BAB 11
GRAVITASI

Hukum gravitasi universal yang dirumuskan oleh Newton, diawali dengan beberapa pemahaman dan pengamatan empiris yang telah dilakukan oleh ilmuwan-ilmuwan sebelumnya. Mula-mula Copernicus memberikan landasan pola berfikir yang tepat tentang pergerakan planet-planet, yang semula dikira planet-planet tersebut bergerak mengelilingi bumi, seperti pada konsep Ptolemeus. Copernicus meletakkan matahari sebagai pusat pergerakan planetplanet, termasuk bumi, dalam gerak melingkarnya. Kemudian dari data hasil pengamatan yang teliti tentang pergerakan planet, yang telah dilakukan Tycho Brahe, Kepler merumuskan tiga hukum empiris yang dikenal sebagai hukum Kepler mengenai gerak planet:

1. Semua planet bergerak dalam lintasan berbentuk elips dengan matahari pada salah satu titik fokusnya.
2. Garis yang menghubungkan planet dengan matahari akan menyapu daerah luasan yang sama dalam waktu yang sama.
3. Kuadrat perioda planet mengelilingi matahari sebanding dengan pangkat tiga jarak rerata planet ke matahari.

Hukum-hukum Kepler ini adalah hukum empiris. Keplet tidak mempunyai penjelasan tentang apa yang mendasari hukum-hukumnya ini. Kelebihan Newton, adalah dia tidak hanya dapat menjelaskan apa yang mendasari hukum-hukum Kepler ini, tetapi juga menunjukkan bahwa hukum yang sama juga berlaku secara universal untuk semua benda-benda bermassa.

11.1 Hukum Gravitasi Universal

Kita dapat menjabarkan, dengan cara yang sederhana, hukum gravitasi universal dengan memulainya dari fakta-fakta empiris yang telah ditemuka Kepler. Untuk memudahkan analisa kita anggap bahwa planet-planet bergerak dalam lintasan yang berbentuk lingkaran dengan jejari r, dengan kelajuan konstan v. Karena planet bergerak dalam lintasan lingkaran maka planet mengalami percepatan sentripetal yang besarnya diberikan oleh

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(2\pi r)^2}{rT^2} \qquad (11.1)$$

dengan T adalah periode planet mengelilingi matahari. Percepatan ini tentunya disebabkan oleh suatu gaya yang mengarah ke pusat lingkaran (ke matahari). Besar gaya ini tentunya sama dengan massa planet m dikali percepatan sentripetalnya, sehingga besar gaya tadi dapat dirumuskan sebagai :

$$F = m\frac{4\pi^2 r}{T^2} \qquad (11.2)$$

Hukum Kepler ketiga dapat kita tuliskan sebagai :

$$T^2 = kr^3 \qquad (11.3)$$

dengan k adalah suatu konstanta kesebandinga. Dengan persamaan hukum Kepler ketiga ini, besar gaya pada pers. (11.2) dapat ditulis sebagai

$$F = m\frac{4\pi^2}{kr^2} = k'\frac{m}{r^2} \qquad (11.4)$$

dengan k0 adalah suatu konstanta. Karena gaya ini mengarah ke pusat lingkaran, yaitu ke matahari, tentunya logis bila dianggap bahwa gaya tersebut disebabkan oleh matahari.

Berdasarkan hukum ketiga Newton, tentunya akan ada gaya juga yang bekerja pada matahari oleh planet, yang besarnya sama dengan gaya di pers. (11.4). Tetapi karena sekarang bekerja pada matahari, tentunya konstanta k0 di pers. (11.4) mengandung massa matahariM sehingga logis bila diasumsikan bahwa terdapat gaya yang saling tarik menarik antara planet dan matahari yang besarnya diberikan oleh :

$$F = G\frac{Mm}{r^2} \qquad (11.5)$$

Newton, setelah mengamati hal yang sama pada bulan dan pada bendabenda yang jatuh bebas di permukaan bumi, menyimpulkan bahwa gaya tarik menarik tadi berlaku secara universal untuk sembarang benda. Gaya tadi kemudian dinamai sebagai gaya gravitasi. Jadi antara dua benda bermassa m_1 dan m_2 yang terpisah sejauh r terdapat gaya gravitasi yang perumusannya diberikan oleh :

$$\vec{F}_{12} = G\frac{m_1 m_2}{r^2}\hat{r}_{12} \qquad (11.6)$$

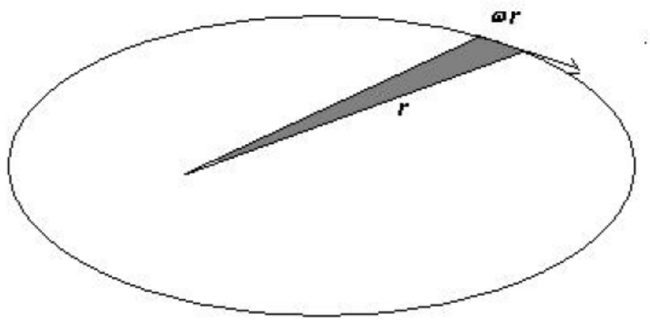
dengan $\hat{r}_{12}$ adalah vektor satuan yang berarah dari benda pertama ke benda kedua. (Notasi 12, berarti pada benda pertama oleh benda kedua).

Konstanta G dalam persamaan gravitasi universal, dapat ditentukan melalui eksperimen. Pengukuran yang teliti untuk nilai G dilakukan oleh Cavendish. Sekarang nilai konstanta gravitasi universal diberikan oleh

$$G = 6{,}6720 \times 10^{-11}\ m^2/kg^2 \qquad (11.7)$$

Dalam penjabaran di atas, diasumsikan bahwa benda pertama dan kedua adalah suatu titik massa. Untuk benda yang besar, yang tidak dapat dianggap sebagai titik massa maka sumbangan dari masing-masing elemen massa harus diperhitungkan. Untuk itu diperlukan perhitungan-perhitungan kalkulus integral. Salah satu hasil capaian Newton, dia berhasil menunjukkan, dengan bantuan kalkulus integral, bahwa sebuah benda berbentuk bola (juga kulit bola) dengan distribusi massa yang homogen, akan memberikan gaya gravitasi ada sebuah titik massa di luar bola tadi dengan massa bola seolah-olah terkonsentrasi pada titik pusat bola. Dengan ini kita dapat misalnya menganggap gaya gravitasi bumi seolah-olah disebabkan oleh sebuah titik massa yang berada pada pusat bumi.

Hukum Kepler kedua, untuk kasus lintasan planet yang berbentuk lingkaran, hanya menunjukkan bahwa kelajuan planet mengelilingi matahari konstan. Tetapi untuk kasus lintasan yang sesungguhnya, yaitu yang berbentuk elips, hukum kedua Kepler menunjukkan tentang kekekalan momentum sudut. Lihat gambar



Daerah yang disapu oleh garis yang menghubungkan planet dengan matahari dalam selang waktu Δt diberikan oleh :

$$\Delta A = \frac{1}{2} r^2 w \Delta t \qquad (11.8)$$

sehingga pernyataan bahwa untuk selang waktu yang sama daerah yang disapu sama, sama dengan menyatakan bahwa besaran berikut ini konstan

$$\frac{w^2}{r} \qquad (11.9)$$

Tetapi bila ini kita kalikan dengan massa planet, akan kita dapatkan bahwa besaran m!r2 yang tidak lain sama dengan besar total momentum sudut sistem (dengan matahari sebagai titik referensi). Jadi dalam sistem planet matahari, gaya gravitasi tidak menimbulkan perubahan momentum sudut.

11.2 Medan Gravitasi

Konsep gaya gravitasi, dimana dua benda yang terpisah dan tidak saling sentuh dapat memeberikan pengaruh satu sama lain, merupakan konsep yang sulit dipahami bagi ilmuwan fisika klasik dahulu. Bagi mereka semua gaya harus melalui persentuhan, minimal harus ada perataranya. Karena itu terkait dengan gaya gravitasi, mereka memperkenalkan konsep medan gravitasi. Jadi pada ruang di sekitar sebuah benda yang bermassa m akan timbul medan gravitasi.

Apabila pada medan gravitasi tadi terdapat sebuah benda yang ermassa, maka benda tadi akan mengalami gaya gravitasi. Kuat medan gravitasi pada suatu titik dalam ruang diukur dengan menggunakan suatu massa uji yang kecil. Kuat medan gravitas diberikan oleh perumusan

$$\bar{g} = \frac{\bar{F}}{m} \qquad (11.10)$$

sehingga medan gravitasi di sekitar sebuah benda bermassa m diberikan oleh

$$\bar{g} = G\frac{m}{r^2}\hat{r} \qquad (11.11)$$

11.3 Energi Potensial Gravitasi

Usaha yang dilakukan oleh gaya gravitasi sebuah benda bermassa M (yang diasumsikan berada di titik pusat koordinat) pada benda lain yang bermassa m, yang menyebabkan perpindahan benda kedua dari jarak ra ke rb diberikan oleh

$$W = \int_a^b -G\frac{mM}{r^2}\hat{r}.d\bar{s} = -\int_a^b G\frac{Mm}{r^2}dr = GMm\left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a}\right) \qquad (11.12)$$

Tanda minus dalam gaya di atas karena arah gayanya adalah ke pusat koordinat. Jelas dari hasil di atas bahwa gaya gravitasi adalah gaya konservatif. Karena itu kita dapat mendefinisikan konsep energi potensial gravitasi melalui

$$\Delta U = -W = -GMm\left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a}\right) \qquad (11.13)$$

Bila kita asumsikan ra berada pada jauh tak hingga, dan rb = r, dan diasumsikan pada titik jauh tak hingga potensial gravitasinya lenyap (=nol), maka kita dapatkan

$$U(r) = -\frac{GMm}{r} \qquad (11.14)$$

Untuk suatu ketiggian dekat permukaan bumi, maka kita pilih pada pers. (11.13) ra = R, jejari bumi (= jarak permukaan bumi dari pusatnya), dan rb = R + h. Kemudian diasumsikan bahwa U(R) = 0, maka kita peroleh energi potensial gravitasinya

$$U(r) = -GMm\left(\frac{1}{R+h} - \frac{1}{R}\right) = -GMm\left(\frac{R-(R+h))}{(R+h)R}\right) \approx \frac{GM}{R^2}mh \quad (11.15)$$

Tetapi besaran GM/R2 tidak lain dari percepatan gravitasi bumi g, sehingga untuk ketingggian dekat permukaan bumi

U (h) = mgh (11.16)