Daftar Isi

Bab 1

Pendahuluan

1.1 Besaran, Satuan, dan Pengukuran

Fisika adalah ilmu yang mempelajari benda-benda dan fenomena yang terkait dengan benda-benda tersebut. Untuk mendeskripsikan keadaan suatu benda atau suatu fenomena yang terjadi pada benda, maka didefinisikan berbagai besaran-besaran fisika. Besaran-besaran fisika ini selalu dapat terukur dan memiliki nilai (dapat dinyatakan dalam angka-angka) yang merupakan hasil pengukuran. Contoh besaran-besaran fisika adalah panjang, jarak, massa, waktu, periode, gaya, kecepatan, temperatur, intensitas cahaya, dan sebagainya. Terkadang nama dari besaran-besaran fisika tadi memiliki kesamaan dengan istilah yang dipakai dalam keseharian, tetapi maknanya dalam Fisika tidak selalu memiliki pengertian yang sama dalam bahasa keseharian. Seperti misalnya istilah gaya, usaha, dan momentum, yang memiliki makna yang berbeda dalam keseharian, misalnya, "Anak itu bergaya di depan kaca", "Ia berusaha keras menyelesaikan soal ujiannya", "Momentum perubahan politik sangat tergantung pada kondisi ekonomi negara". Besara-besaran fisika didefinisikan secara khas, sebagai suatu istilah fisika yang memiliki makna tertentu. Terkadang suatu besaran fisika hanya dapat dimengerti dengan menggunakan bahasa matematik, walau terkadang juga dapat diuraikan dengan bahasa sederhana.

Untuk mengetahui nilai dari suatu besaran fisika harus dilakukan pengukuran. Mengukur adalah membandingakan antara dua hal, dengan salah satunya menjadi pembanding atau alat ukur, yang besarnya harus distandarkan. Ketika mengukur jarak antara dua titik, kita membandingkan jarak dua titik tersebut dengan jarak suatu standar panjang, misalnya panjang tongkat meteran. Ketika mengukur berat suatu benda, kita membandingkan berat benda tadi dengan berat benda standar. Singkatnya, dalam mengukur kita membutuhkan suatu standar sebagai pembanding besar sesuatu yang akan diukur. Standar tadi kemudian dinyatakan memiliki nilai satu dan dijadian sebagai acuan satuan tertentu. Walau standar ukur dapat ditentukan sekehendak kita, tetapi tidak ada artinya bila standar tadi tidak sama di seluruh dunia, karena itu perlu diadakan suatu standar internasional agar manusia dapat saling berkomunikasi dalam "bahasa satuan standar yang sama". Di samping itu, sebuah standar tersebut haruslah praktis dan mudah diproduksi ulang di manapun di dunia ini (atau bahkan di alam semesta) serta tidak bergantung pada kondisi atau keadaan lingkungan tertentu. Sistem standar internasional untuk ukuran saat ini sudah ada, dan dikenal dengan Sistem Internasional (SI). Bersamaan dengan sistem standar, juga terdapat satuan SI untuk setiap besaran fisika.

Antara besaran fisika yang satu dengan besaran fisika yang lain, mungkin terdapat hubungan. Untuk memudahkan memahami hubungan-hubungan tersebut, besaran-besaran fisika disimbolkan dengan simbol-simbol (alfabetik), sehingga hubungan antara besaran-besaran fisika ini dapat dinyatakan dengan mudah sebagai persamaan-persamaan matematis. Karena besaran-besaran fisika tersebut ada yang saling terkait, maka ada bebeapa besaran fisika yang dapat dinyatakan dalam kombinasi matematis (perkalian) besaran-besaran fisika yang lain. Sehingga seluruh besaran fisika yang ada dapat dinyatakan dalam beberapa besaran-besaran fisika yang disebut sebagai besaran-besaran dasar. Terdapat tujuh buah besaran dasar fisika (dengan satuannya masing-masing)

1. panjang (meter)
2. massa (kilogram)
3. waktu (sekon)
4. arus listrik (ampere)
5. temperatur (kelvin)
6. jumlah zat (mole)

7. intensitas cahaya (candela)

Besaran-besaran fisika selain besaran-besaran dasar ini, disebut sebagai besaran turunan, yang selalu dapat dinyatakan dalam besara-besaran dasar tadi.

Satuan SI untuk panjang adalah meter dan satu meter didefinisikan sebagai jarak yang ditempuh cahaya dalam ruang hampa dalam waktu 1/299792458 detik. Satuan SI untuk waktu adalah sekon dan satu sekon didefinisikan sebagai 9 192 631 770 kali periode transisi tertentu atom Cesium-133 Cs^{133}. Satuan SI untuk massa adalah kilogram, dan satu kilogram didefinisikan sebagai massa sebuah silinder platina iridium yang disimpan di Lembaga Berat dan Ukuran Internasional di Sevres, Prancis. Tetapi selain itu juga terdapat standar massa non SI, yaitu standar massa atom yang diambil berdasarkan massa satu atom karbon-12 C^{12} yang tepat didefinisikan bermassa 12 dalam satuan massa atom terpadu (amu - atomic mass unit, disingkat u).

1.2 Analisa Dimensi

Dimensi dalam fisika menggambarkan sifat fisis dari suatu besaran. Panjang suatu benda, walaupun dapat dinyatakan dalam berbagai satuan, tetap memiliki sifat fisis tertentu, yaitu panjang. Dimensi berkelakuan seperti suatu kuantitas aljabar. Sebagai contoh, kita tidak dapat menjumlahkan panjang sebuah benda dengan periode getaran benda, karena dua besaran tersebut berbeda dimensinya. Tidak ada maknanya menjumlah satu meter dengan satu detik. Hanya dua besaran yang berdimensi sama yang dapat dijumlahkan atau dikurangkan. Dalam sebuah persamaan, dimensi di sisi kiri dan kanan persamaan haruslah sama. Dari prinsip-prinsip ini, kita dapat menggunakan analisa dimensi untuk mengecek kebenaran suatu persamaan fisika. Sebagai contoh bila diberitahukan persamaan jarak tempuh pada percepatan konstan $x(t) = x(0) + v(0)t + at^2/2$. Dimensi dari suku-suku di persamaan tersebut

$$[x] = L; \quad [v] = LT^{-1}; \quad [a] = LT^{-2}; \quad [t] = T$$

dengan L adalah dimensi panjang, T adalah dimensi waktu, dan M adalah dimensi massa. Tampak jelas bahwa dimensi di ruas kanan sama dengan dimensi di ruas kiri, serta dimensi pada semua suku-suku yang dijumlahkan sama.

Dalam fungsi-fungsi trigonometri, argumen dari fungsinya haruslah berupa bilangan (atau sudut) yang tidak berdimensi. Maka dalam persamaan $y = y_0 \cos(kx - \omega t)$, $[kx]$ dan $[\omega t]$ haruslah tak berdimensi, sehingga $[k] = L^{-1}$ dan $[\omega] = T^{-1}$. Hal yang sama juga berlaku untuk pangkat dan logaritma, yaitu pangkat haruslah tak berdimensi, dan logaritma haruslah mengambil nilai saja, sehingga tak berdimensi. Contohnya bila $A = A_0 e^{-\lambda x}$, maka $[\lambda x]$ haruslah tak berdimensi sehingga $[\lambda] = L^{-1}$. Dalam $dB = 10 \log(I/I_0)$, $[I/I_0]$ harus tak berdimensi sehingga $[I] = [I_0]$.

1.3 Angka Penting

Dalam pengukuran, hasil ukur selalu terdiri dari beberapa angka pengukuran yang pasti serta satu atau dua angka (terakhir) pengukuran yang tidak pasti atau berupa perkiraan. Ralat dari pengukuran biasanya diambil dari skala terkecil atau setengah skala terkecil alat ukur yang dipakai. Hasil pengukuran yang berada dalam daerah ralat (ketidakpastian) merupakan hasil perkiraan pengukuran, sehingga tidak pasti nilainya. Misalnya diukur lebar sebuah meja dengan meteran penggaris yang skala terkecilnya adalah 1 mm. Diperoleh hasil $l = 10,23$ cm dengan ralat dari alat ukurnya sekitar $\pm 0,05$ cm. Angka tiga dalam hasil pengukuran tadi adalah hasil perkiraan. Terkadang untuk memudahkan, angka tersebut diberi garis atas, $l = 10,2\bar{3}$. Terkait dengan penulisan hasil pengukuran, diperkenalkan konsep tentang angka penting. Angka penting adalah angka hasil pengukuran yang terdiri dari beberapa angka pasti dan satu angka terakhir yang berupa perkiraan. Angka nol di depan, yang menunjukkan letak koma desimal, bukanlah angka penting, misalnya 0,00025 hanya terdiri dari dua angka penting (dua dan lima). Angka nol di belakang dapat merupakan angka penting, tapi juga dapat sekedar untuk menunjukkan letak koma desimal. Karena ketidakjelasan ini, maka penulisan hasil pengukuran hendaknya dinyatakan dalam notasi ilmiah. Sebagai contoh, 0,00025 m dituliskan sebagai $2,5 \times 10^{-4}$ m, bila hanya terdiri dari dua angka penting. Tetapi bila angka nol di belakang juga merupakan angka hasil pengukuran, misalnya 0,000250 m hendaknya ditulis sebagai $2,50 \times 10^{-4}$ m, yang menunjukkan bahwa nol terakhir juga merupakan angka penting. Lebih baik lagi bila penulisan hasil pengukuran dilengkapi dengan ralatnya. Misalnya contoh pengukuran lebar meja di atas, ditulis $(10,23 \pm 0,05)$ cm, sehingga jelas bahwa angka tiga di 10,23 merupakan angka perkiraan.

Dalam menjumlahkan, mengurangkan, mengalikan dan membagi dua angka penting berlaku kaedah-kaedah (rasional) berikut: Bila angka pasti bertemu (dijumlah, dikurang, dikali atau dibagi) dengan angka pasti hasilnya angka pasti. Bila angka perkiraan bertemu dengan angka perkiraan, hasilnya angka perkiraan. Bila angka perkiraan bertemu dengan angka pasti hasilnya angka perkiraan (bila hasilnya dua angka, maka yang terakhir adalah perkiraan sedangkan yang di depan angka pasti). Contoh:

$$10,2\bar{4} + 3,\bar{5} = 10,\bar{7}\bar{4} \approx 10,\bar{7}$$

$$3,\bar{5} \times 2,6\bar{0} = (3 + 0,\bar{5}) \times (2 + 0,6 + 0,\bar{0}) = 6 + 1,8 + 1,\bar{0} + 0,\bar{3}\bar{0} = 9,\bar{1}\bar{0} \approx 9,\bar{1}$$

Berdasarkan kaedah-kaedah di atas, untuk perkalian dan pembagian, hasil kali atau hasil baginya akan memiliki jumlah angka penting yang sama dengan angka penting tersedikit.

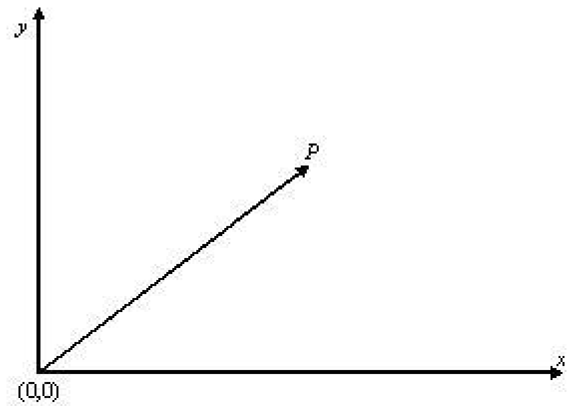
1.4 Besaran Skalar dan Vektor

Besaran-besaran fisika secara umum dapat dikelompokkan menjadi tiga jenis, besaran skalar, besaran vektor dan besaran tensor. Untuk besaran tensor, tidak akan dipelajari dalam pelajaran fisika dasar. Besaran skalar adalah besaran yang memiliki nilai saja, sedangkan besaran vektor adalah besaran yang selain memiliki nilai juga memiliki arah. Karena konsep tentang vektor banyak digunakan dalam fisika, maka akan dijelaskan lebih lanjut secara singkat mengenai besaran vektor ini.

1.4.1 Vektor

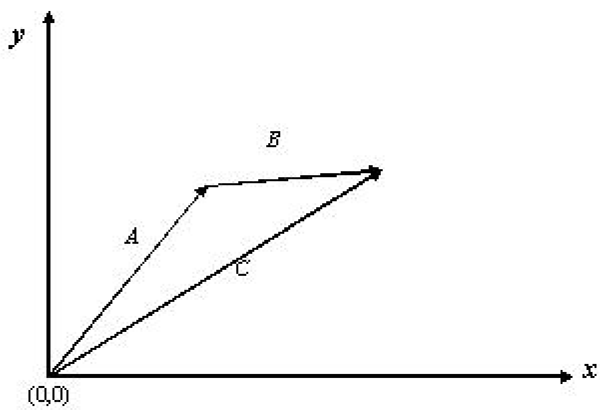
Sebagai contoh untuk vektor, sekaligus sebagai dasar dari konsep vektor, adalah vektor posisi. Untuk menentukan posisi sebuah titik relatif terhadap titik yang lain, kita harus memiliki sistem koordinat. Dalam ruang berdimensi tiga, dibutuhkan sistem koordinat x, y, z untuk mendiskripsikan posisi suatu titik relatif terhadap suatu titik asal (O). Sistem koordinat x, y, z ini sering disebut sebagai sistem koordinat kartesan. Dalam penentuan arah positif setiap sumbu, dipakai kesepakatan putar kanan (tangan kanan). Yaitu dari bila diputar dari arah positif x ke arah positif y, putarannya mengarah ke arah positif z.

Vektor posisi suatu titik P, relatif terhadap titik asal pada bidang digambarkan di bawah ini.



1.4.2 Penjumlahan Vektor

Dari konsep vektor posisi dikembangkan konsep penjumlahan vektor. Misalkan vektor posisi titik A adalah $\vec{A}$, sedangkan posisi titik B ditinjau dari titik A adalah $\vec{B}$. Vektor posisi titik B adalah vektor $\vec{C}$, dan $\vec{C}$ dapat dinyatakan sebagai jumlahan vektor $\vec{A}$ dan vektor $\vec{B}$, $\vec{A}+\vec{B}=\vec{C}$.



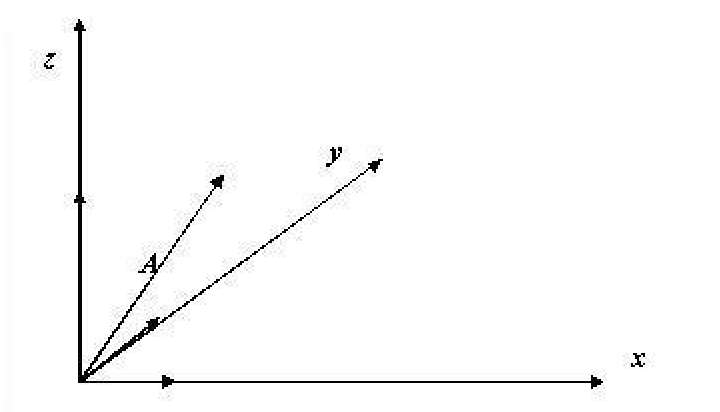
Negatif dari suatu vektor $\vec{A}$ dituliskan sebagai $-\vec{A}$ dan didefinisikan sebagai sebuah vektor dengan besar yang sama dengan besar vektor $\vec{A}$ tetapi dengan arah yang berlawanan, sehingga $\vec{A}+(-1)\vec{A}=0$. Dari sini konsep pengurangan vektor muncul, jadi

$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-1)\vec{B}.$$

Aljabar vektor bersifat komutatif dan asosiatif. Jadi $\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$, dan $\vec{A} + (\vec{B} + \vec{C}) = (\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C}$

Dalam ruang berdimensi tiga terdapat paling banyak tiga vektor yang dapat saling tegak lurus. Vektor-vektor yang saling tegak lurus ini dapat dijadikan vektor-vektor basis. Dalam sistem koordinat kartesan, sebagai vektor-vektor basis biasanya diambil vektor-vektor yang mengarah ke arah sumbu x, y, dan z positif, dan diberi simbol $\hat{x}$, $\hat{y}$, dan $\hat{z}$. Vektor-vektor basis ini juga dipilih memiliki besar satu satuan. Sehingga sembarang vektor $\vec{A}$ dalam ruang dimensi tiga dapat dinyatakan sebagai jumlahan vektor-vektor basis dengan koefisien-koefisien A_x, A_y, A_z yang disebut sebagai komponen vektor dalam arah basis x, y dan z.

$$\vec{A} = A_x\hat{x} + A_y\hat{y} + A_z\hat{z}$$



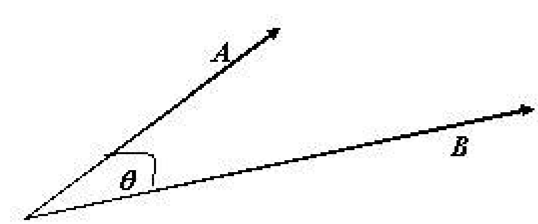
Dari trigonometri dapat diketahui bahwa bila sudut antara vektor $\vec{A}$ dengan sumbu x, y, dan z adalah θ_x, θ_y, dan θ_z, maka $A_x = A\cos\theta_x$, $A_y = A\cos\theta_y$, dan $A_z = A\cos\theta_z$, dengan A adalah besar $\vec{A}$. Dari teorema Phytagoras, diperoleh bahwa $A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$.

1.4.3 Perkalian

Dua buah vektor dapat 'diperkalikan'. Konsep perkalian antar vektor sangat bermanfaat dalam perumusan berbagai persamaan-persamaan fisika. Konsep perkalian dalam vektor sangat berbeda dengan sekedar memperkalian dua buah bilangan (skalar), dan memiliki definisi tersendiri. Dua buah vektor dapat diperkalikan menghasilkan sebuah skalar ataupun sebuah vektor baru. Perkalian yang menghasilkan skalar disebut sebagai perkalian skalar atau perkalian titik (*dot product*), dan didefinisikan sebagai

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \ \cos\theta \tag{1.1}$$

dengan θ adalah sudut antara vektor $\vec{A}$ dan $\vec{B}$. Besar vektor $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ dapat dinyatakan dalam perumusan



berikut ini

$$C = \sqrt{(\vec{A} + \vec{B}) \cdot (\vec{A} + \vec{B})} = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \ \cos\theta}$$

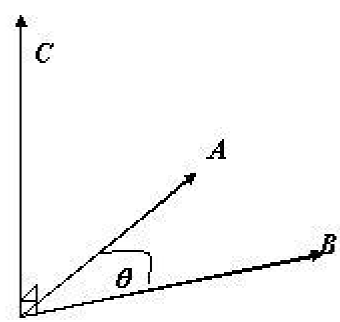
Bila $\vec{A}$ dan $\vec{B}$ dinyatakan dalam komponen-komponennya, $\vec{A} = A_x\hat{x} + A_y\hat{y} + A_z\hat{z}$ dan $\vec{B} = B_x\hat{x} + B_y\hat{y} + B_z\hat{z}$, maka

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z \tag{1.2}$$

Persamaan di atas diperoleh setelah melakukan perkalian skalar basis-basis vektornya, yaitu $\hat{x} \cdot \hat{y} = \hat{x} \cdot \hat{z} = \hat{y} \cdot \hat{z} = \cos 90^0 = 0$ (saling tegak lurus), dan $\hat{x} \cdot \hat{x} = \hat{y} \cdot \hat{y} = \hat{z} \cdot \hat{z} = \cos 0^0 = 1$. Dengan mengalikan sembarang vektor $\vec{A}$ dengan sebuah vektor basis, akan didapatkan proyeksi $\vec{A}$ ke arah vektor basis tadi, jadi misalnya $\vec{A} \cdot \hat{x} = A_x$. Alternatif definisi perkalian skalar dapat dimulai dari pers. (1.2), kemudian pers. (1.1) dijabarkan darinya.

Perkalian dua buah vektor yang menghasilkan sebuah vektor, disebut sebagai perkalian silang (*cross product*), untuk dua buah vektor $\vec{A}$ dan $\vec{B}$ dituliskan

$$\vec{A} \times \vec{B} = \vec{C}$$



Vektor $\vec{C}$ di sini adalah suatu vektor yang arahnya tegak lurus terhadap bidang di mana $\vec{A}$ dan $\vec{B}$ berada, dan ditentukan oleh arah putar tangan kanan yang diputar dari $\vec{A}$ ke $\vec{B}$. Besar vektor $\vec{C}$ didefinisikan sebagai

$$C = |\vec{A} \times \vec{B}| = AB \ \sin\theta$$

Besar vektor $\vec{C}$ ini dapat diinterpretasikan sebagai luasan jajaran genjang yang dua sisinya dibatasi oleh $\vec{A}$ dan $\vec{B}$ Sesuai dengan definisinya, maka $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$. Untuk vektor-vektor basis, diperoleh $\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z}$, $\hat{y} \times \hat{z} = \hat{x}$, $\hat{z} \times \hat{x} = \hat{y}$, dan $\hat{x} \times \hat{x} = \hat{y} \times \hat{y} = \hat{z} \times \hat{z} = 0$. Dalam komponen $\vec{A}$ dan $\vec{B}$, hasil perkalian silang, dengan memakai hasil perkalian silang untuk basis-basis, dapat dituliskan sebagai berikut

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y)\hat{x} + (A_z B_x - AxB_z)\hat{y} + (A_x B_y - A_y B_x)\hat{z}$$

Bab 2

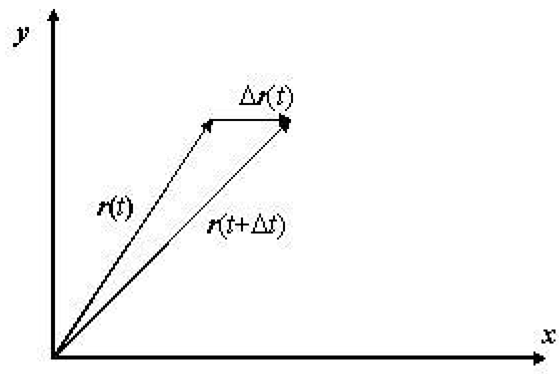
Kinematika

2.1 Posisi, Kecepatan dan Percepatan

Dalam bab ini kita akan meninjau gerak titik partikel secara geometris, yaitu meninjau gerak partikel tanpa meninjau penyebab geraknya. Cabang ilmu mekanika yang meninjau gerak partikel tanpa meninjau penyebab geraknya disebut sebagai kinematika. Walaupun kita hanya meninjau gerak titik partikel, tetapi hasil yang didapat juga dapat dimanfaatkan untuk mempelajari gerak benda yang bukan titik partikel. Karena selama pengaruh penyebab gerak benda hanya pengaruh eksternal, maka gerak keseluruhan benda dapat diwakili oleh gerak titik pusat massanya dan tidak berbeda dengan gerak sebuah titik partikel. Pembuktian terhadap pernyataan ini akan diberikan belakangan.

Kondisi gerak suatu titik partikel dideskripsikan oleh perubahan posisi partikel sebagai fungsi waktu, $\vec{r}(t)$. Dalam mekanika klasik waktu dianggap tidak bergantung pada sistem kerangka koordinat yang dipilih, waktu hanya sebagai sesuatu yang mengalir bebas dari besaran-besaran fisis lainnya. Bila fungsi $\vec{r}(t)$ sudah diketahui untuk sebarang waktu t, maka keadaan gerak partikel tadi secara praktis sudah diketahui. Tetapi terkadang informasi tentang gerak partikel tidak diketahui dalam bentuk posisi tetapi dalam besaran-besaran lain yang akan kita definisikan.

Dalam selang waktu Δt, posisi partikel akan berpindah dari $\vec{r}(t)$ menjadi $\vec{r}(t + \Delta t)$. Vektor perubahan



posisinya adalah

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)$$

Didefinisikan suatu besaran yang kita sebut sebagai kecepatan, untuk menggambarkan perubahan posisi ini. Kecepatan sebuah partikel adalah laju perubahan posisi partikel terhadap waktu. Kecepatan rerata partikel dalam selang waktu Δt didefinisikan sebagai

$$\bar{\vec{v}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

Sedangkan kecepatan sesaat pada saat t didefinisikan sebagai

$$\vec{v} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \equiv \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}$$

Besar dari vektor kecepatan sering juga disebut sebagai kelajuan. Kelajuan dari sebuah partikel mungkin saja tidak berubah walaupun kecepatannya berubah, yaitu bila vektor kecepatan berubah arahnya tanpa berubah besarnya.

Bila kecepatan sebuah partikel pada saat t adalah $\vec{v}(t)$ maka setelah selang waktu Δt kecepatannya adalah $\vec{v}(t + \Delta t)$. Perubahan kecepatannya selama selang Δt diberikan oleh

$$\Delta v = \vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t)$$

Untuk menggambarkan perubahan kecepatan ini didefisikan besaran percepatan. Percepatan sebuah partikel adalah laju perubahan kecepatan partikel terhadap waktu. Percepatan rerata partikel tadi didefinisikan sebagai

$$\bar{\vec{a}} \equiv \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

sedangkan percepatan sesaatnya pada saat t didefinisikan sebagai

$$\vec{a} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \equiv \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}.$$

Karena kecepatan dapat dituliskan sebagai derivatif posisi terhadap waktu, maka percepatan adalah derivatif kedua posisi terhadap waktu, yaitu

$$\vec{a} \equiv \frac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2}.$$

2.2 Gerak dengan Kecepatan Konstan

Bila kecepatan partikel konstan $\vec{v}$, maka percepatannya nol. Untuk kasus ini posisi partikel pada waktu t dapat diketahui melalui integrasi persamaan berikut ini

$$\mathrm{d}\vec{r} = \vec{v}\mathrm{d}t$$

yang bila diintegralkan dari saat awal t_0 dengan posisi $\vec{r}(0)$ ke saat akhir t dengan posisi $\vec{r}(t)$

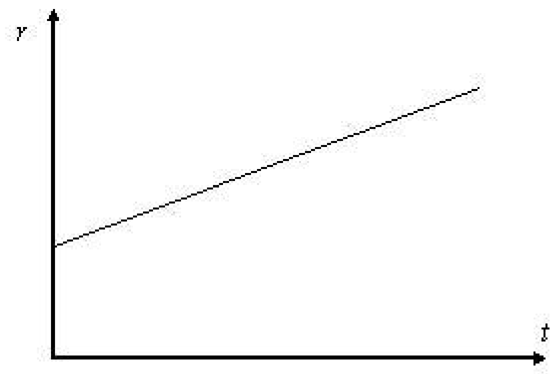
$$\int_{\vec{r}(0)}^{\vec{r}(t)} \mathrm{d}\vec{r} = \vec{v} \int_0^t \mathrm{d}t$$

$$\vec{r}(t) - \vec{r}(0) = \vec{v}(t - 0)$$

atau

$$\vec{r}(t) = \vec{r}(0) + \vec{v}\ t$$

Grafik hubungan posisi dan waktu membentuk garis lurus dengan nilai gradien grafik (kemiringan grafik) sama dengan nilai kecepatan yang konstan



Gambar 2.1: Grafik hubungan posisi sebagai fungsi waktu pada kecepatan konstan

2.3 Gerak dengan Percepatan Konstan

Bila percepatan partikel konstan $\vec{a}$, kecepatan partikel dapat ditentukan dari integrasi persamaan berikut ini

$$\mathrm{d}\vec{v} = \vec{a}\mathrm{d}t$$

yang bila diintegralkan dari saat awal t_0 dengan kecepatan $\vec{v}(0)$ ke saat akhir t dengan kecepatan $\vec{v}(t)$

$$\int_{\vec{v}(0)}^{\vec{v}(t)} \mathrm{d}\vec{v} = \vec{a}\int_0^t \mathrm{d}t$$

$$\vec{v}(t) - \vec{v}(0) = \vec{a}(t-0)$$

atau

$$\vec{v}(t) = \vec{v}(0) + \vec{a}\ t$$

dari persamaan ini, dengan memakai definisi kecepatan sebagai derivatif posisi terhadap waktu, diperoleh persamaan berikut ini

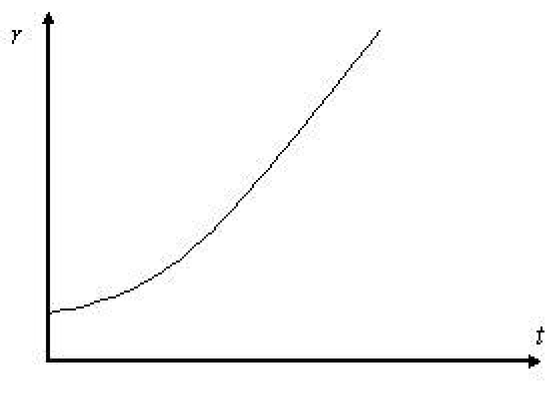
$$\mathrm{d}\vec{r} = \vec{v}(0)\mathrm{d}t + \vec{a}t\mathrm{d}t$$

yang bila diintegralkan dari saat awal t_0 dengan posisi $\vec{r}(0)$ ke saat akhir t dengan posisi $\vec{r}(t)$, diperoleh

$$\int_{\vec{r}(0)}^{\vec{r}(t)} \mathrm{d}\vec{r} = \int_0^t \vec{v}(0)\mathrm{d}t + \vec{a}t\mathrm{d}t$$

dan diperoleh

$$\vec{r}(t) = \vec{r}(0) + \vec{v}(0)\ t + \frac{1}{2}\vec{a}\ t^2$$



Gambar 2.2: Grafik hubungan posisi sebagai fungsi waktu pada percepatan konstan

Grafik posisi sebagai fungsi dari waktu berbentuk grafik kuadratis (parabolik), dengan gradien grafik sama dengan besar kecepatan partikel pada saat tertentu. Sedangkan grafik kecepatan sebagai fungsi waktu berbentuk garis lurus dengan gradien grafiknya sama dengan besar percepatan partikel.

Dengan meninjau gerak satu dimensi, dapat juga dituliskan

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} = v\ \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}$$

atau dapat dituliskan

$$v\ \mathrm{d}v = a\mathrm{d}r$$

yang bila diintegralkan dari posisi dan kecepatan awal $r(0)$ dan $v(0)$ ke posisi dan kecepatan akhir $r(t)$ dan

$v(t)$ maka diperoleh

$$\int_{v(0)}^{v(t)} v \, \mathrm{d}v = a \int_{r(0)}^{r(t)} \mathrm{d}r.$$

Hasilnya

$$v(t)^2 = v(0)^2 + 2a \, (r(t) - r(0))$$

Sebagai contoh gerak dengan percepatan konstan adalah gerak partikel jatuh bebas di dekat permukaan bumi. Dapat ditunjukkan bahwa untuk ketinggian yang tidak terlalu jauh dari permukaan bumi, percepatan gravitasi g yang dialami sebuah benda yang jatuh bebas, bernilai konstan. Dalam kasus benda jatuh bebas, bila arah positif dipilih ke arah atas, maka percepatan benda $a = -g$ (ke bawah).

2.4 Kombinasi Gerak

Besaran-besaran gerak yang berupa besaran vektor dapat diuraikan menjadi komponen-komponennya dalam setiap arah vektor-vektor basisnya. Sehingga gerak dalam dua dimensi dapat diuraikan menjadi kombinasi dua gerak satu dimensi dalam dua arah yang saling tegak lurus (misalnya dalam arah x dan y). Demikian juga gerak dalam tiga dimensi dapat diuraikan menjadi kombinasi tiga gerak satu dimensi dalam tiga arah yang saling tegak lurus (dalam arah x, y, dan z). Semua persamaan-persamaan kinematika gerak lurus dalam bab sebelumnya, dapat digunakan untuk mendeskripsikan gerak dalam masing-masing arah. Sebagai contoh akan diberikan gerak partikel dalam dua dimensi (bidang) yang mengalami percepatan konstan dalam arah vertikal dan tidak mengalami percepatan dalam arah horizontal. Aplikasi dari gerak ini adalah gerak peluru, yang lintasannya berupa lintasan parabolik.

Misalkan di titik asal koordinat $(0, 0)$ sebuah partikel bergerak dengan kecepatan awal $\vec{v}_0$ yang membentuk sudut θ terhadap sumbu x. Partikel ini mengalami percepatan gravitasi sebesar $-g$ (ke arah sumbu y negatif). Kecepatan awal partikel dapat diuraikan menjadi komponen x dan y, yaitu $v_{0x} = v_0 \cos\theta$ dan $v_{0y} = v_0 \sin\theta$. Gerak partikel sekarang dapat dianalisa sebagai gerak dengan kecepatan konstan pada arah x dan gerak dengan percepatan konstan pada arah y. Sesuai pembahasan pada bagian sebelum ini, posisi partikel pada arah x dan y diberikan oleh

$$x(t) = v_{0x} t \tag{2.1}$$

$$y(t) = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \tag{2.2}$$

Kecepatan partikel pada arah x tetap, yaitu $v_x(t) = v_{0x}$, sedangkan kecepatan partikel pada arah y berubah sebagai $v_y(t) = v_{0y} - gt$. Besar kecepatan partikel diberikan oleh

$$v(t) = \sqrt{v_x(t)^2 + v_y(t)^2}$$

Dengan mensubstitusikan variabel waktu t pada pers. (2.1) ke dalam pers. (2.2) diperoleh

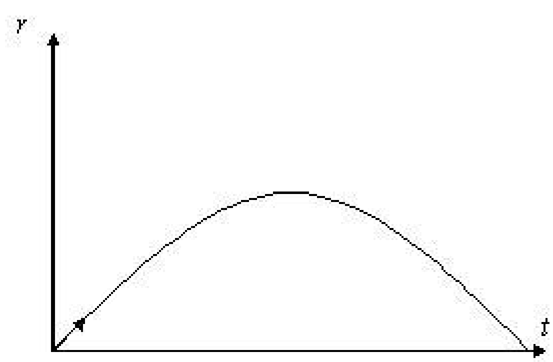
$$y(x) = \frac{v_{0y}}{v_{0x}}x - \frac{g}{2v_{0x}^2}x^2 \tag{2.3}$$

Persamaan ini adalah fungsi y yang kuadratis dalam variabel x. Titik tertinggi lintasan diperoleh dengan mencari nilai ekstrim fungsi tersebut, yang tercapai ketika

$$\frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dx}} = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} - \frac{g}{v_{0x}^2}x = 0$$

yaitu pada

$$x = \frac{v_{0y}v_{0x}}{g} = \frac{2v_0^2 \sin 2\theta}{2g}$$



Posisi terjauh partikel, yaitu posisi ketika partikel kembali memiliki posisi $y = 0$, dapat diperoleh dengan mencari akar pers. (2.3), (dengan memakai rumus abc)

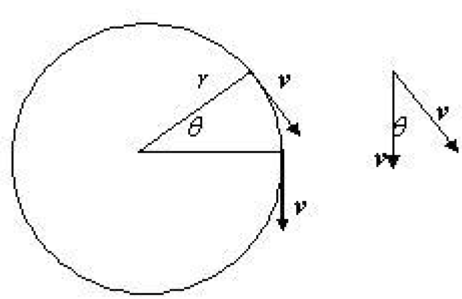
$$x = \frac{v_{0y}v_{0x}}{g} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4v_{0y}^2 v_{0x}^2}{g^2}}$$

terdapat dua nilai, dan dipilih yang tidak nol (karena $x = 0$ tidak lain adalah titik awal gerak partikel yang juga memiliki koordinat $y = 0$), jadi titik terjauh yang ditempuh adalah pada

$$x = \frac{2v_{0y}v_{0x}}{g} = \frac{v_0 \sin 2\theta}{g} \tag{2.4}$$

2.5 Gerak Melingkar Beraturan

Gerak melingkar beraturan adalah gerak dengan lintasan berbentuk lingkaran dan kelajuan konstan. Walau kelajuannya konstan, tetapi vektor kecepatannya berubah, yaitu berubah arahnya. Kita tinjau suau partikel bergerak melingkar dengan jejari lintasan lingkarannya r. Lihat gambar di bawah ini



Dari gambar di atas, untuk selang waktu Δt, partikel yang bergerak melingkar telah menempuh jarak sejauh

$$v\Delta t = r\theta \tag{2.5}$$

dengan θ adalah sudut dalam satuan radian. Dalam selang waktu tersebut, karena vektor kecepatan selalu tegak lurus terhadap jejari lingkaran, arah vektor kecepatan juga sudah berubah sebesar $\Delta\vec{v}$ (lihat gambar),

Sehingga untuk selang waktu yang cukup kecil,

$$\Delta v = \theta v. \tag{2.6}$$

Dengan mengeliminasi θ dari pers. (2.5) dan (2.6), diperoleh

$$\Delta v = v^2 \frac{\Delta t}{r} \tag{2.7}$$

atau, dengan membagi kedua ruas dengan Δt, akan didapatkan percepatan

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}. \tag{2.8}$$

Arah percepatannya searah dengan arah perubahan kecepatan $\Delta\vec{v}$, untuk Δt yang sangat kecil, akan tegak lurus terhadap arah kecepatan $\vec{v}$ mengarah ke pusat lingkaran. Percepatan ini disebut sebagai percepatan sentripetal, dengan besar yang konstan dan selalu mengarah ke pusat lingkaran.

Untuk gerak melingkar dengan kelajuan yang tidak konstan, dapat dianalisa dengan menuliskan vektor kecepatan sebagai $\vec{v} = v\hat{u}$, dengan $\hat{u}$ adalah vektor satuan searah dengan arah kecepatan, dan menyinggung (tangensial terhadap) lintasan. Dengan menderivatifkan vektor kecepatan ini, diperoleh

$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}v\hat{u}}{\mathrm{d}t} = \hat{u}\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + v\frac{\mathrm{d}\hat{u}}{\mathrm{d}t} \tag{2.9}$$

suku pertama disebut sebagai suku percepatan tangensial

$$\vec{a}_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\hat{u} = a_t\hat{u} \tag{2.10}$$

sedangkan pada suku kedua,

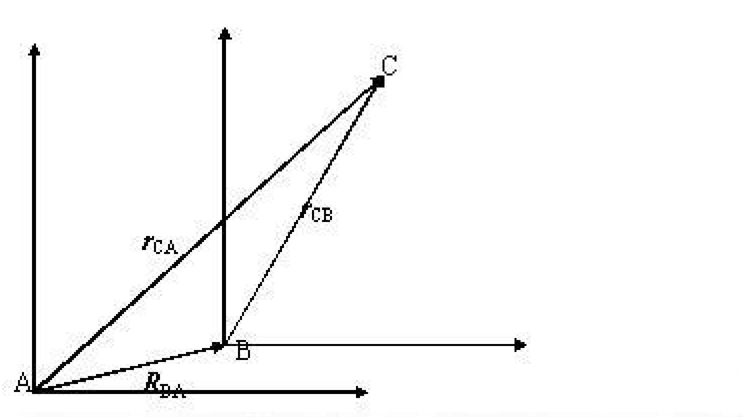
$$\frac{\mathrm{d}\hat{u}}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\hat{r} = -\frac{v}{r}\hat{r} \tag{2.11}$$

dengan $\hat{r}$ adalah vektor satuan arah radial. Maka suku kedua ini tidak lain adalah percepatan radial atau sentripetal

$$\vec{a}_r = -\frac{v^2}{r}\hat{r} \tag{2.12}$$

2.6 Gerak Relatif

Ketika menganalisa gerak suatu partikel, kita meninjaunya relatif terhadap suatu titik acuan dan sistem koordinat tertentu, yang secara bersama-sama disebut sebagai kerangka acuan. Besaran-besaran gerak partikel tersebut, seperti posisi, kecepatan dan percepatan dapat bernilai berbeda bila dilihat dari kerangka acuan yang berbeda. Dalam analisa ini, kita memakai pendekatan klasik di mana waktu dianggap sama di semua kerangka acuan. Ditinjau misalnya suatu kerangka acuan A dan kerangka acuan kedua B. Posisi titik asal B dlihat dari titik asal A, diberikan oleh vektor $\vec{R}_{BA}(t)$. Posisi sebuah partikel C menurut kerangka A dan B secara berturutan adalah $\vec{r}_{CA}(t)$ dan $\vec{r}_{CB}(t)$. Hubungan antara $\vec{r}_{CA}(t)$ dan $\vec{r}_{CB}(t)$, diberikan oleh (lihat gambar)



$$\vec{r}_{CA}(t) = \vec{r}_{CB}(t) + \vec{R}_{BA}(t) \tag{2.13}$$

Dari persamaan ini, dengan derivatif terhadap waktu, diperoleh hubungan kecepatan partikel menurut A dan B

$$\frac{\mathrm{d}\vec{r}_{CA}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}_{CB}}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}\vec{R}_{BA}}{\mathrm{d}t} \tag{2.14}$$

atau

$$\vec{v}_{CA} = \vec{v}_{CB} + \vec{V}_{BA} \tag{2.15}$$

dengan $\vec{v}_{CB}$ adalah kecepatan partikel C dilihat dari kerangka B, $\vec{v}_{CA}$ adalah kecepatan partikel C dilihat dari kerangka A, dan $\vec{V}_{BA}$ adalah kecepatan kerangka B dilihat dari kerangka A.

Dari pers. (2.15), dengan menderivatifkannya terhadap waktu, diperoleh hubungan percepatan partikel menurut A dan B

$$\frac{\mathrm{d}\vec{v}_{CA}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}_{CB}}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}\vec{V}_{BA}}{\mathrm{d}t} \tag{2.16}$$

atau

$$\vec{a}_{CA} = \vec{a}_{CB} + \vec{a}_{BA} \tag{2.17}$$

dengan $\vec{a}_{CB}$ adalah kecepatan partikel C dilihat dari kerangka B, $\vec{a}_{CA}$ adalah kecepatan partikel C dilihat dari kerangka A, dan $\vec{a}_{BA}$ adalah kecepatan kerangka B dilihat dari kerangka A.

Kasus khusus adalah bila percepatan antara kerangka A dan B adalah nol, atau kerangka B bergerak relatif terhadap A dengan kecepatan konstan. Pada kasus ini, percepatan partikel ditinjau dari kedua kerangka bernilai sama. Kumpulan kerangka-kerangka acuan semacam ini disebut kerangka-kerangka acuan inersial. Mengenai sifat inersial ini, akan dibahas dalam bab selanjutnya.

Bab 3

Dinamika 1 - Konsep Gaya

Cabang dari ilmu mekanika yang meninjau gerak partikel dengan meninjau penyebab geraknya dikenal sebagai dinamika. Dalam bab ini kita akan membahas konsep-konsep yang menghubungkan kondisi gerak benda dengan keadaan-keadaan luar yang menyebabkan perubahan keadaan gerak benda.

3.1 Inersia

Untuk menggerakkan sebuah benda yang awalnya berada dalam keadaan diam dibutuhkan pengaruh luar. Misalnya dengan mendorong sebuah balok yang diam di atas lantai, balok tersebut akan bergerak. Dorongan kita ini adalah pengaruh luar terhadap balok tadi yang menyebabkannya bergerak. Dari pengalaman sehari-hari, ketika pengaruh luar, yaitu dorongan tadi, dihilangkan dari balok, maka balok tersebut lama kelamaan akan berkurang kecepatannya dan akhirnya diam. Dari sini anda mungkin akan menyimpulkan bahwa agar sebuah benda terus bergerak perlu terus menerus diberi dorongan, dan bila pengaruh luar tersebut hilang, maka benda akan kembali diam. Tetapi apakah pengaruh luar pada benda tadi benar-benar sudah hilang? Bagaimana dengan pengaruh lantai terhadap benda tadi, yang jelas-jelas menghambat gerak benda? Seandainya kita memilih lantai yang permukaannya licin, dan balok kita tadi juga memiliki permukaan yang licin maka setelah dorongan kita hilangkan, balok tadi masih akan tetap bergerak untuk waktu yang cukup lama. Bisa kita bayangkan bila tidak ada hambatan dari lantai (super licin) terhadap balok, maka balok tadi akan tetap terus bergerak dengan kecepatan konstan walaupun dorongan sudah dihilangkan.

Jadi dapat disimpulkan bahwa bila pengaruh luar pada sebuah benda benar-benar dihilangkan, maka sebuah benda akan tetap diam bila pada mulanya diam, dan akan tetap bergerak dengan kecepatan konstan, bila pada mulanya bergerak dengan kecepatan konstan. Kesimpulan ini, yang pertama kali disimpulkan oleh Galileo Galilei, dikenal sebagai prinsip inersia atau kelembaman. Benda-benda cenderung untuk mempertahankan kondisi geraknya, bila dia diam, akan tetap diam dan bila bergerak, akan tetap bergerak dengan kecepatan konstan, selama tidak ada pengaruh luar yang mengubah kondisi geraknya.

3.2 Hukum Newton Kedua dan Pertama

Bagaimana pengaruh luar mempengaruhi perubahan kondisi gerak suatu benda? Hal ini dijawab dengan hukum Newton ke-2. Karena keadaan 'alami' suatu benda adalah bergerak dengan kecepatan tertentu (diam adalah 'bergerak' dengan $\vec{v} = 0$), maka logis bila dikatakan 'pengaruh luar' akan menyebabkan perubahan kecepatan $\Delta\vec{v}$. Dari sini dapat disimpulkan bahwa pengaruh luar tersebut akan menyebabkan percepatan pada benda.

Tetapi dari berbagai pengamatan ditemukan bahwa untuk menghasilkan perubahan kecepatan yang sama, pada benda yang berbeda dibutuhkan 'besar' pengaruh luar yang berbeda pula. Sebaliknya dengan besar pengaruh luar yang sama, perubahan kecepatan pada benda-benda ternyata berbeda-beda. Jadi ada suatu kuantitas intrinsik (internal) pada benda yang menentukan ukuran seberapa besar sebuah pengaruh luar dapat mengubah kondisi gerak benda tersebut. Kuantitas ini tampaknya sebanding dengan jumlah zatnya, tetapi juga tergantung pada jenis zatnya. Kuantitas intrinsik pada benda-benda ini kemudian disebut sebagai massa inersia, disimbolkan dengan m. Massa inersia (atau sering juga disebut saja sebagai massa) memberikan ukuran derajat kelembaman atau derajat inersia sebuah benda. Satuan dari massa dalam SI adalah kilogram (kg). Makin besar massanya makin sulit untuk menghasilkan perubahan kondisi gerak pada benda tersebut. Pengaruh luar yang menyebabkan berubahnya keadaan gerak suatu benda kemudian disebut sebagai gaya (*force*) dan disimbolkan dengan $\vec{F}$. Satuan dari gaya adalah newton (N).

Dari pembahasan di atas dapat disimpulkan bahwa 'kuantitas gerak' suatu benda bergantung pada massa inersia dan kecepatan benda. Untuk itu didefinisikan suatu besaran vektor untuk menggambarkan kuantitas gerak tadi, yang disebut sebagai momentum $\vec{p} \equiv mv$. Gaya kemudian didefinisikan (diukur) sebagai laju perubahan momentum

$$\vec{F} = \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} \tag{3.1}$$

Inilah yang kemudian dikenal sebagai hukum Newton kedua tentang gerak benda. Pengaruh luar (gaya) yang bekerja pada sebuah benda sebanding dengan laju perubahan kuantitas gerak (momentum) terhadap waktu. Sedangkan hukum Newton pertama adalah kasus khusus ketika tidak ada pengaruh luar pada sebuah benda, atau ketika gayanya sama dengan nol, yang tidak lain adalah perumusan ulang dari prinsip inersia. Yaitu bila total gaya yang bekerja pada sebuah benda adalah nol, maka benda tersebut akan tetap diam bila awalnya diam atau akan tetap bergerak dengan kecepatan konstan bila awalnya bergerak.

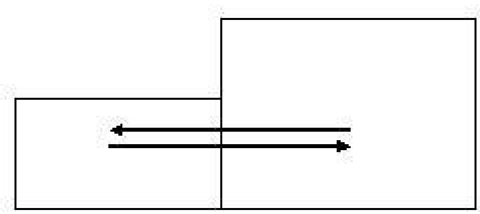
Untuk kasus di mana massa benda tetap konstan, maka

$$\vec{F} = m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = m\vec{a}. \tag{3.2}$$

3.3 Hukum Newton Ketiga

Hukum Newton ketiga memberikan informasi tentang sifat gaya. Gaya yang bekerja pada sebuah benda berasal dari benda lain yang ada di lingkungannya. Dari fakta serta eksperimen diketahui bahwa ketika sebuah benda memberi gaya pada benda kedua, banda kedua juga akan memberi gaya pada benda pertama tadi. Walaupun secara prinsip, sifat gaya-gaya tadi tidak dapat dipastikan kecuali lewat eksperimen, tetapi kita dapat memahaminya melalui pengandaian berikut ini. Ditinjau suatu sistem yang terdiri dari dua partikel. Bila tidak ada gaya dari luar sistem yang mempengaruhinya, sistem tadi sebagai satu kesatuan, tampak tidak mengalami pengaruh luar, sehingga seharusnya sistem tersebut akan tetap diam atau bergerak dengan kecepatan konstan, sesuai hukum newton kedua. Kita dapat memilih suatu kerangka acuan di mana sistem dalam keadaan diam. Sekarang seandainya antara benda pertama dan benda kedua dalam sistem saling memberi gaya pada yang lain, maka semua total gaya seharusnya nol, karena sistem tidak berubah keadaan geraknya. Jadi gaya yang diberikan benda pertama pada benda kedua $\vec{F}_{21}$ ditambah dengan gaya yang diberikan benda kedua pada benda pertama $\vec{F}_{12}$ harus sama dengan nol, yang berarti

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$



Pasangan gaya semacam di atas sering disebut sebagai pasangan gaya aksi-reaksi, dan persamaan di atas disebut sebagai hukum newton ketiga atau hukum aksi-reaksi. Kata aksi-reaksi di sini tidak mengandung arti suatu proses sebab akibat, karena kedua pasangan aksi-reaksi tersebut muncul secara bersamaan. Bila salah satu gaya disebut sebagai aksi, maka pasangannya adalah reaksi, demikian juga sebaliknya. Juga perlu diperhatikan bahwa pasangan aksi-reaksi selalu bekerja pada dua benda yang berbeda, bukan pada satu benda yang sama.

3.4 Beberapa Jenis Gaya

Hukum newton hanya memberikan perumusan tentang bagaimana gaya mempengaruhi keadaan gerak suatu benda, yaitu melalui perubahan momentumnya. Sedangkan bagaimana perumusan gaya dinyatakan dalam variabel-variabel keadaan benda, harus dicari melalui pengamatan terhadap benda-benda penyebab gaya. Beberapa kasus sederhana perumusan tersebut akan diuraikan di bawah ini.

3.4.1 Gaya berat

. Untuk semua benda yang dekat permukaan bumi, percepatan gravitasi yang dialami benda dianggap sama, sehingga berat benda sebanding dengan massanya. Besar gaya berat pada sebuah benda yang dekat dengan permukaan bumi diberikan oleh

$$W = mg \tag{3.3}$$

dengan g adalah percepatan gravitasi bumi, yang nilainya pada permukaan bumi sekitar $9,8$ m/s^2. Untuk benda jauh dari permukaan bumi, harus digunakan perumusan percepatan gravitasi yang diperoleh dari hukum gravitasi universal. Hal ini akan dibahas dalam bab tersendiri.

3.4.2 Gaya pegas

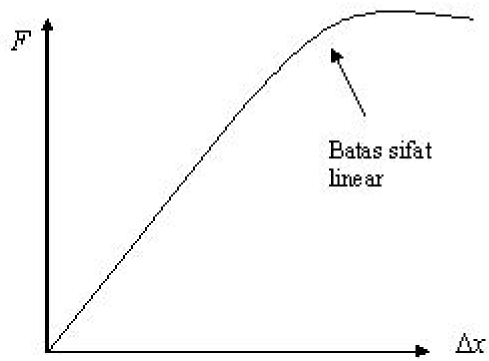
. Sebuah pegas ideal bila diregangkan atau ditekan akan memberikan gaya yang sebanding dengan besar perubahan panjang pegas. Jadi gaya yang diberikan oleh pegas adalah

$$\vec{F} = -k\Delta\vec{x} \tag{3.4}$$

$\Delta\vec{x}$ adalah vektor besar perubahan panjang pegas dan tanda negatif pada persamaan di atas menunjukkan arah gayanya yang berlawanan dengan arah perubahan panjang pegas. Konstanta kesebandingan k disebut juga sebagai konstanta pegas. Kebanyakan pegas real akan mengikuti pers. (3.4) untuk nilai $\Delta\vec{x}$ yang cukup kecil.

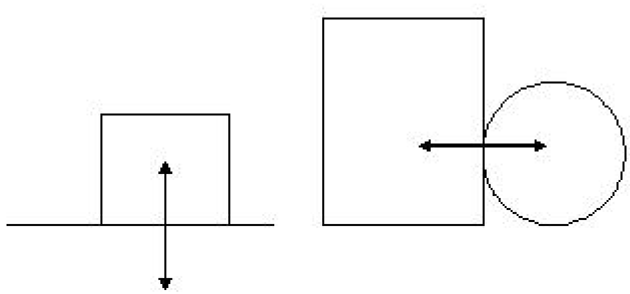
3.4.3 Gaya kontak

. Antara dua permukaan benda yang saling bersentuhan akan ada gaya dari permukaan benda yang satu ke permukaan benda yang kedua, dan sebaliknya (sebagai konsekuensi hukum newton ketiga). Gaya ini kita sebut sebagai gaya kontak, yang muncul hanya bila kedua benda bersentuhan (kontak). Arah gaya kontak ini sembarang, demikian pula besarnya. Karena secara umum semua gaya dapat diuraikan menjadi komponen-komponennya, gaya kontak tadi dapat kita uraikan menjadi dua gaya yang saling tegak lurus. Pertama, gaya normal yaitu gaya yang tegak lurus permukaan sentuh kedua benda, kedua gaya gesekan,



yaitu gaya yang sejajar dengan permukaan sentuh kedua benda.

Gaya Normal. Arah gaya normal ini tegak lurus terhadap permukaan. Selain dari itu tidak ada informasi lain mengenai besar gaya normal. Besar gaya normal dapat diketahui dari persamaan-persamaan kesetimbangan gaya, bila besar gaya-gaya yang lain diketahui.



Gambar 3.1: Pasangan gaya-gaya normal

Gaya gesekan. Arah gaya gesekan selalu tangensial (sejajar) terhadap permukaan sentuh. Gaya ini merupakan pasangan dari gaya normal dan secara bersama mendeskripsikan total gaya yang bekerja antara dua benda yang bersentuhan. Dipostulatkan bahwa gaya gesekan ini sebading dengan gaya normal, karena bila gaya normal tidak ada berarti tidak terjadi persentuhan dan tidak akan ada gesekan. Koefisien kesebandingannya disebut sebagai koefisien gesekan. Ketika sebuah benda dalam keadaan diam di atas suatu permukaan ternyata dibutuhkan gaya yang lebih besar pada awalnya untuk memulai gerakan. Hal ini karena antara atom-atom ataupun molekul kedua permukaan telah terbentuk ikatan-ikatan antara molekul maupun atom. Sehingga dibutuhkan lebih banyak gaya untuk memutus ikatan tersebut. Karena itu ada dua jenis koefisien gesekan, koefisien gesekan statis μ_s, yang terkait dengan benda yang diam dan koefisien gesekan kinetik μ_k, untuk benda yang bergerak. Gaya gesekan kinetik f_k selalu berlawanan arah dengan arah gerak benda, dan besarnya dirumuskan sebagai

$$f_k = \mu_k N, \tag{3.5}$$

dengan N adalah besar gaya normal. Sedangkan gesekan statik selalu berlawanan arah dengan arah gaya yang berusaha menggerakkan benda, dan besarnya ditentukan dari rumus kesetimbangan gaya-gaya. Khusus untuk besar gaya gesekan statik maksimum (yaitu tepat sebelum benda bergerak), dirumuskan sebagai

$$f_s = \mu_s N. \tag{3.6}$$

Bab 4

Dinamika 2 - Usaha dan Energi

Disamping perumusan hukum newton, terdapat konsep lain yang dapat digunakan untuk mengetahui keadaan gerak suatu benda. Seperti halnya hukum newton, konsep ini menghubungkan pengaruh luar (gaya) dengan keadaan gerak benda. Konsep ini adalah konsep usaha-energi. Bedanya dengan konsep hukum newton, usaha dan energi adalah besaran skalar. Karena itu, untuk beberapa kasus, konsep usaha-energi dapat lebih mudah digunakan untuk mengetahui keadaan gerak suatu benda akibat pengaruh luar (gaya).

4.1 Usaha

Sebagai istilah fisika usaha yang dilakukan suatu gaya didefinisikan sebagai hasil kali skalar vektor gaya dan vektor perpindahan benda, atau hasil kali komponen gaya yang searah dengan perpindahan benda dengan besar perpindahan benda. Perlu diperhatikan bahwa perpindahan bendanya tidak harus disebabkan oleh gaya tadi. Usaha dilambangkan dengan W (*work*) dan untuk gaya yang konstan dirumuskan sebagai

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = Fs\cos\theta \tag{4.1}$$

dengan θ adalah sudut antara vektor gaya dan vektor perpindahan benda $\vec{s}$. Bila gayanya tidak konstan, maka harus dijumlahkan untuk setiap bagian perpindahannya dengan gaya yang konstan,

$$W = \sum_i \vec{F}_i \cdot \Delta\vec{s}_i \tag{4.2}$$

Bila perubahannya kontinyu, maka perumusan di atas berubah menjadi integral

$$W = \int_a^b \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{s} \tag{4.3}$$

untuk perpindahan dari titik a ke titik b, melaluis suatu lintasan.

4.2 Teorema Usaha-Energi

Sekarang kita tinjau total usaha, yaitu usaha yang dilakukan oleh semua gaya yang bekerja pada benda, dan kita jumlahkan menurut komponen-komponen produk skalarnya

$$W_{\mathrm{tot}} = \int_a^b \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = \int_a^b (F_x \mathrm{d}x + F_y \mathrm{d}y + F_z \mathrm{d}z). \tag{4.4}$$

Untuk memudahkan analisa, kita tinjau komponen x saja, karena analisa untuk komponen lainnya serupa. Diketahui bahwa

$$F_x = m\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = m\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = mv_x\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}x} \tag{4.5}$$

sehingga kita dapat menuliskan pers. (4.4) sebagai

$$W_{\mathrm{tot}} = \int_a^b m(v_x \mathrm{d}v_x + v_y \mathrm{d}v_y + v_z \mathrm{d}v_z) \tag{4.6}$$

$$= \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)\Big|_a^b = \frac{1}{2}m(v_b^2 - v_a^2). \tag{4.7}$$

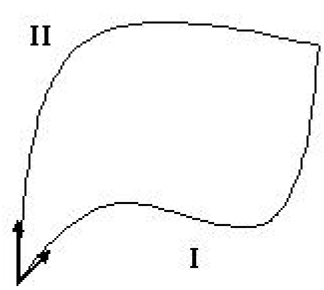
Jadi nilai total usaha bergantung pada suatu kuantitas akhir dan awal, yaitu selisih besar kuadrat kecepatan akhir dan awal dikali setengah massa. Kuantitas ini kemudian diberi nama energi, dan karena kuantitas ini bernilai tidak nol ketika kecepatannya tidak nol, maka diberi nama energi kinetik $E_k \equiv \frac{1}{2}mv^2$. Jadi total usaha yang bekerja pada suatu benda sama dengan perubahan energi kinetik

$$W_{\text{tot}} = \Delta E_k = E_k(f) - E_k(i). \tag{4.8}$$

Pernyataan di atas dikenal sebagai teorema usaha-energi.

4.3 Gaya Konservatif dan Energi Potensial

Gaya konservatif $\vec{F}$ adalah gaya yang memenuhi sifat: Usaha yang dilakukan oleh gaya konservatif hanya bergantung pada posisi awal dan akhir benda, dan tidak bergantung pada lintasan perpindahan benda. Karena itu pula untuk lintasan yang berbentuk melingkar (kembali ke posisi awal) nilai usaha yang dilakukan oleh gaya konservatif selalu nol. Lihat gambar,



Jadi untuk gaya konservatif kedua lintasan I dan II menghasilkan nilai usaha yang sama

$$W_k = \int_{a\ I}^{b} \vec{F}_k \cdot \mathrm{d}\vec{s} = \int_{a\ II}^{b} \vec{F}_k \cdot \mathrm{d}\vec{s} \tag{4.9}$$

demikian pula

$$\oint \vec{F}_k \cdot \mathrm{d}\vec{s} = 0 \tag{4.10}$$

Karena hanya bergantung pada posisi akhir dan awal saja, maka kita dapat mendefinisikan suatu kuantitas energi, yang nilainya tergantung pada posisi. Serta dipilih nilai perubahan energi ini sama dengan negatif dari usaha yang dilakukan gaya konservatif, sehingga energi ini menggambarkan potensi 'posisi' benda untuk melakukan usaha, dan kuantitas energi ini disebut energi potensial, dilambangkan U. Jadi

$$W_k = \int_a^b \vec{F}_k \cdot \mathrm{d}\vec{s} = -\Delta U = -(U(b) - U(a)) \tag{4.11}$$

Perhatikan bahwa karena yang memiliki arti fisis, yaitu yang terkait dengan usaha, hanya selisih energi potensial, maka kita dapat bebas memilih di titk/posisi mana nilai energi potensial ini sama dengan nol.

Sebagai contoh gaya konservatif adalah gaya pegas. Usaha yang dilakukan pegas pada benda ketika diregangkan dari panjang x_0 ke panjang x, $\Delta x = x - x_0$ adalah

$$W_k = \int_{x_0}^{x} (-kx)\mathrm{d}x = -\frac{1}{2}k(x^2 - x_0^2) \tag{4.12}$$

Bila titik x_0, dipilih sebagai titik referensi di mana energi potensialnya dipilih sama dengan nol, maka

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 \tag{4.13}$$

Contoh gaya konservatif lainnya adalah gaya gravitasi bumi (gaya berat). Usaha yang dilakukan gravitasi pada benda ketika dipindah dari ketinggian h_0 ke ketinggian h, $\Delta h = h - h_0$ adalah

$$W_k = \int_{h_0}^{h} (-mg)\mathrm{d}x = -mg(h - h_0) \tag{4.14}$$

Bila titik h_0, dipilih sebagai titik referensi (biasanya permukaan bumi) di mana energi potensialnya dipilih sama dengan nol, maka

$$U(x) = mgh \tag{4.15}$$

Contoh gaya yang tak konservatif adalah gaya gesek. Usaha yang dilakukan gaya gesek tentu saja bergantung pada lintasan yang dilalui benda.

Total usaha yang bekerja pada sebuah benda dapat berupa usaha oleh gaya konservatif W_k dan usaha oleh gaya nonkonservatif W_{nk}. Dari pers. (4.8) dan (4.11), kita dapatkan

$$W_{\text{tot}} = W_k + W_{nk} = \Delta E_k \tag{4.16}$$

atau

$$-\Delta U + W_{nk} = \Delta E_k \tag{4.17}$$

Besaran energi potensial ditambah energi kinetik disebut sebagai energi mekanik $E_m = U + E_k$, sehingga kita dapatkan

$$\Delta E_m = \Delta(U + E_k) = W_{nk} \tag{4.18}$$

Perubahan energi mekanik pada suatu benda sama dengan usaha yang dilakukan oleh gaya nonkonservatif pada benda tersebut. Untuk kasus di mana hanya ada gaya konservatif yang bekerja pada suatu benda, maka perubahan energi mekanik benda sama dengan nol, dan energi mekaniknya tetap.

Bab 5

Sistem Partikel

Dalam pembahasan-pembahasan sebelumnya kita hanya meninjau sebuah partikel atau sebuah benda yang diperlakukan sebagai partikel titik. Dalam bab ini kita akan meninjau kasus yang lebih umum, dengan sistem ataupun benda yang terdiri dari banyak partikel (titik partikel) maupun benda yang terdiri dari partikel-partikel yang dianggap tersebar secara kontinyu pada benda.

5.1 Pusat Massa

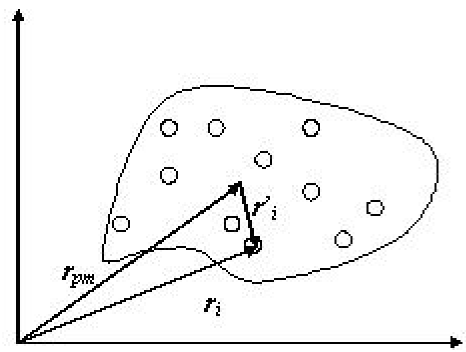
Posisi pusat massa sebuah sistem banyak partikel didefinisikan sebagai berikut

$$\vec{r}_{\text{pm}} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{M} \tag{5.1}$$

dengan $\vec{r}_i$ adalah posisi partikel ke-i di dalam sistem, dan

$$M = \sum_i m_i \tag{5.2}$$

Lihat gambar di atas. Dengan mengganti $\vec{r}_i = \vec{r}_{\text{pm}} + \vec{r}_i'$, di mana $\vec{r}_i'$ adalah posisi partikel ke-i relatif



Gambar 5.1: Ilustrasi pusat massa benda diskret

terhadap pusat massa, maka pers. (5.1) menjadi

$$\vec{r}_{\mathrm{pm}} = \frac{\sum_i m_i(\vec{r}_{\mathrm{pm}} + \vec{r}_i')}{M} = \vec{r}_{\mathrm{pm}} + \frac{\sum_i m_i\vec{r}_i'}{M} \tag{5.3}$$

sehingga dapat disimpulkan bahwa

$$\sum_i m_i\vec{r}_i' = 0 \tag{5.4}$$

Bila bendanya bersifat kontinyu, maka jumlahan di pers. (5.1) menjadi integral

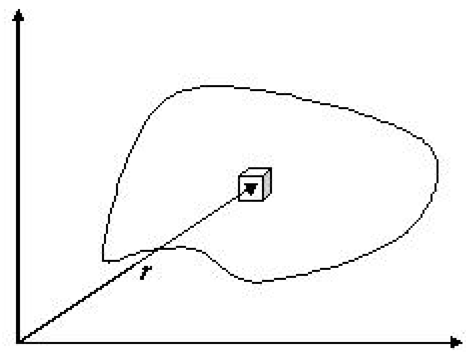
$$\vec{r}_{\mathrm{pm}} = \frac{1}{M}\int \vec{r}\mathrm{d}m \tag{5.5}$$

dengan dm adalah elemen massa pada posisi $\vec{r}$.

5.2 Gerak Pusat Massa

Gerak pusat massa dapat diperoleh melalui definisi pusat massa di pers. (5.1). Kecepatan pusat massa diperoleh dari derivatif pers. (5.1)

$$\vec{v}_{\mathrm{pm}} = \frac{\sum_i m_i\vec{v}_i}{M} \tag{5.6}$$



Gambar 5.2: Ilustrasi pusat massa benda kontinum

Dari persamaan ini, setelah dikalikan dengan M, diperoleh

$$M\vec{v}_{\mathrm{pm}} = \sum_i m_i \vec{v}_i = \sum_i \vec{p}_i \tag{5.7}$$

Besaran $M\vec{v}_{\mathrm{pm}}$ yang dapat kita anggap sebagai momentum pusat massa, tidak lain adalah total momentum sistem (jumlahan seluruh momentum partikel dalam sistem).

Dengan menderivatifkan pers. (5.7) terhadap waktu, diperoleh

$$M\vec{a}_{\mathrm{pm}} = \sum_i \frac{\mathrm{d}\vec{p}_i}{\mathrm{d}t} = \sum_i \vec{F}_i \tag{5.8}$$

dengan $\vec{F}_i$ adalah total gaya yang bekerja pada partikel ke-i. Persamaan di atas menunjukkan bahwa gerak pusat massa ditentukan oleh total gaya yang bekerja pada sistem.

Gaya yang bekerja pada sistem dapat dikelompokkan menjadi dua jenis, gaya internal yaitu gaya antar partikel di dalam sistem, dan gaya eksternal yaitu gaya yang berasal dari luar sistem. Untuk gaya internal, antara sembarang dua partikel dalam sistem, i dan j misalnya, akan ada gaya pada i oleh j dan sebaliknya (karena aksi-reaksi), tetapi

$$\vec{F}_{ij} + \vec{F}_{ji} = \vec{F}_{ij} - \vec{F}_{ij} = 0$$

Sehingga jumlah total gaya internal pada sistem akan lenyap, dan

$$M\vec{a}_{\mathrm{pm}} = \sum_i \vec{F}_{i\mathrm{eks}} = \vec{F}_{\mathrm{totaleks}} \tag{5.9}$$

Jadi gerak pusat massa sistem hanya ditentukan oleh total gaya eksternal yang bekerja pada sisem.

Ketika tidak ada gaya eksternal yang bekerja pada suatu sistem, maka

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\sum_i \vec{p}_i = 0 \tag{5.10}$$

Atau berarti total momentum seluruh partikel dalam sistem, konstan,

$$\sum_i \vec{p}_i = \text{konstan.} \tag{5.11}$$

5.3 Tumbukan

Dalam proses tumbukan antara dua benda, gaya yang terlibat, ketika kedua benda dilihat sebagai satu kesatuan, hanya gaya internal. Sehingga pada semua proses tumbukan, selama tidak ada gaya eksternal, total momentum sistem konstan. Untuk memudahkan kita cukup meninjau tumbukan dalam satu dimensi. Untuk kasus dua dan tiga dimensi, karena sifat vektorial dari momentum, hasilnya dapat diperoleh sebagai jumlahan vektor kasus satu dimensi

Ditinjau tumbukan antara partikel 1 dan 2, dengan massa m_1 dan m_2, dan besar kecepatan awal v_1 dan v_2. Walau kita sudah mengetahui dari pembahasan bagian sebelumnya bahwa momentum total sistem kekal, tetapi di sini kita akan menjabarkannya lagi dengan meninjau gaya tumbukannya secara langsung. Ketika tumbukan terjadi, partikel 1 memberi gaya ke partikel 2 sebesar $\vec{F}_{21}$, dan partikel 2 memberi gaya ke partikel 1 sebesar $\vec{F}_{12}$. Dari hukum Newton kedua,

$$\vec{F}_{12} = \frac{\mathrm{d}\vec{p}_1}{\mathrm{d}t} \tag{5.12}$$

sehingga

$$\Delta\vec{p}_1 = \int \vec{F}_{12}\ \mathrm{d}t \tag{5.13}$$

Besaran integral di ruas kiri persamaan di atas juga disebut sebagai impuls yang diberikan oleh gaya $\vec{F}_{12}$. Untuk partikel kedua berlaku

$$\Delta\vec{p}_2 = \int \vec{F}_{21}\ \mathrm{d}t = -\int \vec{F}_{12}\ \mathrm{d}t \tag{5.14}$$

sehingga bila pers. (5.13) dan (5.14) dijumlah, didapatkan

$$\Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_0 = \Delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = 0 \tag{5.15}$$

atau berarti

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_1v_2' \tag{5.16}$$

Dapat disusun ulang sebagai

$$m_1(v_1 - v_1') = m_2(v_2' - v_2) \tag{5.17}$$

Kita akan meninjau terlebih dulu kasus ekstrim, yaitu tumbukan elastik, di mana tidak ada energi sistem yang hilang (sebagai panas maupun bunyi), dan tumbukan total tak elastik, di mana kedua partikel atau benda menempel dan bergerak bersama-sama.

5.3.1 Tumbukan elastik

Dalam tumbukan elastik, energi sistem sebelum dan sesudah tumbukan, tetap sama

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_1v_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^{2'} + \frac{1}{2}m_1v_2^{2'} \tag{5.18}$$

Persamaan di atas dapat disederhanakan sebagai

$$m_1(v_1^2 - v_1^{2'}) = m_2(v_2^{2'} - v_2^2) \tag{5.19}$$

Dengan membagi persamaan ini, dengan pers. (5.17), diperoleh

$$(v_1 + v_1') = (v_2' + v_2) \tag{5.20}$$

atau

$$e = -\frac{v_2' - v_1'}{v_2 - v_1} = 1 \tag{5.21}$$

Koefisien e disebut koefisien resistusi, dan untuk kasus tumbukan elastik nilai $e = 1$.

5.3.2 Tumbukan tak elastik

Tumbukan tak elastik adalah tumbukan yang mana setelah tumbukan kedua benda menyatu dan bergerak dengan kecepatan sama, sehingga $v_1' = v_2'$. Ini berarti pada tumbukan total tak elastik, nilai $e = 0$. Untuk sembarang tumbukan tak elastik, nilai e adalah antara kedua kasus tadi, yaitu $0 \leq e \leq 1$.

Untuk kasus tumbukan umum, dengan koefisien restitusi e

$$e = -\frac{v_2' - v_1'}{v_2 - v_1} \tag{5.22}$$

atau

$$v_2' - v_1' = e(v_1 - v_2) \tag{5.23}$$

Dengan memakai pers. (5.23) dan (5.17), diperoleh

$$v_1' = \frac{(m_1 - em_2)v_1 + (1 + e)m_2 v_2}{m_1 + m_2} \tag{5.24}$$

$$v_2' = \frac{(m_2 - em_1)v_2 + (1 + e)m_1 v_1}{m_1 + m_2} \tag{5.25}$$

Kasus-kasus khusus, misalnya tumbukan antara dua benda dengan salah satunya memiliki massa yang sangat besar. Dari pers. (5.24) dan (5.25) benda yang bermassa besar praktis tidak berubah keadaan geraknya, sedangkan benda yang bermassa kecil akan berbalik arah.

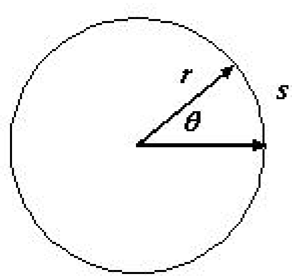
Bab 6

Rotasi Benda Tegar

Benda tegar adalah sistem partikel yang mana jarak relatif partikel-partikelnya, satu dengan yang lainnya di dalam sistem, tetap. Akibatnya ketika benda ini berotasi terhadap suatu sumbu tetap, maka jarak setiap partikel dalam sistem terhadap sumbu rotasi akan selalu tetap. Di sini kita hanya akan meninjau gerak rotasi dengan sumbu putar yang tetap orientasinya.

6.1 Kinematika Rotasi

Tinjau rotasi sebuah partikel dalam lintasan lingkaran dengan jejari r.



Jarak yang telah ditempuh dalam selang waktu Δt adalah s terkait dengan sudut θ (dalam radian). Hubungan s dan θ diberikan oleh $s = r\theta$. Untuk selang waktu yang sangat kecil maka besar kecepatan linier diberikan oleh

$$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = r\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \tag{6.1}$$

besaran $\omega \equiv \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$ disebut sebagai kecepatan sudut, yang arahnya diberikan oleh arah putar tangan kanan, tegak lurus bidang lingkaran. Jadi hubungan antara kecepatan linier dengan kecepatan sudut diberikan oleh

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}. \tag{6.2}$$

Percepatan sudut α didefinisikan sebagai laju perubahan kecepatan sudut terhadap waktu,

$$\alpha \equiv \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} \tag{6.3}$$

Hubungan antara percepatan linier dan percepatan sudut diberikan oleh

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = r\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = r\alpha \tag{6.4}$$

dengan arah α diberikan oleh arah perubahan ω, atau secara vektor

$$\vec{a} = \vec{\alpha} \times r. \tag{6.5}$$

Karena persamaan-persamaan kinematika yang menghubungkan θ, ω dan α bentuknya sama dengan persamaan-persamaan kinematika gerak linear, maka dengan memakai analogi ini akan diperoleh kaitan sebagai berikut untuk kecepatan sudut konstan

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega t \tag{6.6}$$

dan kaitan-kaitan berikut untuk percepatan sudut konstan

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \tag{6.7}$$

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha t \tag{6.8}$$

$$\omega(t)^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta. \tag{6.9}$$

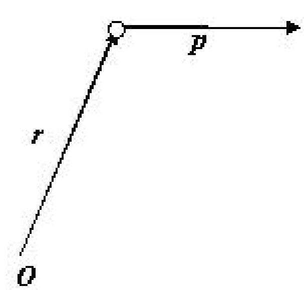
6.2 Dinamika Rotasi

6.2.1 Torka dan Momentum Sudut

Untuk memudahkan penyelidikan dan analisa terhadap gerak rotasi, didefinisikan beberapa besaran sebagai analog konsep gaya dan momentum. Pertama didefinisikan konsep momentum sudut l. Momentum sudut suatu partikel yang memiliki momentum linear $\vec{p}$ dan berada pada posisi $\vec{r}$ dari suatu titik referensi O adalah

$$\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p} \tag{6.10}$$

Perlu diperhatikan bahwa nilai l bergantung pada pemilihan titik referensi O, nilainya dapat berubah bila digunakan titik referensi yang berbeda.



Laju perubahan momentum sudut terhadap waktu didefinisikan sebagai besaran torka $\vec{\tau}$

$$\frac{\mathrm{d}\vec{l}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\vec{r} \times \vec{p}) = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} \times \vec{p} + \vec{r} \times \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} \tag{6.11}$$

karena bentuk

$$\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} \times \vec{p} = \vec{v} \times m\vec{v} = 0 \tag{6.12}$$

maka

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{p} = \frac{\mathrm{d}\vec{l}}{\mathrm{d}t}. \tag{6.13}$$

6.3 Sistem partikel

Untuk suatu sistem banyak partikel total momentum sudutnya diberikan oleh

$$\vec{L} = \sum_i \vec{l}_i \tag{6.14}$$

dengan $\vec{l}_i$ adalah momentum sudut partikel ke-i. Total torka yang bekerja pada sistem ini

$$\vec{\tau}_{\text{tot}} = \sum_i \frac{\mathrm{d}\vec{l}_i}{\mathrm{d}t} = \sum_i \tau_i \tag{6.15}$$

Torka yang bekerja pada sistem dapat dikelompokkan menjadi dua jenis, torka internal yang bekerja pada partikel oleh partikel lain dalam sistem, dan torka eksternal yang berasal dari gaya eksternal. Karena prinsip aksi-reaksi, dan bila garis kerja gaya aksi-reaksi tersebut segaris maka total torka antara dua partikel i dan j

$$\tau_{ij} + \tau_{ji} = \vec{r}_i \times \vec{F}_{ij} + \vec{r}_j \times \vec{F}_{ji} = (\vec{r}_i - \vec{r}_j) \times F_{ij} = 0. \tag{6.16}$$

Sehingga total torka yang bekerja pada sistem partikel hanyalah torka eksternal, dan perubahan momentum sudut total sistem hanya bergantung pada torka eksternal

$$\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t} = \vec{\tau}_{\text{ekst tot}} \tag{6.17}$$

Ketika tidak ada torka eksternal maka momentum sudut total sistem akan konstan.

6.4 Energi Kinetik Rotasi

Kita tinjau suatu sistem partikel yang berotasi terhadap suatu sumbu tetap. Jarak setiap partikel terhadapa sumbu rotasi selalu tetap. Bila sistem partikel ini adalah benda tegar maka kesemua partikel akan bergerak bersama-sama dengan kecepatan sudut yang sama. Energi kinetik sistem partikel tersebut adalah

$$E_k = \frac{1}{2}\sum_i m_i v_i^2 = \Big(\frac{1}{2}\sum_i m_i r_i^2\Big)\omega^2 \tag{6.18}$$

dengan r_i adalah jarak partikel ke i tegak lurus terhadap sumbu rotasi. Besaran yang ada dalam tanda kurung didefinisikan sebagai momen inersia I dari sistem relatif terhadap sumbu rotasi

$$I = \sum_i m_i r_i^2 \tag{6.19}$$

Bila bendanya kontinum, maka perumusan momen inersianya menjadi

$$I = \int r_\perp^2 \mathrm{d}m \tag{6.20}$$

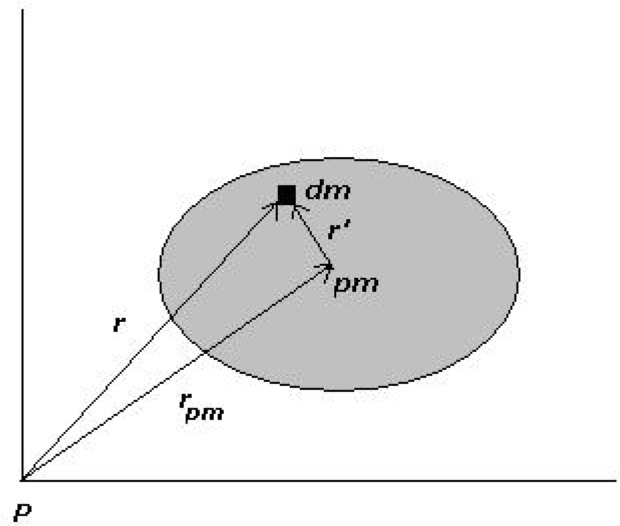
dengan $r_\perp$ adalah jarak tegak lurus elemen massa dm ke sumbu putar.

6.4.1 Teorema sumbu sejajar

Tinjau sebuah benda seperti tampak pada gambar di bawah ini

dengan titik pm adalah titik pusat massanya. Momen inersia benda terhadap sumbu di titik P dan momen inersia terhadap sumbu yang sejajar tetapi melalui titik pusat massanya terkait sebagai berikut

$$I_P = \int r_\perp^2 \mathrm{d}m = \int \vec{r}_\perp \cdot \vec{r}_\perp \mathrm{d}m \tag{6.21}$$



Gambar 6.1: Gambar untuk teorema sumbu sejajar

tetapi $\vec{r}_\perp = \vec{r}_{\rm pm} + \vec{r}'$ dan

$$\vec{r}_\perp \cdot \vec{r}_\perp = (\vec{r}_{\rm pm} + \vec{r}') \cdot (\vec{r}_{\rm pm} + \vec{r}') = r_{\rm pm}^2 + r'^2 + 2\vec{r}_{\rm pm} \cdot \vec{r}'$$

sehingga

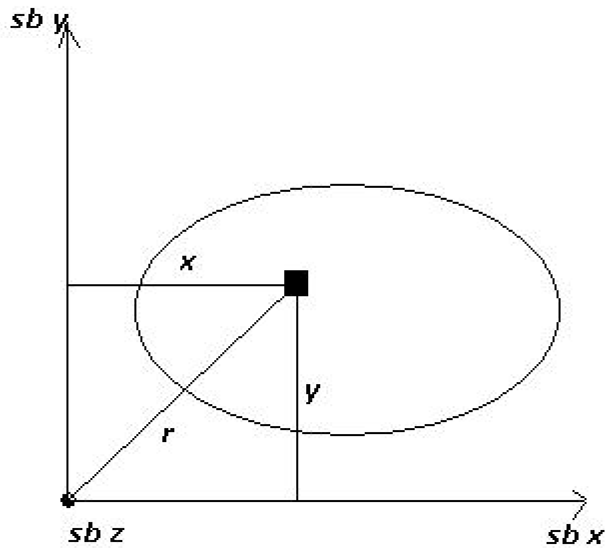
$$I_P = \int (r_{\rm pm}^2 + r'^2 + 2\vec{r}_{\rm pm} \cdot \vec{r}')\mathrm{d}m \tag{6.22}$$

suku pertama tidak lain adalah $Mr_{\rm pm}^2$ (M adalah massa total benda), suku kedua adalah momen inersia terhadap pusat massa, sedangkan suku ketiga lenyap (karena tidak lain adalah posisi pusat massa ditinjau dari pusat massa). Sehingga

$$I_P = I_{\rm pm} + Mr_{\rm pm}^2 \tag{6.23}$$

6.4.2 Teorema sumbu tegak lurus

Tinjau benda pada gambar di bawah ini



Gambar 6.2: Gambar untuk teorema sumbu tegak lurus

Kita ketahui bahwa

$$I_z = \int r_\perp^2 \mathrm{d}m = \int (x^2 + y^2)\mathrm{d}m = I_y + I_x \tag{6.24}$$

Jadi momen inersia terhadap suatu sumbu sama dengan jumlah momen inersia terhadap dua sumbu yang saling tegak terhadapnya

6.5 Usaha

Definisi usaha untuk gerak rotasi sama dengan definisi usaha pada gerak linear. Sebuah partikel diberi gaya $\vec{F}$. Partikel itu bergerak melingkar dengan lintasan yang berjejari r, menempuh lintasan sepanjang $\mathrm{d}\vec{s}$. Usaha yang dilakukan gaya $\vec{F}$ tadi adalah

$$\mathrm{d}W = \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{s} \tag{6.25}$$

Tetapi kita dapat menuliskan $\mathrm{d}\vec{s} = \mathrm{d}\vec{\theta} \times \vec{r}$, sehingga

$$\mathrm{d}W = \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{\theta} \times \vec{r} = \vec{r} \times \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{\theta} = \vec{\tau} \cdot \mathrm{d}\vec{\theta} \tag{6.26}$$

Tetapi usaha yang dilakukan sama dengan perubahan energi kinetik sehingga

$$\vec{\tau} \cdot \mathrm{d}\vec{\theta} = \mathrm{d}(\frac{1}{2} I\omega^2) = I\omega \mathrm{d}\omega \tag{6.27}$$

dengan $\mathrm{d}\omega = \alpha \mathrm{d}t$ dan $\mathrm{d}\theta = \omega \mathrm{d}t$ maka

$$\vec{\tau} \cdot \vec{\omega} \mathrm{d}t = I\omega \cdot \alpha \mathrm{d}t \tag{6.28}$$

Maka kita peroleh kaitan

$$\vec{\tau} = I\vec{\alpha} \tag{6.29}$$

analog dengan hukum Newton kedua.

6.6 Gabungan Gerak Translasi dan Rotasi

Tinjau sebuah benda dengan posisi pusat massa $\vec{r}_{\mathrm{pm}}$ yang bergerak dengan kecepatan $\vec{v}_{\mathrm{pm}}$. Misalkan benda ini selain bertranslasi, juga berotasi. Kecepatan suatu bagian dari benda tadi dapat dituliskan sebagai $\vec{v} = \vec{v}_{\mathrm{pm}} + \vec{v}'$, dengan $\vec{v}'$ adalah kecepatan relatif terhadap pusat massa. Sehingga energi kinetik benda tadi

$$E_k = \frac{1}{2} \int v^2 \mathrm{d}m = \frac{1}{2} \int (\vec{v}_{\mathrm{pm}} + \vec{v}') \cdot (\vec{v}_{\mathrm{pm}} + \vec{v}') \mathrm{d}m \tag{6.30}$$

atau dapat dituliskan

$$\frac{1}{2} \int (v_{\mathrm{pm}}^2 + \vec{v}'^2 + 2\vec{v}_{\mathrm{pm}} \cdot \vec{v}') \mathrm{d}m \tag{6.31}$$

suku terakhir lenyap (karena merupakan kecepatan pusat massa dilihat dari kerangka pusat massa). Sehingga

$$E_k = \frac{1}{2} M v_{\mathrm{pm}}^2 + E'_{k\mathrm{pm}} \tag{6.32}$$

dengan $E'_{k\mathrm{pm}}$ adalah energi kinetik benda karena gerak relatifnya terhadap pusat massa. Bila bendanya benda tegar, maka suku terakhir ini adalah energi kinetik rotasi terhadap pusat massa

$$E_k = \frac{1}{2} M v_{\mathrm{pm}}^2 + \frac{1}{2} I_{\mathrm{pm}} \omega^2 \tag{6.33}$$

6.7 Kesetimbangan Benda Tegar

Sebuah benda tegar berada dalam keadaan seimbang mekanis bila, relatif terhadap suatu kerangka acuan inersial

1. Percepatan linier pusat massanya nol.

2. Percepatan sudutnya mengelilingi sembarang sumbu tetap dalam kerangka acuan ini juga nol.

Persyaratan di atas tidak mengharuskan benda tersebut dalam keadaan diam, karena persyaratan pertama membolehkan benda bergerak dengan kecepatan pusat massanya konstan, sedangkan persyaratan kedua membolehkan benda berotasi dengan kecepatan sudut rotasi yang konstan juga. Bila benda benar-benar diam (relatif terhadap suatu kerangka acuan), yaitu ketika kecepatan linier pusat massanya dan kecepatan sudut rotasinya terhadap sembarang sumbu tetap, bernilai nol keduanya, maka benda tegar tersebut dikatakan berada dalam keseimbangan statik. Bila suatu benda tegar berada dalam keadaan seimbang statik, maka kedua persyaratan di atas untuk keseimbangan mekanik akan menjamin benda tetap dalam keadaan seimbang statik.

Persyaratan pertama ekuivalen dengan persyaratan bahwa total gaya eksternal yang bekerja pada benda tegar sama dengan nol

$$\vec{F}_{\mathrm{eks}} = 0. \tag{6.34}$$

Sedangkan persyaratan kedua ekuivalen dengan persyaratan bahwa total torka eksternal yang bekerja pada benda tegar sama dengan nol

$$\vec{\tau}_{\mathrm{eks}} = 0. \tag{6.35}$$

6.8 Jenis-Jenis Keseimbangan

Dalam kasus ini yang akan ditinjau hanyalah keseimbangan benda tegar di dalam pengaruh gaya eksternal yang konservatif. Karena gayanya adalah gaya konservatif, maka terdapat hubungan antara gaya yang bekerja dengan energi potensialnya, misalnya untuk satu arah-x

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x} \tag{6.36}$$

Keadaan seimbang terjadi ketika nilai $F_x = 0$, kondisi ini tidak lain adalah syarat titik ekstrem untuk fungsi energi potensial $U(x)$. Andaikan saja titik seimbang ini kita pilih sebagai posisi $x = 0$. Fungsi energi potensial dapat diekspansikan (sebagai deret pangkat dalam x) di sekitar titik ini

$$U(x) = U_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \dots \tag{6.37}$$

Karena

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}|_{x=0} = 0 \tag{6.38}$$

maka $a_1 = 0$. Gaya yang bekerja pada benda ketika digeser dari titik keseimbangannya, tergantung pada nilai a_2,

$$F_x = -2a_2 x - 3a_3 x^2 + \dots \tag{6.39}$$

Untuk nilai x disekitar $x = 0$, F_x dapat didekati hanya dengan suku pertamanya, sehingga

$$F_x \approx -2a_2 x \tag{6.40}$$

Bila $a_2 > 0$ maka pergeseran kecil dari titik seimbang, memunculkan gaya yang mengarahkan kembali ke titik seimbang. Keseimbangan ini disebut keseimbangan stabil. Bila $a_2 > 0$ maka pergeseran sedikit dari titik seimbang, memunculkan gaya yang menjauhkan dari titik seimbangnya. Keseimbangan ini disebut keseimbangan labil. Bila $a_2 = 0$ maka pergeseran sedikit dari titik seimbang tidak memunculkan gaya. Keseimbangan ini disebut keseimbangan netral.

Bab 7

Gravitasi

Hukum gravitasi universal yang dirumuskan oleh Newton, diawali dengan beberapa pemahaman dan pengamatan empiris yang telah dilakukan oleh ilmuwan-ilmuwan sebelumnya. Mula-mula Copernicus memberikan landasan pola berfikir yang tepat tentang pergerakan planet-planet, yang semula dikira planet-planet tersebut bergerak mengelilingi bumi, seperti pada konsep Ptolemeus. Copernicus meletakkan matahari sebagai pusat pergerakan planet-planet, termasuk bumi, dalam gerak melingkarnya. Kemudian dari data hasil pengamatan yang teliti tentang pergerakan planet, yang telah dilakukan Tycho Brahe, Kepler merumuskan tiga hukum empiris yang dikenal sebagai hukum Kepler mengenai gerak planet:

1. Semua planet bergerak dalam lintasan berbentuk elips dengan matahari pada salah satu titik fokusnya.
2. Garis yang menghubungkan planet dengan matahari akan menyapu daerah luasan yang sama dalam waktu yang sama.
3. Kuadrat perioda planet mengelilingi matahari sebanding dengan pangkat tiga jarak rerata planet ke matahari.

Hukum-hukum Kepler ini adalah hukum empiris. Keplet tidak mempunyai penjelasan tentang apa yang mendasari hukum-hukumnya ini. Kelebihan Newton, adalah dia tidak hanya dapat menjelaskan apa yang mendasari hukum-hukum Kepler ini, tetapi juga menunjukkan bahwa hukum yang sama juga berlaku secara universal untuk semua benda-benda bermassa.

7.1 Hukum Gravitasi Universal

Kita dapat menjabarkan, dengan cara yang sederhana, hukum gravitasi universal dengan memulainya dari fakta-fakta empiris yang telah ditemuka Kepler. Untuk memudahkan analisa kita anggap bahwa planet-planet bergerak dalam lintasan yang berbentuk lingkaran dengan jejari r, dengan kelajuan konstan v.

Karena planet bergerak dalam lintasan lingkaran maka planet mengalami percepatan sentripetal yang besarnya diberikan oleh

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(2\pi r)^2}{rT^2} \tag{7.1}$$

dengan T adalah periode planet mengelilingi matahari. Percepatan ini tentunya disebabkan oleh suatu gaya yang mengarah ke pusat lingkaran (ke matahari). Besar gaya ini tentunya sama dengan massa planet m dikali percepatan sentripetalnya, sehingga besar gaya tadi dapat dirumuskan sebagai

$$F = m\frac{4\pi^2 r}{T^2} \tag{7.2}$$

Hukum Kepler ketiga dapat kita tuliskan sebagai

$$T^2 = kr^3 \tag{7.3}$$

dengan k adalah suatu konstanta kesebandinga. Dengan persamaan hukum Kepler ketiga ini, besar gaya pada pers. (7.2) dapat ditulis sebagai

$$F = m\frac{4\pi^2}{kr^2} = k'\frac{m}{r^2} \tag{7.4}$$

dengan k' adalah suatu konstanta. Karena gaya ini mengarah ke pusat lingkaran, yaitu ke matahari, tentunya logis bila dianggap bahwa gaya tersebut disebabkan oleh matahari.

Berdasarkan hukum ketiga Newton, tentunya akan ada gaya juga yang bekerja pada matahari oleh planet, yang besarnya sama dengan gaya di pers. (7.4). Tetapi karena sekarang bekerja pada matahari, tentunya konstanta k' di pers. (7.4) mengandung massa matahari M sehingga logis bila diasumsikan bahwa terdapat gaya yang saling tarik menarik antara planet dan matahari yang besarnya diberikan oleh

$$F = G\frac{Mm}{r^2} \tag{7.5}$$

Newton, setelah mengamati hal yang sama pada bulan dan pada benda-benda yang jatuh bebas di permukaan bumi, menyimpulkan bahwa gaya tarik menarik tadi berlaku secara universal untuk sembarang benda. Gaya tadi kemudian dinamai sebagai gaya gravitasi. Jadi antara dua benda bermassa m_1 dan m_2 yang terpisah sejauh r terdapat gaya gravitasi yang perumusannya diberikan oleh

$$\vec{F}_{12} = G\frac{m_1 m_2}{r^2}\hat{r}_{12} \tag{7.6}$$

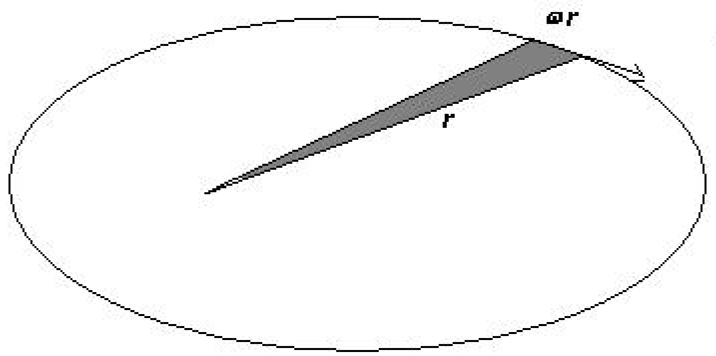
dengan $\hat{r}_{12}$ adalah vektor satuan yang berarah dari benda pertama ke benda kedua. (Notasi 12, berarti pada benda pertama oleh benda kedua).

Konstanta G dalam persamaan gravitasi universal, dapat ditentukan melalui eksperimen. Pengukuran yang teliti untuk nilai G dilakukan oleh Cavendish. Sekarang nilai konstanta gravitasi universal diberikan oleh

$$G = 6,6720 \times 10^{-11}\ \mathrm{m}^2/\mathrm{kg}^2 \tag{7.7}$$

Dalam penjabaran di atas, diasumsikan bahwa benda pertama dan kedua adalah suatu titik massa. Untuk benda yang besar, yang tidak dapat dianggap sebagai titik massa maka sumbangan dari masing-masing elemen massa harus diperhitungkan. Untuk itu diperlukan perhitungan-perhitungan kalkulus integral. Salah satu hasil capaian Newton, dia berhasil menunjukkan, dengan bantuan kalkulus integral, bahwa sebuah benda berbentuk bola (juga kulit bola) dengan distribusi massa yang homogen, akan memberikan gaya gravitasi ada sebuah titik massa di luar bola tadi dengan massa bola seolah-olah terkonsentrasi pada titik pusat bola. Dengan ini kita dapat misalnya menganggap gaya gravitasi bumi seolah-olah disebabkan oleh sebuah titik massa yang berada pada pusat bumi.

Hukum Kepler kedua, untuk kasus lintasan planet yang berbentuk lingkaran, hanya menunjukkan bahwa kelajuan planet mengelilingi matahari konstan. Tetapi untuk kasus lintasan yang sesungguhnya, yaitu yang berbentuk elips, hukum kedua Kepler menunjukkan tentang kekekalan momentum sudut. Lihat gambar



Daerah yang disapu oleh garis yang menghubungkan planet dengan matahari dalam suatu selang waktu Δt diberikan oleh

$$\Delta A = \frac{1}{2} r^2 \omega \Delta t \tag{7.8}$$

sehingga pernyataan bahwa untuk selang waktu yang sama daerah yang disapu sama, sama dengan menyatakan bahwa besaran berikut ini konstan

$$\frac{\omega^2}{r} \tag{7.9}$$

Tetapi bila ini kita kalikan dengan massa planet, akan kita dapatkan bahwa besaran $m\omega r^2$ yang tidak lain sama dengan besar total momentum sudut sistem (dengan matahari sebagai titik referensi). Jadi dalam sistem planet matahari, gaya gravitasi tidak menimbulkan perubahan momentum sudut.

7.2 Medan Gravitasi

Konsep gaya gravitasi, dimana dua benda yang terpisah dan tidak saling sentuh dapat memeberikan pengaruh satu sama lain, merupakan konsep yang sulit dipahami bagi ilmuwan fisika klasik dahulu. Bagi mereka semua gaya harus melalui persentuhan, minimal harus ada perataranya. Karena itu terkait dengan gaya gravitasi, mereka memperkenalkan konsep medan gravitasi. Jadi pada ruang di sekitar sebuah benda yang bermassa m akan timbul medan gravitasi. Apabila pada medan gravitasi tadi terdapat sebuah benda yang bermassa, maka benda tadi akan mengalami gaya gravitasi. Kuat medan gravitasi pada suatu titik dalam ruang diukur dengan menggunakan suatu massa uji yang kecil. Kuat medan gravitas diberikan oleh perumusan

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} \tag{7.10}$$

sehingga medan gravitasi di sekitar sebuah benda bermassa m diberikan oleh

$$\vec{g} = G\frac{m}{r^2}\hat{r} \tag{7.11}$$

7.3 Energi Potensial Gravitasi

Usaha yang dilakukan oleh gaya gravitasi sebuah benda bermassa M (yang diasumsikan berada di titik pusat koordinat) pada benda lain yang bermassa m, yang menyebabkan perpindahan benda kedua dari jarak r_a ke r_b diberikan oleh

$$W = \int_a^b -G\frac{mM}{r^2}\hat{r}\cdot\mathrm{d}\vec{s} = -\int_a^b G\frac{Mm}{r^2}\mathrm{d}r = GMm\Big(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a}\Big) \tag{7.12}$$

Tanda minus dalam gaya di atas karena arah gayanya adalah ke pusat koordinat. Jelas dari hasil di atas bahwa gaya gravitasi adalah gaya konservatif. Karena itu kita dapat mendefinisikan konsep energi potensial gravitasi melalui

$$\Delta U = -W = -GMm\Big(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a}\Big) \tag{7.13}$$

Bila kita asumsikan r_a berada pada jauh tak hingga, dan $r_b = r$, dan diasumsikan pada titik jauh tak hingga potensial gravitasinya lenyap (=nol), maka kita dapatkan

$$U(r) = -\frac{GMm}{r} \tag{7.14}$$

Untuk suatu ketiggian dekat permukaan bumi, maka kita pilih pada pers. (7.13) $r_a = R$, jejari bumi (= jarak permukaan bumi dari pusatnya), dan $r_b = R + h$. Kemudian diasumsikan bahwa $U(R) = 0$, maka kita peroleh energi potensial gravitasinya

$$U(r) = -GMm\Big(\frac{1}{R+h} - \frac{1}{R}\Big) = -GMm\Big(\frac{R-(R+h)}{(R+h)R}\Big) \approx \frac{GM}{R^2}mh \tag{7.15}$$

Tetapi besaran GM/R^2 tidak lain dari percepatan gravitasi bumi g, sehingga untuk ketingggian dekat permukaan bumi

$$U(h) = mgh \tag{7.16}$$

Bab 8

Fluida

Dalam bagian ini kita mengkhususkan diri pada materi yang memiliki keadaan khusus. Bila sebelumnya kita pernah membahas materi atau benda tegar, di mana jarak relatif antara bagian-bagian atau partikel-partikel penyusun materi tetap, maka sekarang kita meninjau kasus kebalikannya, yaitu kasus di mana jarak relatif antara bagian-bagian materi atau partikel-partikel penyusun materi dapat berubah-ubah. Materi yang berada dalam keadaan ini disebut sebagai fluida, dapat berupa cairan maupun gas, dan dinamai fluida karena memiliki sifat dapat mengalir. Karena partikel-partikel dalam fluida dapat mudah bergerak, maka secara umum rapat massanya tidak konstan. Walaupun begitu dalam buku ini, dalam kebanyakan kasus kita hanya akan meninjau keadaan dengan kerapatan konstan. Kita akan mempelajari fenomena-fenomena fisis dari fluida, khususnya terkait dengan sifatnya yang dapat mengalir.

8.1 Tekanan

Sebuah gaya yang bekerja pada sebuah permukaan fluida akan selalu tegak lurus pada permukaan tersebut. Karena fluida yang diam tidak dapat menahan komponen gaya yang sejajar dengan permukaannya. Komponen gaya yang sejajar dengan permukaan fluida akan menyebabkan fluida tadi bergerak mengalir. Karena itu kita dapat mendefinisikan suatu besaran yang terkait dengan gaya normal permukaan dan elemen luasan permukaan suatu fluida.

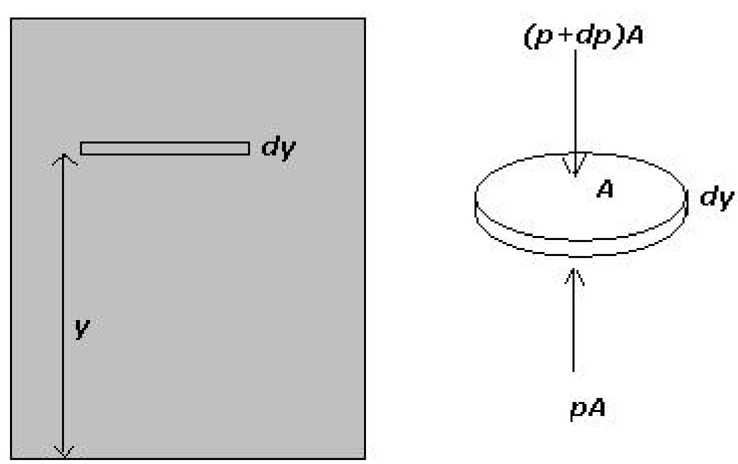
Kita tinjau suatu fluida, dan kita ambil suatu bagian volume dari fluida itu dengan bentuk sembarang, dan kita beri nama S. Secara umum akan terdapat gaya dari luar S pada permukaannya oleh materi di luar S. Sesuai prinsip hukum Newton ketiga, mestinya akan ada gaya dari S yang, sesuai pembahasan di atas, mengarah tegak lurus pada permukaan S. Gaya tadi diasumsikan sebanding dengan elemen luas permukaan $\mathrm{d}\vec{S}$, dan konstanta kesebandingannya didefinisikan sebagai tekanan

$$\vec{F} = p\mathrm{d}\vec{S} \tag{8.1}$$

Jadi arah $\vec{F}$ adalah tegak lurus permukaan, searah dengan arah $\mathrm{d}\vec{S}$, dan tekanan p adalah besaran skalar. Satuan SI dari tekanan adalah pascal (Pa), dan 1 Pa = 1 N/m^2.

8.2 Tekanan Hidrostatik

Dalam suatu fluida yang diam, setiap bagian dari fluida itu berada dalam keadaan kesetimbangan mekanis. Kita tinjau sebuah elemen berbentuk cakram pada suatu fluida yang berjarak y dari dasar fluida, dengan ketebalan cakram dy dan luasnya A (lihat gambar).



Total gaya pada elemen cakram tadi harus sama dengan nol. Untuk arah horizontal gaya yang bekerja hanyalah gaya tekanan dari luar elemen cakram, yang karena simetri haruslah sama. Untuk arah vertikal, selain gaya tekanan yang bekerja pada permukaan bagian atas dan bagian bawah, juga terdapat gaya berat, sehingga

$$pA - (p + \mathrm{d}p)A - \mathrm{d}w = 0 \tag{8.2}$$

dengan $\mathrm{d}w = \rho g A \mathrm{d}y$ adalah elemen gaya berat. Kita dapatkan

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}y} = -\rho g \tag{8.3}$$

Persamaan ini memberikan informasi bagaimana tekanan dalam fluida berubah dengan ketinggian sebagai akibat adanya gravitasi.

Tinjau kasus khusus bila fluidanya adalah cairan. Untuk cairan, pada rentang suhu dan tekanan yang cukup besar, massa jenis cairan ρ dapat dianggap tetap. Untuk kedalaman cairan yang tidak terlalu besar kita dapat asumsikan bahwa percepatan gravitasi g konstan. Maka untuk sembarang dua posisi ketinggian y_1 dan y_2, kita dapat mengintegrasikan persamaan di atas

$$\int_{p_1}^{p_2} \mathrm{d}p = -\rho g \int_{y1}^{y2} \mathrm{d}y \tag{8.4}$$

atau

$$p_2 - p_1 = -\rho g (y_2 - y_1) \tag{8.5}$$

Bila kita pilih titik y_2 adalah permukaan atas cairan, maka tekanan yang beraksi di permukaan itu adalah tekanan udara atmosfer, sehingga

$$p = p_0 + \rho g h \tag{8.6}$$

dengan $h = (y_2 - y_1)$ adalah kedalaman cairan diukur dari permukaan atas. Untuk kedalaman yang sama tekanannya sama.

Kasus lain adalah bila fluidanya adalah gas, atau lebih khusus lagi bila fluidanya adalah udara atmosfer bumi. Sebagai titik referensi adalah permukaan laut (ketinggian nol), dengan tekanan p_0 dan massa jenis

ρ_0. Kita asumsikan gasnya adalah gas ideal yang mana massa jenisnya sebanding dengan tekanan, sehingga

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{p}{p_0} \tag{8.7}$$

Dengan memakai pers. (8.3), maka

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}y} = -g\rho_0 \frac{p}{p_0} \tag{8.8}$$

atau

$$\frac{\mathrm{d}p}{p} = -\frac{g\rho_0}{p_0}\mathrm{d}y \tag{8.9}$$

yang bila diintegralkan akan menghasilkan

$$p = p_0 e^{-g(\rho_0/p_0)}y \tag{8.10}$$

8.3 Prinsip Pascal dan Archimedes

Untuk suatu cairan dalam wadah tertutup, tetap berlaku pers. (8.5). Karena itu bila terjadi perubahan tekanan ada titik 1 sebesar Δp_1, maka

$$\Delta p_2 = \Delta p_1 - g(y_2 - y_1)\Delta\rho \tag{8.11}$$

Tetapi untuk cairan perubahan rapat massanya dapat diabaikan $\Delta\rho \approx 0$, sehingga $\Delta p_2 = \Delta p_1$. Ini berarti tekanan yang diberikan pada titik 1 akan diteruskan tanpa pengurangan ke sembarang titik dalam cairan tersebut. Inilah yang dikenal sebagai prinsip Pascal. Prinsip ini hanya konsekuensi dari persamaan tekanan hidrostatika.

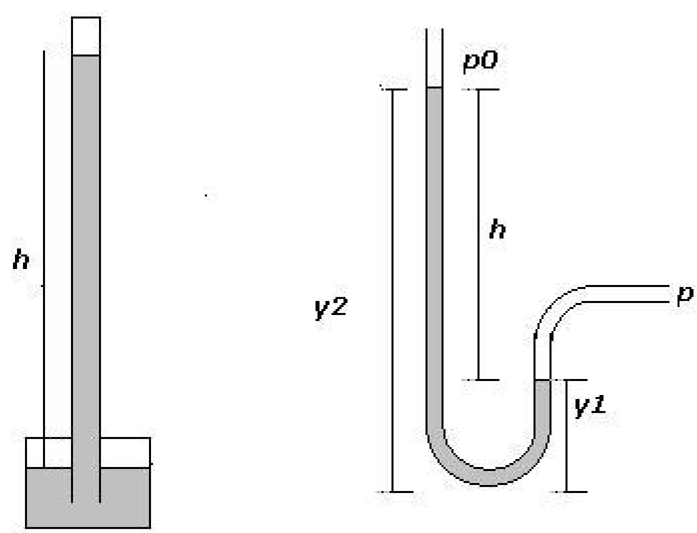
Kita tinjau sebuah benda yang tercelup kedalam suatu fluida. Fluida tadi akan memberikan faya tekanan kepada setiap bagian permukaan benda. Gaya tekan pada bagian yang lebih dalam tentunya lebih besar (karena tekanannya lebih besar). Karena itu total gaya tekan yang bekerja pada seluruh permukaan benda tadi akan menimbulkan total gaya ke atas. Besar gaya ke atas tadi bisa diperoleh sebagai berikut. Seandainya pada tempat benda tadi digantikan dengan fluida yang sama dengan lingkungannya, maka tentunya akan berada dalam keadaan kesetimbangan. Sehingga total gaya ke atas tadi tentunya sama dengan berat fluida yang menggantikan benda tadi. Prinsip ini terkenal sebagai prinsip Archimedes. Jadi pada sebuah benda yang tercelup ke dalam suatu fluida akan terdapat total gaya ke atas (gaya apung) yang besarnya sama dengan berat fluida yang ditempati benda tadi.

8.4 Pengukuran Tekanan

Tekanan udara diukur dengan menggunakan alat yang diberinama barometer. Barometer yang pertama kali dibuat adalah barometer air raksa, buatan Torriclelli. Dari gambar jelas bahwa tekanan udara akan sama dengan tekanan titik P pada air raksa. Bagian atas dari kolom air raksa terdapat uap air raksa yang tekanannya dapat diabaikan. Sehingga tekanan udara diberikan oleh

$$p = \rho_m g h \tag{8.12}$$

dengan ρ_m adalah rapat massa air raksa.



Gambar 8.1: Barometer dan Manometer

Alat ukur tekanan yang lain adalah manometer air raksa (Lihat gambar). Tekanan dalam tabung dapat dicari dengan menggunakan pers. (8.6)

$$p = p_0 + \rho_m g h \tag{8.13}$$

8.5 Jenis-Jenis Aliran Fluida

Pada bagian ini kita akan meninjau kasus fluida bergerak/mengalir. Normalnya, ketika kita meninjau keadaan gerak dari suatu sistem partikel, kita akan berusaha memberikan informasi mengenai posisi dari setiap partikel sebagai fungsi waktu. Tetapi untuk kasus fluida ada metode yang lebih mudah yang dikembangkan mula-mula oleh Euler. Dalam metode ini kita tidak mengikuti pergerakan masing-masing partikel, tetapi kita memberi informasi mengenai keadaan fluida pada setiap titik ruang dan waktu. Keadaan fluida pada setiap titik ruang dan untuk seluruh waktu diberikan oleh informasi mengenai massa jenis $\rho(\vec{r}, t)$ dan kecepatan fluida $\vec{v}(\vec{r}, t)$.

Aliran fluida dapat dikategorikan menurut beberapa kondisi

1. Bila vektor kecepatan fluida di semua titik $\vec{v} = \vec{(}\vec{r})$ bukan merupakan fungsi waktu maka alirannya disebut aliran tetap (steady), sebaliknya bila tidak maka disebut aliran tak tetap (non steady).

2. Bila di dalam fluida tidak ada elemen fluida yang berotasi relatif terhadap suatu titik maka aliran fluidanya disebut alira irrotasional, sedangkan sebaliknya disebut aliran rotasional.

3. Bila massa jenis ρ adalah konstan, bukan merupakan fungsi ruang dan waktu, maka alirannya disebut aliran tak termampatkan, sebaliknya akan disebut termampatkan.

4. Bila terdapat gaya gesek dalam fluida maka alirannya disebut aliran kental, sedangkan sebaliknya akan disebut aliran tak kental. Gaya gesek ini merupakan gaya-gaya tangensial terhadap lapisan-lapisan fluida, dan menimbulkan disipasi energi mekanik.

8.6 Persamaan Kontinuitas

Tinjau suatu bagian berbentuk sembarang O dari suatu fluida yang mengalir. Misalkan dalam bagian tersebut terdapat suatu sumber (bila bernilai positif) atau bocoran (bila bernilai negatif), kita lambangkan dengan S yang memberi (kelajuan) jumlah massa yang terbentuk atau hilang di O per satuan waktu. Seandainya tidak ada perubahan massa menjadi energi (total massa kekal/konstan), maka total massa fluida per satuan waktu yang masuk ke O dikurangi massa yang keluar dari O harus sama dengan S. Total massa yang masuk maupun keluar dapat dicari dengan menghitung fluks aliran yang menembus permukaan O. Sebelumnya kita definisikan dulu rapat arus fluida sebagai perkalian antara rapat massa dan kecepatan fluida di suatu titik ruang waktu,

$$\vec{j} = \rho\vec{v} \tag{8.14}$$

Bila rapat arus fluida dikalikan skalar dengan elemen luas permukaan $\mathrm{d}\vec{A}$ maka akan didapatkan

$$\vec{j} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = \rho\vec{v} \cdot \mathrm{d}\vec{A} \tag{8.15}$$

Untuk setiap satuan waktu $\mathrm{d}t$ maka

$$\vec{j} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = \rho\vec{v} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = \rho\frac{\mathrm{d}\vec{s}}{\mathrm{d}t} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = \rho\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} \tag{8.16}$$

suku terakhir adalah laju perubahan massa yang memasuki O. Bila dalam O tidak terdapat sumber maka jumlah massa yang sama harus keluar dari O, tetapi bila ada sumber berarti selisih laju perubahan massa yang masuk dan keluar sama dengan S

$$-\vec{j} \cdot \mathrm{d}\vec{A} + S = \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} \tag{8.17}$$

yang dapat dituliskan sebagai

$$-\vec{j} \cdot \mathrm{d}\vec{A} + S = \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} \tag{8.18}$$

Kita tinjau kasus khusus dengan kecepatan fluida tidak bergantung waktu dan dapat dianggap sama untuk titik-titik permukaan yang tidak terlalu besar. Kita ambil O berbentuk tabung aliran dengan dua buah permukaan sisi tutupnya A_1 dan A_2. Dari pers. (8.16), dapat diperoleh bahwa total massa yang masuk pada permukaan A_1 dan yang keluar pada A_2 dapat dituliskan sebagai

$$\frac{\mathrm{d}m_1}{\mathrm{d}t} = \rho_1 \vec{v}_1 \cdot \vec{A}_1 \tag{8.19}$$

dan

$$\frac{\mathrm{d}m_2}{\mathrm{d}t} = \rho_2 \vec{v}_2 \cdot \vec{A}_2 \tag{8.20}$$

Bila tidak ada sumber maka kedua nilai tadi harus sama, jadi

$$\rho_1 \vec{v}_1 \cdot \vec{A}_1 = \rho_2 \vec{v}_2 \cdot \vec{A}_2 \tag{8.21}$$

Persamaan ini juga sering disebut sebagai persamaan kontinuitas, walau sebenarnya hanya merupakan kasus khusus saja.

8.7 Persamaan Bernoulli

Persamaan Bernoulli sebenarnya hanya bentuk lain dari persamaan kekekalan energi mekanik yang diterapkan pada fluida. Tentunya fluida yang ditinjau harus tak kental agar tidak terdapat disipasi energi sebagai panas. Lihat gambar di bawah ini,

Sesuai dengan teorema usaha-energi kita ketahui bahwa usaha oleh gaya non konservatif sama dengan perubahan energi mekanik.

$$W_{\mathrm{nk}} = \Delta E_m \tag{8.22}$$

Dalam kasus di atas, usaha non konservatifnya dilakukan oleh gaya tekanan. Usaha totalnya adalah

$$W_{\mathrm{nk}} = (p_1 A_1 v_1 - p_2 A_2 v_2)\Delta t \tag{8.23}$$

Sedangkan perubahan energi mekaniknya adalah

$$\frac{1}{2}(\rho_2 A_2 v_2 \Delta t)v_2^2 + g(\rho_2 A_2 v_2 \Delta t)y_2 - \frac{1}{2}(\rho_1 A_1 v_1 \Delta t)v_1^2 - g(\rho_1 A_1 v_1 \Delta t)y_1 \tag{8.24}$$

sehingga

$$p_1 A_1 v_1 \Delta t + \frac{1}{2}(\rho_1 A_1 v_1 \Delta t)v_1^2 + g(\rho_1 A_1 v_1 \Delta t)y_1 = p_2 A_2 v_2 \Delta t + \frac{1}{2}(\rho_2 A_2 v_2 \Delta t)v_2^2 + g(\rho_2 A_2 v_2 \Delta t)y_2 \tag{8.25}$$

Tetapi dari persamaan kontinuitas diketahui $\rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2$, dan bila diasumsikan bahwa $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ maka

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2 \tag{8.26}$$

atau

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = \text{konstan} \tag{8.27}$$

Inilah persamaan Bernoulli.

Bab 9

Getaran dan Gelombang

9.1 Getaran

Getaran adalah salah satu bentuk gerak yang khusus. Kita hanya akan meninjau getaran atau osilasi yang sederhana. Untuk itu kita akan meninjau energi potensial yang dimiliki sebuah partikel bermassa m yang berada dalam keadaan kesetimbangan stabil di sekitar titik 0. Secara umum bentuk energi potensialnya adalah

$$U = U_0 - ax^2 + O(x^3) \tag{9.1}$$

dengan $O(x^3)$ adalah suku-suku energi potensial dengan variabel x berpangkat tiga atau lebih, yang tentunya harus sangat kecil dibandingkan suku pangkat duanya (bila tidak maka bukan kesetimbangan stabil). Gaya yang terkait dengan energi potensial ini dapat dicari dari

$$F_x \mathrm{d}x = -\mathrm{d}U \tag{9.2}$$

atau

$$F_x = -\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}x} = -2ax + O(x^2) \tag{9.3}$$

bila suku gaya pangkat dua atau lebih sangat kecil atau dapat diabaikan, maka ini tidak lain dari gaya pegas, dan dengan $2a = k$ maka persamaan di atas dapat dituliskan sebagai

$$F_x = m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = -kx \tag{9.4}$$

atau

$$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + kx = 0 \tag{9.5}$$

Persamaan ini memiliki bentuk penyelesaian umum

$$x(t) = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t) \tag{9.6}$$

dengan

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{9.7}$$

adalah frekuensi sudut dari getaran. Persamaan di (9.6) dapat dituliskan juga sebagai

$$x(t) = A_0\sin(\omega t + \phi) = A_0(\sin\omega t\cos\phi + \cos\omega t\sin\phi) \tag{9.8}$$

dengan $A = A_0\cos\phi$ dan $B = A_0\sin\phi$, (sehingga $\phi = \arcsin B/A$ yang disebut sebagai fase getaran), dan A_0 disebut sebagai amplitudo getaran. Getaran yang memenuhi persamaan (9.5) disebut sebagai getaran selaras sederhana.

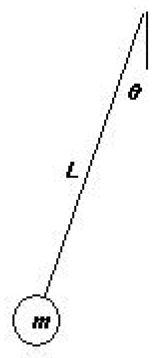
Berikut ini beberapa contoh getaran selaras sederhana

9.1.1 Bandul

Sebuah bandul yang berada dalam medan potensial gravitasi, bila disimpangkan tidak jauh dari titik kesetimbangannya akan mengalami gerak getaran. Lihat gambar di bawah ini

Komponen gaya yang dialami bandul bermassa m yang sejajar dengan arah geraknya adalah

$$F = m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} - mg\sin\theta \tag{9.9}$$



Gambar 9.1: Bandul

Tanda negatif karena arah gaya berlawanan dengan arah simpangan positif x. Untuk simpangan yang tidak terlalu besar, $\sin\theta$ dapat kita dekati sebagai $\sin\theta \approx \theta$ (dalam radian) dan $x \approx L\theta$ sehingga

$$\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} + \frac{g}{L}\theta = 0 \tag{9.10}$$

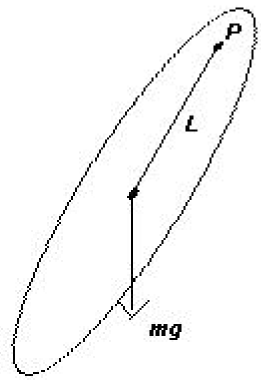
yang merupakan persamaan getaran selaras sederhana dengan frekuensi

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \tag{9.11}$$

9.1.2 Bandul Mekanis

Sebuah benda digantung pada titik P dan memiliki momen inersia terhadap sumbu P sebesar I_P. Benda ini disimpangkan dari titik seimbangnya dan kemudian bergetar. Torka yang dialami benda tadi, akibat gaya gravitasi yang bekerja pada titik pusatnya dapat dituliskan sebagai

$$\tau = I_P\alpha = I_P\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} = -MgL\sin\theta \tag{9.12}$$



Gambar 9.2: Bandul mekanik

Untuk sudut yang cukup kecil $\sin\theta \approx \theta$ sehingga

$$\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} + \frac{MgL}{I_P}\theta = 0 \tag{9.13}$$

Penyelesaian persamaan ini adalah suatu getaran selaras sederhana dengan frekuensi sudut

$$\omega = \sqrt{\frac{MgL}{I_P}} \tag{9.14}$$

9.2 Getaran Teredam dan Resonansi

Dalam kenyataan di alam, selain gaya yang menimbulkan getaran juga terdapat gaya yang menghambat gerak getaran. Sehingga semua gerak getaran akhirnya berkurang energinya dan berhenti bergetar. Sebagai model sederhana kita asumsikan getaran teredam dengan gaya redaman yang sebanding dengan kecepatan benda, sehingga persamaan gerak benda dapat ditulis sebagai

$$F = -kx - bv \tag{9.15}$$

atau

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \frac{b}{m}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \frac{k}{m}x = 0 \tag{9.16}$$

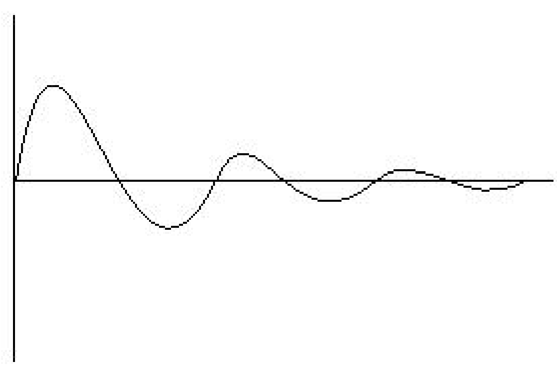
Penyelesaian persamaan di atas ini dapat dituliskan sebagai berikut

$$x = Ae^{-bt/2m}\cos(\omega' t + \phi) \tag{9.17}$$

dengan

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}. \tag{9.18}$$

Bentuk grafik getarannya sebagai berikut



Gambar 9.3: Getaran teredam

9.2.1 Resonansi

Terkadang suatu sistem yang dapat bergetar mendapat gaya yang juga periodik. Dalam kasus ini benda akan bergetar dengan amplitudo yang besar ketika frekuensi alaminya sama dengan frekuensi gaya eksternal periodiknya. Sebagai model misalkan gaya eksternal periodiknya diberikan oleh $F = F_r \cos\omega'' t$, sehingga persamaan geraknya (dengan mengikutsertakan faktor redaman)

$$F = -kx - bv + F_r \cos\omega'' t \tag{9.19}$$

atau

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \frac{b}{m}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \frac{k}{m}x = F_r \cos\omega'' t \tag{9.20}$$

Dari persamaan di atas, tentunya logis bila getarannya harus memiliki frekuensi yang sama dengan frekuensi getaran gaya eksternal periodik ω'', tetapi mungkin terdapat beda fase. Dapat ditunjukkan bahwa penyelesaian persamaan di atas adalah

$$x = \frac{F_r}{G}\sin(\omega'' t + \phi) \tag{9.21}$$

dengan

$$G = \sqrt{m^2(\omega''^2 - \omega^2)^2 + b^2\omega''^2} \tag{9.22}$$

dan

$$\phi = \arccos\frac{b\omega''}{G} \tag{9.23}$$

Tampak bahwa nilai G akan minimum dan amplitudo akan maksimum ketika $\omega = \omega''$. Peristiwa inilah yang biasa disebut resonansi.

9.3 Energi Getaran

Energi potensial sebuah sistem pegas diberikan oleh

$$U = \frac{1}{2}kx^2 \tag{9.24}$$

sedangkan energi kinetiknya diberikan oleh

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 \tag{9.25}$$

maka dengan

$$x = A\sin(\omega t + \phi) \tag{9.26}$$

dan

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = A\omega\cos(\omega t + \phi) \tag{9.27}$$

energi total mekanik sistem pegas yang bergetar diberikan oleh

$$E = E_k + U = \frac{1}{2}kA^2 \sin^2(\omega t + \phi) + \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \phi) = \frac{1}{2}kA^2 \tag{9.28}$$

9.4 Gelombang

Gelombang adalah getaran yang merambat. Jadi di setiap titik yang dilalui gelombang terjadi getaran, dan getaran tersebut berubah fasenya sehingga tampak sebagai getaran yang merambat. Terkait dengan arah getar dan arah rambatnya, gelombang dibagi menjadi dua kelompok, gelombang transversal dan gelombang longitudinal. Gelombang transversal arah rambatnya tegak lurus dengan arah getarannya, sedangkan gelombang longitudinal arah rambatnya searah dengan arah getarannya.

Karena gelombang adalah suatu getaran yang merambat, maka pada suatu titik tertentu dalam ruang di mana gelombang merambat, akan kita dapati adanya suatu besaran yang bergetar. Besaran yang bergetar ini dapat berupa besaran mekanis, misalnya kerapatan udara atau tekanan udara (dalam gelombang bunyi misalnya), simpangan tali (pada gelombang tali), dapat pula berupa besaran non mekanis misalnya amplitudo kuat medan listrik dan medan magnet (dalam gelombang elektromagnetik). Pada suatu waktu tertentu, gelombang akan tampak sebagai pola besaran yang bergetar sebagai fungsi posisi atau ruang di mana gelombang merambat. Sehingga misalkan kita memiliki suatu besaran ψ yang berubah nilainya secara periodik (bergetar) sebagai fungsi ruang dan waktu, maka besaran tersebut bila membentuk gelombang yang merambat ke arah z dengan kecepatan v akan memenuhi bentuk

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \tag{9.29}$$

Bentuk umum penyelesaian persamaan di atas adalah semua fungsi yang berbentuk $\psi(z,t) = x(z \pm vt)$. Hal ini dapat ditunjukkan dengan mudah. Misalkan $u = z \pm vt$ maka

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial u^2},$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial u^2}v^2,$$

karena $\partial u/\partial z = 1$ dan $\partial u/\partial t = v$. Sehingga pers. gelombang di (9.29) terpenuhi.

Bentuk gelombang sederhana yang dikenal sebagai gelombang sinusoidal adalah penyelesaian pers. (9.29) yang berbentuk

$$\psi(z,t) = A\sin(kz \pm \omega t + \phi) \tag{9.30}$$

Untuk suatu waktu t tertentu (misalkan $t = 0$, dan pilih $\phi = 0$) maka

$$\psi(z,t) = A\sin(kz) \tag{9.31}$$

Jarak dari satu fase gelombang ke fase berikutnya yang sama disebut sebagai satu panjang gelombang λ. Sehingga

$$z \equiv \lambda = \frac{2\pi}{k} \tag{9.32}$$

atau berarti

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \tag{9.33}$$

Bilangan k ini menunjukkan jumlah gelombang atau jumlah gelombang per 2π satuan panjang (dalam buku lain, sering juga disebut sebagai bilangan gelombang).

Untuk suatu posisi tertentu (misalkan $z = 0$, dan pilih $\phi = 0$) maka

$$\psi(z,t) = -A\sin(\omega t) \tag{9.34}$$

Ini adalah persamaan getaran sinusoidal di suatu titik. Periode getarnya diberikan oleh

$$t \equiv T = \frac{2\pi}{\omega} \tag{9.35}$$

atau berarti

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \tag{9.36}$$

dengan f adalah frekuensi gelombang.

Untuk suatu fase tertentu dari gelombang, pola gelombang tersebut akan tetap selama nilai $kx - \omega t$

tetap. Sehingga dengan berjalannya waktu, nilai kz juga harus bertambah. Ini berarti pola gelombang akan merambat ke kanan (atau ke kiri bila tandanya positif) dengan kecepatan yang diberikan oleh

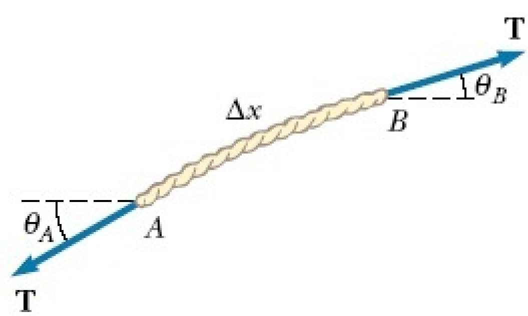
$$\frac{k\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = \omega \tag{9.37}$$

atau

$$v = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = \frac{\omega}{k} \tag{9.38}$$

9.5 Kecepatan Gelombang Mekanik

Sebagai contoh akan kita pakai gelombang pada tali. Misalkan terdapat gelombang pada tali yang dianggap massanya sangat kecil sehingga gaya tegang tali sama besarnya di seluruh bagian tali. Kita tinjau suatu elemen tali dan dianggap simpangan talinya tidak terlalu besar (lihat gambar)



Gambar 9.4: Gelombang pada tali

Gaya yang di alami elemen tali ini untuk arah vertikal adalah

$$F_y = \Delta s \mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = T(\sin\theta_B - \sin\theta_A)$$

dengan Δs adalah panjang elemen tali, dan μ adalah massa tali per satuan panjang. Untuk simpangan yang tidak terlalu besar maka $\Delta s \approx \Delta x$ dan $\sin\theta \approx \tan\theta$, sehingga karena $\tan\theta$ tidak lain adalah kemiringan/gradien kurva maka

$$\Delta x \mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = T(\frac{\partial y}{\partial x}\Big|_{x+\Delta x} - \frac{\partial y}{\partial x}\Big|_{x})$$

atau

$$\frac{\mu}{T}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

sehigga dengan membandingkan persamaan ini dengan pers. (9.29), diperoleh kecepatan rambat gelombang pada tali

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \tag{9.39}$$

Secara umum kecepatan gelombang mekanik selalu terkait dengan sifat elastisitasnya dan sifat inersia media rambatnya. Misalkan gelombang suara, kecepatannya adalah

$$v = \sqrt{B}\rho \tag{9.40}$$

dengan B adalah modulus Bulk, dan ρ adalah rapat massa media rambatan.

9.6 Superposisi Gelombang

Dua buah gelombang dapat dijumlahkan atau disuperposisikan. Ini terjadi ketika dua gelombang yang sejenis berada dalam tempat dan waktu yang sama. Ada beberapa kasus yang akan kita tinjau. Kasus dua gelombang dengan ω dan k sama tetapi berbeda fasenya. Kasus dua gelombang dengan ω dan k sama tetapi arah geraknya berlawanan. Kasus dua gelombang dengan ω dan $k$nya berbeda sedikit.

9.6.1 Dua gelombang yang berbeda fase

Misalkan kita punya

$$\psi_1 = A\sin(kz - \omega t + \phi_1) \tag{9.41}$$

$$\psi_2 = A\sin(kz - \omega t + \phi_2) \tag{9.42}$$

Penjumlahan kedua gelombang ini menghasilkan

$$\psi_{tot} = \psi_1 + \psi_2 = 2A\sin(kz - \omega t + \bar{\phi})\cos(\delta\phi) \tag{9.43}$$

dengan $\bar{\phi} = (\phi_1 + \phi_2)/2$ dan $\delta\phi = (\phi_1 - \phi_2)/2$. Hasilnya berupa suatu gelombang baru dengan ω dan k semula, tetapi amplitudonya bergantung pada beda fase antara kedua gelombang. Amplitudonya diberikan oleh

$$2A\cos(\delta\phi)$$

sehingga nilainya akan maksimum atau minimum bergantung pada beda fase $\delta\phi$.

9.6.2 Beda arah kecepatan

Ketika dua gelombang yang sama, tetapi berbeda arah kecepatan, dijumlahkan maka akan muncul fenomena gelombang tegak. Gelombang tegak ini sebenarnya bukan gelombang, karena tidak memenuhi persamaan gelombang. Misalkan kita punya

$$\psi_1 = A\sin(kz - \omega t) \tag{9.44}$$

$$\psi_2 = A\sin(kz + \omega t) \tag{9.45}$$

Penjumlahan kedua gelombang ini menghasilkan

$$\psi_{tot} = \psi_1 + \psi_2 = 2A\sin(kz)\cos(\omega t) \tag{9.46}$$

Sehingga yang kita dapati adalah adanya getaran yang nilai amplitudonya bergantung pada posisi. Daerah dengan amplituod maksimum disebut sebagai daerah perut, sedangkan daerah dengan amplitudo minimum disebut sebagai daerah simpul.

9.6.3 Beda frekuensi dan panjang gelombang

Misalkan kita punya

$$\psi_1 = A\sin(k_1 z - \omega_1 t) \tag{9.47}$$

$$\psi_2 = A\sin(k_2 z - \omega_2 t) \tag{9.48}$$

Penjumlahan kedua gelombang ini menghasilkan

$$\psi_{tot} = \psi_1 + \psi_2 = 2A\sin(\bar{k}z - \bar{\omega}t + \bar{\phi})\cos(\delta kz - \delta\omega t) \tag{9.49}$$

dengan $\bar{k} = (k_1 + k_2)/2,\ \bar{\omega} = (\omega_1 + \omega_2)/2$ dan $\delta k = (k_1 - k_2)/2,\ \delta\omega = (\phi_1 - \phi_2)/2$ Ketika beda frekuensinya sangat kecil maka muncul fenomena yang disebut sebagai layangan (beat).

9.7 Energi dan intensitas gelombang

Energi gelombang mekanik adalah jumlahan dari energi potensial dan energi kinetiknya. Sama seperti pada getaran, energi potensial dan energi kinetik ini akan berubah dan bergantian mencapai nilai maksimum dan minimumnya. Sehingga energi mekanik sebuah gelombang akan sama dengan energi kinetik maksimum gelombang tersebut. Sebagai contoh gelombang pada tali yang bergetar ke arah y dan memiliki rapat massa persatuan panjang μ, maka untuk suatu elemen panjang Δx, energi kinetik maksimumnya

$$E = E_{kmaks} = \frac{1}{2}\Delta x\mu\Big(\frac{\partial y}{\partial t}\Big|_{maks}\Big)^2 = \frac{1}{2}\Delta x\mu\omega^2 y_{maks}^2 \tag{9.50}$$

Untuk satu panjang gelombang energi totalnya diperoleh dengan menggantikan Δx dengan λ. Karena dalam satu periode T akan mengalir satu panjang gelombang maka, daya gelombang tersebut adalah

$$P = \frac{1}{2}\frac{\lambda}{T}\mu\omega^2 y_{maks}^2 = \frac{1}{2}v\mu\omega^2 y_{maks}^2 \tag{9.51}$$

Untuk gelombang suara, kita dapat gunakan pers. (9.52) dan mengganti μ dengan besaran yang bersesuaian, yaitu rapat massa medium dikali suatu tampang lintang A (diasumsikan gelombang bunyinya merambat melalui media dengan volume $A\Delta x$). Sehingga untuk gelombang bunyi yang melalui suatu tampang lintang A dan merambat pada media dengan rapat massa ρ energi mekaniknya

$$E = \frac{1}{2}\Delta x A\rho\Big(\frac{\partial y}{\partial t}\Big|_{maks}\Big)^2 = \frac{1}{2}\Delta x A\rho\omega^2 y_{maks}^2 \tag{9.52}$$

Sama seperti sebelumnya, untuk satu panjang gelombang energi totalnya diperoleh dengan menggantikan Δx dengan λ. Karena dalam satu periode T akan mengalir satu panjang gelombang maka, daya gelombang bunyi tersebut adalah

$$P = \frac{1}{2}\frac{\lambda}{T}A\rho\omega^2 y_{maks}^2 = \frac{1}{2}vA\rho\omega^2 y_{maks}^2 \tag{9.53}$$

Intensitas gelombang didefinisikan sebagai daya gelombang per satuan area yang ditembus gelombang. Untuk contoh gelombang bunyi di atas, diperoleh

$$I = \frac{P}{A} = \frac{1}{2}v\rho\omega^2 y_{maks}^2 \tag{9.54}$$

Untuk membedakan intensitas bunyi, didefinisikan besaran tarap intensitas gelombang bunyi β, yang diberi satuan desibel. Taraf intensitas bunyi didefinisikan sebagai

$$\beta = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right) \tag{9.55}$$

dengan log di sini adalah logaritma basis sepuluh, dan $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2

9.8 Efek Doppler

Bila pengamat mendekati atau menjauhi sumber gelombang mekanik, maka kecepatan bunyi yang teramatinya menjadi berubah sebagai

$$v' = v + v_p$$

dengan v_p adalah kecepatan pengamat. Karena panjang gelombangnya tidak berubah maka frekuensi gelombang yang diamatinya berubah menjadi

$$f' = \frac{v \pm v_p}{\lambda} = f(1 \pm (v_p/v)) \tag{9.56}$$

dengan tanda plus untuk pengamat mendekati sumber, dan tanda minus sebaliknya.

Bila sumber gelombang bergerak dalam medium mendekati ataupun menjauhi pengamat yang diam relatif terhadap medium rambat, maka akan ada perubahan panjang gelombang yang teramati pengamat. Kecepatan gelombangnya tetap dalam kasus ini (karena kecepatan gelombang tergantung pada medium), sedangkan panjang gelombangnya berubah menjadi

$$\lambda' = \lambda \mp v_s T$$

dengan v_s adalah kecepatan sumber. Maka frekuensi gelombang yang teramati pengamat berubah menjadi

$$f' = \frac{v}{\lambda \mp v_s T} = f \frac{1}{1 \mp (v_s/v)} \tag{9.57}$$

dengan tanda negatif untuk sumber mendekati dan tanda positif untuk sebaliknya. Bila baik pengamat maupun sumber bergerak maka

$$f' = f \frac{1 \pm (v_p/v)}{1 \mp (v_s/v)} \tag{9.58}$$

Bab 10

Suhu dan Kalor

Kalor (atau panas) sebenarnya adalah energi kinetik (mikroskopis) partikel-partikel penyusun suatu benda. Gerak partikel-partikel penyusun benda tadi tidak tampak secara makroskopis, gerakannya sangat acak dan inilah yang tampak atau teramati sebagai panas. Sebagai bentuk energi kinetik, tentunya kalor dapat berpindah. Perpindahan kalor ini terjadi dengan cara perpindahan energi kinetik partikel-partikel penyusun benda ke partikel lain (yang mungkin merupakan partikel penyusun benda lain). Sebagai contoh, bila dua benda disentuhkan, maka pada permukaan sentuh kedua benda, partikel-partikel penyusun kedua benda akan saling bertumbukan dan saling memindahkan energi dan momentum. Secara makroskopik ini akan teramati sebagai perpindahan panas antara kedua benda tadi, yang disebut konduksi panas. Bentuk lain perpindahan panas misalnya perpindahan energi gerak partikel akibat bergeraknya zat sebagai benda cair. Partikel-partikel penyusun zat cair yang berenergi kinetik tinggi lebih mudah bergerak sehingga volume yang ditempatinya (untuk jumlah partikel tertentu) lebih besar. Akibatnya bagian zat cair dengan energi kinetik yang lebih tinggi akan lebih renggang (rapat massanya lebih rendah), maka akan bergerak ke atas. Perpindahan panas semacam ini disebut konveksi panas. Bentuk ketiga perpindahan panas adalah perpindahan energi yang diperantarai oleh partikel foton cahaya. Partikel-partikel penyusun benda yang bergetar dengan energi tinggi akan melepaskan partikel foton cahaya yang membawa sebagian energi kinetiknya. Bila partikel foton yang dipancarkan tadi menabrak benda lain, maka energi foton tadi akan diberikan kepada partikel penyusun benda yang ditabraknya. Bentuk perpindahan panas semacam ini disebut sebagai radiasi panas.

Dalam proses konduksi, ketika kedua benda disentuhkan, terjadi perpindahan panas antara keduanya sampai keduanya mencapai kondisi kesetimbangan termal. Kesetimbangan termal adalah kondisi ketika tidak ada lagi total perpindahan panas antara kedua benda (walaupun secara mikroskopik masih terjadi perpindahan panas, tapi panas yang berpindah dari benda pertama ke benda kedua, sama dengan yang berpindah dari benda kedua ke benda pertama).

10.1 Hukum Termodinamika ke Nol

Hukum Termodinamika ke nol terkait dengan konsep suhu. Hukum ini diperoleh dari pengamatan. Pernyataan hukum tersebut adalah sebagai berikut:"Bila benda A dan benda B berada dalam keadaan kesetimbangan termal, kemudian bila benda B dan benda C berada dalam keadaan kesetimbangan termal, maka benda A dan benda C akan berada dalam keadaan kesetimbangan termal pula". Kondisi ini memungkinkan pengklasifikasian benda-benda yang berada dalam kesetimbangan termal, serta memungkinkan mendefinisikan suatu besaran sebagai derajat/ukuran keadaan kesetimbangan termal. Dari hukum Termodinamika ke nol ini, didefinisikan konsep suhu, yaitu benda-benda yang berada dalam kesetimbangan termal akan memiliki suhu yang sama. Bila suhu dua benda tidak sama, maka dua benda tersebut tidak akan berada dalam keadaan kesetimbangan termal, dan bila disetuhkan akan terjadi perpindahan panas dari benda yang suhunya lebih tinggi ke benda yang suhunya lebih rendah.

10.1.1 Sifat Termal Zat Padat dan Zat Cair

Dari pengamatan, diketahui bahwa kebanyakan logam bertambah panjangnya ketika suhunya bertambah. Didefinisikan koefisien muai panjang α sebagai rasio perbandingan pertambahan panjang per pertambahan suhu per panjang awal:

$$\alpha = \frac{\Delta l}{l_0 \Delta T} \tag{10.1}$$

atau berarti

$$l = l_0 + \alpha l_0 (T - T_0) \tag{10.2}$$

Tentu saja, bila terjadi pertambahan panjang, juga akan terjadi pertambahan luas dan volume logam. Hubungan antara koefisien muai panjang dan koefisien muai volume β adalah sebagai berikut

$$V_0 + \Delta V = (l_0 + \alpha l_0 \Delta T)(l_0 + \alpha l_0 \Delta T)(l_0 + \alpha l_0 \Delta T) \tag{10.3}$$

atau

$$V_0 = \Delta V = l_0^3 + 3\alpha \Delta T + \cdots \tag{10.4}$$

Jadi $\beta = 3\alpha$, dan

$$V = V_0 + \beta V_0 \Delta T \tag{10.5}$$

Untuk zat cair, ketika suhunya bertambah akan mengalami pertambahan volume, dengan koefisien ekspansi volume β dan untuk daerah pertambahan suhu yang tidak terlalu besar berlaku perubahan volume seperti pada pers. (10.5). Air memiliki sifat ekspansi volume yang berbeda pada suhu disekitar 4^0 C (sifat anomali air). Ketika suhu diturunkan mendekati 4^0 C volume air berkurang dan mencapai volume terkecil pada suhu tersebut. Setelah itu, bila suhu terus diturunkan, volume air akan meningkat kembali. Sehingga air memiliki kerapatan terendah pada suhu 4^0 C.

10.1.2 Sifat Termal Gas (Ideal)

Terdapat hubungan antara tekanan p, volume V, dan suhu T dari suatu gas. Persamaan yang menghubungkan ketiga besaran ini disebut sebagai persamaan keadaan. Sedangkan variabel-variabel yang menggambarkan keadaan kesetimbangan disebut sebagai besaran keadaan. Untuk gas, tekanan, volume dan suhu adalah besaran keadaan. Selain itu semua besaran yang hanya bergantung pada besaran-besaran keadaan, juga merupakan besaran keadaan. Bila gasnya memiliki kerapatan yang rendah, terdapat hubungan sederhana antara p, V dan T. Untuk sejumlah gas tertentu, pada suhu konstan, besarnya tekanan berbanding terbalik dengan volumenya (hukum Boyle). Pada tekanan konstan, volume gas sebanding dengan suhu mutlaknya (hukum Charles Gay-Lussac). Kedua hubungan tersebut terangkum dalam persamaan keadaan

$$pV = nRT \tag{10.6}$$

dengan n adalah jumlah mol gas, dan $R = 8,315$ J/Mol.K adalah tetapan gas universal. Persamaan keadaan ini disebut juga sebagai persamaan keadaan gas ideal, sedangkan gas yang memenuhi persamaan ini disebut sebagai gas Ideal. Jumlah mol suatu gas terkait dengan jumlah partikel gas melalui

$$n = \frac{N}{N_A}$$

dengan N adalah jumlah partikel gas dan $N_A =$ adalah bilangan Avogadro. Dengan menggunakan relasi ini persamaan keadaan gas Ideal dapat dituliskan sebagai

$$pV = NkT$$

dengan k adalah tetapan Boltzman, yang terkait dengan tetapan gas universal melalui

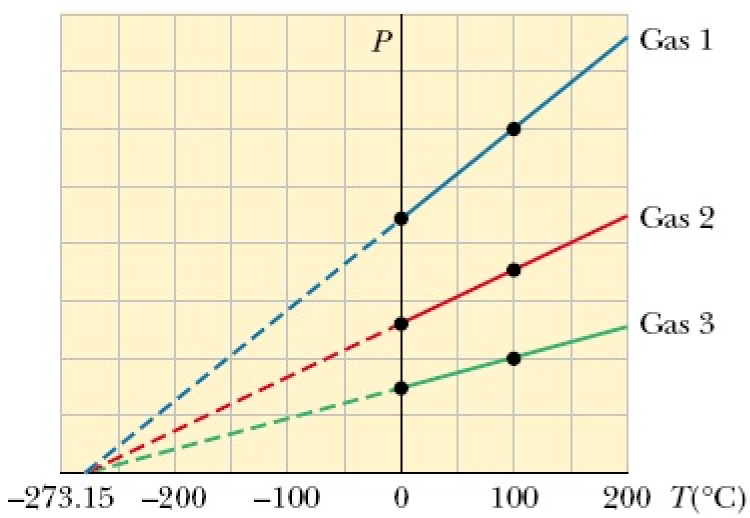
$$k = \frac{R}{N_A}$$

10.1.3 Termometer

Alat untuk mengukur suhu adalah termometer. Sebagai termometer, dipilih benda yang memiliki perubahan fisis tertentu yang berkaitan dengan perubahan suhunya, misalnya berubahnya volume suatu logam sebagai fungsi dari suhu. Sifat ekspansi termal dari beberapa logam ini dapat digunakan sebagai penunjuk suhu. Sebagai contoh adalah air raksa, yang sebenarnya adalah logam, memiliki sifat perubahan volume yaitu volumenya bertambah ketika suhunya bertambah. Termometer yang menggunakan air raksa ini perlu ditera, yaitu ditetapkan nilainya pada suhu tertentu yang dijadikan titik acuan/referensi. Sebagai contoh, adalah termometer dengan skala satuan Celcius, memiliki titik acuan nilai suhu nol derajat pada suhu campuran air dan es (suhu ketika es mencair) dan nilai seratus derajat pada kondisi air mendidih, keduanya pada kondisi tekanan 1 atmosfer. Termometer dengan skala lainnya misalnya skala Fahrenheit, yang menetapkan nilai 32^0 untuk suhu es mencair dan nilai 212^0 untuk suhu air mendidih. Skala lainnya adalah skala Rearmur, yang menetapkan nilai nol derajat untuk suhu es mencair dan nilai 80^0 untuk suhu air mendidih. Selain menggunakan air raksa, bahan lain yang sering digunakan adalah alkohol. Tetapi penggunaan bahan berbeda dapat menimbulkan masalah karena perbedaan koefisien muai volum kedua benda. Karena itu dibutuhkan suatu termometer yang tidak bergantung pada bahannya.

10.1.4 Termometer Gas Bervolume Konstan

Termometer ini menggunakan gas yang memiliki kerapatan rendah sebagai bahan pengukur suhunya. Diketahui sebelumnya bahwa ketika suhu gas meningkat, bila volumennya dijaga tetap, maka tekanannya akan meningkat secara hampir linier. Sifat inilah yang kemudian digunakan untuk mengukur suhu. Ketika gasnya diganti dengan gas lainnya ternyata terdapat pola seperti tampak pada grafik berikut ini



Gambar 10.1: Hubungan tekanan dan temperatur untuk beberapa gas

Tampak bahwa untuk bermacam-macam gas, kemiringan garisnya berbeda-beda, tetapi kesemuanya memiliki titik potong terhadap sumbu T yang sama. Ini menunjukkan bahwa pada tekanan nol, yaitu tekanan yang paling kecil, semua gas memiliki nilai suhu yang sama. Karena tidak ada lagi tekanan yang lebih kecil dari tekanan nol, maka tentunya tidak ada lagi suhu yang lebih kecil dari nilai ini. Ini menunjukkan adanya nilai nol mutlak untuk temperatur. Dari sinilah kemudian didefinisikan satuan skala suhu Kelvin, yang memiliki nilai nol mutlak. Selanjutnya semua skala diacukan kepada satuan Kelvin ini. Sebagai titik acuan kedua adalah titik triple air, yaitu suhu ketika air, es dan uap berada dalam kesetimbangan termal. Titik ini dipilih memiliki nilai 273,16 K.

10.2 Teori Kinetik Gas

Dalam bagian ini akan dijelaskan hubungan antara besaran termodinamika, suhu dengan besaran mikroskopik partikel. Untuk itu, tinjau N partikel gas ideal dalam suatu wadah berdimensi $L \times L \times L$. Partikel-partikel gas ideal tidak berinteraksi satu dengan lainnya, tetapi partikel tersebut dapat berinteraksi (bertabrakan) dengan dinding wadahnya. Sebuah partikel gas tersebut memiliki komponen kecepatan v_x ke arah sumbu-x positif. Dianggap dindingnya bermassa besar sekali, sehingga tidak bergerak setelah ditumbuk partikel gas ideal. Ditinjau kasus dengan tumbukan partikel dengan dinding yang lenting sempurna, sehingga tidak ada energi yang hilang. Sehingga setelah tumbukan partikel memiliki kecepatan v_x ke arah sumbu-x negatif. Besar momentum yang diberikan partikel kepada dinding wadah sama dengan perubahan momentum partikel selama proses tumbukan,

$$\Delta p_x = mv_x - (-mv_x) = 2mv_x$$

Untuk salah satu dinding wadah yang tegak lurus terhadap sumbu-x sebuah partikel akan menabrak dinding setiap $\Delta t = 2L/v_x$. Sehingga total gaya yang diberikan sebuah partikel pada dinding wadah tadi adalah

$$F_x = \frac{\Delta p_x}{\Delta t} = \frac{mv_x^2}{L}.$$

Untuk N buah partikel maka total gayanya adalah

$$F_{x\mathrm{tot}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{m}{L} v_{xi}^2 = \frac{mN}{L} \bar{v_x^2}$$

dengan $\bar{v_x^2}$ adalah rerata kuadrat kelajuan arah-x. Karena arah x, y, z tidak terbedakan, maka

$$\bar{v_x^2} = \bar{v_y^2} = \bar{v_z^2}$$

sehingga

$$\bar{v^2} = \bar{v_x^2} + \bar{v_y^2} + \bar{v_z^2} = 3\bar{v_x^2}$$

Tekanan gas pada dinding wadah adalah

$$p = \frac{F_{x\text{tot}}}{L^2} = \frac{mN}{3L^3}\bar{v^2} = \frac{mN}{3V}\bar{v^2}$$

atau

$$pV = \frac{mN}{3}\bar{v^2}$$

Dengan menggunakan persamaan keadaan gas ideal $pV = NkT$ maka

$$kT = \frac{m}{3}\bar{v^2} = \frac{2}{3}\bar{E}_k$$

Persamaan ini mengatakan bahwa suhu sebanding dengan rerata energi kinetik partikel. Karena energi yang ada pada gas ideal hanyalah energi kinetik partikel-partikelnya, maka total energi kinetik gas ideal adalah

$$U \equiv E_{k\text{tot int}} = \frac{3}{2}NkT = \frac{3}{2}nRT \tag{10.7}$$

inilah yang disebut sebagai energi internal atau energi dalam gas ideal.

10.3 Panas, Energi dan Hukum Pertama Termodinamika

Bila suhu ada kaitannya dengan energi kinetik rerata partikel-partikel penyusun suatu benda, maka perubahan suhu yang disebabkan karena adanya transfer panas tentunya terkait dengan adanya perubahan energi kinetik. Karena itu panas adalah energi kinetik mikroskopik dari partikel-partikel penyusun benda. Keterkaitan antara panas dan energi dibuktikan pertama kali oleh Joule. Sekarang diketahui bahwa 1 kalori (satuan untuk panas) setara dengan energi sebesar 4,186 Joule.

Bila panas adalah energi maka perumusan teorema Usaha-Energi dapat diperluas dengan menyertakan panas Q. Panas, sebagai energi kinetik mikroskopik, tidak muncul sebagai energi kinetik benda secara makroskopik. Karena itu merupakan bagian dari usaha non konservatif. Dari perumusan

$$\Delta E_k = W$$

dengan mengabaikan energi kinetik makroskopik benda, maka

$$\Delta U = Q + W \tag{10.8}$$

dengan W disini sekarang adalah usaha total yang diberikan pada benda tetapi tidak melibatkan bagian usaha non konservatif akibat transfer panas. Sedangkan Q adalah total (energi) panas yang diterima benda. Persamaan ini disebut sebagai persamaan hukum pertama Termodinamika. Untuk fluida (khususnya gas) dengan tekanan tertentu, usaha yang dikerjakan pada gas sama dengan negatif usaha yang dikerjakan gas pada lingkungannya. Sehingga

$$W = -F \cdot ds = -pAds = -pdV$$

atau untuk perubahan yang kontinum

$$W = -\int pdV$$

Perubahan energi dalam tidak lain adalah perubahan energi kinetik mikroskopik benda. Karena energi kinetik mikroskopik benda dideskripsikan oleh suhu, maka perubahan energi dalam hanya bergantung pada suhu benda, dan energi dalam termasuk sebagai besaran keadaan yang nilainya tidak bergantung pada proses perubahannya tetapi hanya bergantung pada keadaaan akhir dan awal.

10.4 Kapasitas Panas

Ketika sebuah benda diberi panas, suhunya secara umum akan meningkat. Ini karena panas yang diberikan digunakan untuk meningkatkan energi kinetik rerata partikel-partikel penyusun benda tadi. Hubungan antara perubahan suhu dengan jumlah panas yang diberikan, untuk daerah perubahan suhu yang tidak terlalu besar, dapat dituliskan sebagai

$$Q = C\Delta T \tag{10.9}$$

dengan C adalah kapasitas panas benda tersebut, yang bergantung pada jumlah zat/massa benda,

$$C = cn$$

dengan c adalah kapasitas panas jenis benda (terkadang sebagai ganti n adalah m massa zat). Besarnya kapasitas panas jenis tergantung pada jenis bendanya, dan dapat pula berbeda untuk suhu yang berbeda. Tetapi kebanyakan zat memiliki nilai c yang tetap pada daerah rentang perubahan suhu tertentu. Nilai c juga bergantung pada proses terjadinya transfer panas. Misalnya pada gas, kapasitas panas jenis pada tekanan tetap c_p dan pada volume tetap c_V, berbeda nilainya.

Ketika benda mengalami perubahan fase (misalnya dari padat menjadi cair), panas yang diberikan kepada benda digunakan untuk mengubah susunan molekul benda, sehingga energi kinetik rerata benda tidak berubah. Pada kondisi ini tidak terjadi perubahan suhu akibat ditambahkannya panas pada benda, sampai seluruh panas digunakan benda untuk melakukan perubahan fase. Besar panas yang dibutuhkan untuk perubahan fase ini disebut sebagai panas laten dan besarnya bergantung pada massa benda, dirumuskan sebagai

$$Q = Lm$$

dengan L adalah konstanta panas laten, yang bergantung pada zat dan proses perubahan fasenya.

10.5 Beberapa Proses pada Gas

Kita akan meninjau beberapa proses perubahan keadaan pada gas ideal. Perubahan keadaan gas ini dicirikan oleh perubahan tekanan, volume dan/atau suhunya. Proses perubahan keadaan yang terjadi diklasifikasikan sesuai dengan suatu besaran keadaan yang tetap.

10.5.1 Proses Isobarik

Proses isobarik adalah proses perubahan keadaan gas yang terjadi pada tekanan konstan. Pada proses ini usaha yang dikerjakan gas dapat dihitung dari

$$W = \int pdV = p \int dV = p(V_f - V_i). \tag{10.10}$$

Panas yang diberikan pada gas pada kondisi ini adalah $Q = c_p n\Delta T$.

10.5.2 Proses Isokorik

Proses isokorik adalah proses perubahan keadaan gas yang terjadi pada volume konstan. Pada proses ini, karena volume tidak berubah, maka tidak ada usaha yang dikerjakan gas, $W = 0$. Sedangkan panas yang diberikan pada gas pada kondisi ini adalah $Q = c_V m\Delta T$, sehingga perubahan energi dalamnya adalah

$$\Delta U = c_V n\Delta T$$

Karena untuk gas ideal $U = (3/2)nRT$ maka $c_V = (3/2)R$. Dari pers. (10.10), serta dari persamaan keadaan gas ideal $pV = nRT$ maka

$$p\Delta V = nR\Delta T$$

sehingga dari $\Delta U = Q+W$ diperoleh (perhatikan tanda negatif pada usaha, karena yang dihitung sebelumnya adalah usaha oleh gas)

$$c_V n\Delta T = c_p n\Delta T - nR\Delta T$$

atau berarti $c_p = c_V + R$, sehingga untuk gas ideal $c_p = (5/2)R$.

10.5.3 Proses Isotermik

Proses isotermik adalah proses perubahan keadaan gas yang terjadi pada suhu konstan. Pada proses ini usaha yang dikerjakan gas

$$W = \int pdV = \int \frac{nRT}{V} dV = nRT \ln(V_f/V_i)$$

Karena tidak ada perubahan suhu, maka tidak ada perubahan energi dalam, dan berlaku

$$Q = nRT\ln(V_f/V_i).$$

10.5.4 Proses Adiabatik

Proses adiabatik adalah proses perubahan keadaan gas tanpa adanya transfer panas, $Q = 0$. Sehingga pada proses ini

$$\Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T = \frac{3}{2}(p\Delta V + V\Delta p) = -p\Delta V$$

atau

$$\frac{5}{3}\frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta p}{p} = 0$$

untuk perubahan yang sangat kecil, persamaan di atas menjadi

$$\frac{5}{3}\int\frac{dV}{V} + \int\frac{dp}{p} = \ln(pV^{5/3}) = \text{konstan}$$

Atau dapat dituliskan bahwa untuk proses adiabatik berlaku

$$pV^{5/3} = \text{konstan}.$$

10.5.5 Proses Dapat Balik (*Reversible*) dan Tak Dapat Balik (*Irreversible*)

Suatu proses reversible adalah proses yang dapat kembali ke keadaan semula melalui sejumlah keadaan yang masing-masingnya berada dalam kondisi kesetimbangan termal. Sebaliknya proses irreversible adalah proses yang tidak dapat kembali ke keadaan semula melalui sejumlah keadaan yang masing-masingnya berada dalam kesetimbangan termal. Kebanyakan proses yang terjadi di alam adalah proses irreversible. Tetapi proses reversible dapat didekati dengan sejumlah proses agak reversible bila perubahan keadaan sistem dilakukan perlahan-lahan.

Dalam semua jenis proses, perubahan besaran keadaan hanya bergantung pada keadaan akhir dan awal, tidak bergantung pada proses. Untuk suatu proses siklis (proses yang kembali ke keadaan semula), perubahan besaran keadaan adalah nol.

10.6 Mesin Panas

Mesin panas adalah alat yang mengubah energi dalam suatu bahan menjadi energi mekanik. Mesin panas akan memproses suatu bahan (biasanya berwujud gas) melalui suatu proses siklus (proses yang kembali ke keadaan awal). Akan ditinjau mesin panas dengan bahannya berupa gas ideal. Mesin panas mengambil panas Q_h dari suatu wadah panas pada suhu tinggi T_h dan melepaskan panas Q_c kepada wadah pada suhu rendah T_c. Berdasarkan hukum termodinamika pertama usaha mekanik yang diberikan oleh mesin panas ini adalah

$$W = Q_h - Q_c$$

Pada diagram tekanan-volume (diagram $p - V$), usaha yang diberikan gas untuk suatu proses diberikan oleh daerah dibawah kurva. Efisiensi termal dari suatu mesin panas diberikan oleh rasio antara usaha yang diberikan terhadap panas yang diambil, sehingga

$$e = \frac{W}{Q_h} = \frac{Q_h - Q_c}{Q_h} = 1 - \frac{Q_c}{Q_h}.$$

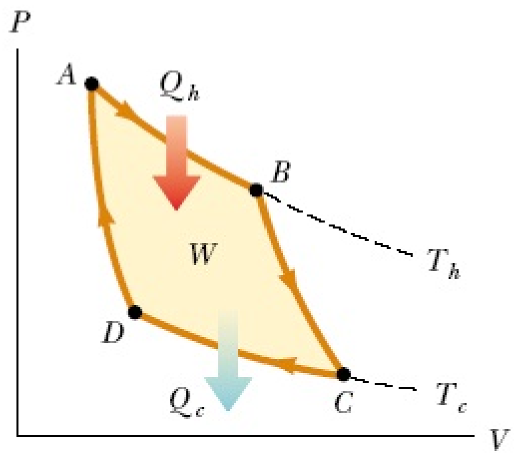
Sebagai kebalikan dari mesin panas adalah mesin pendingin yang dengan bantuan usaha kepada gas W, mengambil panas Q_c dari wadah yang dingin pada suhu T_c, dan membuang panas Q_h pada wadah panas pada suhu T_h. Kinerja mesin pendingin dideskripsikan oleh koefisien performa, yaitu rasio antara panas yang dibuang terhadap usaha yang dibutuhkan

$$\eta = \frac{Q_h}{W} = \frac{1}{1 - \frac{Q_c}{Q_h}}$$

10.7 Hukum Termodinamika Kedua

Hukum kedua termodinamika dapat dinyatakan dalam beberapa cara yang berbeda.

1. Kevin-Planck: Tidak ada mesin panas yang bekerja dalam siklus yang mengambil panas dari suatu



wadah dan mengubah seluruhnya menjadi usaha

2. Clausius: Tidak ada mesin pendingin yang bekerja mengambil panas dari wadah dingin dan memindahkannya ke wadah panas tanpa memerlukan adanya usaha.

Karena pernyataan hukum termodinamika kedua ini maka tidak ada mesin panas yang memiliki efisiensi 100 %. Akan tetapi ada mesin panas yang memiliki efisiensi tertinggi, yaitu mesin Carnot.

10.8 Mesin Carnot

Mesin Carnot menggunakan gas ideal sebagai bahannya dan menggunakan siklus yang terdiri dari dua proses isotermik dan dua proses adiabatik.

1. Proses A - B adalah proses ekspansi isotermik, sistem mengambil panas Q_h pada suhu T_h, dan memberikan usaha W_{AB}.

2. Porses B - C adalah proses ekspansi adiabatik, memberikan usaha W_{BC}

3. Proses C - D adalah proses kompresi isotermik, sistem melepaskan panas Q_c pada suhu T_c, diberikan usaha W_{CD}.

4. Porses D - A adalah proses kompresi adiabatik, diberikan usaha W_{DA}, dan sistem kembali ke keadaan asal,.

Pada proses A - B, karena isotermik maka usaha yang diberikan sama dengan panas yang diterima

$$Q_h = nRT_h \ln(V_B/V_A) \tag{10.11}$$

Demikian pula proses C -D, karena isotermik maka usaha yang diterima sama dengan besarnya panas yang dilepaskan

$$Q_c = nRT_c \ln(V_C/V_D) \tag{10.12}$$

Kemudian untuk proses adiabatik berlaku pV^γ konstan dengan $\gamma = 5/3$ untuk gas ideal. Dengan menggunakan persamaan keadaan gas ideal, juga berlaku pada proses adiabatik

$$TV^{\gamma-1} = \text{konstan}$$

Ini berarti

$$T_h V_B^{\gamma-1} = T_c V_C^{\gamma-1} \tag{10.13}$$

dan

$$T_h V_A^{\gamma-1} = T_c V_D^{\gamma-1} \tag{10.14}$$

Dengan membagi pers. (10.13) dengan (10.14), maka akan diperoleh

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D}$$

sehingga dari pers. (10.11) dan (10.12) diperoleh

$$\frac{Q_c}{Q_h} = \frac{T_c}{T_h}$$

dan efisiensi mesin panas Carnot dan koefisien performa mesin pendingin Carnot adalah

$$e = 1 - \frac{T_c}{T_h}; \quad \eta = \frac{1}{1 - \frac{T_c}{T_h}}.$$

10.9 Entropi

Dalam mesin Carnot, dapat dilihat bahwa besaran dQ/T adalah besaran keadaan, karena perubahannya untuk satu siklus adalah nol

$$\frac{\Delta Q}{T} = \frac{Q_h}{T_h} - \frac{Q_c}{T_c} = 0.$$

(tanda negatif karena Q_c adalah panas yang keluar sistem), nilai di atas nol karena $Q_c/Q_h = T_c/T_h$. Sehingga besaran dQ/T adalah besaran keadaan, tetapi pada proses Carnot, semua proses adalah proses reversible, karena itu didefinisikan suatu besaran keadaan yang disebut entropi S,

$$dS = \frac{dQ_{\text{rev}}}{T}$$

dengan dQ_{rev} adalah panas yang ditranfer dalam proses reversibel.

Untuk proses irreversible, perubahan entropinya dapat dicari dengan mencari suatu proses reversible yang memiliki keadaan awal dan akhir yang sama dengan proses irreversible yang ditinjau (ini karena perubahan entropi adalah besaran keadaan). Pada proses reversible, perubahan entropi total, yaitu perubahan entropi sistem dan lingkungannnya adalah nol, karena untuk setiap bagian prosesnya besar panas yang diberikan sistem ke lingkungan sama dengan besar panas yang diberikan lingkungan pada sistem, dan selama proses sistem dan lingkungan memiliki suhu yang sama (ingat definisi proses reversible). Sehingga total perubahan entropi

$$\Delta S_{\text{tot}} = \frac{\Delta Q_{\text{sistem}}}{T_{\text{sistem}}} + \frac{\Delta Q_{\text{lingk}}}{T_{\text{lingk}}} = 0.$$

Untuk proses yang irreversible, karena prosesnya tidak berada dalam keadaan kesetimbangan termal, maka total perubahan entropi selalu positif. Tinjau suatu perpindahan panas dari benda yang panas pada suhu T_h ke lingkungannya yang dingin pada suhu T_c (dengan $T_h > T_c$). Panas yang diberikan benda $-\Delta Q$ sama dengan panas yang diterima lingkungan ΔQ, sehingga

$$\Delta S_{\mathrm{tot}} = \frac{\Delta Q_{\mathrm{sistem}}}{T_{\mathrm{sistem}}} + \frac{\Delta Q_{\mathrm{lingk}}}{T_{\mathrm{lingk}}} = -\frac{\Delta Q}{T_h} + \frac{\Delta Q}{T_c} > 0.$$

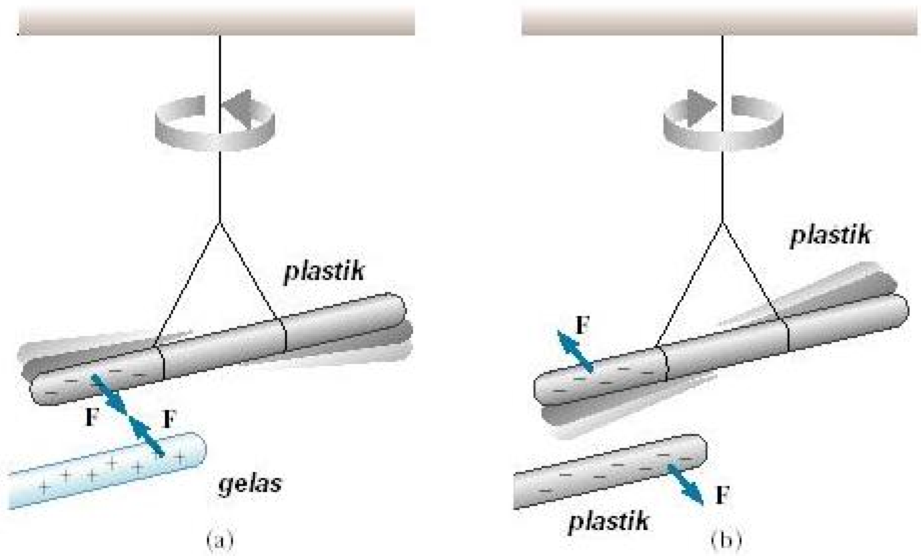
Bab 11

Listrik

11.1 Muatan Listrik

Fenomena kelistrikan pertama kali teramati sebagai listrik statik. Bila kita menggosok sebuah batang plastik dengan kain wool, atau batang gelas dengan kain sutera, benda-benda ini ternyata dapat menarik potongan-potongan kertas kecil. Penyelidikan selanjutnya, batang plastik dengan batang gelas tadi ternyata saling tarik menarik, sebaliknya dua batang plastik yang sudah digosok dengan kain wool atau dua batang gelas yang sudah digosok dengan kain sutera akan saling tolak menolak. Berdasarkan ini, disimpulkan bahwa pada benda-benda tadi terkandung sesuatu yang menimbulkan gaya tarik menarik atau tolak menolak antara benda-benda tadi. Sesuatu itu kemudian disebut sebagai muatan listrik. Karena ada dua fenomena, tarik menarik dan tolak menolak, maka diasumsikan terdapat dua jenis muatan listrik. Dua benda bermuatan listrik sejenis akan saling tolak menolak, sebaliknya bila bermuatan listrik yang berlawanan jenis akan saling tarik menarik. Berdasarkan konvensi yang dibuat Benjamin Franklin, muatan yang ada pada gelas disebut muatan listrik positif sedangkan yang ada pada plastik disebut muatan listrik negatif. Satuan muatan dalam SI adalah coulomb (disingkat C).

Berikutnya ditunjukkan oleh Millikan, dengan eksperimen tetes minyaknya, bahwa muatan yang terkandung pada benda selalu merupakan kelipatan bulat dari suatu muatan elementer e ($e = 1,60210^{-19}$C). Dengan kata lain dikatakan bahwa muatan listrik terkuantisasi. Selain itu ditunjukkan pula oleh Benjamin



Gambar 11.1: Eksperimen batang gelas dan plastik

Franklin bahwa jumlah muatan selalu tetap (lestari). Berdasarkan sifat kelistrikannya, benda-benda kemudian dibagi menjadi tiga kelompok

1. konduktor, muatan listrik bebas bergerak di dalamnya
2. isolator, muatan listrik tidak bebas bergerak di dalamnya
3. semikonduktor, memiliki sifat antara konduktor dan isolator

Bumi dianggap sebagai konduktor yang sempurna dan penampung/wadah muatan yang sempurna. Bila suatu alat listrik dibumikan/digroundkan/diardekan dengan suatu konduktor ke bumi, maka semua kelebihan muatan di dalamnya yang bebas bergerak akan mengalir ke bumi.

11.2 Hukum Coulomb

Coulomb, dari serangkaian percobaan dengan memakai neraca puntir seperti yang dilakukan Cavendish untuk gravitasi, menyimpulkan bahwa besar gaya tarik menarik atau tolak menolak antara dua benda bermuatan sebanding dengan hasil kali muatan masing-masing benda dan berbanding terbalik dengan kuadrat jarak antara benda, dengan arah gayanya sejajar dengan garis penghubung kedua benda.

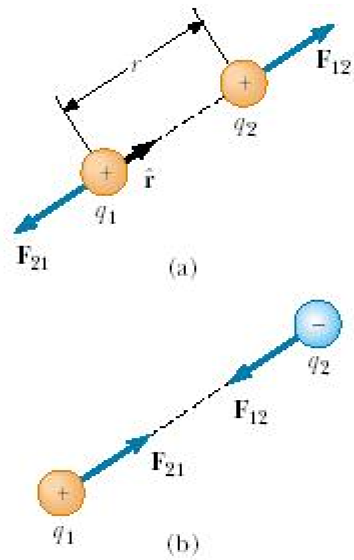
Gambar 11.2: Neraca puntir Coulomb

Kesimpulan Coulomb tersebut dapat dituliskan sebagai

$$\vec{F}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\hat{r}_{12} \tag{11.1}$$

dengan q_1 dan q_2 adalah muatan masing-masing benda, sedangkan $r_{12} = |\vec{r}_{12}|$ dan $\vec{r}_{12} = |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|$ adalah jarak antara (titik pusat muatan) kedua benda. Konstanta k adalah tetapan yang dalam sistem satuan SI nilainya sama dengan

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.9875 \times 10^9 \mathrm{Nm}^2/\mathrm{C}^2 \tag{11.2}$$



Gambar 11.3: Gaya Coulomb

Dari pengamatan juga diketahui bahwa gaya listrik ini bersifat aditif atau superposisif, yaitu total gaya listrik pada sebuah muatan listrik q_p akibat dari sejumlah muatan lainnya adalah jumlahan vektor gaya listrik dari sumbangan masing-masing muatan.

$$\vec{F}_{\mathrm{tot}} \sum_{i=1}^{N} k \frac{q_p q_i}{r_{pi}^2} \hat{r}_{pi} \tag{11.3}$$

Bila muatannya terdistribusi secara kontinyu, maka jumlahan tersebut menjadi integral

$$\vec{F}_{\mathrm{tot}} \int k \frac{q_p dq'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} (\vec{r} - \vec{r}') \tag{11.4}$$

11.3 Medan Listrik

Konsep medan listrik dikembangkan oleh M. Faraday. Terutama untuk menghindari konsep aksi pada suatu jarak yang tidak begitu disukai. Didefinisikan bahwa di suatu titik ruang, medan listrik di titik tersebut besarnya sama dengan gaya terhadap suatu muatan uji di titik tersebut dibagi besar muatan uji, untuk muatan uji yang besarnya mendekati nol

$$\vec{E} = \lim_{q \to 0} \frac{\vec{F}}{q} \tag{11.5}$$

Untuk muatan titik, besar medan listrik yang ditimbulkan, sesuai hukum Coulomb adalah

$$\vec{E} = k \frac{q}{r^2} \hat{r} \tag{11.6}$$

Medan listrik juga bersifat superposisif sehingga, sumbangan medan listrik dari sejumlah muatan dapat dijumlahkan secara vektorial.

$$\vec{E}_t ot = \sum_{i=1}^{N} k \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i \tag{11.7}$$

Untuk distribusi muatan yang kontinum, jumlahan tersebut menjadi integral

$$\vec{E} = k \int \frac{dq'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} (\vec{r} - \vec{r}') \tag{11.8}$$

Bila muatan listriknya terdistribusi dalam suatu daerah volume, maka dapat didefinisikan adanya rapat muatan per satuan volume ρ dan $dq = \rho dV$, dengan dV adalah elemen volume. Bila muatan listriknya terdistribusi dalam suatu area, maka dapat didefinisikan adanya rapat muatan per satuan luas σ dan $dq = \sigma dA$, dengan dA adalah elemen luas. Bila muatan listriknya terdistribusi dalam suatu garis, maka dapat didefinisikan adanya rapat muatan per satuan panjang λ dan $dq = \lambda dl$, dengan dl adalah elemen panjang.

11.4 Hukum Gauss

Fluks medan listrik didefinisikan sebagai hasil kali skalar vektor medan listrik di suatu permukaan dengan vektor luas permukaan tersebut (yang arah vektornya tegak lurus permukaan, $\hat{n}$)

$$\Phi_E = \vec{E} \cdot \hat{n} dA \tag{11.9}$$

Sekarang tinjau sembarang luasan tertutup S yang didalamnya terdapat sebuah mautan q. Kita hitung fluks medan listrik dari muatan tersebut di seluruh permukaan tertutup tadi

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} n dA = \oint_S k \frac{q}{r^2} \hat{r} \cdot \hat{n} dA = k \oint_S q \frac{dA \cos\theta}{r^2} = k \oint_S q \frac{dA_\perp}{r^2} \tag{11.10}$$

tetapi diketahui bahwa

$$\frac{dA_\perp}{r^2} = d\omega \tag{11.11}$$

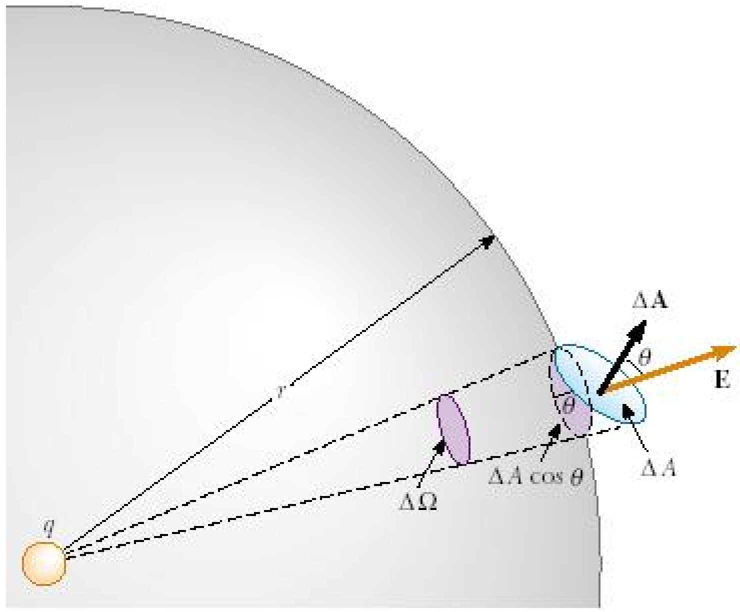
dengan ω adalah sudut ruang, sehingga

$$\Phi_E = k \oint_S q d\omega = 4\pi k = \frac{q}{\epsilon_0} \tag{11.12}$$

Perlu diperhatikan bahwa pemanfaatan hukum Gauss untuk mencari medan listrik dapat dilakukan bila sifat medan listrik di sekitar suatu sumber muatan diketahui dengan metode lain (seperti metode simetri pencerminan).

11.5 Energi dan Potensial Listrik

Sebagai mana halnya semua cabang dinamika, selain pendekatan gaya kita dapat menggunakan pendekatan usaha dan energi dalam menganalisa permasalahan listrik statik. Tinjau suatu muatan Q yang kita letakkan di pusat koordinat, serta sebuah muatan lain q yang berada pada posisi $\vec{r}$. Gaya yang bekerja pada muatan



Gambar 11.4: Hukum Gauss

q oleh muatan Q adalah

$$\vec{F} = k\frac{qQ\hat{r}}{r^2} \tag{11.13}$$

Usaha yang dilakukan terhadap muatan q oleh gaya listrik ketika berpindah dari $\vec{r}_a$ ke $\vec{r}_b$ adalah

$$W = \int_{r_a}^{r_b} k\frac{qQ}{r^2}\hat{r}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = \int_{r_a}^{r_b} k\frac{qQ}{r^2}\mathrm{d}r \tag{11.14}$$

yaitu

$$W = -k\frac{qQ}{r}\Big|_{r_a}^{r_b} = -kqQ(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a}) \tag{11.15}$$

Dapat dilihat dari hasil di atas bahwa gaya listrik adalah gaya yang konservatif. Sehingga dapat didefinisikan energi potensial terkait dengan gaya listrik, yang disebut sebagai energi potensial listrik. Untuk kasus muatan titik seperti di atas diperoleh

$$W = -\Delta E_p = -(E_p(r_b) - E_p(r_a)) = -kqQ(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a}) \tag{11.16}$$

atau

$$(E_p(r_b) - E_p(r_a)) = kqQ(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a}) \tag{11.17}$$

Dengan pendefinisian seperti ini, yang memiliki makna fisis adalah perubahan energi potensial bukan sekedar nilainya. Untuk muatan yang terdistribusi pada suatu daerah volume berhingga, maka di tempat yang sangat jauh distribusi muatan tersebut dapat dianggap seperti muatan titik yang pengaruhnya dapat diabaikan bila ditinjau dari tempat jauh tak hingga. Sehingga dapat dipilih, untuk kasus ini, energi potensial listrik di tempat jauh tak hingga bernilai nol $E_p(r = \infty) = 0$. Khususnya untuk muatan titik seperti pada persamaan di atas. Bila kita pilih $r_a = r$ dan $r_b = \infty$, maka persamaan di atas menjadi

$$E_p(r) = k\frac{qQ}{r} \tag{11.18}$$

Dari persamaan yang menghubungkan energi potensial listrik dengan usaha dan gaya,

$$W = \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = F_s \mathrm{d}s = -\mathrm{d}E_p \tag{11.19}$$

dengan F_s adalah komponen gaya ke arah s. Dapat diperoleh

$$F_s = -\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}s} \tag{11.20}$$

Sebagaimana halnya untuk gaya kita dapat mendefinisikan medan listrik, maka kita dapat mendefinisikan sejenis medan untuk energi potensial listrik, yaitu potensial listrik. Pendefisiannya melalui definisi perubahan energi potensial per satuan muatan

$$\Delta V = \frac{\Delta E_p}{q} \tag{11.21}$$

Sehingga untuk sebuah partikel bermuatan, potensial listrik di ruangan sekitarnya adalah

$$V(\vec{r}) = k\frac{Q}{r} \tag{11.22}$$

dengan asumsi potensial listrik di tak hingga jauh adalah nol. Walaupun begitu, sama halnya dengan energi potensial listrik, yang memiliki makna fisis adalah perubahan atau beda potensial, bukan sekedar nilai potensial listrik di satu titik. Potensial listrik sering juga disebut sebagai tegangan listrik. Berbeda dengan medan listrik, potensial listrik adalah besaran skalar, sehingga sumbangan dari beberapa muatan dapat dijumlahkan secara langsung. Bila muatannya terdistribusi secara kontinu maka jumlahan tersebut menjadi integral

$$V(\vec{r}) = k\int \frac{\mathrm{d}q}{r} \tag{11.23}$$

Melalui hubungan antara ΔE_p dan usaha kita dapatkan

$$\Delta V = \frac{\Delta E_p}{q} = -\frac{F_s \mathrm{d}s}{q} = -E_s \mathrm{d}s \tag{11.24}$$

dengan E_s adalah komponen medan listrik ke arah s. Sehingga

$$E_s = -\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}s} \tag{11.25}$$

11.6 Kapasitor

Kapasitor adalah suatu alat yang dapat menampung/menyimpan muatan listrik. Kapasitas dari suatu kapasitor didefinisikan sebagai jumlah muatan yang dapat ditampung kapasitor tersebut per satuan potensial listrik (tegangan).

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \tag{11.26}$$

Bila kita lihat hubungan antara beda potensial listrik dan muatan q, tampak adanya hubungan linear. Sehingga C adalah suatu tetapan yang tidak bergantung pada muatan maupun potensial listik dan hanya bergantung pada bentuk geometri dari kapasitornya.

Salah satu kapasitor yang sederhana adalah kapasitor keping sejajar. Terdiri dari dua keping logam dengan luas A dan terpisah oleh jarak sangat kecil d. Ketika lempeng kapasitor tersebut dimuati dengan muatan yang berbeda, maka ada medan listrik antara kedua keping tersebut. Besarnya medan listriknya $E = \sigma/\epsilon_0$. Besar beda potensialnya

$$\Delta V = -\int \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d = \frac{Qd}{\epsilon_0 A} \tag{11.27}$$

Sehingga kapasitas kapasitor ini adalah

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \epsilon_0 \frac{A}{d} \tag{11.28}$$

11.7 Arus Listrik

Arus listrik adalah muatan listrik yang bergerak. Besar arus listrik I didefinisikan sebagai jumlah muatan yang menembus suatu luasan tertentu persatuan waktu,

$$I = \frac{dq}{dt} \tag{11.29}$$

Satuan dari arus listrik adalah ampere, yang sama dengan coulomb per detik. Seandainya ada sejumlah muatan dalam suatu daerah dengan rapat muatan ρ yang bergerak dengan kecepatan konstan $\vec{v}$. Muatan-muatan tadi menembus suatu daerah luasan dA yang arah normalnya membentuk sudut θ terhadap arah vektor kecepatan. Maka dalam selang waktu dt akan terdapat sejumlah $\rho dA \cos\theta v dt$ muatan yang sudah menembus luasan dA, sehingga arus yang menembus luasan tadi adalah

$$dI = \frac{\rho dA \cos\theta v dt}{dt} = \rho \vec{v} \cdot \hat{n} dA \tag{11.30}$$

dengan $\hat{n}$ adalah vektor normal permukaan dA. Total arus yang menembus untuk suatu luasan A tertentu

$$I = \int \rho \vec{v} \cdot \hat{n} dA. \tag{11.31}$$

Besaran $\rho\vec{v}$ disebut sebagai rapat arus $\vec{j} \equiv \rho\vec{v}$, dan merupakan besaran vektor. Karena jumlah muatan selalu lestari, maka total muatan yang keluar menembus permukaan S dari suatu daerah V akan sama dengan berkurangnya muatan listrik di dalam daerah tersebut.

$$\frac{dq}{dt} = -\oint_S \rho\vec{v} \cdot \hat{n} dA = -\int_V \nabla \cdot \vec{j} d^3x \tag{11.32}$$

dimana telah digunakan teorema Gauss. Persamaan ini dapat dituliskan kembali sebagai

$$\int_V (\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{j}) d^3x = 0. \tag{11.33}$$

Karena persamaan ini benar untuk sembarang d^3x maka berlaku persamaan kontinyuitas

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{j} = 0. \tag{11.34}$$

11.8 Hambatan Listrik

Arus listrik yang ada dalam material adalah berupa pergerakan partikel-partikel elektron bebas. Dalam material yang mengandung banyak elektron bebas, maka material tersebut akan mudah menghantarkan listrik, sebaliknya pada material yang tidak memiliki elektron bebas, maka material tersebut sulit atau tidak dapat menghantarkan listrik. Dalam suatu logam, elektron-elektron bebas bergerak di antara ion-ion logam yang bermuatan positif. Keberadaan ion-ion logam tersebut menghambat pergerakan elektron bebas di dalam logam. Ditinjau kondisi dengan asumsi bahwa gaya hambat yang dialami oleh elektron sebanding dengan kecepatannya (tetapi arahnya berlawanan dengan kecepatan gerak elektron). Total gaya yang bekerja pada sebuah elektron yang berada dalam medan lisrik homogen $\vec{E}$ di dalam logam,

$$\vec{F} = -e\vec{E} - b\vec{v} \tag{11.35}$$

dengan b suatu konstanta. Dalam keadaan setimbang, gaya listrik akan mengimbangi gaya hambat, sehingga total gayanya nol dan elektron bergerak dengan kecepatan konstan $\vec{v}_f$ yang memenuhi

$$-eE = bv_f \tag{11.36}$$

Untuk suatu jarak d sepanjang medan listrik homogen E, beda potensialnya diberikan oleh $\Delta V = -Ed$, sehingga dapat dituliskan

$$v_f = \Delta V e/db \tag{11.37}$$

dengan $j = \rho v_f$

$$jA = \rho A \Delta V e/db = ne^2 \Delta V A/db \tag{11.38}$$

dengan $\rho = ne$ dan n adalah jumlah elektron bebas dalam material per satuan volume. Persamaan terakhir tidak lain adalah hukum Ohm,

$$I = \frac{ne^2}{b}\frac{A}{d}\Delta V = \frac{\Delta V}{R} \tag{11.39}$$

dengan R adalah hambatan yang diberikan oleh

$$R = \rho_r \frac{d}{A} \tag{11.40}$$

dimana ρ_r adalah hambatan jenis materi tersebut, dengan $\rho_r = b/ne^2$. Satuan dari hambatan adalah ohm = volt/ampere.

Bahan-bahan tertentu sengaja dibuat untuk memberikan hambatan tertentu pada arus listrik. Alat yang memberi hambatan pada arus listrik adalah resistor atau hambatan. Ketika suatu muatan q bergerak melalui suatu hambatan R, muatan tersebut akan kehilangan energi potensial listrik sebesar $q\Delta V$. Energi sebesar ini akan berubah menjadi energi dalam dari hambatan (berupa getaran atom-atom dalam resistor) yang tampak sebagai panas. Sehingga daya disipasi panas yang dilepaskan oleh suatu hambatan R adalah sebesar

$$P = \frac{\Delta U}{\Delta t} = \Delta V \frac{\Delta q}{\Delta t} = \Delta V I = I^2 R \tag{11.41}$$

11.9 Rangkaian Arus Searah

Untuk menghasilkan arus searah dengan besar arus konstan dalam suatu konduktor, medan listrik yang menggerakan muatan-muatan listrik adalah medan yang tidak bergantung waktu. Karena itu gaya listrik yang muncul adalah gaya konservatif dan berlaku

$$\oint \vec{F} \cdot d\vec{l} = \oint q\vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \tag{11.42}$$

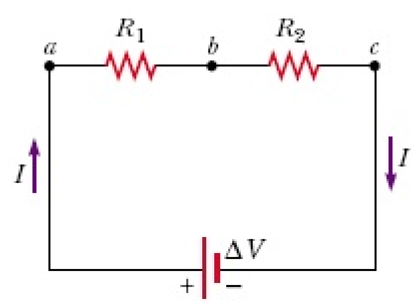
dengan $\vec{l}$ membentuk lintasan tertutup. Tetapi karena

$$\Delta V = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} \tag{11.43}$$

maka disimpulkan bahwa total jumlah beda potensial untuk suatu lintasan yang tertutup adalah nol, $\Delta V = 0$. Ini tidak lain adalah pernyataan hukum Kirchoff untuk tegangan, yaitu jumlah aljabar penurunan tegangan untuk suatu lintasan tertutup adalah nol. Untuk hukum Kirchoff untuk arus, yaitu total jumlah arus yang masuk ke dalam suatu percabangan sama dengan total jumlah arus yang keluar dari percabangan tersebut, ini tidak lain adalah konsekuensi dari persamaan kontinyuitas.

11.9.1 Hambatan Serial dan Parallel

Tinjau gambar dua hambatan serial pada gambar 11.5.



Gambar 11.5: Dua hambatan serial

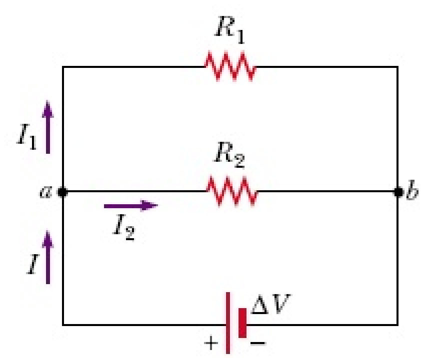
Beda potensial hambatan ekuivalen pengganti kedua hambatan serial di atas adalah

$$\Delta V = IR_s = \Delta V_1 + \Delta V_2 = IR_1 + IR_2 \tag{11.44}$$

sehingga hambatan ekuivalen yang setara dengan dua hambatan serial adalah

$$R_s = R_1 + R_2 \tag{11.45}$$

Sekarang tinjau gambar dua hambatan paralel pada gambar 11.6



Gambar 11.6: Dua hambatan parallel

Total arus yang mengalir pada hambatan pengganti akan sama dengan

$$I_{\text{tot}} = \frac{\Delta V}{R_p} = I_1 + I_2 = \frac{\Delta V}{R_1} + \frac{\Delta V}{R_2} \tag{11.46}$$

sehingga hambatan ekuivalen yang setara dengan dua hambatan parallel adalah

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \tag{11.47}$$

Bab 12

Magnetika

Pada awalnya magnet dikenal sebagai logam yang mampu menarik kebanyakan logam-logam lainnya. Kemudian diketahui bahwa pada setiap magnet ada dua kutub, kutub utara dan kutub selatan. Diketahui pula bahwa terdapat gaya tarik-menarik antara kutub yang berbeda dan gaya tolak menolak antara kutub yang sama. Besar gaya tarik menarik atau tolak menolak berbanding terbalik dengan kuadrat jarak antara kutub magnet, mirip seperti pada gaya listrik. Tetapi berbeda halnya dengan listrik, tidak pernah ditemukan adanya kutub magnet yang tunggal, kutub magnet selalu ditemukan berpasangan. Tidak pernah (belum pernah) ditemukan adanya monopol magnet.

12.1 Medan Magnet

Sama seperti pada gaya listrik, didefinisikan adanya medan magnet $\vec{B}$, yang arahnya di suatu tempat diberikan oleh arah yang ditunjuk oleh jarum kompas di tempat tersebut. Satuan SI dari medan magnet adalah tesla (T). Selain satuan tesla, juga terdapat satuan gauss, dengan 1 tesla = 10^4 gauss. Partikel bermuatan listrik yang bergerak di dalam medan magnet akan mengalami gaya magnet yang besarnya diberikan oleh

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

dengan $\vec{v}$ adalah kecepatan partikel bermuatan listrik q. Bila terdapat medan listrik $\vec{E}$, maka total gaya yang bekerja pada partikel bermuatan q yang bergerak dengan kecepatan $\vec{v}$ adalah

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B},$$

persamaan ini dikenal sebagai persamaan gaya Lorentz.

Untuk suatu kawat lurus berarus listrik I, dengan panjang L dan luas penampang kawat A, besarnya gaya magnet diberikan oleh total gaya magnet pada semua muatan di kawat tersebut (yang bergerak dengan kecepatan $\vec{v}_d$)

$$\vec{F} = q(\vec{v}_d \times \vec{B})nAL$$

dengan n adalah rapat partikel bermuatan q dalam kawat. Karena arus $I = nqv_dA$ maka

$$\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$$

dengan arah $\vec{L}$ adalah arah arus dalam kawat. Bila kawat yang dialiri arus tidak lurus, maka total gaya pada kawat dari titik a ke b diberikan oleh

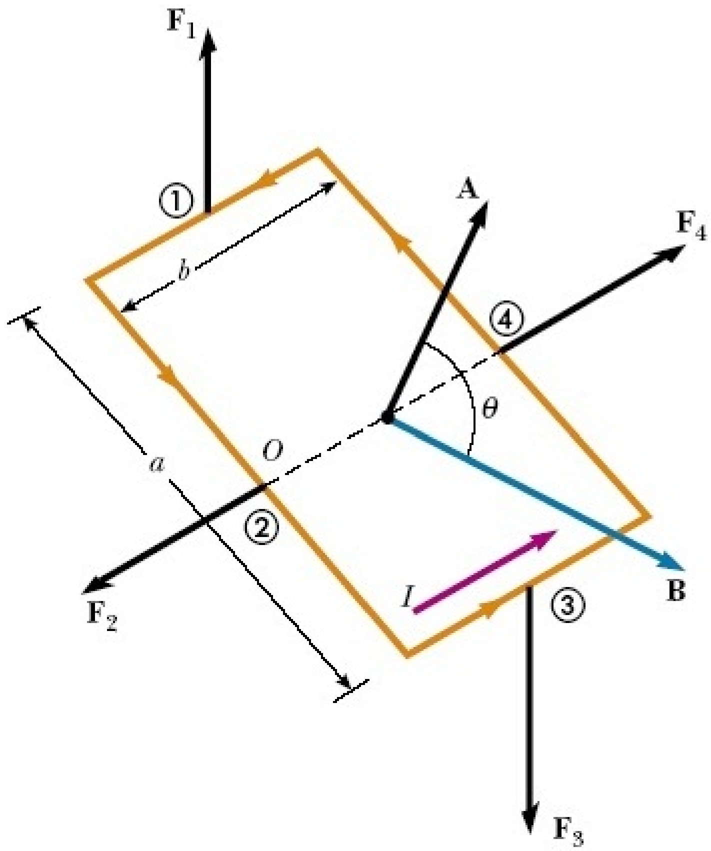
$$\vec{F} = \int_a^b I d\vec{s} \times \vec{B}$$

dengan $d\vec{s}$ adalah elemen kawat yang arahnya diberikan oleh arah arus di elemen tersebut.

12.2 Torka Pada Loop Arus

Sebuah loop arus yang berada dalam medan magnet homogen tidak akan mengalami gaya total, karena gaya pada setiap bagian loopnya akan saling meniadakan. Tetapi orientasi loop tersebut dalam medan magnet homogen dapat memunculkan adanya torka total yang tidak nol terhadap suatu titik. Untuk itu tinjau suatu loop berbentuk persegi panjang yang berada di dalam medan magnet homogen. Perhatikan gambar berikut ini

Total gaya pada keempat sisinya adalah nol (saling meniadakan), tetapi gaya pada sisi 1 dan 3 tidak



Gambar 12.1: Gambar torka pada loop dalam medan magnet

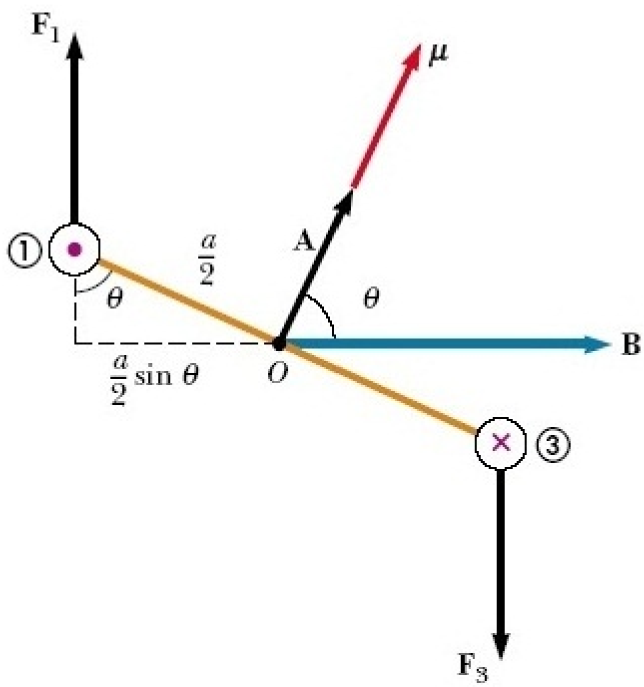
segaris sehingga membentuk torka (yang nilainya pada kasus ini tidak bergantung pada lokasi titik acuannya). Besar torka terhadap titik O adalah

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 = F_1 \frac{a}{2} \sin\theta + F_3 \frac{a}{2} \sin\theta$$

$$\tau = IbBa \sin\theta = IAB \sin\theta$$

dengan A adalah luas loop. Atau secara vektorial dapat dituliskan

$$\vec{\tau} = I\vec{A} \times \vec{B}$$



Gambar 12.2: Gambar tampak samping torka pada loop dalam medan magnet

dengan $\vec{A}$ adalah vektor luas loop yang arahnya normal terhadap permukaan. Perumusan di atas ini berlaku umum untuk sembarang loop dengan luas $\vec{A}$. Didefinisikan momen dipole magnet $\vec{\mu} \equiv I\vec{A}$, maka torka pada suatu loop dapat dituliskan sebagai

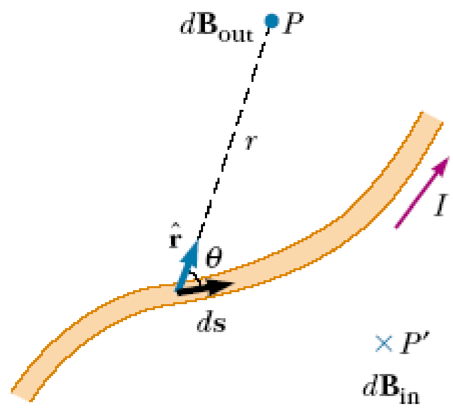
$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

Energi potensial sebuah momen dipole magnet yang berada dalam medan magnet $\vec{B}$ diberikan oleh

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

12.3 Sumber Medan Magnet

Medan magnet muncul di sekitar partikel bermuatan yang bergerak dengan kecepatan tertentu. Dari hasil pengamatan disimpulkan bahwa medan magnet yang dihasilkan suatu elemen arus $d\vec{s}$ beraliran arus I pada titik P (lihat gambar) diberikan oleh



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{s}\times\hat{r}}{r^2}$$

dengan $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ T.m/A, adalah permeabilitas ruang hampa. Persamaan ini terkenal sebagai hukum Biot-Savart. Untuk mendapatkan total medan magnet pada titik P, maka sumbangan dari seluruh bagian elemen arus harus dijumlahkan, sehingga

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int\frac{d\vec{s}\times\hat{r}}{r^2}$$

12.4 Hukum Ampere

Tinjau suatu kawat lurus berarus yang tak hingga panjang. Dari hukum Biot-Savart, diketahui bahwa medan magnet di sekitar kawat ini akan berbentuk melingkar, dengan besar medan magnetnya sama untuk jarak tegak lurus yang sama ke kawat arus. Bila besar medan magnet sepanjang suatu lintasan yang sejajar dengan medan dijumlahkan untuk suatu lintasan tertutup, diperoleh

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \oint \frac{\mu_0 I}{2\pi r} r d\phi = \mu_0 I_{\text{in}}$$

dengan I_{in} adalah arus yang ada di dalam lintasan tertutup. Perumusan ini tidak bergantung pada bentuk lintasannya, selama lintasannya adalah lintasan tertutup. Persamaan di atas dikenal sebagai hukum Ampere. Hukum Ampere, seperti halnya hukum Gauss, dapat digunakan untuk mencari medan magnet, asalkan sumber arusnya memenuhi simetri tertentu yang memudahkan pengintegralan pada persamaan di atas.

12.4.1 Medan Magnet di sekitar Kawat Tak Hingga Panjang

Sebagai contoh aplikasi hukum Ampere, akan dicari medan magnet di sekitar kawat lurus berarus tak hingga panjang. Dari simetri dan dari hukum Biot-Savart, dapat diduga besar medan magnet pada lintasan lingkaran dengan jarak tegaklurus r ke kawat yang sama, akan sama. Sehingga

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B2\pi r = \mu_0 I$$

atau

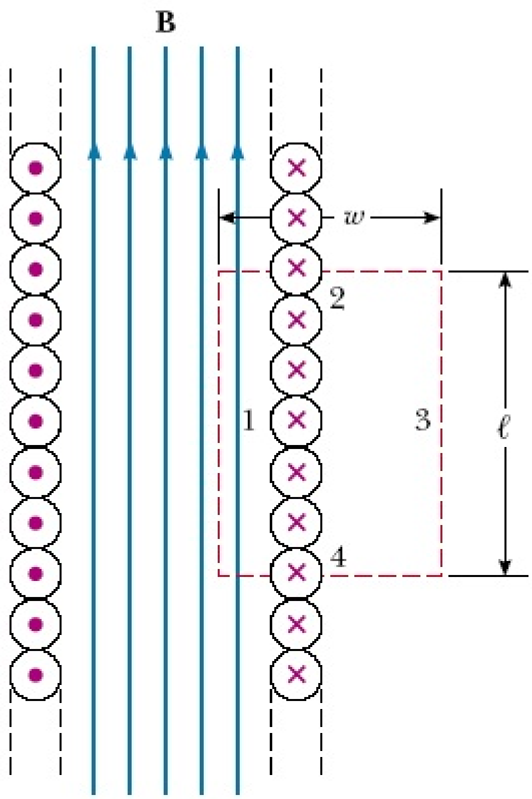
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

12.4.2 Medan Magnet di dalam Solenoida

Sebagai contoh lain aplikasi hukum Ampere, akan dicari medan magnet di dalam gulungan kawat yang sangat rapat (solenoida), dengan jumlah lilitan n per satuan panjang. Tinjau gambar di bawah ini.

Dalam gambar dibuat lintasan (bergaris putus-putus) berbentuk persegi empat yang sebagian berada di luar dan sebagain berada di dalam solenoida. Dengan asumsi bahwa gulunan kawatnya sangat rapat, maka secara ideal, di bagian luar solenoida medan magnet sumbangan gulungan kawat akan saling meniadakan. Sedangkan di bagian dalam, medan magnetnya akan saling memperkuat dan dianggap hampir konstan sejajar dengan sumbu solenoida. Karena itu sumbangan bagian lintasan 3 pada integral hukum Ampere adalah nol, sedangkan pada lintasan 2 dan 4, karena lintasannya tegaklurus terhadap arah medan $\vec{B}$ sumbangannya juga nol. Bersisa sumbangan dari lintasan 1, sehingga

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = Bl = \mu_0 Inl$$



sehingga

$$B = \mu_0 n I$$

12.5 Hukum Faraday

Hukum Faraday ditemukan dari hasil pengamatan. Yaitu ketika pada sebuah loop (konduktor) diubah besar fluks medan magnet yang melaluinya. Ternyata ketika fluks medan magnet yang dilingkupi oleh sebuah loop berubah, timbul arus listrik pada loop tersebut yang besarnya sebanding dengan perubahan fluks medan magnet. Fenomena ini dikenal sebagai hukum Faraday dan dirumuskan dalam bentuk gaya gerak listrik ϵ

(GGL = tegangan yang dihasilkan)

$$\epsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

dengan Φ adalah fluks medan magnet yang menenmbus suatu loop, yang didefinisikan sebagai berikut

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Tanda negatif pada perumusan hukum Faraday menunjukkan arah dari GGL yang sedemikian rupa sehingga arus yang ditimbulkannya akan menimbulkan medan magnet yang melawan perubahah fluks yang terjadi (Hukum Lenz).

Prinsip pada hukum Faraday ini dapat dipakai untuk mengkonversi energi gerak menjadai GGL, pada generator. Tinjau suatu lilitan loop yang berada dalam suatu medan magnet konstan $\vec{B}$. Lilitan tersebut memiliki tampang lintang A. Besar fluks yang menembus lilitan loop tadi adalah

$$\Phi = BNA\cos\theta = \cos\omega t$$

dengan $\omega = d\theta/dt$, dan loop diputar pada kecepatan sudut ω. Besar GGL yang dihasilkan

$$\epsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -BNA\omega\sin\omega t$$