Luas dari Poligon

12.1. Menentukan luas. Dari zaman dulu menentukan luas permukaan penting dan perlu praktek. Dulu pemimpin orang mesir menetapkan tanah per-petak dan ukurannya sudah ditentukan. Seringkali sungai Nil yang meluap menyapu bersih batas-batas petak tanah itu. untuk membuat kembali batas-batas petak tanah itu, orang mesir mengembangkan sistem pengukuran tanah.

Surve telah mengembangkan seni pengukuran batas tanah sesuai ilmu pengetahuan. Sejarah pertumbuhan dan ekspansi dari Amerika Serikat dilibatkan untuk menentukan luas daerah. Bangsa ini diperluas kearah barat, daerah bekas pindahannya itu akhirnya dapat diukur dan ditentukan bidangnya

Banyak orang berniat untuk membeli sebidang tanah di daerah itu. Ketika seseorang membangun rumah baru. Mereka khawatir dengan bidang yang akan dibuat untuk lantainya. .

12.2. Daerah-daerah polygon. Di bab sebelumnya kita telah mengetahui berbagai macam definisi polygon. Sekarang kita akan mempelajari tentang bagian-bagian dari polygon dan luas polygon.

Definisi : garis segitiga adalah kumpulan titik yang menyatu membentuk daerah segitiga.(gambar 12.1). daerah polygon adalah sekumpulan sisi segitiga yang merupakan kumpulan dari titik-titik. Sehingga jika ada dua dari mereka (sisi) berpotongan maka titik potong tersebut dinamakan segmen/sudut.

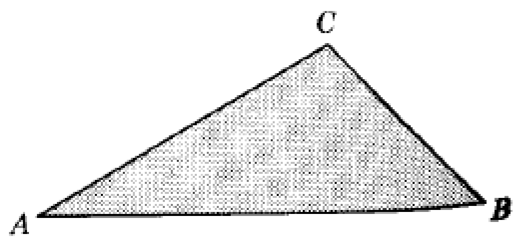


Fig. 12.1.

Bagian yang diarsir merupakan daerah poligon. Daerah poligon dapat "dipotong" ke daerah segitiga dengan berbagai cara. Daerah segitiga dari setiap dekomposisi seperti itu disebut daerah segitiga komponen wilayah poligon. Gambar 12.3 menunjukkan tiga cara memotong ke daerah segitiga dari wilayah jajaran genjang dan interiornya.

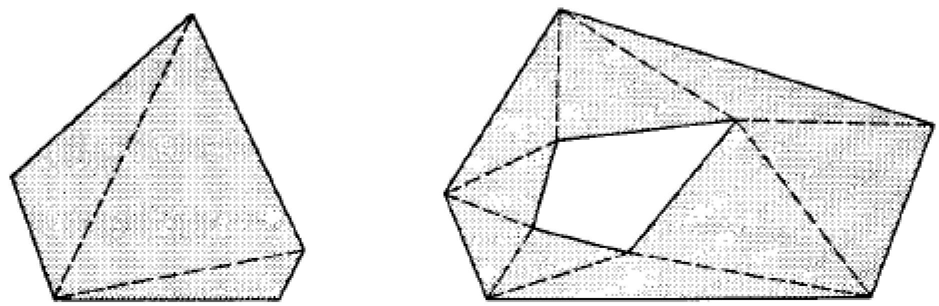


Fig. 12.2.

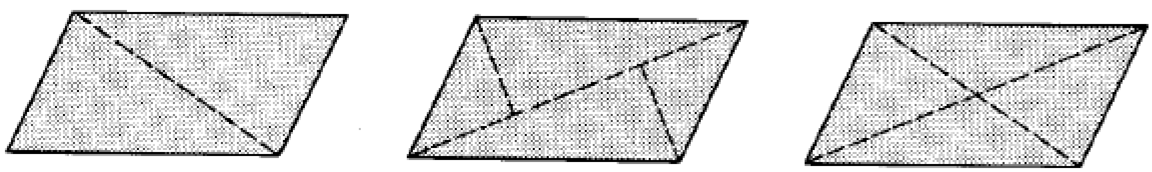


Fig. 12.3.

12.3. Luas daerah polygon. kita telah membahas titik dan ukuran sisi. Sekarang kita mempelajari tentang ukuran daerah. Pada saat kita mempelajari ukuran daerah, kami akan memberikan postulat sebagai suatu dasar untuk perhitungan daerah.

"unit daerah" sangat erat kaitannya dengan satuan jarak dan dapat dianggap sebagai daerah yang dibentuk oleh persegi, satuan panjang, dan titik interior. demikian, jika ABCD dalam Gambar. 12.4 adalah sisi persegi yang merupakan salah satu inci panjang, ukuran wilayah tertutup disebut inci persegi. unit umum lainnya dari daerah adalah kaki persegi, yard persegi, mil persegi, dan sentimeter persegi.

Daerah daerah poligon adalah angka yang menunjukkan berapa kali suatu unit tertentu dari daerah yang terdapat di wilayah poligon. Demikian, jika, dalam gambar. 12,5, AEFG adalah unit persegi, kita dapat menghitung jumlah unit seperti di daerah total ABCD. Kemudian kita menyatakan bahwa daerah ABCD adalah 12 unit. jika daerah AEFG adalah 1 inci persegi, maka daerah ABCD adalah 12 inci persegi.

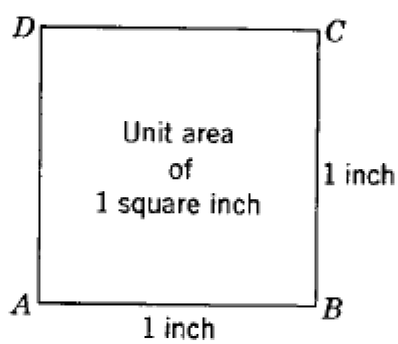


Fig. 12.4.

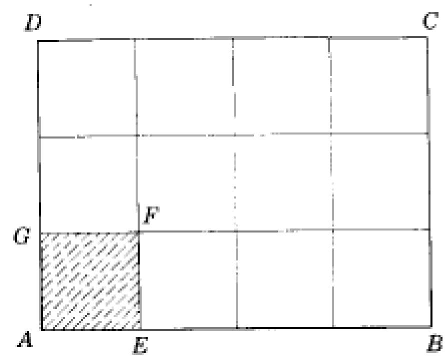


Fig. 12.5.

Dengan demikian, wilayah daerah poligonal dapat ditemukan dengan menggambar unit kotak kecil di wilayah tertutup dan menghitung jumlah unit tersebut. ini mungkin akan membosankan dan kebanyakan tidak akurat. Jika gambarnya banyak ini akan sulit untuk menghitung jumlah unit persegi. misalnya, dalam gambar. 12.6, akan sulit untuk menghitung kuadrat dan fraksi kotak di ABCD jajar genjang yang ada di dalam lingkaran O.

Untungnya, kita bisa untuk menurunkan rumus dimana daerah dapat dihitung ketika pengukuran linear tertentu diketahui. Perlu dicatat bahwa panjang segmen garis dapat diukur secara langsung dengan menggunakan penggaris atau pita pengukur, tapi wilayah suatu daerah dihitung dengan rumus. Rumus yang telah dikembangkan untuk daerah segitiga, jajaran genjang, trapesium, dan lingkaran. Jika terdapat bidang bentuk lain bias dipisah dalam bentuk segitiga, persegi panjang, dan trapesium, dan kemudian disimpulkan ke gambar semula.

Postulat 21. (daerah postulat). Diberikan unit wilayah, untuk masing-masing daerah polygon.

Postilat 22. luas daerah polygon adalah kumpulan daerah manapun. (termasuk daerah yang dapat dipisah)

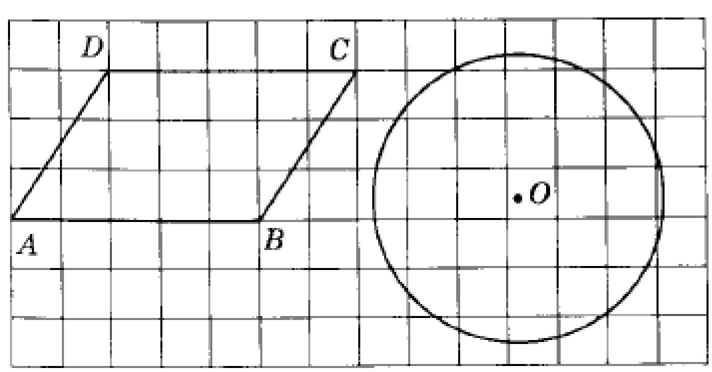


Fig. 12.6.

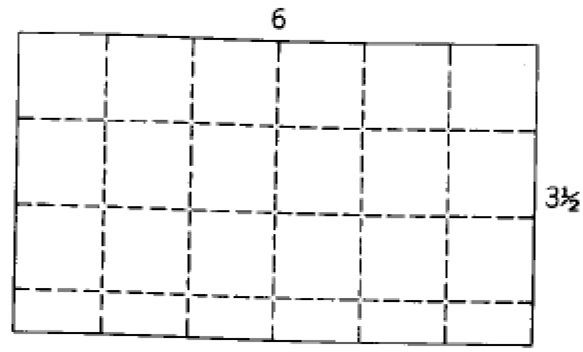


Fig. 12.7.

Postulat 23. Jika dua polygon kongruen maka daerah polygon yang sesuai memiliki wilayah yang sama.

Selanjutnya kami akan menunjukkan luas wilayah R hanya dengan "daerah R." Kami juga akan menggunakan "wilayah poligon."

12.4 Luas persegi panjang. Jika dasar persegi panjang (lihat Gambar 12.5.) Langkah-langkah, 4 unit linier dan ketinggiannya 3, wilayahnya adalah 4 X 3, atau 12 sesuai persegi unit permukaan. Jika dasar persegi panjang (lihat Gambar. 12.7) mengukur 6 unit linear dan ketinggian 3t, adalah untuk menghitung 18 unit (seluruh persegi) dan 6 satu-setengah unit persegi. 6 satu-setengah unit persegi setara dengan 3 unit persegi, sehingga total 21 unit persegi permukaan. jumlah ini bisa juga diperoleh dengan mengalikan 6 x 3t.

Postulat 24. Luas wilayah persegi panjang yang sama dengan alas dan tingginya. (A = Bh).

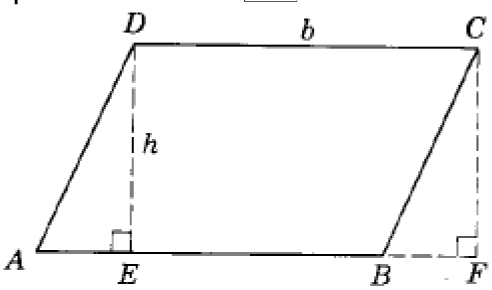
Karena persegi merupakan persegi panjang sama sisi, kita dapat menyatakan: Luas daerah persegi adalah sama dengan kuadrat panjang sisi (A=S2). perhatikan pada Postulat 24 penggunaan kata-kata "panjang alasnya" dan "panjang ketinggiannya." Di sini biasanya kebingungan akan hasilnya, maka biarkan kata "dasar" dan "ketinggian" berarti panjang-nya.Dengan demikian, Postulat 24 akan menyatakan, "Daerah persegi panjang adalah sama dengan dasar dan ketinggian nya." Konteks pernyataan yang diberikan biasanya akan membuat jelas jika kata-kata "persegi panjang," "dasar," "ketinggian," dan "sisi" mengacu pada langkah-langkah.

Teorema 12.1

12.5 luas jajar genjang sama dengan dasar dan ketinggiannya.

Diberikan : ▱ABCD dg alas AB = b unit; tinggi DE = h unit.

Simpulan : luas dari ▱ABCD = bh unit persegi.



Bukti :

PERNYATAAN	ALASAN
1. ▱ABCD	1. Diberikan
2. $\overleftrightarrow{DC} \parallel \overleftrightarrow{AB}$	2. sisi yang berlawanan dari ▱
3. $\overline{DE} \perp \overleftrightarrow{AB}$	3. §6.3.
4. $\overline{CF} \perp \overleftrightarrow{AB}$.	4. Teorema 5.3
5. $\overleftrightarrow{DE} \parallel \overleftrightarrow{CF}$.	5. Teorema 5.5
6. EFCD adl ▱	6. Definisi dari ▱
7. $\angle DEF$ adl < kanan	7. Definisi dari garis $\perp$
8. EFCD adalah ▭	8. Definisi dari ▭
9. $DE = CF; AD = BC$	9. Teorema 6.2
10. $\triangle AED \cong \triangle BFC$	10. Teorema 5.20
11. luas EBCD = luas EBCD	11. Properti refleksif

12. luas EBCD = luas AED = luas EBCD+ luas BFC	12. Properti tambahan
13. luas ABCD = luas EBCD + luas AED ; luas EFCD = luas EBCD + luas BFC	13. Postulat 22
14. luas ABCD = luas EFCD	14. Substitusi
15. AB = b ; DE = h	15. Diberikan
16. Luas EFCD = bh	16. Postulat 24.
17. Luas ABCD = bh	17. substitusi

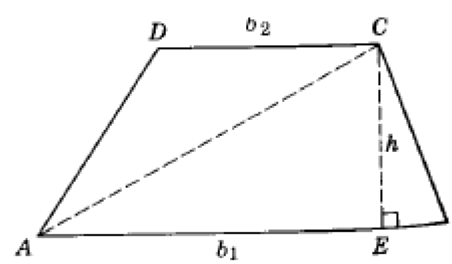
12.6 simpulan: jajar genjang dengan alas dan ketinggian yang sama pasti daerahnya sama.

12.7. simpulan: Bidang dua jajar genjang yang memiliki alas dan rasio yang sama dengan ketinggian mereka = bidang dua jajaran genjang memiliki ketinggian dan rasio yang sama sebagai alas mereka.

Teorema 12.2

12.8. luas segitiga sama dengan setengah alas kali tinggi.

Diberikan : trapezium ABCD dengan tinggi CE=h, sisi bawah AB=b_1, dan sisi atas DC=b_2.



Simpulan: luas trapezium ABCD = $\frac{1}{2}h(b_1 + b_2)$

PERNYATAAN	ALASAN
1. $\triangle$ABC, alas=b tinggi CE=h	1. Diberikan
2. $\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{AB}$ dan $\overleftrightarrow{BD} \parallel \overleftrightarrow{AC}$, bertemu di D	2. Postulat 18, teorema 5.7
3. ABCD adalah ▱	3. Definisi dari ▱
4. $\triangle ABC \cong \triangle DCB.$	4. §6.6.
5. Luas ABDC = luas ABC + luas DCB	5. Postulat 22
6. Luas ABDC = luas ABC + luas ABC	6. Substitusi
7. Luas ABDC = bh	7. Teorema 12.1
8. 2 luas ABC = bh	8. Teorema 3.5
9. Luas ABC = $\frac{1}{2}$ bh	9. E-7

12.9. simpulan: segitiga dengan alas dan tinggi yang sama pasti daerahnya sama.

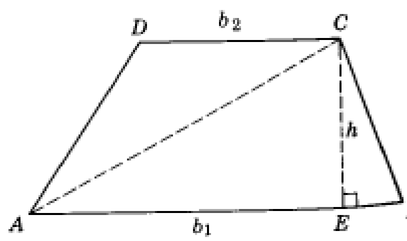
12.10. simpulan: : luas dua segitiga yang memiliki alas dan rasio yang sama dengan ketinggian mereka = luas dua segitiga yang memiliki ketinggian dan rasio yang sama sebagai alas mereka

12.11. simpulan: bidang belah ketupat sama dengan satu setengah garis diagonalnya.

Teorema 12.3

12.12. luas trapezium yaitu setengah tinggi kali jumlah dua sisi yang sejajar.

Diberikan : trapesium ABCD dengan tinggi CE=h, sisi AB=b_1 dan sisi DC=b_2.



Simpulan : luas trapesium ABCD = $\frac{1}{2}$ h(b_1+b_2)

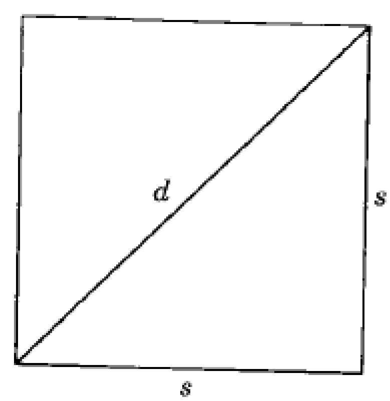
Bukti :

PERNYATAAN	ALASAN
1. Diagonal AC memisal trapesium menjadi $\triangle$ABC dan ACD	1. Postulat 2.
2. Luas $\triangle$ABC = $\frac{1}{2}b_1h$.	2. Teorema 12.2
3. Luas $\triangle$DAC = $\frac{1}{2}b_2h$.	3. Teorema 12.2
4. Luas $\triangle$ABC + luas $\triangle$DAC = $\frac{1}{2}b_1h + \frac{1}{2}b_2h = \frac{1}{2}h(b_1+b_2)$	4. E-4
5. Luas $\triangle$ABC + luas $\triangle$DAC = luas trapesium ABCD.	5. Postulat 22.
6. Luas trapesium ABCD = $\frac{1}{2}h(b_1+b_2)$.	6. Teorema 3.5

12.13. rumus lain untuk segitiga. Pada bagian ini kita akan membahas beberapa rumus penting yang digunakan cukup luas untuk solusi dalam masalah geometris. Diasumsikan dalam diskusi ini bahwa kita memiliki pengetahuan dasar dari akar kuadrat dan radikal. Sebuah tabel akar kuadrat dapat ditemukan di halaman 421.

Rumus 1: Kaitkan diagonal d dan sisi s persegi.

$$
\begin{aligned}
d^2 &= s^2 + s^2 \\
&= 2s^2 \\
\therefore d &= s\sqrt{2}
\end{aligned}
$$



Rumus 2: kaitkan sisi s dan diagonal d persegi.

$$s\sqrt{2} = d \text{ (Formula 1)}$$

$$s = \frac{d}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{d}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{d\sqrt{2}}{2}$$

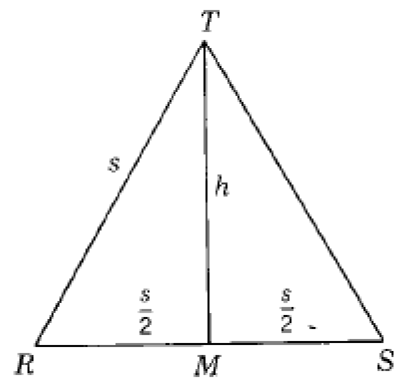
Rumus 3: menghubungkan ketinggian h dan sisi s (segitiga sama sisi)

$$m\angle RTM = 30; \overline{TM} \perp \overline{RS}.$$

$$h^2 = s^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2$$

$$= \frac{3s^2}{4}$$

$$h = \frac{s\sqrt{3}}{2}$$



Rumus 4: menghubungkan daerah A dan sisi s (segitiga sama sisi)

$$A = \tfrac{1}{2} RS \times TM$$

$$= \tfrac{1}{2} s \times \frac{s\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{s^2\sqrt{3}}{4}$$

12.14. rumus untuk lingkaran. Menentukan panjang dan luas lingkaran ini sudah menjadi dua masalah bersejarah dalam matematika. Dalam bahasan ini kita tidak berusaha untuk membuktikan rumus untuk lingkaran. kita sudah memiliki banyak kesempatan untuk menggunakan frumus ini dalam matematika. Sekarang kita akan mempelajari rumus ini dan menggunakannya dalam pemecahan masalah.

Definisi: keliling lingkaran adalah panjang lingkaran (kadang-kadang disebut perimeter)

Hal ini menunjukkan bahwa rasio keliling lingkaran dengan diameternya adalah konstan. Konstan ini diwakili oleh huruf Yunani π (Pi). Dengan demikian, di gambar. 12,8, $C_1/D_1 = C_2/D_2 = \pi$.

12.15. Sejarah π. Fakta di atas dikenal pada zaman kuno. Berbagai nilai akuran yang mengejutkan, ditemukan oleh orang dahulu untuk π ini. catatan pertama dari upaya untuk mengevaluasi π dikemukakan oleh orang Mesir yang bernama Ahmes, sekitar 1600 SM Evaluasinya terhadap π adalah 3,1605. Archimedes (287-212 SM) memperkirakan nilai π dengan membatasi sisi lingkaran polygon regular yaitu 96 sisi. Dia kemudian menghitung perimeter poligon reguler dan berpendapat bahwa keliling lingkaran akan terletak antara dua nilai yang dihitung. Dari hasil ini ia membuktikan bahwa π terletak di antara $3\frac{1}{7}$ dan $3\frac{10}{71}$. Hal ini akan menempatkan π antara 3,1429 dan 3,1408. Ptolemy (? 1O0-168 A.D,) mengevaluasi π sebesar 3,14166. Vieta (1540-1603) memberikan 3,141592653 sebagai nilai π. Siswa kalkulus dapat membuktikan bahwa π adalah nomor irasional; yaitu, tidak peduli berapa tingkat akurasi π , hasilnya tidak akan pernah tepat. Hal ini dapat ditunjukkan dalam matematika,

$\Pi = 4\,(1- \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} \ldots\ldots)$ sebelah kanan adalah apa yang disebut tak terbatas.

Dengan menggunakan mesin hitung modern saat ini, nilai π telah

ditemukan yaitu lebih dari 100.000 digit. Ini adalah tingkat akurasi

yang tidak memiliki nilai praktis. Nilai π akurat untuk 10 tempat desimal adalah 3,1415926536.

12.16. Keliling lingkaran. Jika $\frac{C}{D} = \pi$, kita dapat memperoleh D. jika diameter (d) sama dengan dua jari-jari, maka kita memperoleh **rumus keliling K = 2πr.**

Dengan demikian keliling lingkaran dinyatakan dengan rumus K = πd atau K = 2πr

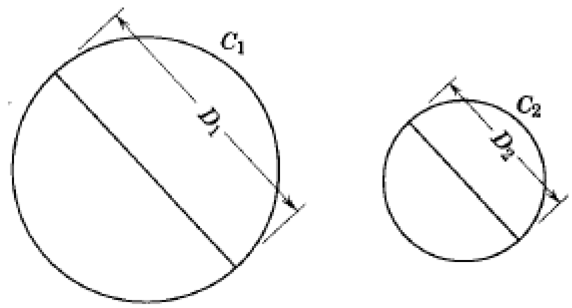


Fig. 12.8.

12.17. contoh 1.

1. tentukan keliling lingkaran yang berdiameter 5,7.

Penyelesaian : K = πd

= 3,14(5,7)

=17,898

12.18. contoh 2.

2. tentukan jari-jari lingkaran yang kelilingnya 8,25.

Penyelesaian : K = 2πr

8,25=2 x 3,14 x r

8,25=6,28 x r

$\frac{8,25}{6,28}$ = r

r = 1,313

19.18. luas lingkaran. Hal ini menunjukkan bahwa rasio luas lingkaran dengan kuadrat jari-jarinya adalah konstanta. Ini adalah π konstan yang sama, yang sama dengan rasio lingkar dan diameter lingkaran. di Gambar. 12,9.

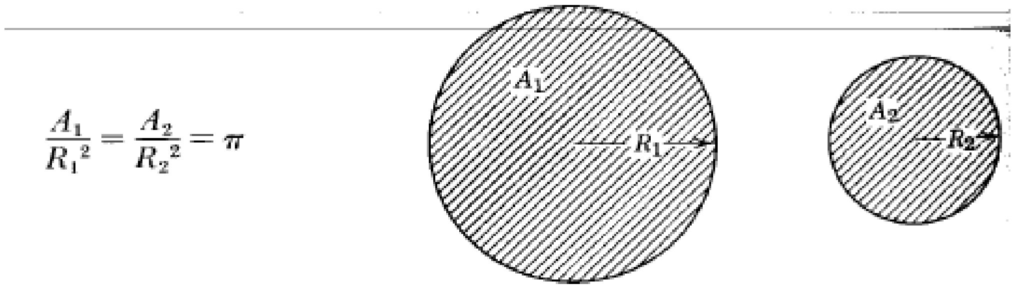


Fig. 12.9.

Dengan demikian**, rumus dari luas lingkaran adalah A = πr^2, jika r =** $\frac{d}{2}$**,** maka dapat disimpulkan **rumus luas lingkaran juga bisa A = $\pi d^2/4$.**