BAB 14

LUAS DAN VOLUME BANGUN DATAR

14.1. Ruang Geometri Himpunan semua titik adalah ruang. Ruang geometri (sering disebut geometri bangun datar) memperlakukan, terutama angka bagian gambar yang tidak terletak pada bidang yang sama (lihat gb 14.1). Contoh gambar ruang (juga disebut bangun datar) adalah kubus, bola, silinder, kerucut, dan piramida (lihat gb 1.9).

Bangun ruang adalah kombinasi titik, garis, dan permukaan. Ada 8 dalam sudut bangun datar di gambar 14.2 adalah titik; 12 tepi, AB dan CF, adalah sekmen garis; 6 permukaan seperti ABCD, adalah permukaan detail bagian bidang.

14.2. Bukti Teorema dalam Ruang Geometri. Semua definisi, postulat, teorema, dan akibat wajar yang telah kita pelajari pertama di Bab 13 dari teks ini berlaku untuk pelajaran ruang geometri.

Sebagian besar postulat yang digunakan di bidang geometri berlaku tanpa mengacu pada bidang. Banyak teorema dan akibat dari bidang geometri bidang lainnya. Diantara proposisi pada kongruen dan kesamaan segitiga. Jika proposisi atau postulat hanya berlaku pada gambar di satu bidang, tidak dapat digunakan dalam ruang geometri.

Beberapa teorema sederhana pada gambar ruang terbukti di lain bab teks ini. Dalam bab ini kita tidak akan peduli dengan bukti teorema dari gambar pada ruang. Kita akan memberikan daftar yang lebih penting dari teorema, tanpa bukti, dan menerapkannya pada solusi dari masalah yang berhubungan dengan angka yang lebih umum di gambar ruang. Pembaca dapat menemukan bukti-bukti setiap proposisi dalam banyak standar teks bangun datar geometri.

14.3. Dihedral dan Polyhedral Sudut. Didefinisikan sudut dihedral adalah penyatuan garis dan dua setengah tidak sebidang yang memiliki garis pada umumnya.

Fig. 14.1.

Garis adalah tepi di sudut dihedral dan penyatuan tepi pada umumnya dan setengah bidang merupakan permukaan, atau di sisi lain. Di gambar 14.3, BD dan BF adalah permukaan dan AB adalah tepi dari dihedral sudut < C-BA-F.

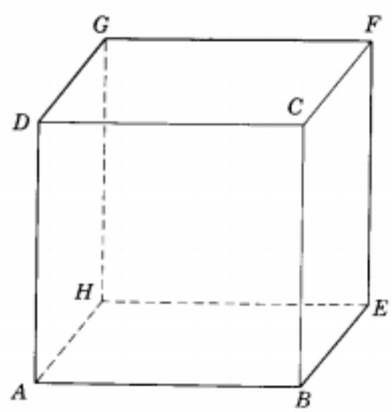


Fig. 14.2.

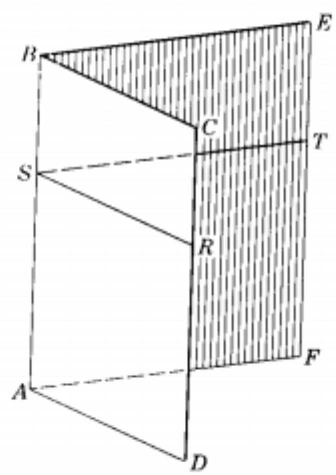


Fig. 14.3.

Sudut bidang dari sudut dihedral adalah sudut yang dibentuk oleh dua sinar, satu disetiap permukaan, dengan simpul umum dan keduanya tegak lurus terhadap simpul dititik tersebut. Dengan demikian, <RST adalah sudut bidang dari dihedral <C-BA-F jika $\overrightarrow{SR} \perp \overleftrightarrow{AB}$ dan $\overrightarrow{ST} \perp \overleftrightarrow{AB}$. Semua sudut bidang tersebut diberikan dihedral adalah kongruen. Ukuran sudut bidang sudut dihedral adalah ukuran di dihedral sudut.

Sudut dihedral adalah tajam , kanan, atau tumpul jika bidang sudut adalah tajam atau tumpul, berututan . Dua bidang yang tegak lurus jika dan hanya jika mereka memotong dari kanan sudut dihedral.

Dua sudut dihedral adalah kongruen jika dan hanya jika sudut bidang mereka adalah kongruen.

Lihat ABCDE. . . menjadi polygon tertutup yang sederhana di satu bidang di lihat V menjadi titik yang tidak pada bidang polygon. Himpunan titik-titik Q dari sinar V melalui semua titik P polygon disebut sudut polyhedral (gambar 14.4).Titik V adalah simpul dari sudut polyhedral.

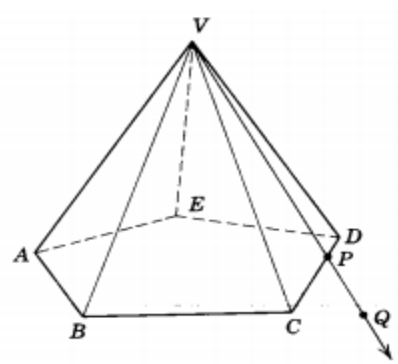


Fig. 14.4.

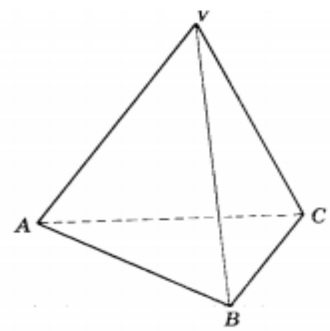


Fig. 14.5.

Sudut polyhedral dapat dinamakan simpul dari simpul dan titik setiap tepi sudut. Jadi, pada gambar 14.4, sudut polyhedral dapat dibaca “<V polyhedral” atau “polyhedral < V-ABCDE”. Bagian-bagian dari bidang dimana dari sudut polyhedral yang disebut permukaan sudut. Bentuk permukaan seperti VAB, VBC, dan VCD di gambar. Persimpangan yang berdekatan bentuk adalah tepi, sudut polyhedral. Sudut BVC adalah sudut permukaan dari sudut polyhedral. Sudut polyhedral dibentuk oleh tepi, seperti ∠A-VB-C dan ∠B-VC-D, adalah sudut dihedral dan sudut polyhedral.

Sudut segitiga adalah sudut polyhedral yang memiliki tiga bentuk; yaitu $< V -$ABC di gambar 14.5.

14.4. Teorema di bidang dan sudut polyhedral. Berikut daftar teorema yang mendasar dari ruang geometri. Kita tidak akan mencoba untuk membuktikan pernyataan. Siswa disarankan untuk mempelajari dengan hati-hati dan mempertimbangkan impikasinya. Banyak proposisi ini akan analog dan teorema kita telah membuktikan di bentuk geometri.

Teorema 14.1. jika garis memotong bentuk tidak berisi, maka persimpangan adalah satu titik. Jika ada dua titik persimpangan umum untuk bentuk dan garis, garis itu dalah berbentuk berbaring.

Teorema 14.2

Semua tegak lurus yang ditarik melalui titik pada garis kebohongan yang diberikan di bentuk tegak lurus terhadap garis yang diberikan saat itu. Jadi, pada gambar 14.6, jika $\underset{TA}{\leftrightarrow}$,$\underset{TB}{\leftrightarrow}$, dan $\underset{TC}{\leftrightarrow}$ semua adalah tegak lurus $\underset{PT}{\leftrightarrow}$ di T, maka $\underset{PT}{\leftrightarrow}$adalah tegak lurus terhadap bentuk MN.

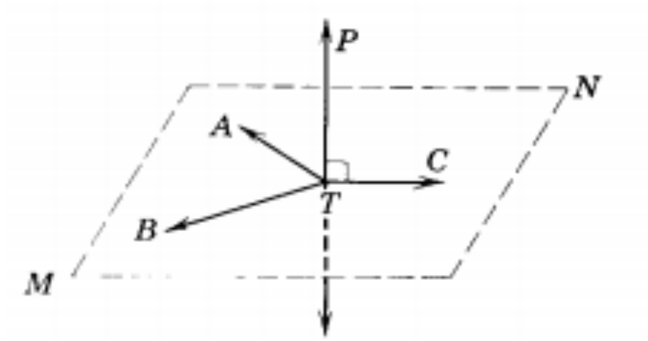


Fig. 14.6.

Teorema 14.3. Melalui titik tertentu ada satu dan hanya satu bidang tegak lurus dengan garis yang diketahui.

Teorema 14.4 Satu dan hanya satu garis tegak lurus dapat ditarik ke bentuk dari titik tidak pada bidang.

Teorema 14.5. Tegak lurus dari titik tidak di bentuk ke bentuk adalah garis terpendek dari segmen titik ke bidang.

Teorema 14.6. Jika dua garis tegak lurus terhadap bentuk mereka sejajar satu sama lain. Jadi pada gambar 14.7 jika $\underset{AB}{\leftrightarrow}$ dan $\underset{CD}{\leftrightarrow}$masing-masing tegak lurus pada bidang MN, $\underset{AB}{\leftrightarrow}$ sejajar$\underset{CD}{\leftrightarrow}$.

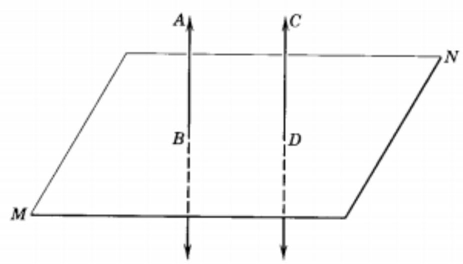


Fig. 14.7.

Teorema 14.7. jika salah satu dari dua garis yang sejajar adalah tegak lurus di bidang. Di gambar 14.7, jika $\underset{AB}{\leftrightarrow}$ sejajar $\underset{CD}{\leftrightarrow}$ dan $\underset{AB}{\leftrightarrow}$ tegak lurus di bidang MN, maka $\underset{CD}{\leftrightarrow}$ juga tegak lurus di bidang MN.

Teorema 14.8. Jika masing-masing tiga poin tidak sebidang dari bidang yang berjarak sama dari dua titik, maka setiap titik bidang berjarak sama dari titik-titik ini. Dengan demikian, Jika pada Gambar. 14.8, PA = QA, PB = QB, dan PC = QC, maka setiap titik jalur ditentukan oleh A, B, dan C berjarak sama dari P dan Q.

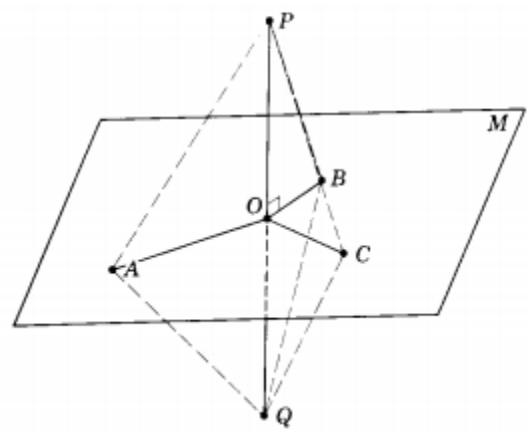


Fig. 14.8.

Teorema 14.9. Jarak antara dua bidang sejajar tegak lurus diantara jarak mereka. Dua bidang sejajar adalah dimanapun berjarak sama.

Teorema 14.10. Melalui satu garis lurus sejumlah bidang dapat ditularkan (lihat Gambar.14.9).

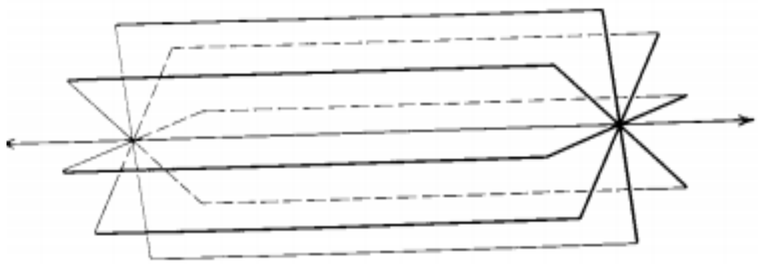


Fig. 14.9.

Teorema 14.11. Jika dua bidang yang tegak lurus satu sama lain, lurus baris dalam salah satu dari mereka tegak lurus ke persimpangan mereka tegak lurus terhadap yang lain. Pada gambar14.10, bidang RS tegak lurus di bidang MN dan memotong di $\overleftrightarrow{QS}$ dan jika $\overleftrightarrow{AB}$ di bidang RS tegak lurus terhadap $\overleftrightarrow{QS}$, maka $\overleftrightarrow{AB}$ tegak lurus ke bidang MN.

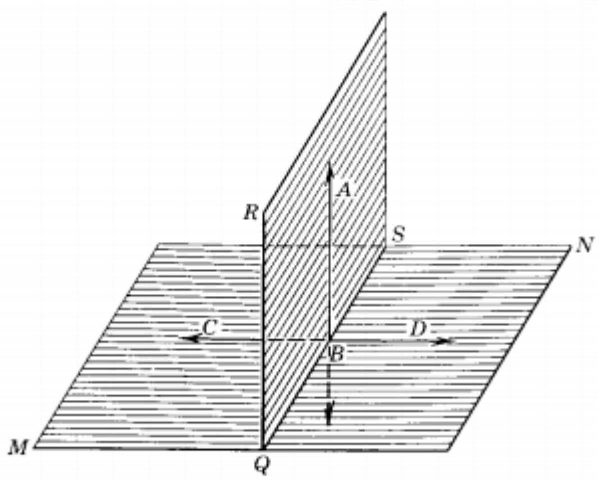


Fig. 14.10.

Teorema 14.12. Jika dua bidang yang tegak lurus satu sama lain, tegak lurus salah satu dari mereka pada titik persimpangan mereka terletak pada yang lain. Jadi, pada Gambar. 14.10, jika bidang RS tegak lurus ke bidang MN, dan $\overleftrightarrow{AB}$tegak lurus bidang MN pada titik B pada garis perpotongan dari bidang, maka $\overleftrightarrow{AB}$ harus terletak pada bidang RS.

Teorema 14.13. Jika dua bidang berpotongan tegak lurus terhadap bidang ketiga, mereka berpotongan juga tegak lurus di bidang itu. Jika Gambar 14.11, bidang RS dan PQ tegak lurus di bidang MN,dan jika bidang RS dan PQ memotong di $\overleftrightarrow{AB}$, maka $\overleftrightarrow{AB}$ tegak lurus di bidang MN.

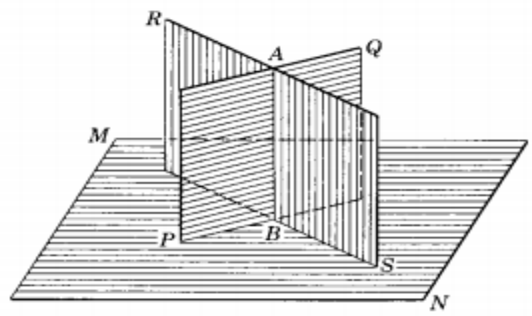


Fig. 14.11.

Teorema 14.14. Setiap titik dalam permukaan membagi dua sudut dihedral berjarak sama dari permukaan sudut. Jadi, pada Gambar. 14.12 jika $\angle \alpha \angle \beta$ maka PA=PB.

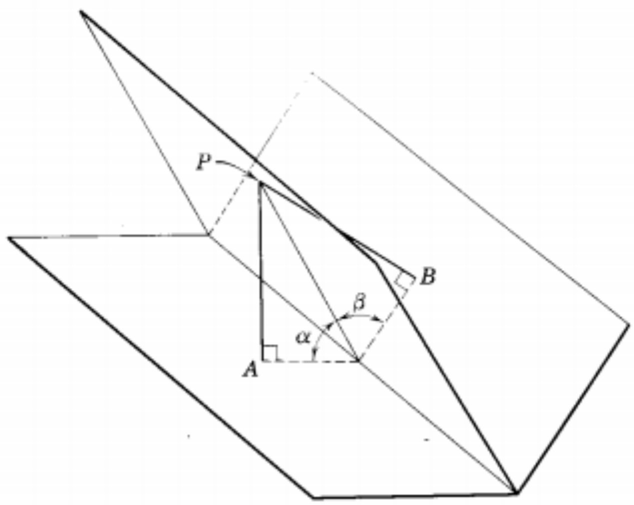


Fig. 14.12.

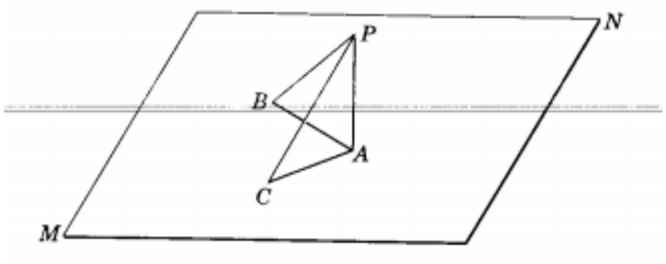
Teorema 14.15. Himpunan titik-titik berjarak sama dari permukaan dari sudut dihedral adalah bidang yang membagi dua sudut dihedral (lihat Gambar. 14,12).

<u>Latihan</u>

1. Pada suatu titik pada garis berapa banyak baris dapat ditarik tegak lurus ke baris?
2. Berapa banyak titik di baris bidang yang dapat tegak lurus di garis ?
3. Apakah mungkin untuk tiga baris berpotongan di titik sehingga masing-masing adalah tegak lurus dengan kedua lainnya?
4. Apakah mungkin untuk garis sejajar dengan masing-masing dua bidang tanpa bidang yang sejajar?

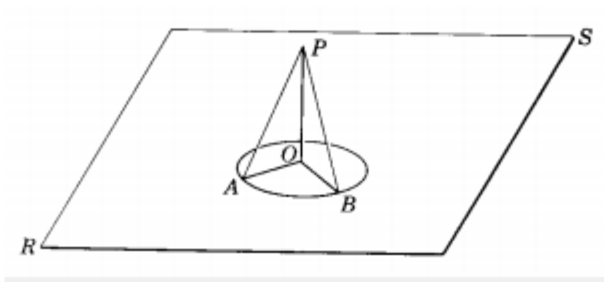
5. Haruskah dua bidang sejajar jika mereka masing-masing tegak lurus terhadap ketiga bidang?
6. Melalui garis tegak lurus ke bidang, berapa banyak bidang yang dapat ditarik tegak lurus ke bidang? Gambarkan.
7. Dapatkah garis tegak lurus ke kedua dua bidang jika mereka tidak sejajar?
8. Berapa banyak bidang yang dapat ditarik melalui garis miring dan bidang yang tegak lurus ke bidang?
9. Berapa banyak bidang yang dapat ditarik melalui dua garis sejajar?
10. Berapa banyak bidang yang dapat ditarik melalui garis yang sejajar dengan bidang dan juga tegak lurus ke bidang?
11. Haruskah dua garis sejajar berada dalam bidang yang sama?
12. Haruskah garis yang sejajar dengan bidang yang sama menjadi sejajar satu sama lain?
13. Apakah dua baris sejajar jika mereka tegak lurus terhadap bidang yang sama?
14. Sebuah garis lurus, tidak salah satu dari dua bidang yang diberikan, sejajar dengan persimpangan dari bidang. Apakah garis yang sejajar dengan masing-masing bidang?
15. Berapa banyak baris dapat ditarik sejajar dengan bidang melalui titik tidak bidang?
16. Jika dua bidang sejajar dengan bidang ketiga, mereka sejajar satu sama lain?
17. Jika salah satu dari dua garis sejajar tegak lurus terhadap bidang, haruskah yang lain juga tegak lurus ke bidang?
18. Apakah mungkin untuk garis menjadi tegak lurus terhadap masing-masing dua garis yang tidak sejajar? Jelaskan.
19. Apakah mungkin untuk garis menjadi tegak lurus terhadap dua baris pada bidang yang sama? Gambarkan.
20. Jelaskan jarak terpendek dari titik ke bidang.
21. Berapa banyak bidang yang bisa sejajar dengan bidang yang diberikan melalui titik di luar bidang?
22. Apakah mungkin untuk memiliki bidang yang melewati dua garis yang tegak lurus ke bidang yang diberikan? Gambarkan.
23. Jika garis tegak lurus terhadap garis di bidang, apakah tegak lurus terhadap bidang?
24. Jika garis dan bidang tidak pernah bertemu, harus garis sejajar dengan bidang? .
25. Dalam gambar, $\underset{PA}{\leftrightarrow}$ $\perp$bidang MN di A; AB = AC; $\underset{AB}{\leftrightarrow}$ dan $\underset{AC}{\leftrightarrow}$ terletak di bidang MN.

Buktikan PB = PC.



Ex. 25.

26. Pada gambar lingkaran 0 terletak pada bidang RS; $\underset{PO}{\leftrightarrow}$ $\perp$bidang RS. Buktikan <PAO $\cong$ <PBO

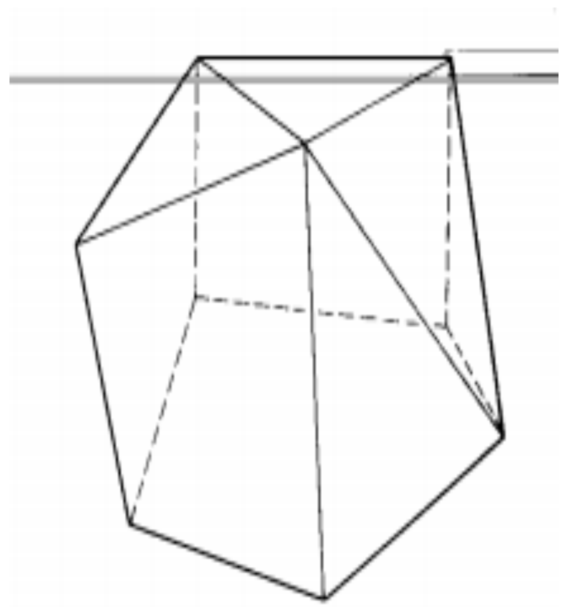


Mempelajari fakta-fakta yang diberikan dalam latihan berikut, menggambar angka jika perlu, dan kemudian menyatakan pengambilan kesimpulan dari fakta-fakta.

27. Bidang XY memotong bidang RS di $\underset{GH}{\leftrightarrow}$, dan bidang XY memotong bidang MN di $\underset{KL}{\leftrightarrow}$; $\underset{GH}{\leftrightarrow} \parallel \underset{KL}{\leftrightarrow}$
28. $\underset{PB}{\leftrightarrow} \perp \underset{AB}{\leftrightarrow}$; $\underset{PB}{\leftrightarrow} \perp \underset{CB}{\leftrightarrow}$; $\underset{AB}{\leftrightarrow}$ terletak pada bidang MN; A $\neq$ PC.
29. Titik E dan F berbaring di kedua bidang MN dan RS; E$\neq$ F.
30. Bidang XY $\perp$garis PQ; bidang RS adalah $\perp$ garis PQ.
31. . Bidang RS memotong bidang XY di $\underset{EJ}{\leftrightarrow}$; bidang XY memotong bidang GH di $\underset{WZ}{\leftrightarrow}$; bidang RS $\parallel$ bidang GH
32. Garis AB melewati titik P dan Q; P dan Q adalah poin dalam bidang MN.
33. Jalur CD terletak pada bidang RS; Titik Q adalah pada $\underset{CD}{\leftrightarrow}$.
34. Bidang XY $\perp$WZ; bidang WZ memotong bidang XY di $\underset{GH}{\leftrightarrow}$; $\underset{EF}{\leftrightarrow}$ terletak pada bidang WZ dan $\perp\underset{GH}{\leftrightarrow}$; garis AB terletak pada bidang XY.
35. Bidang RS II bidang MN; titik A dan B terletak pada bidang RS; titik E dan K terletak pada bidang MN.
36. Bidang AB II bidang CD; bidang EF $\perp$bidang CD.
37. Garis AB $\perp$bidang RS; bidang RS $\perp$ garis KL.

38. Bidang KL bidang ⊥ MN; bidang KL memotong bidang MN di $\overleftrightarrow{PS}$; H terletak pada $\overleftrightarrow{PS}$; $\overleftrightarrow{RH}$ adalah dalam bidang MN.
39. Bidang XY ⊥bidang KL; bidang HC adalah ⊥bidang KL; berpotongan bidang XY bidang HC di garis PQ.
40. Jalur PT adalah ⊥ .: bidang MN; Q dan T adalah titik dalam bidang MN; ⊥QPT = 60; PQ = 30 meter. Cari proyeksi $\overleftrightarrow{PQ}$ di pesawat MN.

14.5. Polyhedron. Sebuah polyhedron adalah persatuan jumlah terbatas poligonal daerah, masing-masing berisi poligon dan interiornya, sehingga (1) interior dua daerah tidak berpotongan dan (2) setiap sisi salah satu poligon juga sisi tepat satu dari poligon lainnya. Masing-masing daerah poligonal disebut permukaan dari polyhedron. Itu persimpangan dua permukaan polyhedron disebut tepi polyhedron. Perpotongan apapun dua sisi merupakan simpul dari polyhedron. Gambar 14.13 merupakan polyhedron dari 8 bidang, 16 tepi, dan 9 simpul.



14,6 Prisma Sebuah prisma adalah polyhedron memiliki dua permukaan paralel, yang disebut dasar, dengan permukaan sisanya merupakan jajaran genjang (Gbr. 14.14). Dalam prisma AI dasar ABCDE kongruen dengan mendasarkan FGHIJ. Permukaan-permukaan yang jajaran genjang yang disebut sisi samping, dan persimpangan mereka disebut tepi lateral. Tepi lateral sama dan sejajar. Daerah lateralis adalah jumlah bidang sisi samping. Luas total jumlah dari daerah lateral dan daerah dari dua basis. Ketinggian h dari prisma adalah jarak tegak lurus antara bidang basis.

Sebuah prisma yang tepat adalah prisma tepi lateral yang tegak lurus terhadap basis (Gbr. 14.15). Hal ini dapat ditunjukkan bahwa, dalam prisma yang tepat, bagian lateral persegi panjang dan tepi lateral yang sama ketinggian. Sebuah prisma teratur adalah prisma yang tepat basis yang poligon reguler.

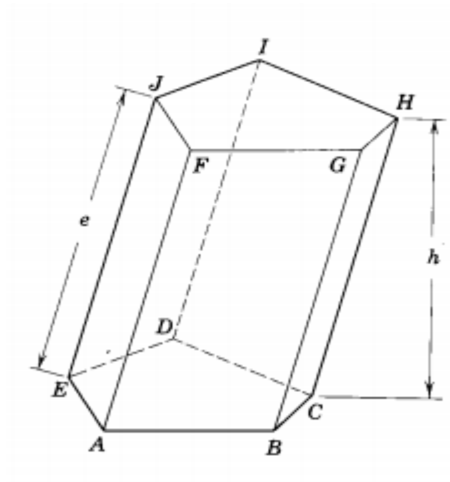


Fig. 14.14. A prism.

14,7 paralelipiped Sebuah paralelipiped adalah prisma dasar dari yang jajaran genjang (Gbr. 14.16).

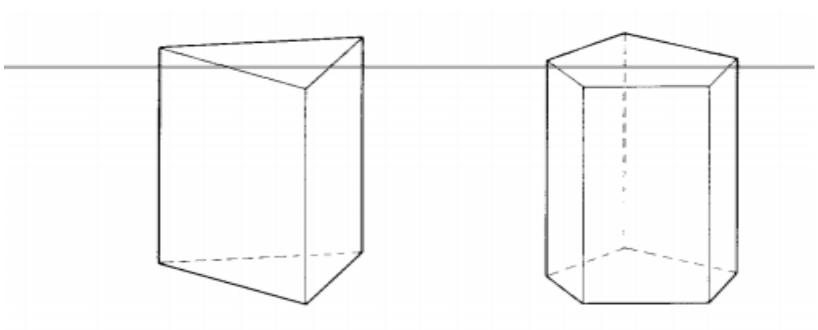


Fig. 14.15. Right prisms.

Hal ini dapat ditunjukkan bahwa bagian yang berlawanan sebuah parallelepiped sejajar dan kongruen.

Sebuah paralelipiped persegi panjang adalah parallelepiped bagian yang persegi panjang (Gbr. 14.17). Semua tepi lateral sebuah paralelipiped persegi panjang tegak lurus terhadap pesawat dari basis paralel.

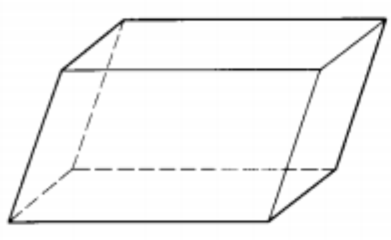


Fig. 14.16. A parallelepiped.

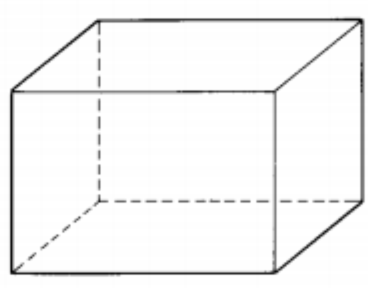


Fig. 14.17. A rectangular parallelepiped.

Sebuah kubus persegi panjang parallelepiped dasar dan bagian yang kotak kongruen.

14.8. Luas prisma yang tepat. Wilayah lateral prisma yang tepat sama dengan produk ketinggian dan perimeter dasarnya. Jadi, jika kita menunjukkan area lateralis oleh S, perimeter dasar oleh P, dan ketinggian dengan h, kita mendapatkan rumus

$$S = h\,P$$

Jika kita menunjukkan total luas oleh T dan daerah basis oleh A, kita mendapatkan rumus

$$T = S + 2A$$

Total daerah untuk paralelipiped persegi panjang (Gambar 14,18) panjang, lebar, dan tinggi yang dilambangkan dengan l, w, dan h masing-masing adalah sama dengan jumlah dari bidang enam bagian, 2LW + 2wh + 2LH atau

$$T = 2\,(lw + wh + lh)$$

Untuk kubus dengan tepi ℓ lateralis

$$T = 6\ell$$

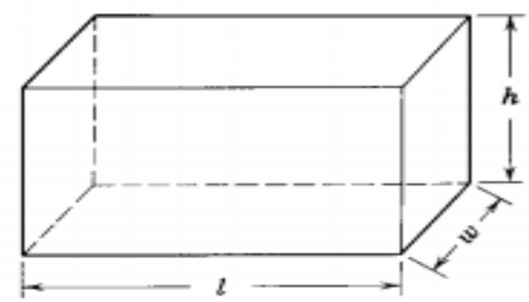


Fig. 14.18.

14,9. Volume prisma. Volume solid didefinisikan sebagai jumlah unit ruang diukur dalam padat. Unit ruang, yang disebut unit kubik, adalah bahwa kubus tepi yang sama dengan beberapa satuan untuk mengukur panjang. Pertimbangkan paralelipiped persegi panjang, yang ditunjukkan dalam Gambar. 14.19, yaitu 4 unit panjang, 3 unit lebar, dan 2 unit tinggi. Jika pesawat yang melewati sejajar dengan wajah kemudian padat seperti yang ditunjukkan, padat akan terdiri dari dua lapisan, setiap lapisan yang mengandung 4 X 3, atau 12 unit kubik.

Dua lapisan berisi 2 X 12, atau 24 unit kubik. Dengan demikian, volume padat sama dengan 24 unit kubik. Jumlah ini dapat diperoleh dengan mengalikan bersama tiga dimensi atau dengan mengalikan luas alas dengan ketinggian. Pada Gambar. 14.18, jika kita menunjukkan volume dengan V dan daerah basis dengan A, kemudian.

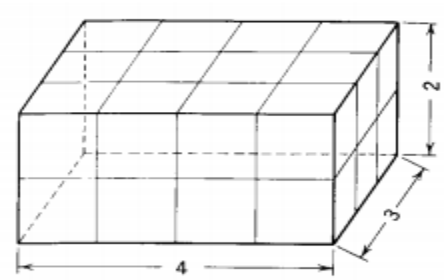
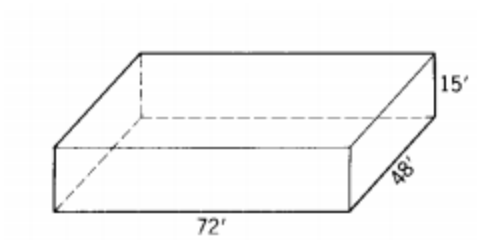


Fig. 14.19.

$$V = lwh \text{ atau } V = Ah$$

Hal ini dapat ditunjukkan bahwa volume prisma apapun adalah produk dari daerah basis dan ketinggian nya.

14.10. Contoh Ilustrasi 1. Sebuah lemari besi penyimpanan memiliki lantai persegi panjang 72 kaki dengan 48 kaki. Dinding vertikal dan 15 kaki tinggi. (a) Tentukan total luas dinding, lantai, dan langit-langit; (b) menemukan ruang penyimpanan (volume) dari ruangan.



Illustrative Example 1.

solusi:

(a) total permukaan ditemukan dengan menggunakan rumus

$$
\begin{aligned}
T &= 2\,(lw + wh + lh)\\
&= 2\,[(72)\,(48) + (48)\,(15) + (72)\,(15)]\\
&= 10512
\end{aligned}
$$

Jawaban: 10.512 kaki persegi.

(b) Ruang penyimpanan ditemukan dengan menggunakan rumus

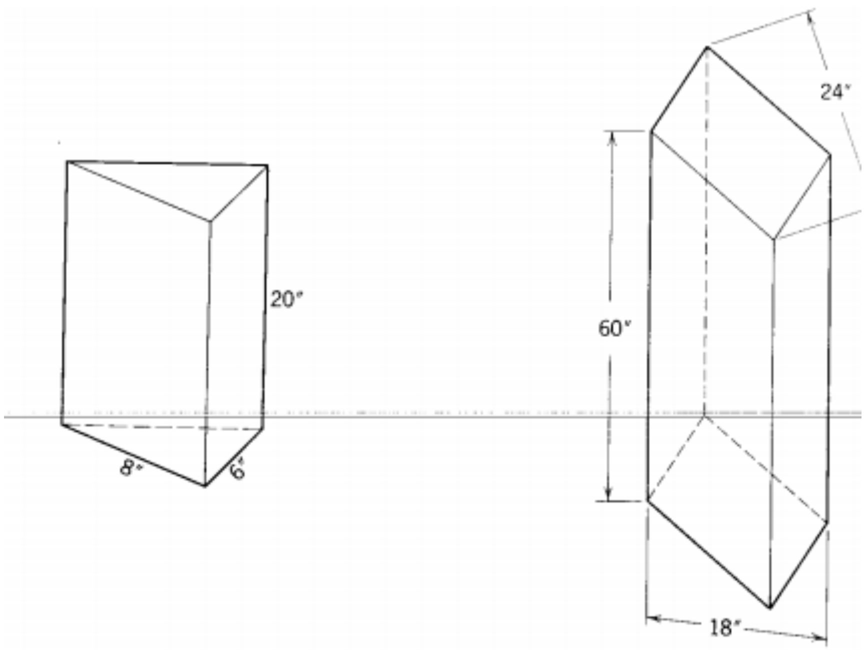
$$
\begin{aligned}
V &= lwh\\
&= (72)\,(48)\,(15)\\
&= 51840
\end{aligned}
$$

Jawaban: 51.840 kaki kubik.

Latihan

1. Dalam paralelipiped persegi panjang, ada berapa banyak bidang? tepi? Berapa banyak simpul?

2. Apakah sebuah paralelipiped (a) prisma? (b) polyhedron? (c) kubus?
3. Apakah sebuah kubus (a) paralelipiped persegi panjang? (b) prisma? (c) polyhedron?
4. Tentukan luas lateral prisma yang tepat yang memiliki ketinggian 18 inci dan perimeter 30 inci.
5. Tentukan luas total kubus 8 inci di tepi.
6. Cari volume kubus 8 inci di tepi.
7. Cari volume balok 12 meter, 12 inci, dan 2 inci tebal.
8. kelas A adalah 42 kaki panjang, 30 kaki lebar dan 12 meter. Berapakah volume dari ruangan di meter kubik? Berapa luas lateral dalam meter persegi?
9. Cari area lateral prisma yang tepat yang memiliki ketinggian 5 kaki dan dasar dari segi enam biasa dengan sisi 2 meter.



Exs. 10–12. Exs. 13–15.

10. Cari volume prisma kanan dasar yang merupakan segitiga siku-siku dengan kaki 6 inci dan 8 inci dan ketinggian yang 20 inci.
11. Tentukan luas lateral sosok di contoh 10.
12. Tentukan luas total angka di contoh 10.
13. Cari volume prisma kanan dasar yang merupakan belah ketupat memiliki diagonal 18 inci dan 24 inci panjang dan ketinggian yang 60 inci.
14. Tentukan luas lateral prisma di contoh 13.
15. Cari total luas prisma di contoh 13.

16. Berapa banyak paket 5 X 8 X 12 inci dapat ditempatkan dalam sebuah kotak yang memiliki dimensi 24 X 30 X 60 inci?
17. Berapa banyak meter kubik beton yang dibutuhkan untuk membangun dinding penahan 120 kaki panjang, 8 inci tebal, dan 5 meter?
18. Berapa banyak galon air akan diminta untuk mengisi kolam renang 45 meter, 30 meter lebar, dan 6 meter? (Catatan: 231 inci kubik = 1 galon.)
19. Berapa banyak galon cat akan diperlukan untuk cat dinding eksterior bangunan 60 meter panjang, 30 kaki lebar, dan 15 kaki tinggi jika 1 galon cat akan mencakup 500 meter persegi?
20. Cari berat pelat baja 12 kaki panjang, 5 kaki lebar, dan $\frac{3}{8}$inch tebal jika baja berat £ 490 per kaki kubik.

14.11. Pyramid. Sebuah piramida adalah polyhedron dengan satu bidang, disebut dasar, poligon dari sejumlah pihak, dan bidang-bidang lainnya adalah segitiga yang bertemu di satu titik yang sama disebut simpul tersebut. Bidang-bidang segitiga disebut sisi lateral, dan pertemukaan bidang lateral tepi lateral. Ketinggian piramida adalah panjang tegak lurus turun dari titik ke bidang dasar. Wilayah lateral piramida adalah sama dengan jumlah dari bidang sisi samping piramida. Luas total piramida adalah sama dengan jumlah dari daerah lateral dan daerah basis. (Lihat Gambar. 14.20)
Sebuah piramida biasa adalah salah satu yang memiliki basis yang merupakan poligon beraturan dan ketinggian dari tegak lurus simpul ke dasar di pusatnya. lateral

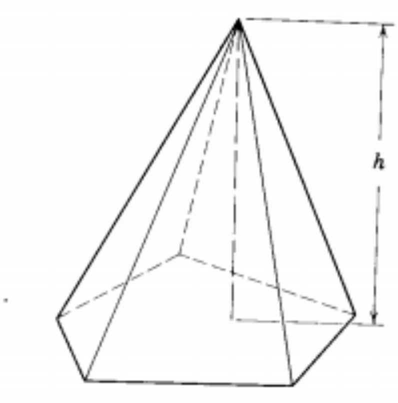


Fig. 14.20. A pyramid.

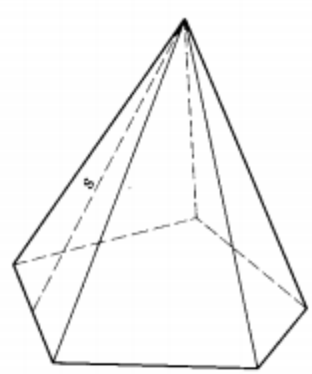


Fig. 14.21. A regular pyramid.

tepi piramida biasa adalah kongruen. Bidang-bidang lateral piramida biasa adalah sama kaki kongruen segitiga. Ketinggian kemiringan piramida biasa adalah ketinggian dari setiap bidang lateral. (Lihat Gambar. 14.21.)

14.12. Volume piramida. Volume piramida apapun sama dengan sepertiga produk dari daerah basis dan ketinggian.

$$Volume = \frac{1}{3}\, daerah\ basis\ x\ ketinggian$$

$$V = \frac{1}{3} Ah$$

14.13. Luas piramida biasa. Wilayah lateral piramida biasa adalah sama dengan setengah produk yang miring tinggi s dan p perimeter dasarnya.

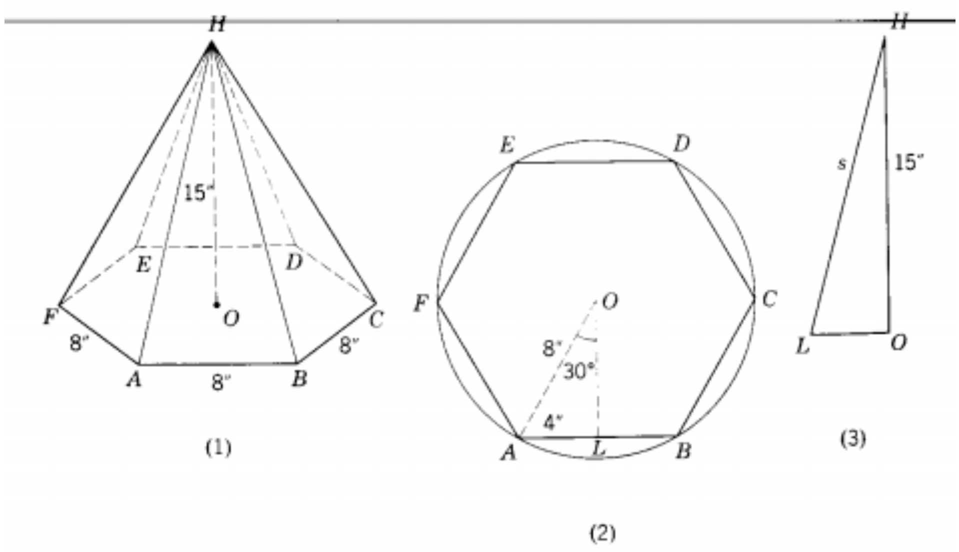
Daerah Lateral = ½ tinggi miring x perimeter dasar

$$S = ½sp$$

14.14. Contoh Ilustrasi 1. Sebuah piramida biasa memiliki dasar segi enam biasa dengan sisi sama dengan 8 inci dan ketinggian 15 inci. Cari (a) volume dan (b) daerah lateral piramida.

solusi: Menggambar sketsa dari piramida, alasnya, dan pandangan sisi salah satu nya sisi samping.

(a) Untuk menentukan volume, pertama-tama kita harus menemukan daerah basis. Mengingat geometri permukaan kami, kami tahu bahwa total luas dapat ditemukan dengan membaginya menjadi dua belas 30 ° -60 ° segitiga, seperti pada (2) dari gambar.



Illustrative Example 1.

OA = 2AL = 8 inci

$(OL)^2$ = (8) 2- (4) 2

OL = Y48

= 6,928 inci (oleh Tabel I)

Area ΔAOL = ½ (4) (6,928)

= 13,856 inci persegi.

A = 12 (13,856)

$\therefore$ V = $\frac{1}{3}$ Ah

= $\frac{1}{3}$ (12) (13,856) (15)

= 831,36

Jawaban: 831,36 inci kubik.

(b) Kita perlu menentukan tinggi miring s aefore kita dapat menghitung daerah lateral. Pada gambar (3) kita tahu bahwa OL = v48 inci dan OH = 15 inci. Menggunakan teorema Pythagoras,

s^2 = (OL) 2+ (OH) 2

= $(\sqrt{48})^2 + (15)^2$

= 48 + 225

s^2 = 273

s = 16,523 inci (oleh Tabel I)

S = ½hp

= ½ (16,523) (6 X 8)

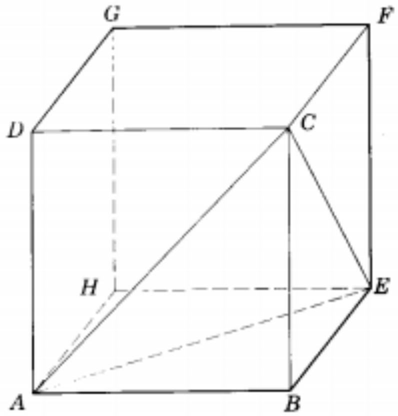
= 396,53

Jawaban: 396,53 inci persegi

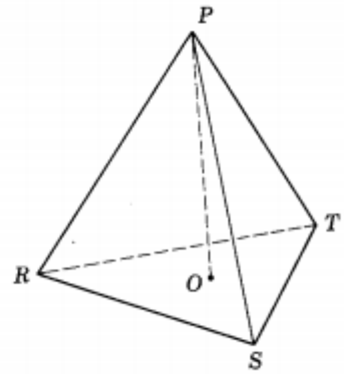
<u>latihan</u>

1. Apakah volume piramida dasar yang memiliki luas 42 inci persegi dan ketinggian yang sama dengan 15 inci?
2. Tentukan luas lateral piramida dasar yang memiliki perimeter 36 inci dan tinggi kemiringan yang sama dengan 23 inci.
3. Apakah volume piramida memiliki dasar persegi dengan sisi 10 inci dan ketinggian 12 inci?
4. Tentukan luas lateral piramida memiliki dasar persegi dengan sisi 10 inci dan ketinggian 12 inci.
5. ACGE adalah sebuah kubus dengan sisi 18-inci. Cari volume piramida ABEC.

6. Cari volume piramida memiliki basis Δ benar dengan miring RT = 18 kaki, kaki RS = 15 meter, dan ketinggian PO = 24 meter.



Ex. 5.



Ex. 6.

7. Cari volume piramida biasa yang memiliki sebagai dasar segi enam biasa dengan sisi 6-inci ketinggian 10 inci.
8. Cari area lateral piramida biasa yang memiliki sebagai dasar segi enam biasa dengan sisi 6-inci dan ketinggian 10 inci.
9. Cari area lateral piramida biasa yang memiliki sebagai dasar sebuah oktagon biasa (8 sisi) dengan sisi 12-inci dan tepi lateral sebesar 25 inci.

14.15. Permukaan kerucut. Permukaan kerucut adalah permukaan yang dihasilkan oleh garis lurus bergerak yang berbalik salah satu poin dan memotong permukaan yang diberikan dalam kurva, Garis bergerak QS disebut generatrix tersebut. Pada Gambar. 14.22, titik P pada $\overleftrightarrow{QS}$ mengikuti PRT kurva yang diberikan disebut directrix tersebut. $\overleftrightarrow{QS}$ di salah satu posisi yang disebut unsur thesurface. B adalah titik dari permukaan.

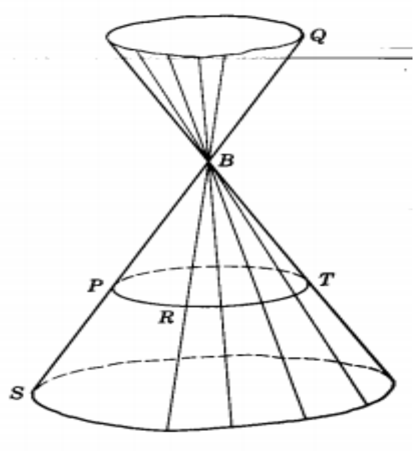


Fig. 14.22

14.16. Kerucut. Sebuah kerucut adalah bagian dari permukaan berbentuk kerucut yang dibatasi oleh titik dan bidang memotong semua elemen di satu sisi simpul. Kerucut pada Gambar. 14.23 diberi label kerucut B-RST. Basis RST kerucut adalah kurva dipotong dari permukaan kerucut dengan bidang. Ketinggian kerucut adalah jarak tegak lurus dari titik ke bidang dasar. Wilayah lateral kerucut adalah luas permukaan lateral.

Sebuah kerucut melingkar adalah salah satu dasar yang merupakan lingkaran. Sebuah lingkaran kerucut yang tepat adalah satu di mana garis melalui titik dan pusat dasar tegak lurus ke dasar. Tegak lurus ini sering disebut sumbu kerucut. Unsur-unsur dari lingkaran kerucut yang tepat adalah kongruen. Ketinggian miring dari lingkaran kerucut yang tepat adalah panjang unsur kongruen tersebut.

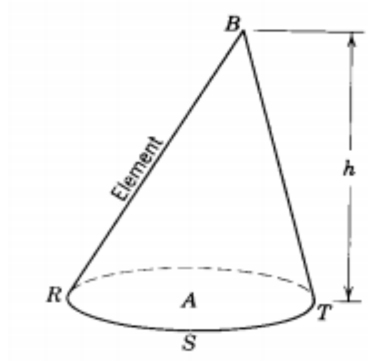


Fig. 14.23.

14.17. Volume kerucut. Volume kerucut sama dengan sepertiga produk dari daerah yaitu basis dan ketinggian nya. Untuk kerucut melingkar, dengan R jari-jari dasar dan h ketinggian, kita mendapatkan

$$\textit{Volume} = \frac{1}{3}\ \textit{daerah basis X ketinggian}$$

$$V = \frac{1}{3}\ \Pi R^2 h$$

14.18. Daerah lateral melingkar kerucut yang tepat. Wilayah lateral melingkar kerucut yang tepat adalah sama dengan setengah produk dari ketinggian miring dan lingkar alasnya. Menggunakan 21TR untuk keliling dasar dan karena ketinggian miring, kita mendapatkan

Daerah Lateral = ½circumference miring ketinggian dasar X

$$S = \tfrac{1}{2}\ (2\pi R)\ (s)$$

atau

$$S = \pi R s$$

Total luas T kerucut adalah sama dengan jumlah dari daerah lateral dan daerah basis.

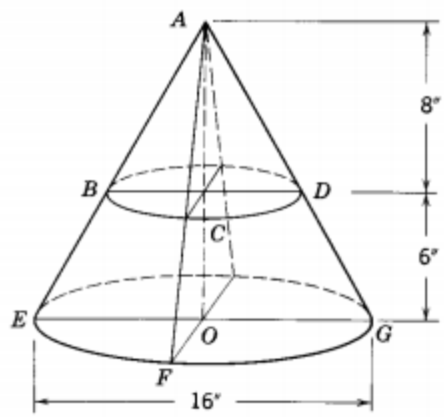
Luas = daerah lateralis + daerah basis

$$T = \pi R s + \pi R^2$$

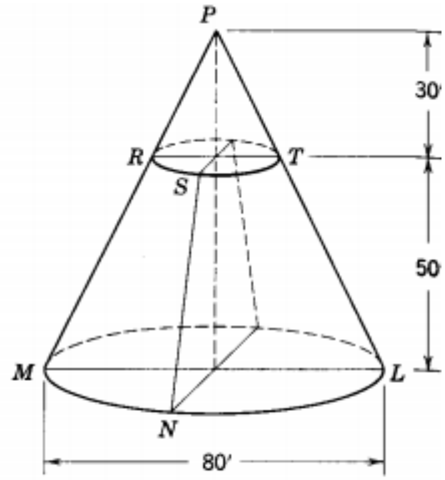
Latihan

1. Apakah volume kerucut lingkaran yang memiliki ketinggian 18 inci dan radius 5 inci?
2. Tentukan luas lateral kerucut melingkar kanan memiliki ketinggian kemiringan 24 inci dan radius 8 inci.
3. Cari total luas permukaan kerucut melingkar kanan yang memiliki ketinggian kemiringan 40 kaki dan radius 10 kaki.

4. Tentukan luas lateral kerucut melingkar kanan memiliki ketinggian 12 inci dan radius 5 inci.



Exs. 5–8.



Exs. 9–11.

5. menemukan volume kerucut A-EFG
6. menemukan volume kerucut A-BCD
7. menemukan daerah lateral kerucut A-EFG
8. menemukan total luas kerucut A-EFG
9. menemukan volume padat RTLM dipotong dari kerucut PMNL oleh bidang RST ∥ bidang MNL
10. Menemukan area lateral padat RTLM
11. menemukan luas permukaan total padatan RTLM

14.19.Permukaan silinder.

Permukaan yang dihasilkan oleh garis lurus yang bergerak sejajar dengan itu sendiri dan memotong kurva bidang datar yang diberikan disebut permukaan silinder.Garis yang bergerak QS disebut geratrik.Dalam gambar 14.24,diberikan titik R pada $\overleftrightarrow{QS}$ mengikuti kurva PRT,disebut directrix. $\overleftrightarrow{QS}$ dalam setiap posisi yang disebut unsur permukaan.

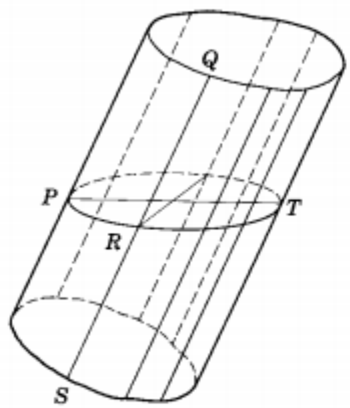


Fig. 14.24.

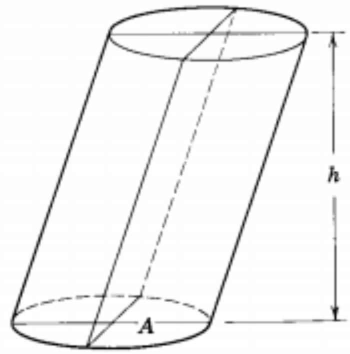


Fig. 14.25.

14.20 silinder. Silinder adalah bagian dari permukaan silinder yang dibatasi antara dua bidang sejajar memotong semua elemen. Perpotongan permukaan silinder dan salah satu bidang pararel adalah dasar silinder. basis silinder adalah kongruen. Membatasi permukaan silinder adalah permukaan lateral silinder. ketinggian silinder adalah jarak tagak lurus antara dasar pegenaan.(lihat gambar 14.25).

Sebuah silinder adalah atas dasar yang lingkaran.Sebuah lingkaran silinder yang tepat adalah silinder sirkular dimana elemen tegak lurus dengan basis.Unsur -unsur atau melingkar silinder kanan sejajar dan kongruen.Gambar 14.26 menunjukkan penggunaan menarik dibuat dari permukaan yang tepat silinder yang fungsional dan namun menarik.

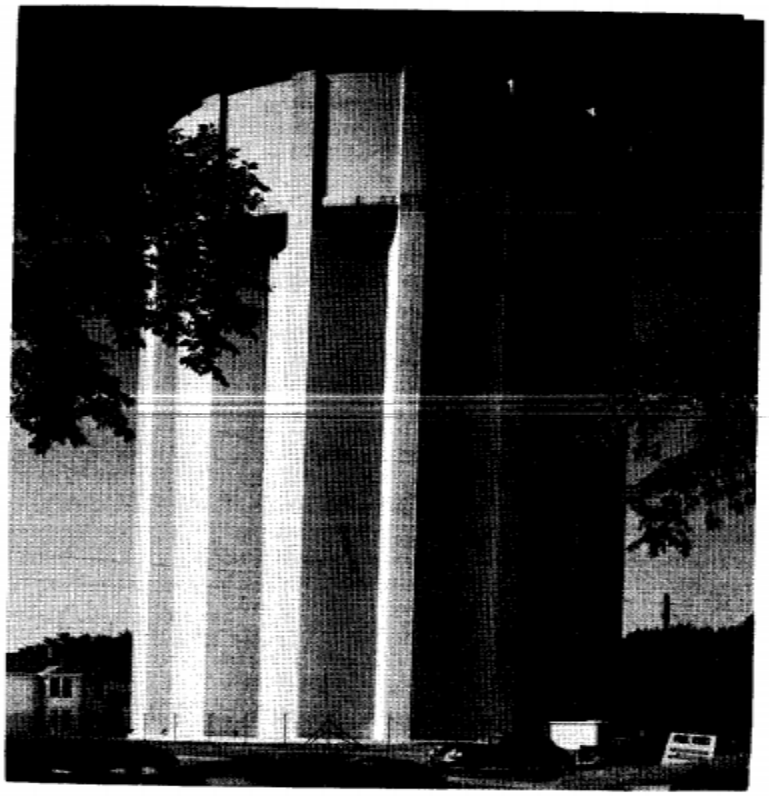


Fig. 14.26. Municipal water tank of Topeka, Kansas. A vertical cylinder on the inside, this water tower on the outside seems to consist of vertically bisected cylinders with the concave outward.

14.21 Volume silinder sirkular. Volume silinder adalah sama dengan priduk dari daerah basis dan jarak dari ketinggian. Rumusnya adalah

$$volume = area\ dasar\ x\ tinggi$$

$$V = \pi R^2 h$$

14.22.Daerah lateral edaran yang tepat. Daerah lateral dari lingkaran silinder yang tepat sama dengan produk dari keliling alasnya dan panjang ketinggiannya.Rumusnya adalah

$$Daerah\ lateral = keliling\ alas\ x\ tinggi$$

$$S = 2\pi Rh$$

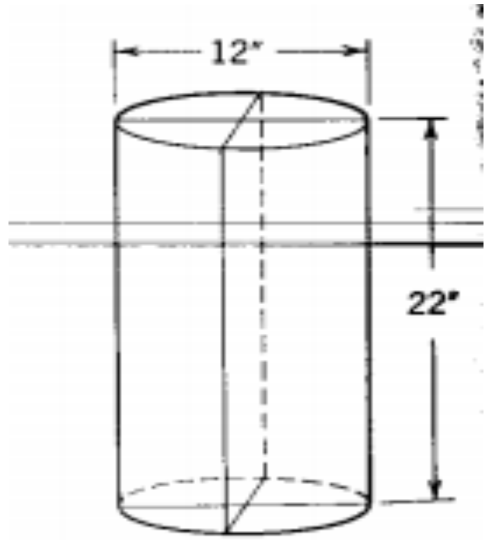
Total luas T silinder adalah sama dengan jumlah dan daerah dua basisnya. Rumusnya adalah

Area total= area lateral x area dasar

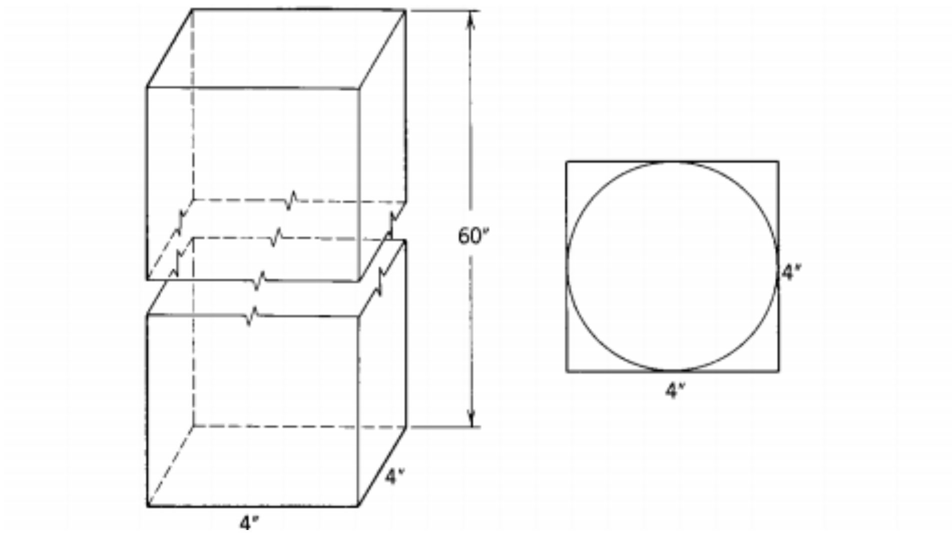
$T = 2\pi Rh \quad + \quad 2\pi R^2 h$

Latihan

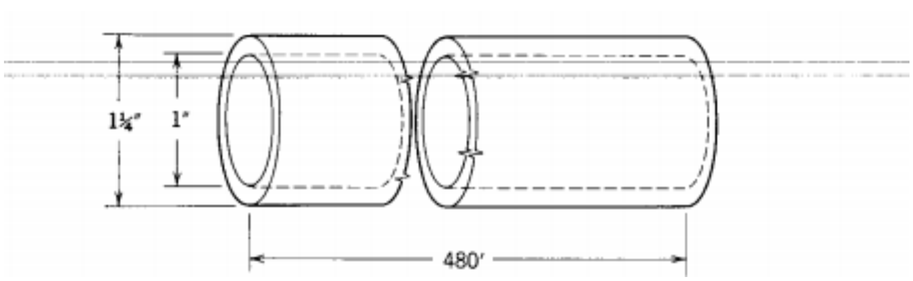
1. Apakah persegi panjang parallelepiped silinder yang tepat?
2. Apakah volume melingkar silinder yang tepat?
3. Carilah area lateral melingkar silinder yang tepat?
4. Carilah total luas lingkaran silinder yang tepat?



5. Berapa banyak galon bensin akan memegang tangki silinder yaitu 6 meter dengan diameter dan 25 kaki panjang?(catatan:kaki kubik setara dengan 7,5 galon)
6. Seberapa tinggi tangki silinder kanan yang memegang 100 galon jika diameternya adalah30 inci?(catatan:galaon setara dengan 231 inci kubik)
7. Sebuah rol baja adalah 4 kaki panjang dan 30 inci diameter. daerah apa yang akan menutupi di bergulir melalui 250 revolusi?
8. Berapa banyak yang akan 1000 batang baja silinder 5/8 inci dengan diameter dan 15 kaki berat panjang jika 1 kaki kubik berat besi 490?
9. Sebuah batang melingkar tepat dibuat pada mesin bubut dari baja bar dapat 4 dengan 4 sebesar 60 inci.berapa banyak limbah akan ,menghasilkan membuat kemungkinan batang silinder terbesar dari bar?



10. Cari jumlah bajs di 480 meter dari pipa dengan diameter dalam 1 inci dan diameter luar 1 1/2 inci



14.23. Volume bola. volume bola adalah sama dengan 4/3 pi x kubus radius. rumusnya

$$Volume = \frac{3}{4}\,(radius)^3$$

$$V = \frac{3}{4}\pi R^3$$

14.24 Luas permukaan bola. luas permukaan bola sama dengan luas empat lingkaran besar. Rumusnya adalah

Area=4 luas lingkaran besar

$$A = 4\pi R^2$$

14.25. (opsional). Hubungan dari bola, kerucut, silinder, dan kubus. Beberapa hubungan yang menarik dapat dibuktikan ada antara padatan yang kita miliki sehingga jauh dipelajari. Kami akan daftar beberapa dari mereka. Jika melingkar silinder yang tepat adalah dibatasi tentang bola (Gambar. 14,27), volume bola adalah dua pertiga bahwa dari silinder, dan luas bola sama dengan lateral daerah silinder.

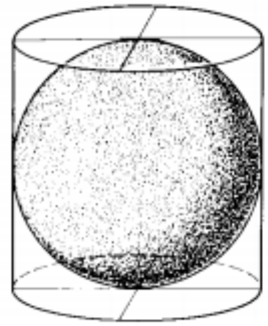


Fig. 14.27.

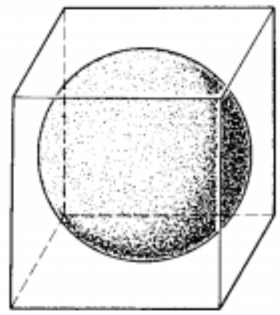


Fig. 14.28.

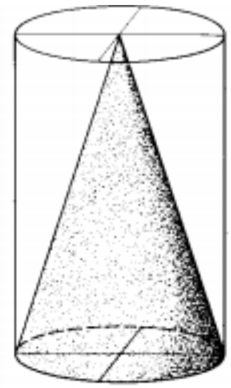


Fig. 14.29.

Jika kubus terbatas tentang lingkup (Gbr. 14.28), volume bola sangat hampir setengah volume kubus.
Jika dasar dan ketinggian kerucut sama dengan basis dan ketinggian dari melingkar silinder kanan (Gbr. 14.29), volume kerucut adalah sepertiga yang silinder

Jika kerucut ditempatkan pada Gambar. 14.27 sehingga dasar kerucut bertepatan dengan
salah satu dasar silinder dan ketinggian silinder dan kerucut adalah sama (juga sama dengan diameter bola), volume kerucut adalah sama dengan satu-setengah dari lingkup tertulis.

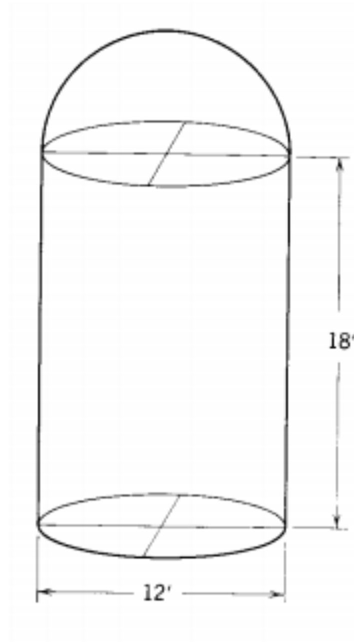
Latihan

1. Cari volume bola jari-jari yang 6 inci.
2. Tentukan luas permukaan sebuah bola jari-jari dari yang 8 inci.
3. Luas sebuah lingkaran besar dari bola adalah 231 inci persegi. Cari daerah bola.
4. Apakah berat bola besi berdiameter 30 inci jika saya kubik kaki besi beratnya £ 490?
5. Sebuah tangki penyimpanan untuk gas dalam bentuk bola. Its diameter dalam adalah 20 kaki. Berapa banyak kaki kubik gas disimpan dalam tangki?
6. Cari volume dan tertutup pada gambar
7. Tentukan luas permukaan total gambar. Sertakan luas permukaan lateral silinder,bidang dasar, dan daerah belahan bumi.
8. Sebuah bola hanya cocok menjadi kubus memiliki Sisi 15-inch. Cari volume sphere.
9. Sebuah kapal silinder 12 inci diameter diisi dengan air. Maka

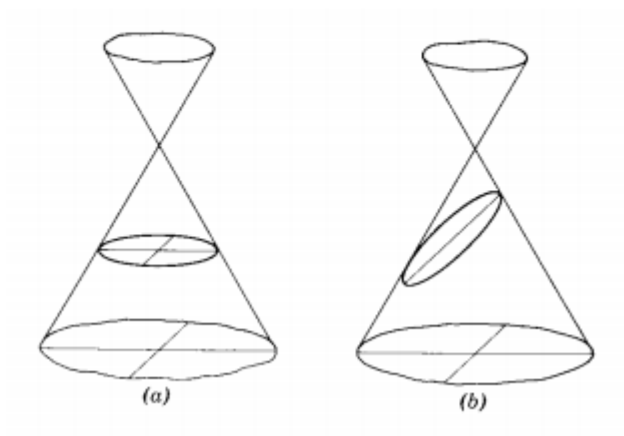
batu adalah dibenamkan di dalamnya, menyebabkan sebagian air meluap. Ketika batu dihapus, ditemukan bahwa tingkat air di silinder turun 10 inci. Apa volume batu?

10. Apa (a) volume? (b) daerah lateral silinder?

11. Sebuah bola logam bola berongga memiliki dalam diameter II inci dan t inch tebal. Cari volume logam dalam bola



14.26. (opsional). Irisan kerucut. Kurva yang dibentuk oleh persimpangan bidang dan melingkar permukaan kerucut tepat disebut irisan kerucut. Jika Pesawat tegak lurus terhadap sumbu, berbentuk kerucut adalah lingkaran (Gbr. 14.30a). Jika memotong pesawat yang miring dengan sumbu, dan memotong semua elemen, kerucut merupakan elips (Gambar. 14.30b). Jika bidang sejajar dengan salah satu, dan hanya satu, unsur kerucut, kerucut adalah parabola (Gambar. 14.30c). Jika bidang sejajar dengan sumbu, itu akan memotong kedua bagian permukaan, membentuk kerucut yang hiperbola (Gbr. 14.30d).



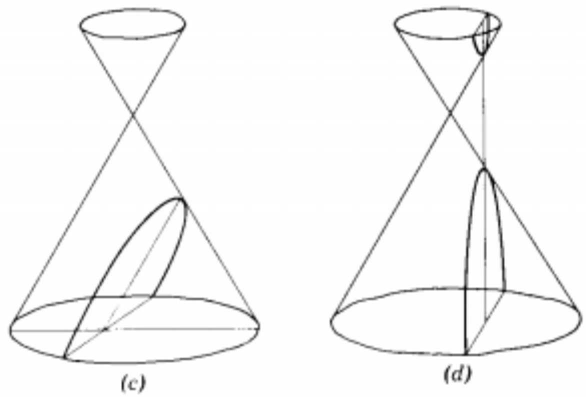


Fig. 14.30.

Para ahli matematika Yunani kuno yang akrab dengan conics dan menemukan banyak properti dari conics. Mereka mampu mengekspresikan . Sifat melalui persamaan matematika. Isi dari persamaan mendefinisikan dan sifat mereka yang termasuk dalam studi analitik geometri.

Ringkasan Pengujian

UJI 1
LAPORAN PENYELESAIAN

1. Tempat titik-titik di ruang berjarak sama dari dua dinding yang berdekatan dan langit-langit adalah -----------
2. Jumlah bidang ditentukan oleh empat poin tidak semua dalam satu pesawat adalah ----------
3. Rumus untuk volume sebuah bola adalah -------
4. Bidang persimpangan permukaan dan bola adalah -----------
5. Jumlah garis singgung yang dapat ditarik dari titik eksternal ke sphere adalah -------------
6. Jumlah baris yang dapat ditarik melalui titik pada bola bersinggungan dengan bola adalah --------
7. Jumlah bidang bersinggungan dengan bola yang dapat ditarik pada suatu titik pada bola adalah ------------
8. Dua garis dapat berpotongan di ---------
9. Dua bidang mungkin berpotongan di -----------
10. Mengingat dua garis berpotongan, ada (yang) benar --------bidang

11. tepi dalam tetrahedron adalah----------
12. Dua bidang sejajar dengan bidang yang sama adalah --------- satu sama lain.
13. Tempat titik-titik berjarak sama dari lingkaran adalah ----------
14. Tempat titik-titik dalam bidang pada jarak tertentu dari titik dengan- diberikan bidang luar adalah ------
15. Pada titik tertentu dalam garis tertentu hanya ada satu tegak lurus terhadap garis yang diberikan.

uji 2

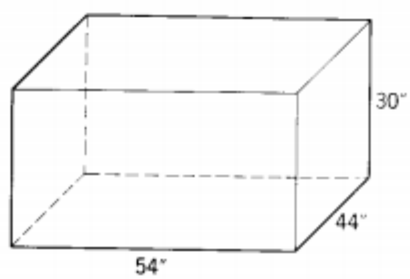
LAPORAN BENAR-SALAH

1. Sebuah garis tegak lurus terhadap salah satu dari dua bidang paralel harus sejajar dengan lainnya.
2. Sebuah garis berpotongan salah satu dari dua garis sejajar juga harus memotong lain.
3. Hal ini dimungkinkan untuk memiliki dua saluran sejajar dengan bidang yang sama dan menjadi tegak lurus satu sama lain.
4. Hal ini dimungkinkan untuk dua bidang menjadi tegak lurus terhadap garis yang sama dan internasional sekte satu sama lain.
5. Jika dua bidang sejajar, maka setiap baris dalam salah satunya adalah sejajar dengan apapun baris yang lain.
6. Dua garis sejajar dengan bidang yang sama sejajar satu sama lain.
7. Mengingat bidang MN; baris ℓ tidak di bidang MN; bidang MN ll garis m; ℓ ll m. kemudian bidang MN ll garis ℓ.
8. Mengingat bidang MN; garis ℓ tidak di bidang MN; garis m $\perp$bidang MN; garis $\ell \perp$ garis m. Maka garis ℓ ll bidang MN.
9. Mengingat bidang RS ll bidang MN; bidang GH memotong bidang RS dan bidang MN di garis ℓ dan masing-masing m. Kemudian ℓ ll m.
10. Mengingat garis ℓ ll bidang GH; garis m ll bidang GH. Kemudian ℓ llm .
11. Mengingat bidang AB $\perp$bidang MN; bidang GH$\perp$ bidang MN. Maka bidang AB ll bidang GH.
12. Proyeksi segmen di bidang selalu segmen lain.
13. Proyeksi segmen kongruen di bidang juga akan kongruen.
14. Hal ini dimungkinkan untuk proyeksi segmen di bidang lebih besar dari panjang segmen.
15. Mengingat garis ℓ terletak pada bidang MN; garis $\ell\perp$ garis m. Maka garis m $\perp$ bidang MN.
16. Mengingat $\underset{AB}{\leftrightarrow} \perp \underset{BC}{\leftrightarrow}$; $\underset{BD}{\leftrightarrow} \perp \underset{BC}{\leftrightarrow}$ Kemudian $\underset{AB}{\leftrightarrow} \perp \underset{BD}{\leftrightarrow}$.

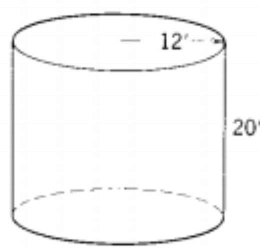
17. Jika dua bidabg berpotongan masing-masing tegak lurus terhadap bidang ketiga, maka garis mereka persimpangan tegak lurus terhadap bidang ketiga.
18. Mengingat bidang MN membelah $\overleftrightarrow{AB}$. Maka setiap titik pesawat MN berjarak sama dari A dan B.
19. Wilayah lateral piramida sama dengan setengah jumlah itu dari ketinggian miring dan perimeter dasar.
20. Jika garis memotong bidang hanya satu titik, ada setidaknya satu baris di bidang tegak lurus ke baris.
21. Itu selalu mungkin untuk memiliki garis berpotongan keduanya tegak lurus terhadap diberikan bidang
22. Hal ini dimungkinkan untuk memiliki dua garis tegak lurus dengan garis yang diketahui pada titik di garis.
23. Jika garis memotong dua garis sejajar, semua tiga baris terletak pada bidang yang sama.

Test Masalah

1. Cari volume solid dalam kaki kubik.
2. Cari total luas permukaan dalam meter persegi.

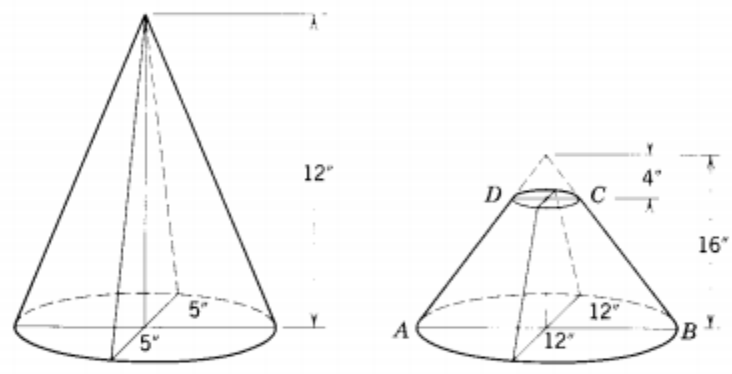


Probs. 1, 2.



Probs. 3, 4.

3. Cari volume tangki.
4. Tentukan luas permukaan total (termasuk atas dan bawah) dari tangki.
5. Tentukan luas lateral melingkar kerucut yang tepat.
6. Cari volume kerucut.



Probs. 5, 6. Probs. 7, 8.

7. Cari volume ABCD padat.
8. Cari area lateral ABCD padat.