneliti lokus sejauh kita telah membatasi diri kita sendiri untuk mencari titik yang memenuhi hanya satu syarat. Kadang-kadang titik harus memenuhi masing-masing dua atau lebih kondisi yang diberikan. Seperti dalam kasus setiap kondisi akan menentukan lokus. Diperlukan titik yang kemudian titik potong dari lokus, karena hanya titik-titik akan terletak pada masing-masing garis yang, pada gilirannya mewakili kondisi yang diberikan.

Jadi kita untuk menemukan titik (atau himpunan titik) yang memenuhi dua atau lebih kondisi menentukan lokus untuk setiap kondisi. Titik (atau himpunan titik) di mana lokus berpotongan akan menjadi titik yang diperlukan (atau himpunan titik).

Dalam memecahkan masalah yang melibatkan berpotongannya lokus, adalah kebiasaan untuk tempat diberikan bagian di posisi yang paling umum untuk menentukan yang paling solusi umum untuk masalah tersebut. Kemudian, dalam sebuah diskusi yang mengikuti solusi umum, pertimbangan diberikan kepada posisi khusus dari bagian yang diberikan dan solusi untuk kasus-kasus khusus.

11.10. Ilustrasi Contoh 1. Cari himpunan semua titik yang merupakan diberikan jarak d dari titik A tetap dan yang berjarak sama dari dua titik B dan C.



Diberikan: Titik A, B, dan C.
Buktikan: Semua titik jarak d dari A berjarak sama dari B dan C.

Penyelesaian:

LAPORAN	ALASAN
1. $\overleftrightarrow{RS}$, membagi dua $\perp$ dari $\overline{BC}$, adalan lokus dari titik-titik berjarak sama dari B dan C	1. Teorema 11.4
2. Lingkaran A dengan pusat A dan jari-jari sama ke d adalah lokus dari jarak semua titik d dari A	2. Teorema 11.1
3. Diperlukan titik-titik P1 dan P2, titik potong dari $\overleftrightarrow{RS}$, dan $\odot A$.	3. § 11.9.

Diskusi:

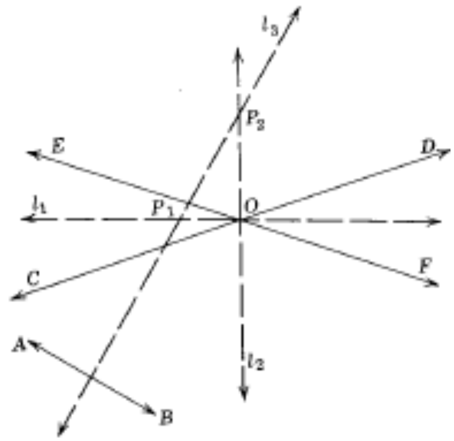
1. Jika $\overleftrightarrow{RS}$, adalah bersinggungan dengan $\odot A$., diperlukan solusi yang ditetapkan hanya satu titik.

2. Jika $\overleftrightarrow{RS}$, berada di luar $\odot A$. (yaitu, jika jarak dari A ke $\overleftrightarrow{RS}$, lebih dari d), ada titik yang akan memenuhi kondisi yang diperlukan. Solusi himpunan adalah satu batas himpunan.
3. Tidak pernah bisa lebih dari dua titik di himpunan solusi.

11.11. Ilustrasi Contoh 2. Cari semua titik yang berjarak sama dari dua titik tetap dan berjarak sama dari dua garis berpotongan.

Diberikan: titik A dan B; garis CD dan EF memotong dari O

Buktikan: semua titik berjarak sama dari A dan B dan juga berjarak sama dari titik potong garis CD dan EF.



Penyelesaian:

LAPORAN	ALASAN
1. Lokus dari titik-titik berjarak sama dari A dan B adalah garis l3 membagi tegak lurus dari $\overline{AB}$.	1. Teorema 11.4
2. Lokus dari titik-titik berjarak sama dari $\overleftrightarrow{CD}$ dan $\overleftrightarrow{EF}$, l2 yang membagi $\angle EOD$.	2. § 11.7 akibat wajar
3. Penyelesaian himpunan adalah P1 dan P2, berjarak sama dari garis l3 dengan garis l1 dan l2	3. § 11.9.

Diskusi:
1. Jika l3 sejajar l2 (atau jika l3 sejajar l1), himpunan solusi akan terdiri dari hanya satu titik.
2. Jika l3 bertepatan dengan baik l1 atau l2, himpunan solusi akan terdiri dari jumlah tak terbatas angka pada titik-titik.
3. Jika l3 melewati O, ada satu titik dalam himpunan solusi.
4. Dalam semua kasus lain akan ada dua titik di himpunan solusi.

Latihan

Keadaan dan membuktikan solusi untuk setiap masalah lokus berikut.
Diskusikan masing-masing.
1. Temukan semua titik jarak tertentu dari titik tetap dan berjarak sama dari dua garis sejajar.

2. Temukan semua titik dalam sudut tertentu berjarak sama dari sisi dan memberi sebuah jarak dari titik tersebut.
3. Cari semua ujung yang sama jaraknya dua 'garis sejajar dan berjarak sama dari sisi sudut.
4. Temukan semua titik berjarak sama dari tiga simpul dari $\triangle ABC$.
5. Temukan semua titik berjarak sama dari tiga sisi $\triangle ABC$.
6. Temukan semua titik-titik yang berjarak sama dari dua garis sejajar dan berbaring di baris ketiga.
7. Cari semua titik d1 jarak dari garis yang diberikan dan d2 dari yang diberikan lingkaran.
8. Temukan semua ujung yang sama jaraknya dua garis sejajar dan jarak tertentu dari baris ketiga.
9. Temukan semua ujung yang sama jaraknya dua garis sejajar dan berjarak sama dari dua titik.
10. Temukan semua ujung yang sama jaraknya dua garis berpotongan dan juga pada tertentu jarak dari titik tertentu.

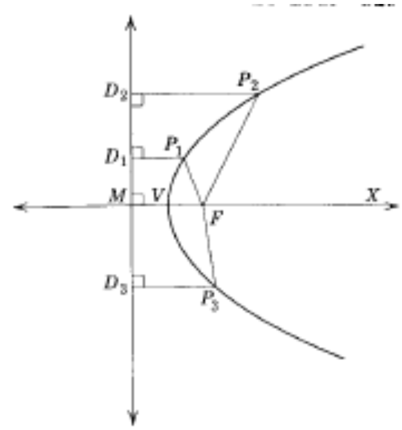
Tambahan Lokus (pilihan)

11.12. Lokus selain garis lurus dan lingkaran. Batas geometri Euclidean sendiri angka yang dibentuk oleh garis-garis lurus dan lingkaran. Lokus memiliki demikian jauh semua diselesaikan dalam garis lurus dan lingkaran atau kombinasi dari mereka. itu saya kedudukan titik-titik berjarak sama dari dua garis lurus, misalnya, adalah hal lain garis lurus. Tempat titik-titik berjarak sama dari dua titik adalah lurus garis. Tempat titik-titik jarak tertentu dari titik tetap adalah lingkaran.

Mari kita secara singkat mempertimbangkan tiga konfigurasi lokus lainnya. Awal Yunani akrab dengan kurva ini tetapi tidak dapat menghubungkannya dengan fisik kita dunia. Pada abad ketujuh belas kemajuan ilmu pengetahuan dan teknologi telah menghasilkan kebutuhan untuk pemahaman yang lebih jelas tentang sifat-sifat ini kurva. Pada saat itu matematika telah mengembangkan teknik kuat aljabar dan analisis yang membantu mereka dalam studi kurva ini. Kami akan meninggalkan analisis aljabar dari kurva ini kepada siswa ketika ia belajar geometri analitik dalam kegiatan matematika masa depannya dan membatasi diri dalam teks ini untuk diskusi umum kurva ini.

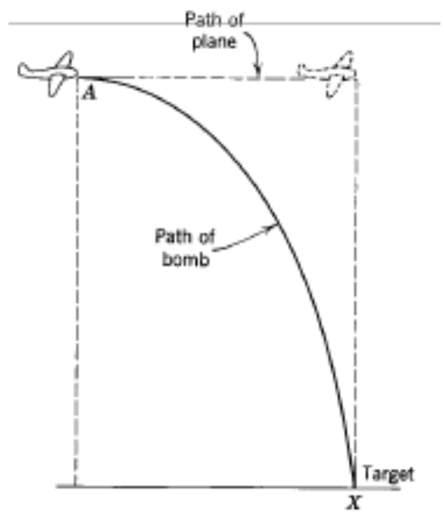
8.13. Parabola. Sebagai matematikawan mempelajari lokus titik berjarak sama dari dua titik dan lokus dari ujung yang sama jaraknya dua garis lurus, itu hanya alam yang mereka harus mempertimbangkan kedudukan titik-titik berjarak sama dari titik dan garis. Lokus tersebut adalah parabola.

Definisi: Sebuah parabola adalah tempat kedudukan titik-titik yang jarak dari garis dan titik tetap sama.



Jadi, pada Gambar. 11.3, jika P1Dl = P1F, 2D2 = P2F,…..,Kurva parabola. Sebaliknya, jika kurva adalah parabola, P3D3 = P3F,…., Dengan belajar dini siswa harus menemukan bahwa bentuk parabola bervariasi sebagai jarak dari tetap arahkan ke telepon rumah bervariasi.

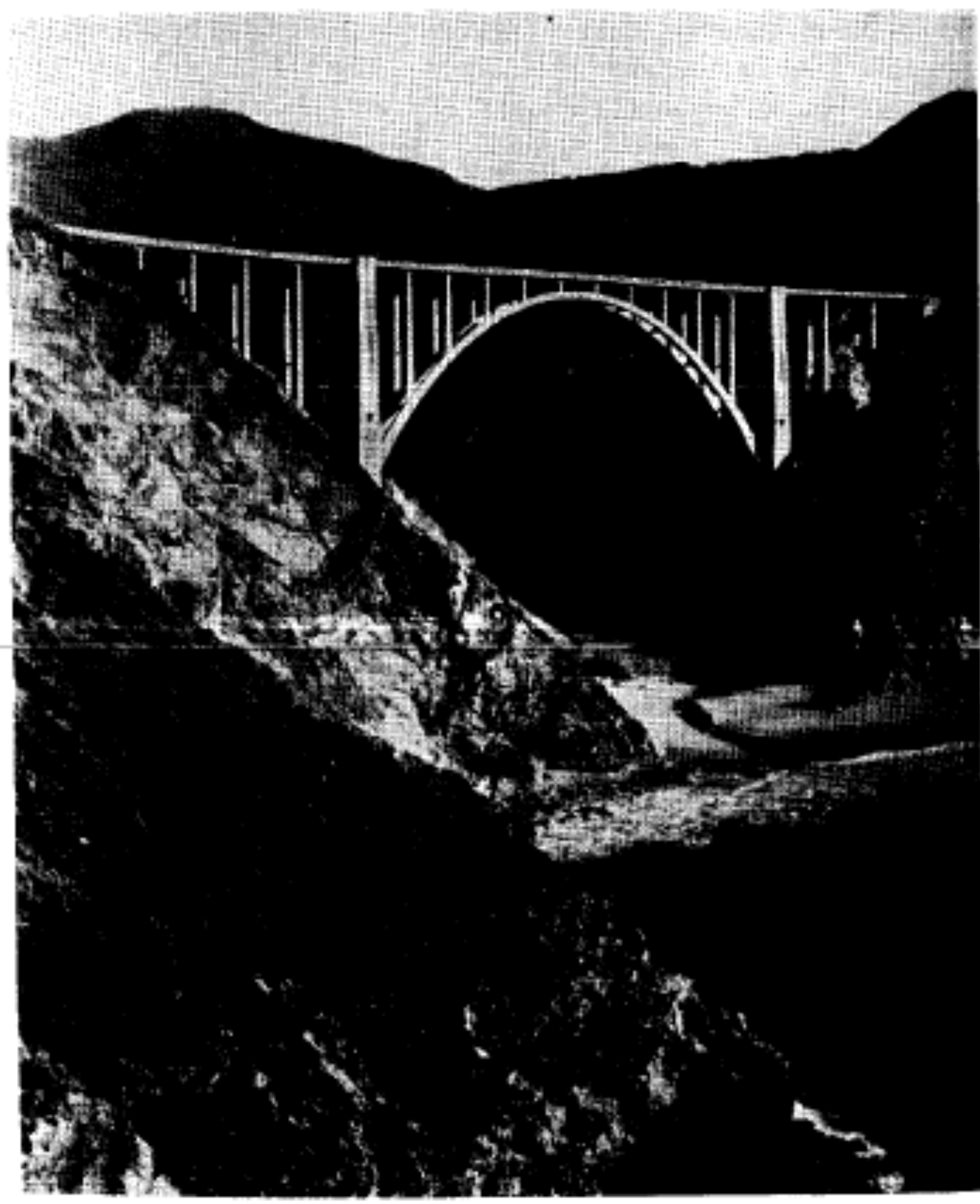
Kita tahu bahwa banyak benda bergerak perjalanan di jalur parabola. Sebuah bola dilempar di udara, proyektil ditembakkan dari sebuah meriam (lihat Gambar. 11.4), bom dilepaskan dari pesawat terbang, aliran air dari selang taman semua akan mengikuti jalur parabola jika resistance udara dapat diabaikan.



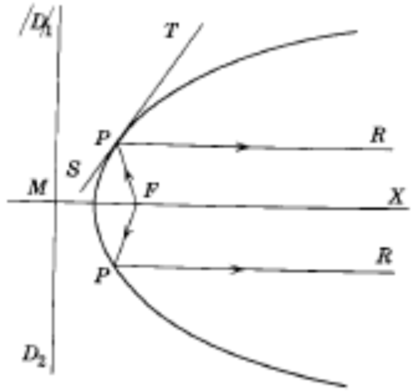
Dengan demikian, dalam menembakkan peluru artileri, jika sudut elevasi pistol dan kecepatan moncong yang diketahui, itu adalah mungkin untuk menghitung persamaan jalan penerbangan. Hal ini kemudian memungkinkan untuk menghitung terlebih dahulu seberapa jauh proyektil akan pergi dan berapa lama waktu yang dibutuhkan untuk pergi jarak itu. Dengan memvariasikan sudut elevasi pistol, jalan penerbangan dapat bervariasi.

Dengan cara seperti persamaan path bom dilepaskan dari pesawat dapat ditentukan (Gbr. 11.5). Dari persamaan, kecepatan pesawat, ketinggian pesawat dan posisi target, dapat ditentukan kapan harus menjatuhkan bom. Hari ini seluruh prosedur begitu mekanis bahwa pembom tidak perlu mempertimbangkan persamaan, atau bahkan menjadi menyadari keberadaannya. Namun orang yang bertanggung jawab untuk mekanikProsedur harus menggunakan secara ekstensif persamaan ini.

Kurva parabola juga berguna dalam pembangunan banyak benda-benda fisik. Sebuah lengkungan parabola sering digunakan dalam membangun jembatan karena lebih kuat dari lain. (Lihat Gambar. 11,6.)

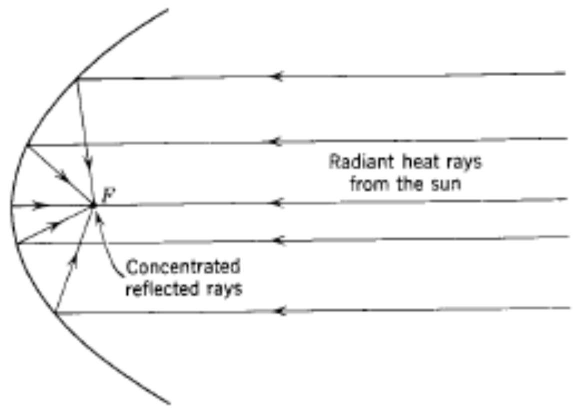


Kurva parabola digunakan secara ekstensif dalam membangun reflektor cahaya, suara, dan panas. Dalam rangka untuk memahami mengapa parabola yang digunakan, pertimbangkan. Gambar. 11.7. Biarkan $\overleftrightarrow{D_1D_2}$ menjadi garis tetap dan F titik tetap. Misalkan P apapun



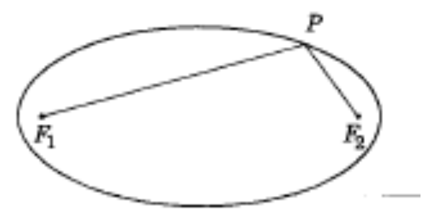
titik pada kurva. Melalui P menggambar $\overleftrightarrow{ST}$ bersinggungan dengan kurva. Menggambar $\overline{FP}$. Menggambar $\overrightarrow{PR}$ sehingga berdasarkan $\angle TPR \cong \angle FPS.$. Diketahui bahwa, jika sinar cahaya pemogokan permukaan halus pada titik seperti P, itu akan tercermin dan surut yang tercermin ray PR akan membuat sudut yang sama dengan tangen seperti halnya melaju Insiden ray FP. Hal ini juga dapat ditunjukkan dalam geometri itu, jika sinar datang melewati F, mencerminkan sinar sejajar dengan $\overleftrightarrow{MX}$. Menjadi penyebab properti ini, jika sumber cahaya kecil ditempatkan pada fokus F dari permukaan parabola dipoles, semua sinar akan dipantulkan sejajar garis $\overleftrightarrow{MX}$ melewati fokus dan tegak lurus terhadap garis tetap. $\overleftrightarrow{MX}$ adalah disebut sumbu parabola. Sorot, lampu sorot, lampu depan dan radar antena adalah contoh dari reflektor parabola yang diperoleh dengan memutar parabola pada porosnya. Permukaan yang terbentuk disebut putaran parabola. Karena semua sinar tercermin bepergian ke arah yang sama, mereka membentuk sinar kuat.

Sebaliknya, jika sinar sejajar menyerang permukaan parabola, yang tercermin akan bertemu pada fokus parabola. Properti ini digunakan dalam beberapa mencerminkan teleskop . Sinar yang datang dari benda-benda langit yang sangat hampir sejajar ketika bepergian melalui teleskop. Sinar ini adalah terkonsentrasi pada fokus cermin parabola teleskop, sehingga membentuk gambar yang relatif terang dan jelas. Gambar 11.8 mengilustrasikan bagaimana reflektor parabola dapat digunakan untuk berkonsentrasi sinar panas dari matahari ke titik fokus reflektor. prinsip ini digunakan dalam beberapa pemanas air matahari-bersinar hari ini.



11.14 Elips . Kita ingat bahwa , lingkaran adalah lokus titik-titik yang memberikan jarak tertentu dari titik tetap . Sekarang kita akan mempertimbangkan dua lokus terkait dengan jarak dari dua titik tetap.

Definisi : elips adalah tempat kedudukan semua titik jumlah yang jarak dari dua titik tetap adalah konstan .



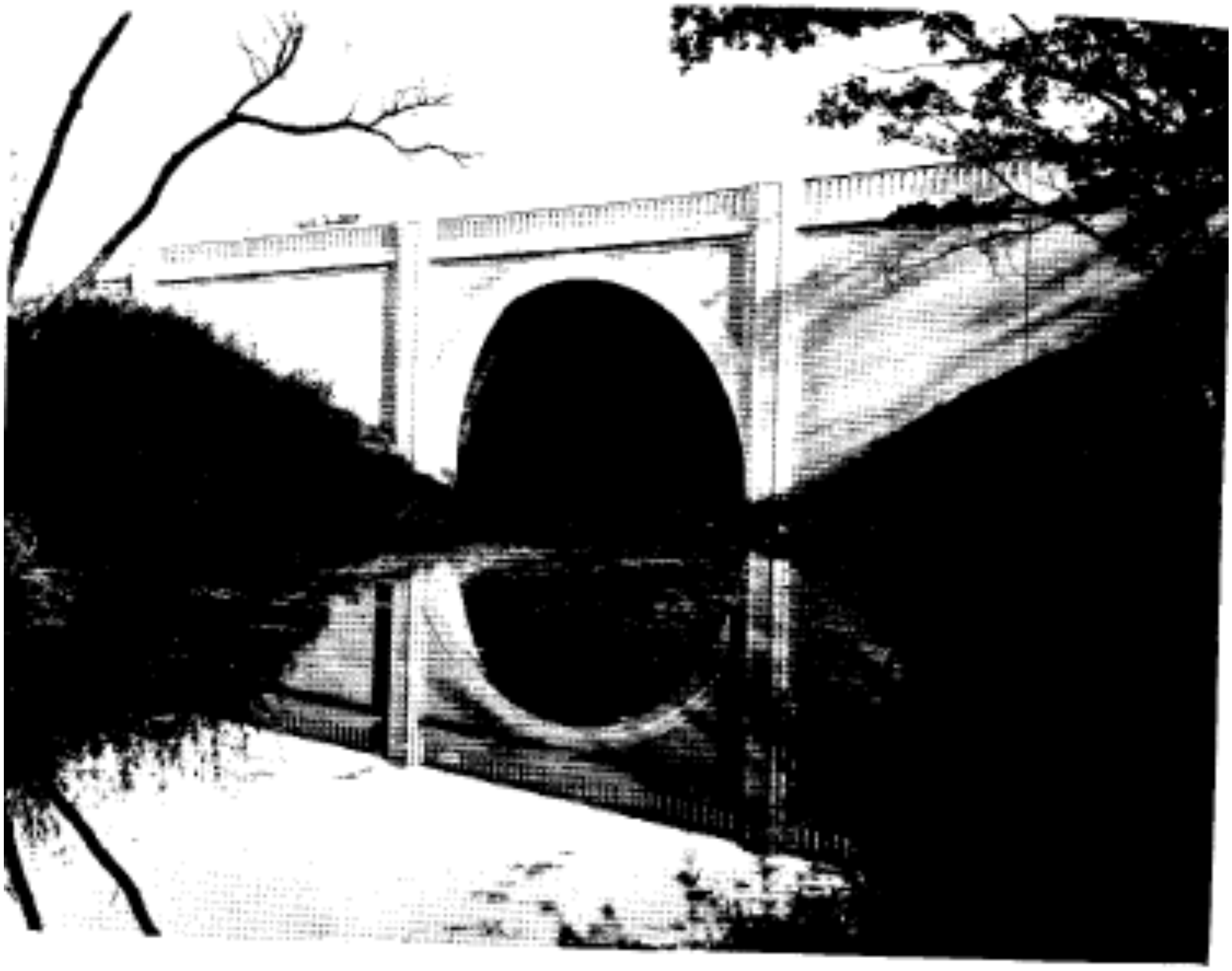
Titik-titik tetap disebut fokus elips .

Sebuah konstruksi mekanik sederhana elips dapat diperoleh dengan bantuan dua pines dan seutas tali (lihat Gambar . 11,9) . Tempatkan dua pines di papan gambar pada titik-titik F1 dan F2 . Titik-titik ini akan menjadi fokus elips . Kemudian mengambil seutas tali panjang yang lebih besar dari jarak F1.F2. Perbaiki ujung benang ke paku payung . Tempatkan pensil di putaran F1 P F2 dan biarkan bergerak ,menjaga benang tegang. Kemudian F1P + F2P adalah konstan dan kurva ditelusuri akan elips. Sekali lagi , mahasiswa harus menemukan bentuk yang berbeda-beda dari elips ketika FIF2 tetap dan panjang benang bervariasi.

Elips dapat dibangun dengan penggaris dan kompas , tapi kami terutama tertarik dalam diskusi ini dalam sifat dan aplikasi dari kurva.

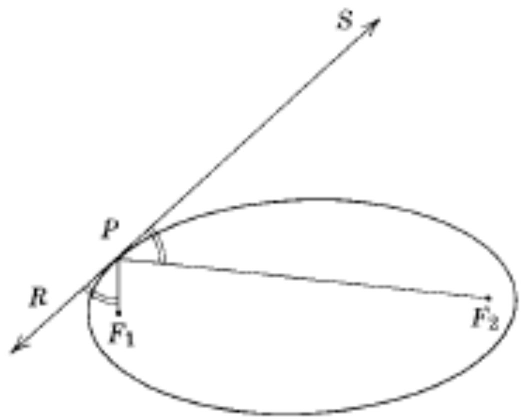
Elips sering digunakan untuk efek artistik . Taman bunga , melengkung berjalan , kolam renang, dan potongan-potongan furnitur dan barang pecah belah yang sering dilihat dalam bentuk elips. Lengkungan berbentuk bulat panjang digunakan dalam pekerjaan konstruksi di mana kecantikan diinginkan dan kekuatan tidak kritis . Lengkungan berbentuk bulat panjang dianggap lebih indah dari lengkungan parabola (Gambar . 11,10) .

Gigi Elliptic digunakan pada mesin di mana perjalanan lambat dan kembali cepat yang diinginkan.



Para astronom telah membuktikan bahwa orbit planet adalah elips dengan matahari pada satu fokus. Bumi kita misalnya, dalam perjalanan tahunannya sekitar matahari perjalanan pada jalur elips dengan matahari pada satu focus. Dengan demikian, pada berbeda musim tahun jarak dari matahari ke bumi akan bervariasi. Seperti dalam cara, jalan bulan terhadap bumi adalah elips dengan bumi pada satu focus. Orbit satelit dari planet lain juga elips. Sebuah pengetahuan tentang jalur (lokus) sepanjang yang planet ini dan satelit mereka bergerak sangat penting dalam pelajaran astronomi. Para astronom mampu mengekspresikan gerakan ini dengan persamaan dan dari persamaan ini, memprediksi dengan tingkat akurasi yang tinggi hal-hal seperti gerhana bulan dan matahari .

Elips, seperti parabola , memiliki properti geometris yang membuatnya berguna untuk memantulkan cahaya dan suara (lihat Gambar . 11.11) . Dua garis yang ditarik dari fokus FI dan F2 untuk setiap titik P pada elips akan membuat sudut kongruen dengan bersinggungan dengan kurva di P. Jadi $\angle RPF_1 \cong \angle SPF_2$. Karena ini geometris pada reflektor parabola , jika sumber cahaya ditempatkan di kedua fokus elips permukaan , sinar pada mencolok permukaan akan tercermin ke fokus lain. Sebenarnya, ketika reflektor elips tersebut digunakan, refleksi permukaan adalah bahwa diperoleh dengan memutar elips tentang garis $\overleftrightarrow{F_1F_2}$. permukaan ini disebut putaran elips.

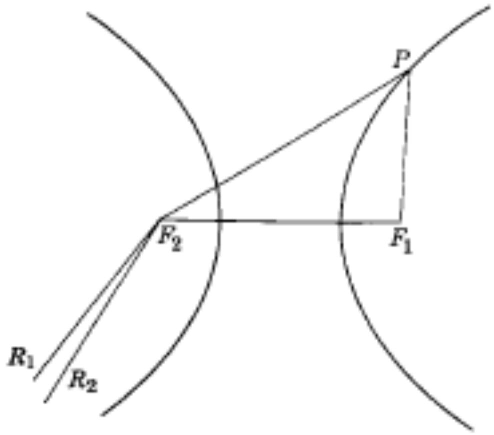


Gelombang suara yang tercermin dalam cara yang sama seperti gelombang cahaya. Jadi, jika langit-langit ruang adalah dalam bentuk setengah elips sebuah (Gbr. 11.12), suara samar diproduksi pada satu fokus jelas terdengar pada fokus lain yang mungkin cukup jauh. Suara biasanya tidak terdengar pada titik-titik lain. Seperti ruangan tersebut dikenal sebagai berbisik galeri. Contoh seperti ruangan tersebut mendirikan kubah Mormon Tabernacle di Salt Lake City dan di Patung Aula di gedung DPR di Washington, D.C.

11.15 Hiperbola. Lokus lain yang terkait dengan jarak dari dua titik tetap adalah hiperbola.

Definisi: hiperbola adalah lokus semua titik perbedaan yang jarak dari dua titik tetap adalah konstan. (Titik-titik tetap disebut fokus dari hiperbola.)

Sebuah konstruksi mekanik hiperbola adalah sebagai berikut (lihat Gambar . 11.13). Tempatkan dua pines di papan gambar pada titik-titik FI dan F2. Ini akan menjadi fokus dari hiperbola. Ikat pensil ke benang pada P sehingga benang tidak tergelincir pensil. Biarkan salah satu ujung benang dilakukan di bawah taktik F1 dan kemudian ujung atas taktik F2. Jika kedua ujung Rl dan R2 bertepatan baik sebagai benang yang ujungnya ditarik atau membiarkan keluar sama panjang, maka PF2 PFI akan konstan (jika benang disimpan kencang). Jalur yang dihasilkan akan



menjelaskan hiperbola. Cabang kiri hiperbola dapat diperoleh dengan membalikkan peran FI dan F2.

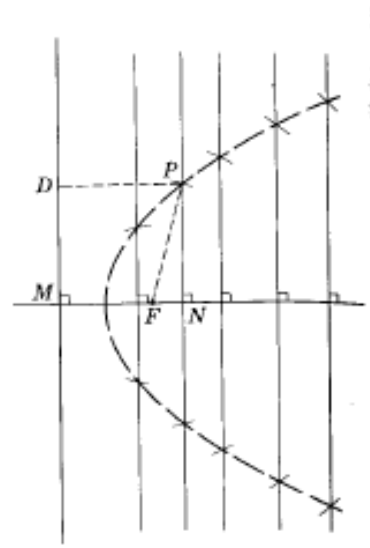
Aplikasi sederhana dari hiperbola tidak biasa seperti orang-orang untuk parabola dan elips. Persamaan untuk berbagai hiperbola dipelajari dalam analisis kursus geometri. Banyak hukum alam yang diwakili oleh hiperbola persamaan. Mahasiswa fisika belajar bahwa hubungan antara volume dan tekanan gas adalah persamaan hiperbola. Hubungan lain yang secara grafis yang diwakili oleh kurva hiperbolik adalah (a) jarak, kecepatan, waktu; (b) luas persegi, panjangnya, lebarnya; (c) total biaya, biaya per artikel, jumlah artikel; (d) arus, tegangan, dan resistansi listrik.

Hiperbola digunakan dalam perang untuk mencari lokasi artileri musuh tersembunyi. Navigator dari pesawat sering menggunakan hiperbola untuk menentukan posisinya. Sistem ini melibatkan penerimaan sinyal radio dari beberapa stasiun radio di posisi tetap dikenal. Dengan mencatat waktu kedatangan sinyal dan temuan dari titik persimpangan dua hiperbola berasal dari merencanakan kali ini dari kedatangan, navigator dapat menentukan posisi pesawat.

Jika hiperbola Gambar. 11.13 diputar di sekitar garis $\overleftrightarrow{F_2F_1}$, permukaan disebut putaran hiperbola terbentuk. Jenis permukaan kadang-kadang digunakan sebagai reflektor suara dalam bentuk shell band untuk besar di luar ruangan amphiteater. Jika suara speaker atau ansambel musik berasal dekat fokus shell, suara akan diarahkan menuju penonton di depan shell. Suara tersebar lebih merata diseluruh penonton daripada yang benar jika shell yang dalam bentuk parabola sebuah putaran.

Latihan

I. Tentukan parabola.
2. Tentukan dari angka menyertai



bagaimana membangun sebuah parabola. Kemudian membangun parabola dengan fokus satu inci dari garis tetap. (Petunjuk : MN = FP = DP .)

3. Daftar lima aplikasi parabola.
4. Apa keuntungan menggunakan parabola cari reflektor cahaya ?
5. Tentukan elips .
6. Sebutkan beberapa objek yang memiliki elips bentuk.
7. Apa properti dari kurva eliptik adalah digunakan dalam "berbisik galeri" ?
8. tubuh Apa surgawi adalah di salah satu fokus dari jalur elips bumi gerakan ?
9. Tentukan hiperbola .
10. Sebutkan tiga aplikasi dari hiperbola .

Ringkasan Pengujian

Test 1

LAPORAN PENYELESAIAN

Dalam setiap masalah , angka diasumsikan terletak pada satu bidang.

] . Titik sama-sama jauh dari ujung ruas garis terletak pada ……dari bagian itu.
2. Jarak dari titik ke garis adalah panjang …. bagian dari titik ke garis.
3. Lokus semua titik pada jarak tertentu dari titik tetap adalah ….
4. Jumlah maksimum poin yang merupakan jarak tertentu dari dua berpotongan garis adalah ….
5. Jumlah titik pada lingkaran berjarak sama dari titik akhir nya diameter adalah …
6. Garis-garis bagi tegak lurus dari kaki-kaki segitiga siku-siku berpotongan pada …. segitiga.
7. Jumlah maksimum poin yang diambil secara acak di mana itu adalah mungkin untuk menggambar lingkaran adalah ….
8. Lokus titik yang merupakan jarak tertentu dari titik tetap adalah….
9. Tempat kedudukan titik berjarak sama dari dua sisi segitiga adalah……dari sudut segitiga .
10. Tempat terjadinya tengah akor dari panjang yang diberikan dalam suatu lingkaran adalah sebuah ….
11. Dua lingkaran memiliki pusat yang sama. Lokus dari pusat lingkaran bersinggungan dengan keduanya adalah ….

12. Untuk menuliskan sebuah lingkaran dalam segitiga , perlu untuk membangun dua ….segitiga.
13. Tempat kedudukan titik berjarak sama dari dua lingkaran konsentris dan jugaberjarak sama dari dua titik yang diberikan , secara umum , adalah ….
14. Tempat terjadinya titik dari segitiga siku-siku dengan sisi miring yang diberikan adalah sebuah ….

Test 2

LAPORAN GANDA PILIHAN
Dalam setiap masalah, angka diasumsikan berada dibidang.

1. Tempat kedudukan titik berjarak sama dari dua garis berpotongan adalah (a) satu garis; (b) lingkaran; (c) dua garis sejajar; (d) dua garis berpotongan; (e) semua salah.
2. Tempat kedudukan titik berjarak sama dari dua titik dan jarak tetap dari garis, secara umum, adalah (a) satu baris; (b) dua titik; (c) lingkaran; (d) dua berpotongan garis; (e) semua salah.
3. Lokus dari titik jarak tertentu dari titik tetap dan berjarak sama dari dua garis sejajar adalah, secara umum, (a) satu titik; (b) satu baris; (c) lingkaran; (d) dua titik; (e) semua salah.
4. Lokus dari titik memberikan jarak tertentu dari garis dan kedua diberikan jarak dari titik tetap, secara umum, adalah (a) dua garis berpotongan; (b) satu titik; (c) empat titik; (d) dua titik; (e) semua salah.
5. Lokus dari titik berjarak sama dari dua titik tetap A dan B dan juga berjarak sama dari dua titik lainnya C dan D, secara umum (a) dua titik (b) dua garis berpotongan (c) empat titik (d) satu titik (e) semua salah.
6. Lokus berjarak sama dari dua garis silang dan diberikan jarak dari garis tetap, secara umum, adalah (a) empat titik; (b) dua garis berpotongan; (c) dua poin; (d) satu titik; (e) semua salah.
7. Tempat terjadinya titik dari segitiga siku-siku dengan AB sebagai basis adalah (a) garis sejajar dengan AB; (b) garis tegak lurus terhadap AB; (c) lingkaran; (d) titik (e) semua salah.
8. Lokus titik berjarak sama dari tiga sisi segitiga adalah (a) tiga garis berpotongan; (b) tiga titik; (c) tiga garis sejajar; (d) satu titik; (e) semua salah.
9. Lokus dari titik berjarak sama dari dua yang memotong garis dan memberikan jarak dari garis tetap, secara umum; (a) tiga garis; (b) tiga titik; (c) satu titik; (d) empat titik; (e) semua salah.
10. Lokus titik berjarak sama dari dua garis sejajar dan memberikan jarak dari baris ketiga adalah (a) satu titik; (b) tiga garis; (c) tiga titik (d) empat titik; (e) semua salah.

11. Lokus dari titik jarak tertentu dari lingkaran dan jarak tertentu dari garis, secara umum, adalah (a) satu titik; (b) empat titik; (c) tiga titik; (d) dua titik; (e) semua salah ,
12. Tempat terjadinya titik tengah akord sejajar dengan diameter tetap lingkaran dan jarak tertentu dari lingkaran, secara umum, adalah (a) dua lingkaran; (b) dua titik; (c) satu titik; (d) dua baris; (e) semua salah.
13. Lokus dari titik berjarak sama dari dua lingkaran konsentris dan juga berjarak sama dari dua titik yang diberikan, secara umum, adalah (a) satu titik; (b) dua titik; (c) empat titik; (d) enam titik; (e) semua salah.
14. Titik A adalah pada garis BC. Lokus dari titik pada jarak tertentu dari A adalah garis sejajar $\overleftrightarrow{BC}$.