

# 4

## KESESUAIAN- SEGITIGA KONGRUEN

**4.1. Angka kongruen.** Industri saat ini banyak bergantung pada produksi massal dan pembuatan jalur perakitan. Seringkali setiap bagian dari mesin pada rumah tangga Artikel hold dibuat oleh manufaktur presisi memiliki persis sama bentuk dan ukuran. Bagian ini kemudian dikirim ke pabrik perakitan di mana dapat dipasang bersama membentuk unit lengkap.

Produksi massal dan perbaikan mobil, pesawat terbang, televisi, mesin cuci otomatis, lemari es, dan banyak produk modern industri lainnya tergantung pada ribuan pembuatan memiliki bentuk dan ukuran yang sama. Penting khususnya pada mesin yang dalam pembenahan bagian-bagian pengganti yang diperlukan sama persis dengan bagian asli.

Dalam bab ini kita akan mempelajari tokoh geometri yang memiliki bentuk dan ukuran yang sama.

**Definisi:** Dua bentuk saling *kongruen* ketika mereka memiliki bentuk dan ukuran yang sama. (lihat §1.19)

Kata kongruen berasal dari kata Latin *con* yang berarti "dengan" dan *gruere*, yang berarti "setuju". Angka kongruen dapat dibuat bertepatan, bagian demi bagian. Bagian bertepatan disebut bagian yang sesuai. Simbol untuk kesesuaian adalah  $\cong$ . Simbol ini merupakan kombinasi dari dua simbolis  $=$ , artinya memiliki ukuran yang sama, dan  $\sim$ , yang berarti memiliki bentuk yang sama. Dengan demikian,  $\angle ABC \cong \angle DEF$  berarti  $\angle ABC$  kongruen dengan  $\angle DEF$ .

**4.2. Hubungan kongruensi.** Teorema berikut adalah akibat langsung pada **ttt** dari sistem bilangan real. Mereka dapat digunakan untuk mempersingkat banyak bukti dari teorema lainnya. Bukti dari beberapa teorema akan diberikan; lainnya akan ditinggalkan sebagai latihan.

### Teorema Kekongruenan Ruas Garis

#### Teorema 4.1

**4.3. Teorema refleksif.** Setiap ruas garis kongruen dengan sendirinya.

Diberikan :  $\overline{AB}$ .

Kesimpulan :  $\overline{AB} \cong \overline{AB}$ .

Bukti :



Teorema 4.1.

Pernyataan	Alasan
1. $m\overline{AB} = m\overline{AB}$ .	1. Aksioma refleksif ( $\mathbb{E}-1$ ).
2. $\overline{AB} \cong \overline{AB}$ .	2. Definisi segmen kongruen.

#### Teorema 4.2

**4.4. Teorema simetris.** Jika  $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ , maka  $\overline{CD} \cong \overline{AB}$ .

**Teorema 4.3**

**4.5. Teorema transitif.** Jika  $\overline{AB} \cong \overline{CD}$  dan  $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ , maka  $\overline{AB} \cong \overline{EF}$ .

**Teorema 4.4**

**4.6. Teorema Penjumlahan.** Jika B diantara A dan C, E diantara D dan F dan jika  $\overline{AB} \cong \overline{DE}$  dan  $\overline{BC} \cong \overline{EF}$ , maka  $\overline{AC} \cong \overline{DF}$ .

**Diberikan** :  $\overline{AB} \cong \overline{DE}; \overline{BC} \cong \overline{EF}$ ; B adalah antara A dan; E adalah antara D dan F.

**Kesimpulan** :  $\overline{AC} \cong \overline{DF}$

**Bukti**

:

**Teorema 4.4.**

Pernyataan	Alasan
1. $\overline{AB} \cong \overline{DE}; \overline{BC} \cong \overline{EF}$	Diberikan
2. $m\overline{AB} = m\overline{DE}; m\overline{BC} = m\overline{EF}$	Definisi kekongruenan ruas garis
3. $m\overline{AB} + m\overline{BC} = m\overline{DE} + m\overline{EF}$	Sifat penjumlahan dari bilangan ril
4. B diantara A dan C; E diantara D dan F	Diberikan
5. $m\overline{AB} + m\overline{BC} = m\overline{AC}$ $m\overline{DE} + m\overline{EF} = m\overline{DF}$	Definisi of betweenness
6. $m\overline{AC} = m\overline{DF}$	Sifat substitusi pada persamaan
7. $\overline{AC} \cong \overline{DF}$	Definisi kekongruenan ruas garis

**Teorema 4.5**

**4.7. Teorema Pengurangan.** Jika B terletak diantara A dan C, E terletak diantara D dan F,  $\overline{AC} \cong \overline{DF}$  dan  $\overline{BC} \cong \overline{EF}$ , maka  $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ .

**Teorema Kekongruenan Sudut****Teorema 4.6**

**4.8. Teorema Refleksif.** Setiap sudut kongruen dengan sendirinya.  $\angle A \cong \angle A$ .

**4.9. Teorema Simetris.** Jika  $\angle A \cong \angle B$ , maka  $\angle B \cong \angle A$ .

**Teorema 4.8**

**4.10. Teorema Transitif.** Jika  $\angle A \cong \angle B$  dan  $\angle B \cong \angle C$ , maka  $\angle A \cong \angle C$ .

**Teorema 4.9**

**4.11. Teorema Penjumlahan Dua Buah Sudut.** Jika D terletak dalam  $\angle ABC$ , P terletak dalam  $\angle RST$ ,  $\angle ABD \cong \angle RSP$ , dan  $\angle DBC \cong \angle PST$ , maka  $\angle ABC \cong \angle RST$ .

(Lihat Gambar Teorema 4.10.)

**Teorema 4.10**

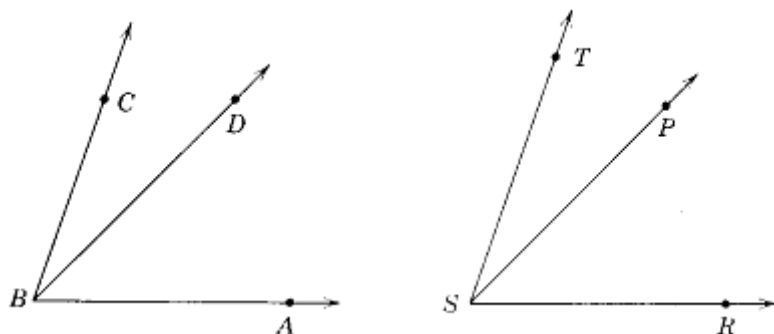
**4.12. Teorema Pengurangan Sudut.** Jika  $D$  terletak dalam  $\angle ABC$ ,  $P$  terletak dalam  $\angle RST$ ,  $\angle ABC \cong \angle RST$ , dan  $\angle DBD \cong \angle RSP$ , maka  $\angle DBC \cong \angle PST$ .

Diberikan :  $D$  terletak dalam  $\angle ABC$ ;  $P$  terletak dalam  $\angle RST$ ;

$\angle ABC \cong \angle RST$ ;  $\angle DBD \cong \angle RSP$ .

Kesimpulan :  $\angle DBC \cong \angle PST$ .

Butki :



Teorema 4.10.

Pernyataan	Alasan
1. $D$ terletak dalam $\angle ABC$ ; $P$ ada didalam $\angle RST$ ; $\angle ABC \cong \angle RST$ ; $\angle ABD \cong \angle RSP$ .	Diberikan.
2. (a) $m\angle ABC = m\angle RST$ . (b) $m\angle ABD = m\angle RSP$ .	Definisi kekongruenan sudut.
3. (a) $m\angle ABC = m\angle ABD + m\angle DBC$ ; (b) $m\angle RST = m\angle RSP + m\angle PST$ .	Postulat penambahan sudut.
4. $m\angle ABD + m\angle DBC = m\angle RSP + m\angle PST$ .	
5. $m\angle DBC = m\angle PST$ .	
6. $\angle DBC \cong \angle PST$ .	Definisi kekongruenan sudut.

### Teorema Pembagian Dua Ruas Garis

#### Teorema 4.11

**4.13. Teorema pembagian dua ruas garis.** Jika  $\overline{AC} \cong \overline{DF}$ ,  $B$  membagi  $\overline{AC}$ ,  $E$  membagi  $\overline{DF}$ , maka  $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ .

Diberikan :  $\overline{AC} \cong \overline{DF}$ ;  $B$  membagi  $\overline{AC}$ ;  $E$  membagi  $\overline{DF}$ .

Kesimpulan :  $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ .

Bukti :



Teorema 4.11.

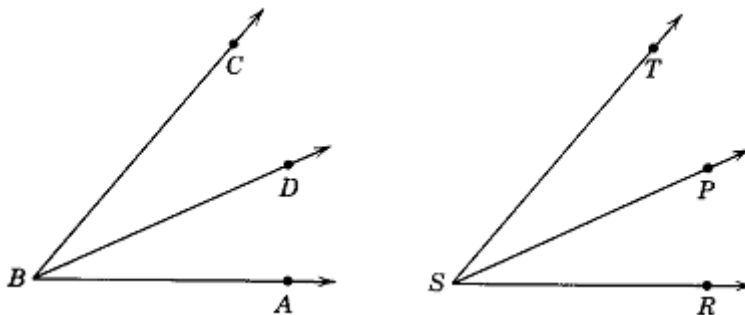
Pernyataan	Alasan
1. $\overline{AC} \cong \overline{DF}$ ; B membagi $\overline{AC}$ ; E membagi $\overline{DF}$ .	Diberikan
2. $m\overline{AC} = m\overline{DF}$ .	$\overline{AC} \cong \overline{DF} \leftrightarrow m\overline{AC} = m\overline{DF}$
3. $m\overline{AC} = m\overline{AB} + m\overline{BC}$ . $m\overline{DF} = m\overline{DE} + m\overline{EF}$ .	Postulat penambahan segmen
4. $m\overline{AB} + m\overline{BC} = m\overline{DE} + m\overline{EF}$ .	Substitution property of equality
5. $m\overline{BC} = m\overline{AB}$ ; $m\overline{EF} = m\overline{DE}$ .	Definition of bisector of segment.
6. $m\overline{AB} + m\overline{AB} = m\overline{DE} + m\overline{DE}$ .	Substitution property of equality;
7. $m\overline{AB} = m\overline{DE}$ .	Division property of equality.
8. $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ .	$m\overline{AB} = m\overline{DE} \leftrightarrow m\overline{AB} \cong m\overline{DE}$ .

Page | 104

Teorema 4.12

4.14. Teorema Pembagi Sudut. Jika  $\angle ABC \cong \angle RST$ ,  $\overrightarrow{BD}$  membagi  $\angle ABC$ ,  $\overrightarrow{SP}$  membagi  $\angle RST$ , maka  $\angle ABD \cong \angle RSP$ .

(Bukti sama dengan teorema 4.11.)



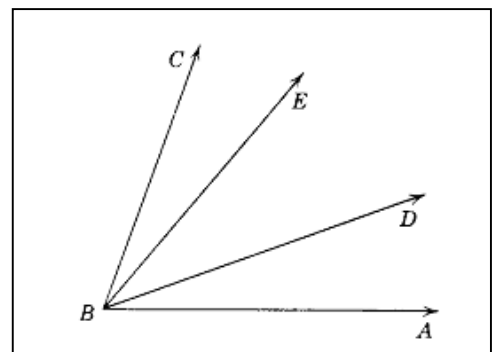
Teorema 4.12.

4.15. Contoh Ilustrasi

Diberikan :  $\angle ABE \cong \angle DBC$

Buktikan :  $\angle ABD \cong \angle EBC$

Bukti :



Contoh Ilustrasi

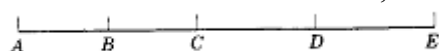
Pernyataan	Alasan
1. $\angle ABE \cong \angle DBC$	1. Diberikan
2. $\angle DBE \cong \angle DBE$	2. Teorema refleksi $\cong$

## Latihan (A)

Page | 105

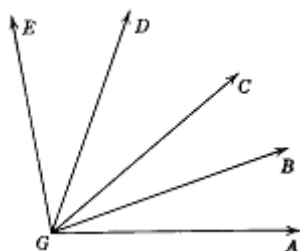
Berikut ini tunjukkan manakah pernyataan yang selalu benar dan manakah yang tidak selalu benar.

1.  $\overline{AB} \cong \overline{CD} \rightarrow \overline{AB} = \overline{CD}$ .
2.  $m\overline{AB} = m\overline{CD} \rightarrow \overline{AB} \cong \overline{CD}$ .
3. Sebuah sinar ada satu, dan hanya satu, titik tengah.
4. Jika  $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ , maka B membagi  $\overline{AC}$ .
5.  $\overline{AB} \cong \overline{BA}$ .
6. Jika  $\overline{AB} \cong \overline{RS}$  dan  $\overline{RS} \cong \overline{CD}$ , maka  $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ .



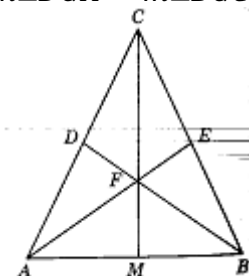
Untuk no. 7-11

7. Jika B membagi  $\overline{AC}$ , maka  $\overline{AB} = \overline{BC}$ .
8. Jika  $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ , maka  $\overline{BC} \cong \overline{BD}$ .
9. Jika B membagi  $\overline{AC}$  dan D membagi  $\overline{CE}$ , maka  $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ .
10. Jika  $\overline{BC} \cong \overline{DE}$ , maka  $\overline{BD} \cong \overline{CE}$ .
11. Jika  $\overline{AD} \cong \overline{BE}$ , maka  $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ .



Untuk no. 12-15

12. Jika  $\angle AGC \cong \angle CGE$  dan  $\angle AGB \cong \angle DGE$ , maka  $\angle BGC \cong \angle DGC$ .
13. Jika  $\angle DGA \cong \angle BGE$ , maka  $\angle AGB \cong \angle EGD$ .
14.  $\angle AGD \cong \angle BGE$ .
15.  $m\angle DGA = m\angle BGC + m\angle DGC + m\angle AGB$ .



Untuk no. 16-22

16. Jika D membagi  $\overline{AC}$  dan E membagi  $\overline{BC}$ , maka  $\overline{AD} \cong \overline{BE}$ .
17.  $\angle CFE \cong \angle MFA$ .
18. Jika  $\overline{CM} \perp \overline{AB}$ , maka  $\angle AMC \cong \angle BMC$ .
19. Jika  $\overline{CM}$  membagi  $\angle ACB$ , maka  $\overline{AM} \cong \overline{BD}$ .
20. Jika F membagi  $\overline{AE}$ , maka F membagi  $\overline{BD}$ .

21. Jika  $\angle AFM \cong \angle BFM$ , maka  $\angle CFA \cong \angle CFB$ .  
 22.  $\angle CFE$  dan  $\angle BFC$  adalah sudut vertikal.

### Latihan (B)

Dengan menggunakan teorema kongruensi, apa kesimpulan yang bisa ditarik setiap latihan berikut? Tulis kesimpulan dan alasan dalam cara yang sama yang ditunjukkan pada contoh berikut.

Contoh ilustrasi.

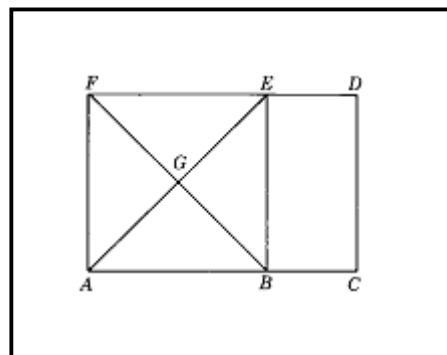
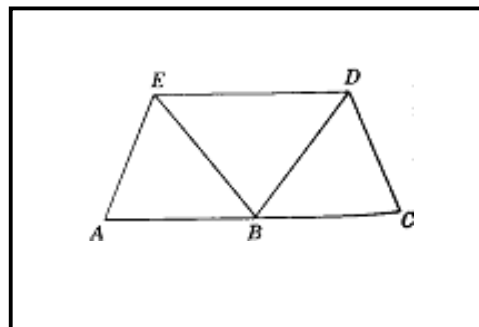
Diberikan :  $\angle AED \cong \angle CDB$ ;  $\angle DEB \cong \angle EDB$ .

Kesimpulan :  $\angle AEB \cong \angle CDB$ .

Alasan : Teorema subtraktif sudut.

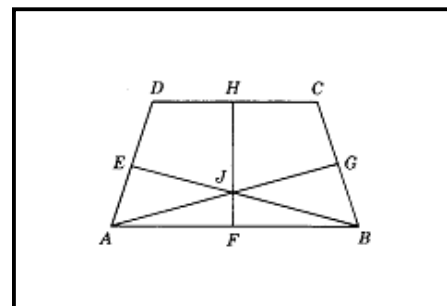
Contoh ilustrasi

1. Diberikan :  $\overline{AB} \cong \overline{FE}$ ;  $\overline{BC} \cong \overline{ED}$ .
2. Diberikan : B membagi  $\overline{AC}$ ; E membagi  $\overline{FD}$ ;  $\overline{AC} \cong \overline{FD}$ .
3. Diberikan :  $\overline{FB}$  dan  $\overline{AE}$  membagi satu sama lain pada G;  $\overline{AE} \cong \overline{FB}$ .
4. Diberikan :  $\overline{AE} \perp \overline{FB}$ .



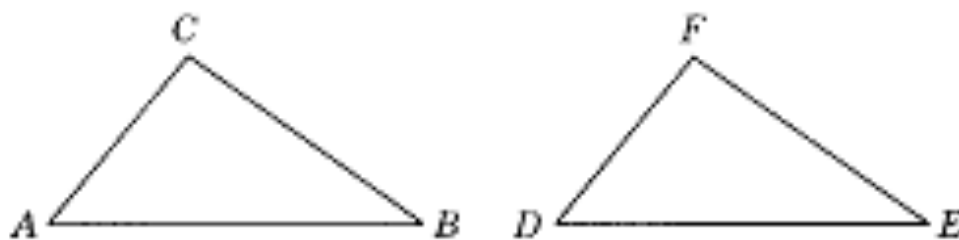
No. 1- 4

5. Diberikan :  $\angle DAB \cong \angle CBA$ ;  $\angle BAG \cong \angle ABE$ .
6. Diberikan :  $\overline{HF}$  membagi kedua  $\angle EJG$  dan  $\angle AJB$ .
7. Diberikan :  $\overline{AE} \cong \overline{ED}$ ;  $\overline{ED} \cong \overline{BG}$ .
8. Diberikan :  $\overline{AG} \cong \overline{BE}$ ;  $\overline{HF}$  membagi kedua  $\overline{AG}$  dan  $\overline{BE}$  pada J.



No. 5 – 8

**4.16. Corresponding parts of geometric figures.** Bentuk kongruen dapat dibuat bertepatan, bagian demi bagian. Sebagai contoh, di  $\triangle ABC$  dan  $\triangle DEF$  Gambar. 4.1, jika mungkin untuk memindahkan segitiga sehingga tiga simpul dan tiga sisi  $\triangle ABC$  pas di tiga simpul dan tiga sisi  $\triangle DEF$ , maka segitiga itu kongruen satu sama lain. Kami menulis fakta ini sebagai  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ . (Ini harus dipahami bahwa segitiga tidak perlu benar-benar dipindah, tetapi dengan logika pikiran).



Gambar 4.1.

Pencocokan simpul dan sisi bentuk geometri disebut *satu kesatuan korespondensi*. Bagian cocok disebut *bagian korespondensi*. Jadi kita berbicara tentang *sisi yang sesuai* dan *sudut yang sesuai*. Pencocokan skema simpul yang sesuai dapat ditunjukkan dengan simbolisme :  $A \leftrightarrow D$ ,  $B \leftrightarrow E$ ,  $C \leftrightarrow F$ . Jadi diberikan korespondensi  $ABC \leftrightarrow DEF$  diantara simpul dari dua segitiga, jika setiap pasangan dari sudut yang berkorespondensi adalah kongruen, maka korespondensi  $ABC \leftrightarrow DEF$  adalah kesesuaian antara dua segitiga.

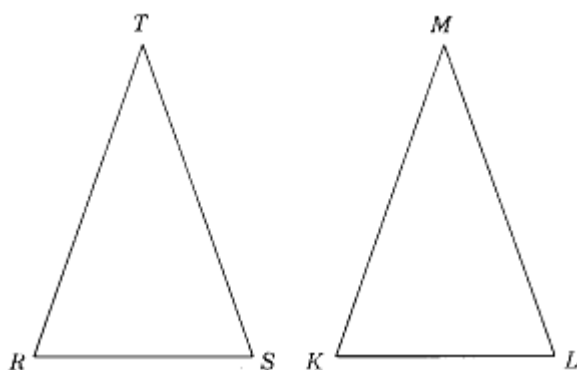
Dua segitiga dapat dicocokkan dengan enam cara. Cara lain untuk pencocokan  $\triangle ABC$  dan  $\triangle DEF$  adalah :

$$ABC \leftrightarrow FED \qquad ABC \leftrightarrow EFD \qquad ABC \leftrightarrow DFE$$

$$ABC \leftrightarrow FDE \qquad ABC \leftrightarrow EDF$$

Pada gambar 4.1., jika cocok  $ABC \leftrightarrow DEF$  memberikan kongruensi, kita dapat menyatakan bahwa  $\overline{AC}$  dan  $\overline{DF}$  sisinya berkorespondensi, dan  $\angle BAC$  dan  $\angle EFD$  sudutnya berkorespondensi. Dapatkah Anda menemukan pasangan lain dari sisi yang berkorespondensi dan sudut yang berkorespondensi?

Dua segitiga yang tidak sama kaki dapat memiliki kesatuan korespondensi yang akan memberikan kekongruenan. Dua segitiga sama kaki dapat memiliki satu kesatuan korespondensi yang akan memberikan keselarasan.



Gambar.4.2 4.2.

Pada gambar 4.2, jika  $\overline{RT} \cong \overline{SM}$  dan  $\overline{KM} \cong \overline{LM}$ , dua korespondensi  $RST \leftrightarrow KLM$  dan  $RST \leftrightarrow LKM$  mungkin akan kongruen. Kita akan menentukan akhir dari penambahan yang harus diketahui sebelum segitiga terbukti kongruen satu sama lain.

Urutan dimana pasangan yang cocok dari simpul yang diberikan tidak penting dalam mengekspresikan kongruen dan **vertex** Anda mulai dengan tidak **important**. Pada gambar 4.3, kita bisa menggambarkan korespondensi satu kesatuan dalam satu baris sebuah  $DEFG \leftrightarrow HKJI$  atau  $EFGH \leftrightarrow KJIH$ . Ada dua lainnya. Dapatkah Anda menemukannya? Yang penting adalah poin yang berkorespondensi dicocokkan.

Itu seharusnya jelas bahwa segitiga dapat dibuat bertepatan dengan sendirinya. Satu kesatuan berkorespondensi dimana setiap simpul yang cocok dengan sendirinya disebut kongruensi identitas.

Demikian,

$$ABC \leftrightarrow ABC$$

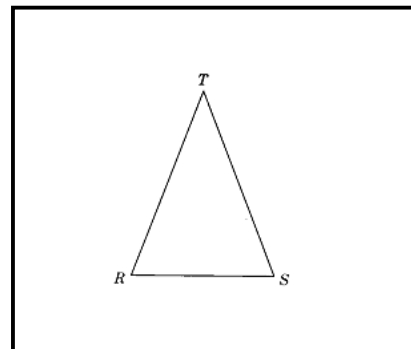
adalah kongruensi identitas.

Untuk segitiga sama kaki  $RST$  (Gambar 4.4) dimana  $\overline{RT} \cong \overline{ST}$ , dapat ditunjukkan bahwa dibawah satu kesatuan berkorespondensi  $RST \leftrightarrow SRT$ , gambar bisa dibuat bertepatan dengan sendirinya.

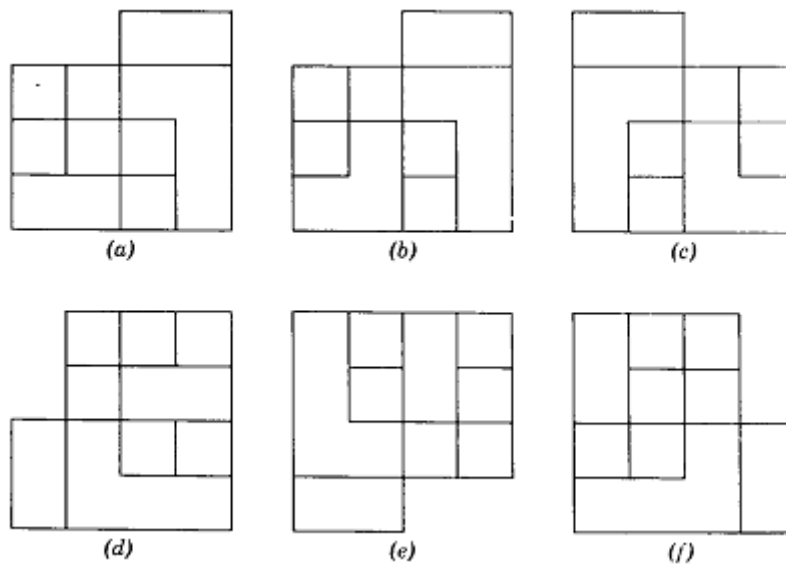
Gambar 4.4

### Latihan

1. Menggambar  $\triangle GHJ$  dan  $\triangle KLM$ . Daftar semua kecocokan yang mungkin dari kedua segitiga dengan urutan perintah GHJ segitiga pertama.
2. Jika pencocokan  $RST \leftrightarrow KLM$  memberikan kesesuaian antara  $\triangle RST$  dan  $\triangle LMK$ , daftar semua pasangan yang sisinya berkesesuaian dan sudutnya berkesesuaian dari dua segitiga.
3. Tuliskan enam pencocokan dari segitiga sama sisi  $\triangle ABC$  dengan dirinya sendiri, dimulai dengan kesesuaian identitas  $ABC \leftrightarrow ABC$ .
4. Tuliskan empat pencocokan dari persegi panjang ABCD dengan dirinya sendiri.
5. Dalam pencocokan  $\triangle ABC$  dengan  $\triangle RST$ ,  $\overline{AC}$  dan  $\overline{RT}$  dicocokkan sebagai sisi yang berkesesuaian. Apakah kemudian,
  - (1)  $\angle B$  dan  $\angle S$  sudutnya berkesesuaian?
  - (2)  $\overline{BC}$  dan  $\overline{ST}$  sisinya berkesesuaian?
6. Manakah dari bentuk gambar berikut pasangan yang cocok itu kongruen dengan satu sama lain?



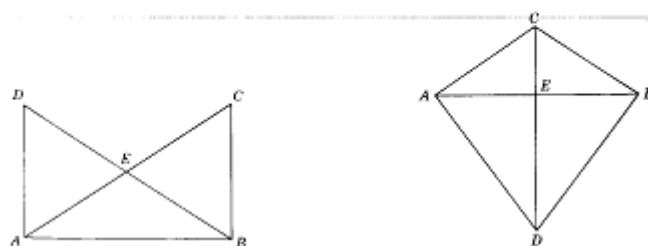
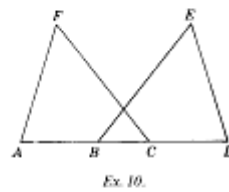
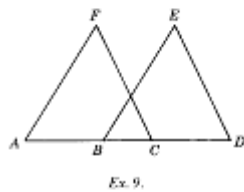
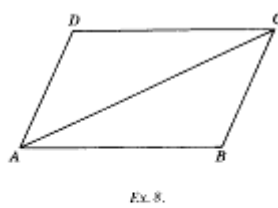
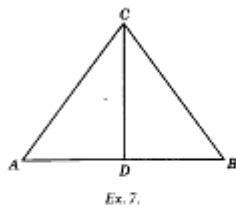




Gambar 6.

7-12

Berikut masing-masing penggunaan penggaris dan busur derajat untuk menemukan segitiga yang tampaknya kongruen. Kemudian menunjukkan pasangan sisi dan sudut di segitiga yang tampaknya cocok dalam kekongruenan.



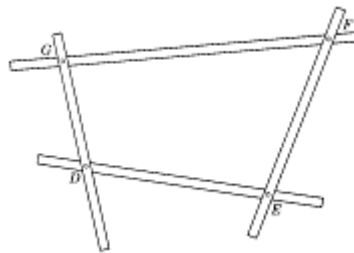
**4.17. Segitiga adalah bentuk yang kaku.** Banyak penelitian kami dari angka geometris yang berhubungan dengan segitiga. Segitiga paling banyak digunakan dari semua angka geometris yang dibentuk oleh garis lurus. Segitiga adalah desain struktural yang kaku. Jika tiga papan yang berlari bersama-sama di A, B, dan C, sebagai ditunjukkan pada Gambar. 4.5, bentuk segitiga adalah tetap. Hal ini tidak dapat diubah tanpa melanggar potongan-potongan kayu. Namun, jika kita baut bersama empat (atau lebih) papan, membentuk empat sisi sebagai ditunjukkan pada Gambar. 4.6, bentuk frame dapat diubah dengan mengarahkan gaya pada satu baut. Langkah-

langkah dibentuk sudut dapat diubah dengan memperpanjang ukuran meskipun panjang sisi-sisi dari gambar tetap sama. Gambar. 4.6 dapat dibuat kaku dengan perbautan papan di D dan F (atau E dan G), sehingga membentuk dua segitiga kaku.

Kekakuan segitiga diilustrasikan dalam aplikasi praktis ini dalam pembangunan berbagai jenis struktur, seperti jembatan, tower, dan gerbang (Gbr. 4.7).

**4.10. Kekongruenan segitiga.** Insinyur dan penggambar tersebut *continually* menggunakan segitiga kongruensi dalam pekerjaan mereka. Dengan menerapkan itu mereka tahu langkah segitiga kongruen, mereka dapat belajar langkah-langkah dari tiga sisi dan tiga sudut segitiga yang diberikan dan untuk menghitung daerah segitiga. Seringkali mereka menerapkan pengetahuan ini dalam membangun struktur segitiga yang akan duplikat tepat dari struktur asli.

**Definisi:** Jika terdapat beberapa kesesuaian  $ABC \leftrightarrow DEF$  dari titik-titik sudut dimana  $\triangle ABC$  dengan  $\triangle DEF$  sehingga setiap pasangan sisi dan sudutnya kongruen, kesesuaian  $ABC \leftrightarrow DEF$  disebut kesesuaian antara segitiga. Segitiga itu segitiga kongruen. Atau mungkin kita menyatakan  $\triangle ABC$  kongruen dengan  $\triangle DEF$ , ditulis  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ .



Gambar 4.6.



Demikian, jika  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  (gambar.4.8), Kita tahu enam hubungan antara sisi-sisi dan sudut-sudut pada 2 segitiga, yaitu:

$m\overline{AB} = m\overline{DE}$	$\overline{AB} = \overline{DE}$
$m\overline{BC} = m\overline{EF}$	$\overline{BC} = \overline{EF}$
$m\overline{AC} = m\overline{DF}$	$\overline{AC} = \overline{DF}$
$m\angle A = m\angle D$	$\angle A = \angle D$
$m\angle B = m\angle E$	$\angle B = \angle E$
$m\angle C = m\angle F$	$\angle C = \angle F$

Persamaan di kolom kiri dan congruences di kolom kanan berarti hal yang sama . mereka dapat digunakan secara bergantian .  
 Pada bagian 9.2 kita akan memperkenalkan cara ketiga untuk menunjukkan kongruensi segmen.



Fig. 4.8.

**4.19. Dasar postulat keselarasan** . meskipun kita mendefinisikan dua segitiga sebagai kongruen , segitiga dapat dibuktikan kongruen jika pasangan lebih sedikit dari bagian yang sesuai diketahui kongruen . pertama-tama kita harus menerima postulat baru .

**Postulat 17 ( postulat S.A.S )** Dua segitiga kongruen jika dua sisi satu sudut dan sudutnya diapit.

Postulat ini menyatakan bahwa , pada gambar 4.9, jika  $\overline{AB} \cong \overline{ED}$ ,  $\overline{AC} \cong \overline{EF}$  dan  $\angle A \cong \angle E$ , kemudian  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

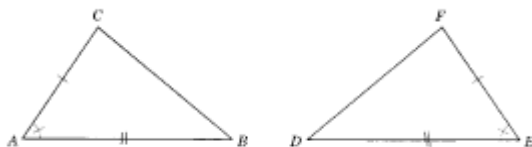


Fig. 4.9.

siswa akan sering menemukan bahwa ia dibantu dalam membuat pilihan **quik** dari sisi kongruen dan sudut kongruen dalam dua segitiga dengan menunjuk mereka dengan tanda centang yang sama untuk pasangan kongruen dari sisi yang kongruen dan sudut yang kongruen . dalam teks ini kita akan sering menggunakan tanda hash untuk menunjukkan " diberikan " kongruen . Dengan demikian , pada Gambar 4.10 , jika mengingat bahwa  $\overline{AC} \cong \overline{DE}$ ,  $\overline{AB} \cong \overline{DB}$ ,  $\overline{AC} \perp \overline{AD}$  dan  $\overline{DE} \perp \overline{AD}$ , siswa dapat dengan mudah melihat yang merupakan pasangan kongruen .

Ini juga akan membantu jika . dalam membuktikan kongruensi untuk dua segitiga , nama-nama mahasiswa pada segitiga untuk menunjukkan simpul yang cocok . misalnya, dalam fig.4.10 , karena  $ABC \leftrightarrow DEB$  dapat dibuktikan kongruensi, itu akan lebih eksplisit untuk merujuk segitiga ini sebagai " $\triangle ABC$  dan  $\triangle DBE$ " daripada , berkata " $\triangle ABC$  dan  $\triangle DBE$ ". Meskipun kalimat " $\triangle ABC \cong \triangle DBE$ " Dapat dibuktikan benar, kalimat " $\triangle ABC \cong \triangle DBE$ " akan membuktikan lebih bermanfaat karena membantu dalam memilih keluar bagian yang sesuai dari dua bentuk.

Itu penting bahwa mahasiswa harus mengakui , dalam menggunakan postulat 17 untuk membuktikan segitiga kongruen , bahwa sudut kongruen harus antara ( dibentuk oleh )

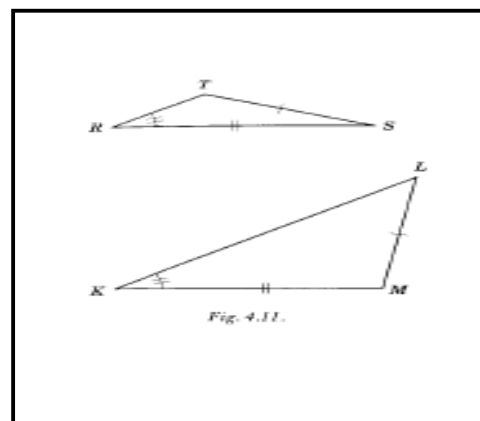


Fig. 4.11.

sisi kongruen yang sesuai . jika agles kongruen tidak antara kedua belah pihak kongruen dikenal, tidak selalu berarti bahwa korespondensi akan memberikan kongruensi.  $\triangle RST$  and  $\triangle KLM$  (Area 4.11) data itu. Meskipun  $\overline{RS} \cong \overline{KM}$ ,  $\overline{ST} \cong \overline{ML}$  dan  $\angle R \cong \angle K$ , segitiga pasti tidak kongruen .

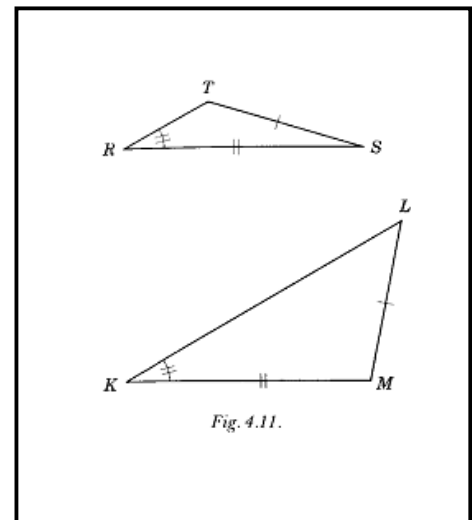


Fig. 4.11.

**4.20. aplikasi dari postulat 17.** di postulat 17 kami telah menyatakan bahwa dua segitiga , masing-masing terdiri dari tiga sisi dan tiga sudut , kongruen jika hanya tiga bagian tertentu dari satu segitiga dapat ditunjukkan kongruen masing-masing dengan tiga bagian yang sesuai dari segitiga kedua . selanjutnya , ketika kita diberikan segitiga anytwo di mana kita tahu , atau dapat membuktikan , kedua belah pihak dan sudut icluded satu segitiga kongruen masing-masing ke dua sisi dan sudut termasuk dari yang lain , kita bisa mengutip postulat 17 sebagai alasan untuk menyatakan bahwa dua segitiga yang kongruen.

Penting bahwa siswa menghafal , atau dapat menyatakan setara dalam firman-Nya sendiri , pernyataan postulat 17 karena ia akan sering diperlukan dalam bukti berikutnya untuk memberikan sebagai alasan untuk laporan di bukti-bukti . setelah siswa telah menunjukkan kompentensi dalam menyatakan postulat , instruktur dapat mengizinkan dia untuk merujuk secara singkat itu dengan singkatan S.A.S (sisi - sudut - sisi).

Singkatan ini akan digunakan di sini setelah dalam teks ini. Setelah mendalilkan 17 diterima sebagai benar, maka ada kemungkinan untuk membuktikan berbagai teorema kongruensi untuk segitiga . kita akan selanjutnya mempertimbangkan teorema dan dua contoh lain tentang bagaimana postulat ini dapat digunakan dalam membuktikan contoh lain tentang bagaimana postulat ini dapat digunakan dalam membuktikan kongruen lainnya.

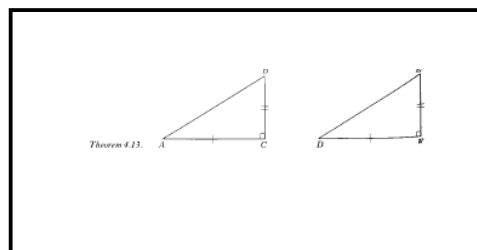
#### Teorema 4.13

**4.21 .** Jika dua kaki dari segitiga siku-siku kongruen dengan dua kaki dari segitiga siku-siku yang lain, maka segitiga tersebut kongruen.

Di berikan :  $\triangle ABC$  dan  $\triangle DEF$  dimana  $\overline{AC} \cong \overline{DF}$ .  
 $\overline{BC} \cong \overline{EF}$ ;  $\angle C$  dan  $\angle F$  itu siku- siku

Kesimpulan :  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

Bukti :



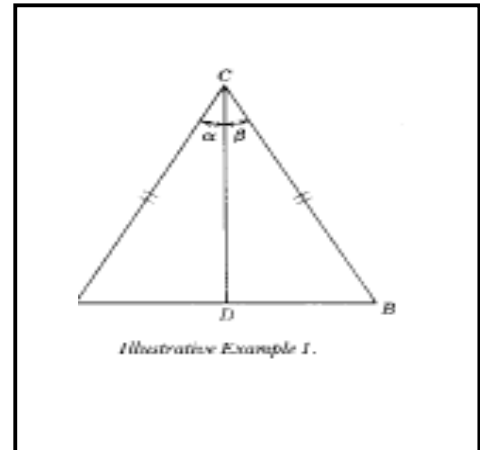
#### Teorema 4.13

Pernyataan	Alasan
1. $\overline{AC} \cong \overline{DF}$ ; $\overline{BC} \cong \overline{EF}$	Di berikan
2. $\angle C$ dan $\angle F$ adalah seitiga siku – siku	Di berikan

3.  $\angle C \cong \angle F$

Sudut siku-siku adalah kongruen

Page | 113



4.  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

S.A.S

**4.22 . Ilustrasi contoh 1:** Garis-bagi simpul dari suatu segitiga sama kaki membaginya menjadi dua segitiga kongruen.

Di berikan : segi tiga sama kaki  $ABC$  dengan  $\overline{AC} \cong \overline{BC}$ ,  $\overline{CD}$  memotong  $\triangle ABC$

Kesimpulan :  $\triangle ADC \cong \triangle BDC$

Bukti :

Pernyataan:

1.  $\overline{AC} \cong \overline{BC}$
2.  $\overline{CD} \cong \overline{CD}$
3.  $\overline{CD}$  memotong  $\angle ACB$
4.  $\angle \alpha \cong \angle \beta$   
dua sudut yang kongruen
5.  $\triangle ADC \cong \triangle BDC$

Alasan:

1. Di berikan
2. Teorema refleksi pada segmen
3. Di berikan
4. Sebuah garis-bagi membagi sudut menjadi
5. S.A.S

#### 4.23. Ilustrasi contoh 2:

Di berikan : angka yang berdekatan dengan  $\overline{AD}$  dan  $\overline{CE}$  di bagi dengan lainya di B  
Kesimpulan :  $\triangle ABC \cong \triangle DBE$   
Bukti :

Page | 114

Pernyataan:

1.  $\overline{AD}$  dan  $\overline{CE}$  memotong yang lain di B
2.  $\overline{BA} \cong \overline{BD}$
3.  $\overline{BC} \cong \overline{BE}$
4.  $\angle ABC \cong \angle DBE$
5.  $\triangle ABC \cong \triangle DBE$

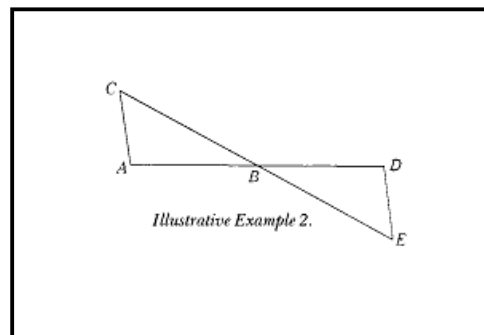
Alasan:

1. Di berikan
2. Definisi pemotong
3. Alasan 2
4. Sudut vertical adalah kongruen
5. S.A.S

**4.24 . Menggunakan angka dalam bukti geometris.** Setiap bukti geometris yang valid harus independen dari angka yang digunakan untuk menggambarkan masalah . Angka-angka yang digunakan hanya sebagai masalah kenyamanan . Tegasnya, sebelum contoh 2 bisa dibuktikan , harus ditegaskan bahwa : ( 1 ) A , B , C , D dan E adalah lima poin berbaring pada bidang yang sama ; ( 2 ) B adalah antara A dan D ; dan ( 3 ) B adalah antara C dan E .

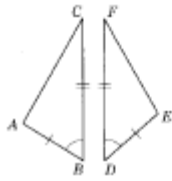
Untuk menyertakan informasi tersebut , yang dapat disimpulkan dari gambar, akan membuat bukti membosankan dan berulang-ulang . dalam teks ini akan diperbolehkan untuk menggunakan gambar untuk menyimpulkan ( tanpa menyatakan itu ) hal-hal seperti antara , collinearity poin , lokasi poin , lokasi titik di pedalaman atau eksterior sudut atau di tertentu setengah pesawat. dan posisi relatif umum titik, garis , dan pesawat .

Siswa harus berhati-hati untuk tidak menyimpulkan kesesuaian segmen dan sudut , garis bagi segmen dan sudut , garis bagi segmen dan sudut, garis tegak lurus dan sejajar hanya karena " mereka muncul seperti itu " pada gambar . hal tersebut harus dimasukkan dalam hipotesis dikembangkan atau dalam bukti . Ini tidak akan , misalnya , menjadi benar untuk menganggap  $\angle A$  dan  $\angle D$  adalah sudut siku-siku di kedua contoh karena mereka mungkin terlihat seperti itu.

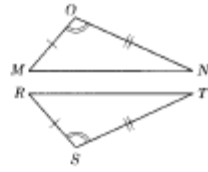


#### Latihan A

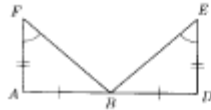
Segitiga masing-masing dari dua belas masalah berikut ditandai untuk menunjukkan sisi kongruen dan sudut . Menunjukkan pasang segitiga yang dapat dibuktikan kongruen dengan postulat 17 atau teorema 4.13



Ex. 1.



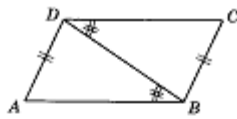
Ex. 2.



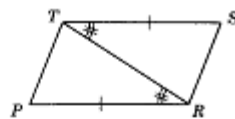
Ex. 3.



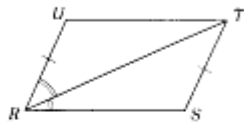
Ex. 4.



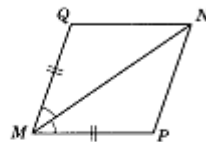
Ex. 5.



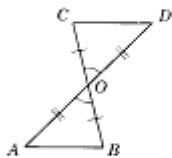
Ex. 6.



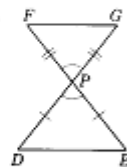
Ex. 7.



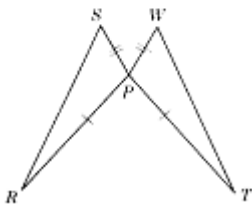
Ex. 8.



Ex. 9.



Ex. 10.



Ex. 11.

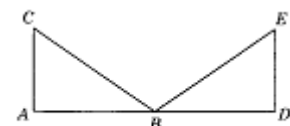


Ex. 12.

## Latihan B

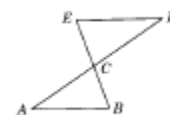
Buktikan latihan berikut:

13. Diberikan :  $\overline{AC} \perp \overline{AB}; \overline{DE} \perp \overline{BD};$   
 $\overline{AC} \cong \overline{AB}; B \text{ memotong } \overline{AD}.$   
 Kesimpulan :  $\triangle ABC \cong \triangle DBE$



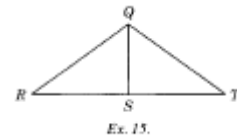
Ex. 13.

14. Diberikan :  $\overline{AD}$  dan  $\overline{BE}$  berpotongan di C  
 $\overline{CE} \cong \overline{CB}; \overline{AC} \cong \overline{DC}$   
 Kesimpulan :  $\triangle ABC \cong \triangle DEC$



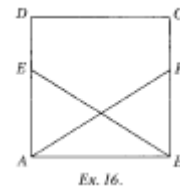
Ex. 14.

15. Diberikan :  $\overline{QS} \perp \overline{RT}; S$  memotong  $\overline{RT}$   
 Kesimpulan :  $\Delta RSQ \cong \Delta TSQ$

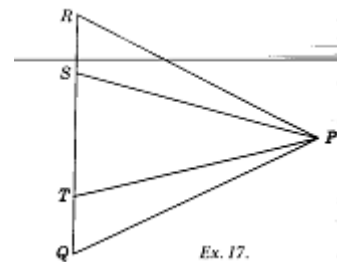


Page | 116

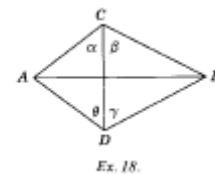
16. Diberikan :  $\angle DAB \cong \angle CBA; \overline{EA} \cong \overline{BF}$   
 Kesimpulan :  $\Delta ABE \cong \Delta BAF$



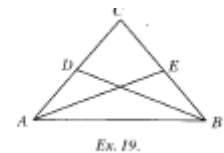
17. Diberikan :  $\overline{RS} \cong \overline{QT}, \overline{PS} \cong \overline{PT};$   
 $\angle RTP \cong \angle QSP$   
 Kesimpulan :  $\Delta RTP \cong \Delta QSP$



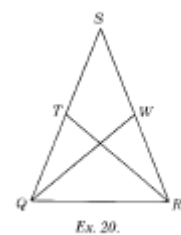
18. Diberikan :  $\overline{AC} \cong \overline{AD}; \overline{BC} \cong \overline{BD};$   
 $\angle \alpha \cong \angle \theta; \angle \beta \cong \angle \gamma$   
 Kesimpulan :  $\Delta ABC \cong \Delta ABD$



19. Diberikan :  $\Delta ABC$  sama kaki dengan  $\overline{AC} \cong \overline{BC};$   
 $\overline{AC} \cong \overline{BC}; D$  titik tengah dari  $\overline{AC}; E$  titik tengah  $\overline{BC}$   
 Kesimpulan :  $\Delta ACE \cong \Delta BCD$

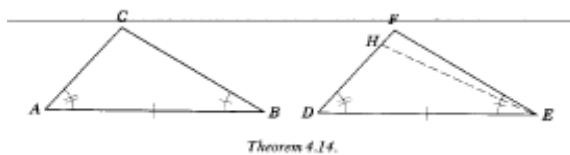


20. Diberikan :  $\Delta QRS$  dengan  $\angle SQR \cong \angle SRQ$   
 $T$  titik tengah  $\overline{QS}$   
 $W$  titik tengah  $\overline{RS}$   
 $\overline{QS} \cong \overline{RS}$   
 Kesimpulan :  $\Delta TQR \cong \Delta WRQ$



#### Teorema 4.14

**4.25 .** Jika dua segitiga memiliki dua sudut dan sisi termasuk dari salah satu kongruen dengan dua sesuai sudut dan termasuk sisi lain, segitiga adalah kongruen.



- Diberikan :  $\Delta ABC$  dan  $\Delta DEF$  dengan  $\angle A \cong \angle D, \angle B \cong \angle E, \overline{AB} \cong \overline{DE}.$   
 Kesimpulan :  $\Delta ABC \cong \Delta DEF$



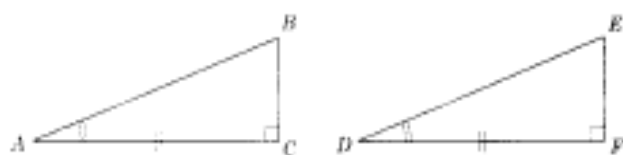
Bukti :

Pernyataan	Alasan
1. $\overline{AB} \cong \overline{DE}, \angle A \cong \angle D$ .	1. Di berikan
2. Pada $\overline{DF}$ ada sebuah titik H seperti $\overline{mAC}$ .	2. Postulat titik rencana
3. Gambar $\overline{HE}$	3. Dua titik menentukan sebuah garis.
4. $\triangle ABC \cong \triangle DEH$	4.S.A.S
5. $\angle DEH \cong \angle B$	5. Korespondensi siku- siku pada kekongruenan segitiga siku- siku $\cong$ dengan lainnya
6. $\angle B \cong \angle E$	6. Di berikan
7. $\angle DEH \cong \angle E$	7. Segitiga kongruen adalah transitif
8. $\overline{EH}$ dan $\overline{EF}$ adalah sinar yang sama	8. Sudut pembangunan postulat
9. $H = F$	9. Dua garis berpotongan paling banyak di suatu titik.
10. $\triangle ABC \cong \triangle DEF$	10. Menggantikan H pernyataan 4 (dari pernyataan 9)

Itu akan dicatat bahwa dalam menggambar gambar untuk bukti teorema 4.14 titik H ditunjukkan antara D dan F. Intinya bisa juga digambar dengan F antara H dan D. Ini tidak akan mengubah validitas bukti . singkatan untuk pernyataan dari teorema ini adalah A.S.A

### Teorema 4.15

**4.26.** Jika kaki dan sudut lancip yang berdekatan segitiga siku-siku yang kongruen masing-masing untuk kaki dan sudut lancip yang berdekatan dari yang lain, maka segitiga siku-siku adalah kongruen .



Teorema 4.15

Diberikan : Segitiga siku- siku ABC dan BEF dengan  $\angle A \cong \angle D$ , kaki  $AC \cong$  kaki  $DF$ ,  $\angle C$  dan  $\angle F$  adalah sudut siku-siku.

Kesimpulan :  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

Bukti :

Pernyataan:

1.  $\angle A \cong \angle D$
2.  $\angle C$  dan  $\angle F$  adalah segitiga siku-siku.
3.  $\angle C \cong \angle F$
4.  $\overline{AC} \cong \overline{DF}$
5.  $\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$

Alasan:

1. Di berikan
2. Di berikan
3. Sudut siku-siku adalah kongruen.
4. Di berikan
5. A.S.A

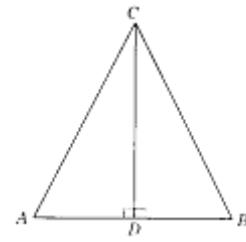
### Ilustrasi contoh 1:

Diberikan :  $\overline{CD}$  membagi dua  $\angle ACB$ ;  $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ .

Page | 118

Kesimpulan :  $\triangle ADC \cong \triangle BDC$ .

Bukti :



Ilustrasi contoh 1.

Pernyataan:

1.  $\overline{CD}$  memotong  $\overline{AB}$
2.  $\angle ACD \cong \angle BCD$
3.  $\overline{CD} \perp \overline{AB}$
4.  $\angle ADC$  dan  $\angle BDC$  adalah sudut siku-siku
5.  $\angle ADC \cong \angle BDC$
6.  $\overline{CD} \perp \overline{CD}$
7.  $\therefore \triangle ADC \cong \triangle BDC$

Alasan:

1. Di berikan
2. Sebuah garis yang membagi memisahkan sebuah sudut di dalam 2 sudut kongruen.
3. Di berikan
4. Dua garis  $\perp$  dari sudut siku-siku
5. Sudut benar adalah kongruen
6. Ruas yg kongruen adalah reflexi
7. A.S.A

Siswa akan mendata bagaimana cara untuk modus ponens yang menerapkan tentang bukti. Logika yang di gunakan dapat di tulis:

(a) 1. Sebuah garis-bagi membagi sudut menjadi dua sudut yang kongruen.

2.  $\overline{CD}$  membagi  $\angle ACB$

3.  $\angle ACD \cong \angle BCD$

(b) 1. Dua garis tegak lurus membentuk sudut siku-siku

2.  $\overline{CD}$  adalah tegak lurus pada  $\overline{AB}$

3.  $\angle ADC$  dan  $\angle BDC$  adalah sudut siku-siku

(c) 1. Semua sudut siku-siku adalah kongruen

2.  $\angle ADC$  dan  $\angle BDC$  adalah sudut siku-siku

3.  $\angle ADC \cong \angle BDC$

(d) 1. Jika dua segitiga memiliki dua sudut dan sisi termasuk dari salah satu kongruen dengan dua yang sesuai sudut dan sisi termasuk dari yang lain , segitiga kongruen.

2.  $\angle ACD \cong \angle BCD$ ;  $\overline{CD} \cong \overline{CD}$ ;  $\angle ADC \cong \angle BDC$ .

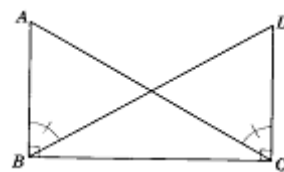
$$3. \triangle ADC \cong \triangle BDC$$

### Ilustrasi contoh 2:

Diberikan :  $\overline{AB} \perp \overline{BC}, \overline{DC} \perp \overline{BC}, \angle ABD \cong \angle DCA$

Membuktikan :  $\triangle ABC \cong \triangle DCB$

Bukti:



ilustrasi contoh 2

Pernyataan:

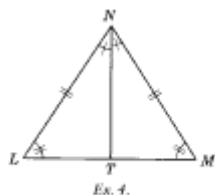
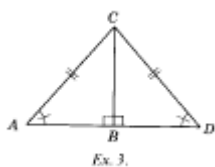
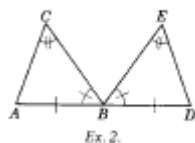
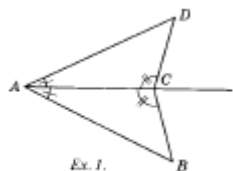
1.  $\overline{AB} \perp \overline{BC}, \overline{DC} \perp \overline{BC}$
2.  $\angle ABC$  adalah sudut berpelurus untuk  $\angle DCB$  adalah sudut berpelurus
3.  $\angle ABC \cong \angle DCB$  kongruen.
4.  $\angle ABD \cong \angle DCA$
5.  $\angle DBC \cong \angle ACB$
6.  $\angle ACB \cong \angle DBC$  sudut.
7.  $\overline{BC} \cong \overline{BC}$  pernyataan
8.  $\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCB$

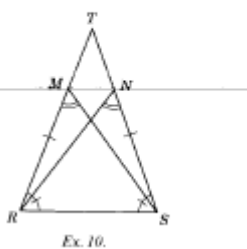
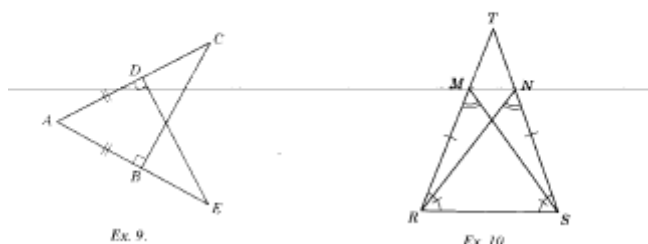
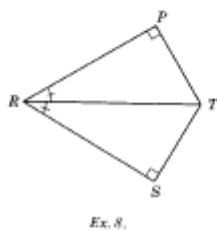
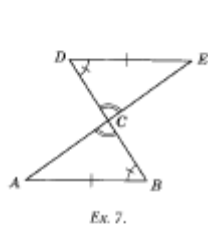
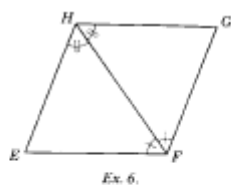
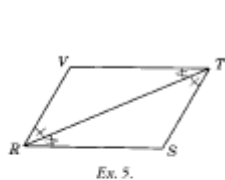
Alasan:

1. Di berikan
2. Garis tegak lurus bertemu membentuk sudut siku-siku.
3. Sudut siku-siku adalah
4. Di berikan.
5. Mengurangi teorema sudut.
6. Teorema simetris untuk  $\cong$
7. Teorema refleksi pada
- Kongruen.
8. A.S.A

### Latihan (A)

Segitiga masing-masing dari 10 masalah di tandai untuk menunjukkan sisi dan sudut kongruen. Menunjukkan pasangan segitiga yg dapat di buktikan kongruen dengan teorema 4.14 atau teorema 4.15 (lihat gambar untuk latihan 1 sampai 10).

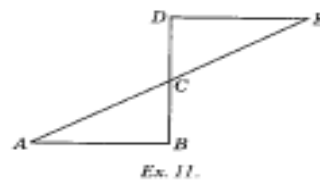




### Latihan (B)

Membuktikan secara resmi latihan berikut:

11. Diberikan :  $\overline{AE}$  and  $\overline{BD}$  membagi dua sama lain pada C ;  $\overline{DE} \perp \overline{BD}$ ;  $\overline{AB} \perp \overline{BD}$ .



Kesimpulan :  $\triangle ABC \cong \triangle EDC$

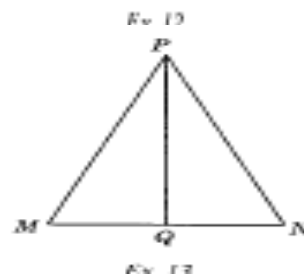
12. Diberikan :  $\overline{VR} \perp \overline{RT}$ ;  $\overline{WT} \perp \overline{RT}$ ; S titik tengah  $\overline{RT}$ ;  $\angle RSV \cong \angle TSW$ .



Kesimpulan:  $\triangle RSV \cong \triangle TSW$

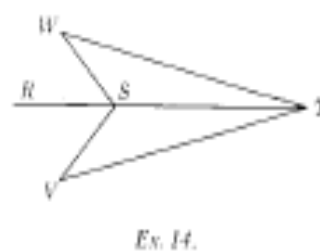
13. Diberikan :  $\overline{PQ}$  memotong  $\angle MPN$ ;  $\overline{PQ} \perp \overline{MN}$

Kesimpulan :  $\triangle MPQ \cong \triangle NQP$



14. Diberikan : R,S,T adalah tidak segaris

$$m\angle RSW = m\angle RSV; m\angle RTW = m\angle RTV.$$



Kesimpulan :  $\Delta STW \cong \Delta STV$

15. Diberikan :  $\overline{AC} \cong \overline{BC}$

D adalah titik tengah  $\overline{AC}$

E adalah titik tengah  $\overline{BC}$

$$\angle AEC \cong \angle BDC$$

Kesimpulan :  $\Delta AEC \cong \Delta BDC$

16. Diberikan :  $ABC$  adalah segitiga sama sisi

D adalah titik tengah  $\overline{AC}$

E adalah titik tengah  $\overline{BC}$

$$\angle ABD \cong \angle BAE$$

Kesimpulan :  $\Delta ABD \cong \Delta BAE$

17. Diberikan :  $\overline{MS} \perp \overline{SN}; \overline{NG} \perp \overline{MG}; \overline{ST} \cong \overline{TG}$

Kesimpulan :  $\Delta STM \cong \Delta GTN$

18. Diberikan :  $\overline{CD} \cong \overline{CB}; \overline{AB} \perp \overline{CE}; \overline{ED} \perp \overline{AC}$

Kesimpulan :  $\Delta ABC \cong \Delta EDC$

19. Diberikan : A,D,E,B adalah tidak segaris

$$\overline{AC} \cong \overline{BC}$$

$$\angle A \cong \angle B$$

$$\angle ACD \cong \angle BCE$$

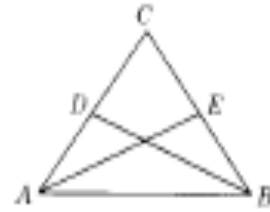
Kesimpulan :  $\Delta AEC \cong \Delta BDC$

20. Diberikan : R,S,T,W adalah tidak segaris

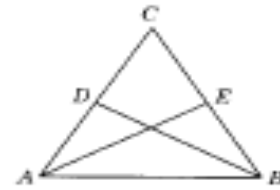
$$\overline{PS} \cong \overline{PT}$$

$$m\angle\alpha = m\angle\beta$$

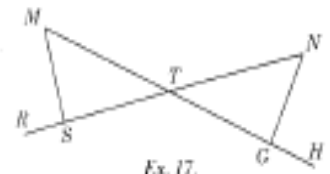
$$m\angle\gamma = m\angle\delta$$



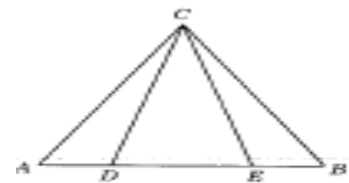
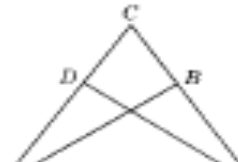
Ex. 15.



Ex. 16.



Ex. 17.



Ex. 19.

P



Ex. 20.

Kesimpulan :  $\triangle RSP \cong \triangle WTP$

**4.29. Bagian yang sesuai dari segitiga kongruen.** Nilai utama dalam membuktikan keboongan segitiga kongruen pada kenyataannya bahwa dua segitiga kongruen. Kita tahu bahwa sisi yang sesuai dan sudut dari segitiga kongruen. Dalam dua segitiga kongruen sepasang sisi yang sesuai di temukan berlawanan sepasang sudut yang sesuai . Sebaliknya, sudut yang sesuai terbentuk sisi yang berlawanan sesuai. Kami telah menggunakan hipotesis, definisi, postulat, teorema, dan sejauh ini untuk membuktikan dua tokoh kongruen , kami masih punya cara lain untuk membuktikan garis kongruen dan sudut.

#### Teorema 4.16

#### 4.30. Sudut-sudut alas dari segitiga sama kaki yang kongruen

Diberikan : Sama kaki  $\triangle ABC$  dengan  $\overline{AC} \cong \overline{BC}$

Kesimpulan :  $\angle A \cong \angle B$

Teorema 4.16

Bukti :

Pernyataan

Alasan

Mempertimbangkan korespondensi  $ABC \leftrightarrow BAC$

$$1. \overline{AC} \cong \overline{BC}$$

$$2. \overline{BC} \cong \overline{AC}$$

$$3. \angle C \cong \angle C$$

$$4. \triangle ABC \cong \triangle BAC$$

$$5. \angle A \cong \angle B$$

1. Di berikan

2. Properti simetris kongruen

3. Properti reflexi kongruen

4. S.A.S

5. Bagian yang sesuai dengan angka2

kongruen adalah kongruen .

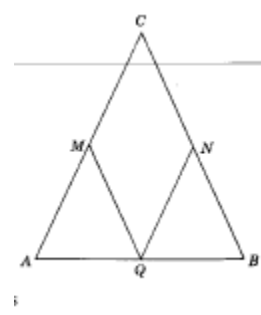
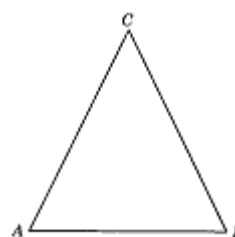
#### 4.31. Akibat: Sebuah segitiga sama sisi adalah sudutnya sama.

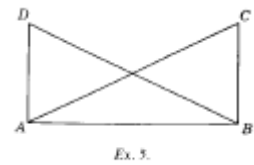
#### 4.32. Contoh Ilustrasi. Ruas garis bergabung dengan titik tengah dari sisi kongruen

dari segitiga sama kaki ke titik tengah dasar kongruen .

Diberikan : segitiga sama kaki  $ABC$  dengan  $\overline{AC} \cong \overline{BC}$  ,  
M titik tengah dari  $\overline{AC}$ , N titik tengah  
dari  $\overline{BC}$ , dan Q titik tengah dari  $\overline{AB}$ .

Membuktikan :  $\overline{MQ} \cong \overline{NQ}$





Contoh ilustrasi

Bukti :

Pernyataan

1.  $\overline{AC} \cong \overline{BD}$
2.  $M$  adalah titik tengah dari  $\overline{AC}$   
 $N$  adalah titik tengah dari  $\overline{BD}$
3.  $\overline{AM} \cong \overline{BN}$
4.  $\angle A \cong \angle B$
5.  $Q$  adalah titik tengah dari  $\overline{AB}$
6.  $\overline{AQ} \cong \overline{BQ}$
7.  $\triangle AQM \cong \triangle BQN$
8.  $\therefore \overline{MQ} \cong \overline{NQ}$

Alasan

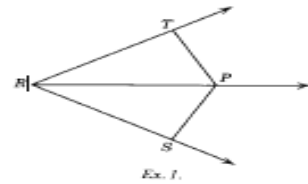
1. Di berikan
2. Di berikan
3. Teorema 4.11
4. Teorema 4.16
5. Di berikan
6. Definisi dari titik tengah
7. S.A.S
8. bagian yang sesuai dari segitiga kongruen adalah kongruen.

Page | 123

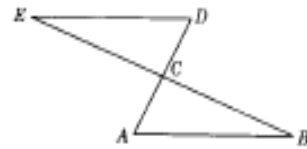
### Latihan (A)

Buktikan latihan berikut :

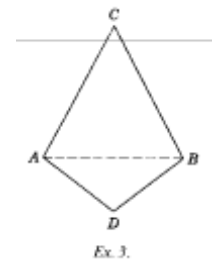
1. Di berikan :  $\overrightarrow{RP}$  membagi dua  $\angle TRS$ ,  $\overline{PT} \perp \overline{RT}$ ,  
 $\overline{PS} \perp \overline{RS}$ ,  $\overline{RT} \cong \overline{RS}$   
 Kesimpulan:  $\overline{PT} \cong \overline{PS}$



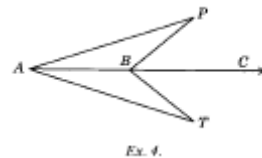
2. Di berikan :  $C$  adalah titik tengah dari  $\overline{AD}$  dan  $\overline{BE}$   
 Kesimpulan:  $\angle E \cong \angle B$



3. Di berikan :  $\overline{AC} \cong \overline{BC}$ ,  $\overline{AD} \cong \overline{BD}$   
 Kesimpulan:  $\angle CAD \cong \angle CBD$

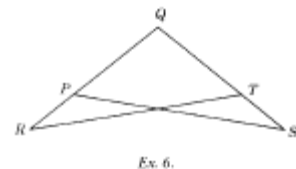


4. Di berikan:  $\overrightarrow{AC}$  memotong  $\angle PAT$   
 $\overline{AP} \cong \overline{AT}$   
 Kesimpulan:  $\angle PBC \cong \angle TBC$



5. Di berikan:  $\overline{AD} \perp \overline{AB}$   
 $\overline{BC} \perp \overline{AB}$   
 $\overline{AD} \cong \overline{BC}$   
 Kesimpulan:  $\angle D \cong \angle C$

6. Di berikan :  $\overline{PQ} \cong \overline{TQ}$ ;  
 $\angle QPS \cong \angle QTR$



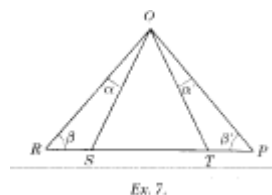
Kesimpulan:  $\angle R \cong \angle S$

7. Di berikan : R,S,T,P adalah tidak segaris

$$\overline{RQ} \cong \overline{PQ}$$

$$\angle \alpha \cong \angle \alpha'$$

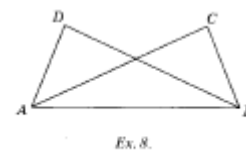
Kesimpulan:  $\angle QST \cong \angle QTS$



8. Di berikan :  $\angle DAB \cong \angle CBA$

$$\angle DBA \cong \angle CAB$$

Kesimpulan:  $\overline{AD} \cong \overline{BC}$

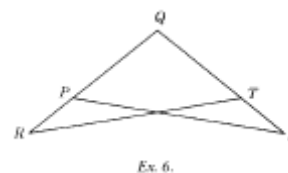


9. Di berikan : A,B,C,D adalah tidak segaris

$$\overline{AB} \cong \overline{CD}$$

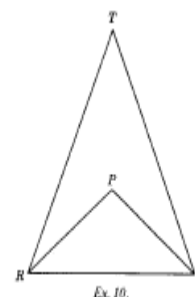
$$\overline{BE} \cong \overline{CE}$$

Kesimpulan:  $\angle A \cong \angle D$



10. Di berikan:  $\overline{RT} \cong \overline{ST}, \overline{RP} \cong \overline{SP}$

Kesimpulan:  $\angle RSP \cong \angle SRP$



## Latihan B

Dalam latihan berikut menarik angka untuk menggambarkan masalah, menentukan di berikan, kesimpulan, dan memberikan bukti formal dari masalah.

1. Jika 2 kaki dari segitiga siku-siku yang kongruen masing-masing dengan dua kaki dari segitiga siku-siku ke dua, hypotenusa dari dua segitiga yang kongruen.
2. Garis yang menghubungkan titik dan titik-tengah dasar segitiga sama kaki tegak lurus ke dasar.
3. Garis-garis sudut vertex dari sebuah segitiga sama kaki tegak lurus sehadap & membagi ke dua dasar
4. Jika garis yang menghubungkan titik B dari segitiga ABC dengan titik tengah dari sisi berlawanan AC di perpanjang sendiri untuk E ke G akan sama  $m\overline{AB}$
5. Garis bergabung dengan titik-titik tengah dan sisi sebuah segitiga sama sisi membentuk segitiga sama sisi lain.

### 4.33. Garis dan sudut bergabung dengan segitiga

Salah satu dari tiga sisi dapat di tunjukkan sebagai dasar segitiga yang di berikan . Sudut berlawanan dasar segitiga di sebut sudut vertex.

Segitiga memiliki 3 basis dan 3 sudut vertex .Sudut berdekatan dengan dasar yang di sebut sudut alas.



**Definisi:** Ruas Garis adalah segitiga IFF itu segmen tegak lurus dari titik ke garis mengandung sisi yang berlawanan. Setiap segitiga memiliki 3 ketinggian semen garis putus-putus dari area 4.13 menggambarkan 3 ketinggian segitiga akut dan tumpul.

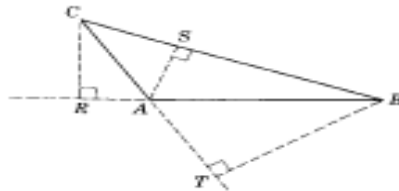
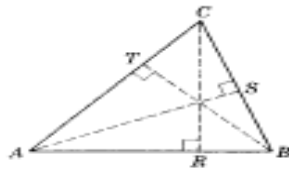


Fig. 4.12.

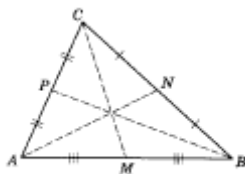


Fig. 4.13.

**Definisi:** Ruas Garis adalah median segitiga jika dan hanya jika titik ujungnya adalah simpul dari segitiga dan titik tengah dari sisi yang berlawanan. Setiap segitiga memiliki tiga median segmen garis putus-putus dari area 4.13 menggambarkan median segitiga. Dapat di tunjukkan bahwa 3 median dari segitiga melewati titik umum.

**Definisi :** Sebuah sudut garis bagi sudut segitiga adalah ruas garis yang membagi sebuah sudut segitiga menjadi dua sudut yang kongruen dan memiliki titik ujungnya pada titik dan sisi opposite sudut. BD adalah garis bagi sudut B dari AB dalam area 4.14. Setiap segitiga memiliki garis bagi segitiga bertemu di satu titik yang sama yang berjarak sama dari 3 sisi segitiga.

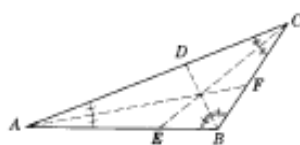


Fig. 4.14.

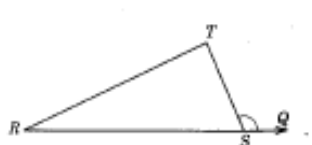


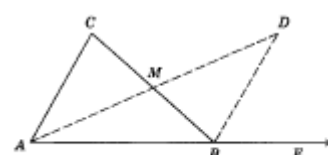
Fig. 4.15.

**Definisi:** Jika S adalah antara R dan Q, maka  $\angle QST$  adalah ekterior  $\triangle RST$ . Setiap segitiga memiliki enam sudut ekterior. Ini sudut ekterior membentuk 3 pasang sudut vertical.  $\angle R$  dan  $\angle T$  di sebut sudut interiortidak berdekatan  $\angle QST$

#### Teorema 4.17

**4.34 Ukuran sudut luar segitiga lebih besar dari ukuran salah satu dari dua sudut interior tidak berdekatan**

Di berikan :  $\triangle ABC$  dengan ekterior  $\angle CBE$



Kesimpulan :  $m\angle CBE > m\angle C$ ;  
 $m\angle CBE > m\angle A$

Bukti :

Page | 126

Pernyataan

1. Misalkan M titik tengah dari  $\overline{BC}$  titik
2.  $\overline{BM} \cong \overline{CM}$ .
3. biarkan D menjadi titik pada sinar Berlawanan  $\overline{MA}$  seperti  $\overline{MD} \cong \overline{MA}$ .
4. Postulat 2
5.  $\angle BMD \cong \angle CMA$
6.  $\triangle BMD \cong \triangle CMA$
7.  $m\angle MBD \cong m\angle C$
8.  $m\angle CBE \cong \angle MBD = m\angle DBE$
9.  $m\angle CBE = m\angle C + m\angle DBE$
10.  $m\angle CBE > m\angle C$

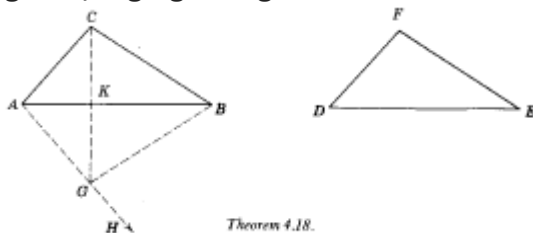
Alasan

1. Setiap segmen terdapat 1 dan hanya 1 tengah.
2. Definisi titik tengah
3. Segmen kontruksi postulat
4. Gambar  $\overline{BD}$
5. Vertikal sudut adalah kongruen
6. S.A.S
7. sesuai segitiga pada *segitiga*  $\cong$  adalah kongruen
8. Postulat 14
9. properti substitusi
10.  $c = a + b \wedge b > 0 \rightarrow c > a$

$m\angle CBE$  dapat dibuktikan lebih besar dari  $m\angle A$ , sama halnya, dengan mengambil M sebagai titik tengah dari  $\overline{AB}$  dan menggambar  $\overline{CM}$

#### Teorema 4.18

4.35 . Jika dua segitiga memiliki tiga sisi dari satu kongruen masing-masing dengan tiga sisi yang lain , segitiga kongruen satu sama lain.



#### Teorema 4.18

Di berikan:  $\triangle ABC$  dan  $\triangle DEF$  dengan  $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ ,  $\overline{BC} \cong \overline{EF}$ ,  $\overline{AC} \cong \overline{DF}$

Kesimpulan:  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

Bukti:

Pernyataan:

1.  $\overline{AB} \cong \overline{DE}$
2. ada sebuah sinar AH seperti yang  $\angle BAH \cong \angle EDF$   
 Dan seperti C dan G di sudut berlawanan dari  $\overline{AB}$ .
3. ada sebuah titik G pada  $\overline{AH}$  seperti  $\overline{AG} \cong \overline{DF}$ .
4. Gambar segmen BG.
5.  $\triangle ABG \cong \triangle DEF$
6.  $\overline{AC} \cong \overline{DF}$

Alasan :

1. Di berikan
2. Postulat Kontruksi sudut.
3. Titik rencana postulat
4. Postulat 2
5. S.A.S
6. Di berikan

7.  $\overline{AG} \cong \overline{AC}$

8.  $\overline{BG} \cong \overline{EF}$

9.  $\overline{BC} \cong \overline{EF}$

10.  $\overline{BG} \cong \overline{BC}$

11. Gambar segmen CG.

12.  $\angle ACK \cong \angle AGK$ .

13.  $\angle BCK \cong \angle BGK$ .

14.  $\angle ACB \cong \angle AGB$ .

penjumlahan.

15.  $\angle AGB \cong \angle DFE$

16.  $\angle ACB \cong \angle DFE$

17.  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

7. Teorema 3.4

8. bagian yang sesuai segitiga  
 $\cong$  adalah  $\cong$

9. Di berikan

10. Teorema 3.4

11. Postulat 2

12. Teorema 4.16

13. Teorema 4.16

14. Teorema sudut

15. Alasan 8

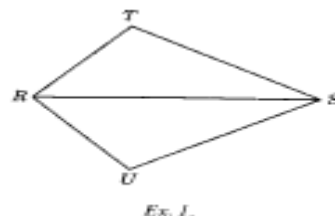
16. segitiga kongruen adalah  
transitif

17. S.A.S

### Latihan (A)

1. Di berikan  
Kesimpulan

:  $\overline{RT} \cong \overline{RU}; \overline{TS} \cong \overline{US}$   
: (a).  $\triangle RTS \cong \triangle RUS$   
(b).  $\overline{RS}$  memotong  $\angle TRU$

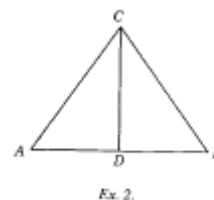


2. Diberikan

: sama kaki  $\triangle ABC$  dengan  $\overline{AC} \cong \overline{BC}$   
 $\overline{CD}$  membagi  $\angle ACB$

Kesimpulan

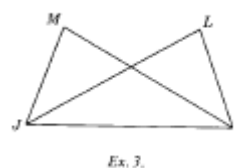
: (a).  $\triangle ADC \cong \triangle BDC$   
(b).  $\overline{AD} \cong \overline{BD}$   
(c).  $\overline{CD} \perp \overline{AB}$



3. Diberikan

:  $\overline{JM} \cong \overline{KL}$   
 $\overline{JL} \cong \overline{KM}$   
: (a).  $\angle M \cong \angle L$   
(b).  $\angle LJK \cong \angle ?$   
(c).  $\angle LKM \cong \angle ?$

Kesimpulan

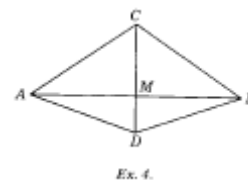


4. Diberikan

:  $\overline{AC} \cong \overline{BC}$   
 $\overline{AD} \cong \overline{BD}$

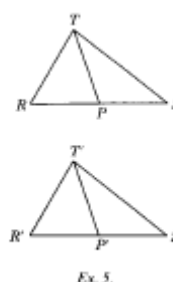
Kesimpulan

:  $\overline{CD}$  adalah tegak lurus memotong pada  $\overline{AB}$



5. Diberikan

:  $\overline{RT} \cong \overline{R'T'}$ ;  
 $\overline{RS} \cong \overline{R'S'}$



Kesimpulan : (a).  $\Delta RPT \cong \Delta R'P'T'$   
(b).  $\Delta RST \cong \Delta R'S'T'$

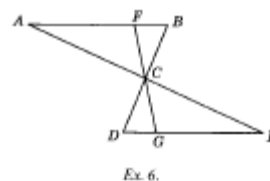
6. Diberikan :  $\overline{AE}, \overline{BD},$  dan  $\overline{FG}$  adalah garis lurus .

$$\overline{AC} \cong \overline{EC}$$

$$\overline{DC} \cong \overline{BC}$$

Kesimpulan : (a).  $\Delta ABC \cong \Delta EDC$

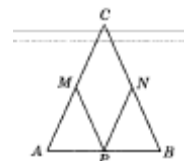
(b).  $\Delta AFC \cong \Delta EGC$



Ex. 6.

7. Diberikan : sama kaki  $\Delta ABC$  dengan  $\overline{AC} \cong \overline{BC}$ ;  $M, N, P$  adalah titik tengah dari  $\overline{AC}, \overline{BC},$  dan  $\overline{AB}$  masing-masing

Kesimpulan :  $\angle APM \cong \angle BPN$



7.

8. Di berikan :  $\overline{RP} \cong \overline{LP}$

$$\overline{RS} \cong \overline{LT}$$

$$\overline{PS} \cong \overline{PT}$$

Kesimpulan : (a).  $\Delta RTP \cong \Delta LSP$

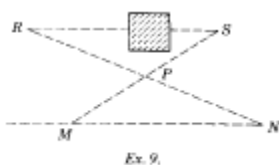
(b).  $\angle PSR \cong \angle PTL$



Ex. 8.

### Latihan (B)

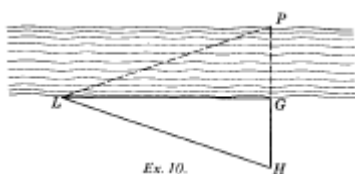
9.



Ex. 9.

Di dalam angka untuk Latihan 9. Gambar itu adalah menjadi bapak untuk menentukan jarak antara dua stasiun R dan S di sisi berlawanan dari sebuah bangunan. Menjelaskan bagaimana dua orang dengan hanya pita pengukur dapat menyelesaikan tugas membuktikan tugas mu.

10.



Ex. 10.

Menggambar alas dengan pita dan busur derajat ,mengukur kira2 GP jarak di sungai. Membutikan keabsahan metode ini.

11. Membuktikan bahwa median ke dasar basis dari sebuah segitiga sama kaki sama dengan ketinggian ke basis itu.
12. Membuktikan bahwa median ke dua sisi kongruen dari segitiga sama kaki adalah kongruen.
13. Membuktikan bahwa , jika median segitiga juga ketinggian segitiga itu. Segitiga harus sama kaki.
14. Membuktikan bahwa, Jika titik di dasar segitiga sama kaki berjarak sama dari titik tengah dari sisi kongruen . Intinya membagi dasar.

15. Membuktikan bahwa persimpangan membagi tegak lurus dari dua sisi segitiga yang berjarak sama dari tiga simpul.

## Uji 1

Page | 129

### laporan penyelesaian

1. 1.sebuah ... sudut segitiga sudut yang dibentuk oleh satu sisi pada segitiga dan perpanjangan
2. sisi lain melalui titik yang sama .
3. .... segitiga adalah segmen garis yang menghubungkan simpul dan titik tengah dari sisi berlawanan segitiga .
4. sisi korespondensi segitiga kongruen ditemukan sebaliknya .... sudut segitiga .
5. sebuah .... segitiga adalah ruas garis yang ditarik dari titik tegak lurus ke sisi yang berlawanan .
6. 5 ..... bagian dari segitiga kongruen adalah kongruen .
7. garis-bagi sudut vertex dari sebuah segitiga sama kaki adalah .... ke dasar .
8. ... sudut segitiga sama kaki adalah kongruen .
9. jika median segitiga juga ketinggian , segitiga adalah ...
10. Garis bagi dari dua sudut yang berdekatan tambahan membentuk ... sudut
11. sisi segitiga siku-siku berlawanan sudut yang tepat disebut .....

## tesk 2

### Pernyataan yang benar - Salah

- a. Dua segitiga kongruen jika dua sudut dan sisi salah satu yang kongruen masing-masing dua sudut dan sisi yang lain .
- b. Jika dua segitiga siku-siku memiliki kaki satu kongruen masing-masing dengan dua kaki yang lain , segitiga adalah kongruen.
- c. Dua segitiga kongruen jika dua sisi dan sudut dari satu adalah .. masing-masing dua sisi dan sudut yang lain
- d. Dua segitiga yang memiliki .. basis dan .. ketinggian kongruen .
- e. garis-bagi dua sudut suplementer yang berdekatan tegak lurus satu sama lain .
- f. Garis-garis bagi dari dua sudut segitiga tegak lurus satu sama lain
- g. dua segitiga sama sisi yang kongruen jika sisi satu segitiga adalah ..... ke sisi yang lain.

- h. jika sisi dari satu segitiga sama kaki adalah .. ke sisi segitiga sama kaki kedua , segitiga adalah kongruen.
  - i. ketinggian segitiga melewati titik tengah sisi.
  - j. ukuran sudut luar segitiga lebih besar dari ukuran salah satu dari dua sudut interior nonadjacent .
2. Sudut eksterior
3. 11.an segitiga adalah suplemen setidaknya satu sudut interior segitiga.
- a. jika dua segitiga memiliki sisi yang sesuai mereka kongruen, maka sudut yang sesuai adalah kongruen .
  - b. jika dua segitiga memiliki sudut yang sesuai mereka kongruen , maka sisi yang sesuai adalah kongruen .
  - c. tidak ada dua sudut segitiga sisi tak sama panjang adalah kongruen .
  - d. sisi segitiga adalah garis .
  - e. ada kemungkinan suatu RST segitiga di mana
  - f. sama sisi
  - g. sudut berdekatan tambahan.
  - h. suplemen dari sudut selalu sudut tumpul .
  - i. tegak lurus terhadap garis membagi dua garis
  - j. median ke dasar segitiga sama kaki tegak lurus ke dasar .
  - k. sebuah segitiga sama sisi adalah aqui sudut
  - l. jika dua sudut yang kongruen suplemen mereka adalah kongruen .
  - m. garis-bagi suatu sudut segitiga membagi dua sisi yang berlawanan sudut itu .
  - n. jika dua segitiga sama kaki memiliki basis yang sama, garis yang melewati simpul mereka membagi dasar .

### uji 3

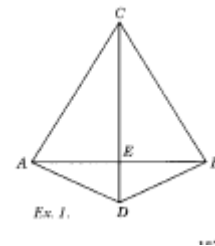
#### latihan

1. menyediakan alasan untuk laporan dalam pembuktian berikut :

Di berikan:  $\overline{AC} \cong \overline{BC}$  ;  $\overline{AD} \cong \overline{BD}$

Membuktikan:  $\overline{AB} \perp \overline{CD}$

Bukti:



Pernyataan	Alasan
1. $\overline{AC} \cong \overline{BC}$ ; $\overline{AD} \cong \overline{BD}$	1.
2. $\angle CAE \cong \angle CBE$	2.
$\angle DAE \cong \angle DBE$	
3. $\angle DAC \cong \angle DBC$	3.
4. $\triangle DAC \cong \triangle DBC$	4.
5. $\angle ACE \cong \angle BCE$	5.

$$6. \overline{CE} \cong \overline{CE}$$

6.

$$7. \triangle ACE \cong \triangle BCE$$

7.

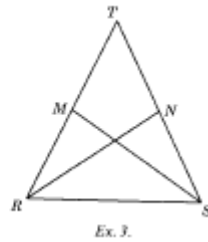
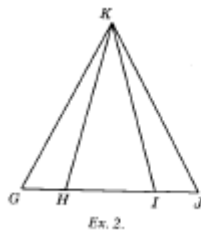
$$8. \angle AEC \cong \angle BEC$$

8.

Page | 131

$$9. \therefore \overline{AB} \perp \overline{CD}$$

9.



2. Di berikan:  $\triangle GJK$  dengan  $\overline{HK} \cong \overline{IK}; \overline{GH} \cong \overline{IJ}$

Memberikan:  $\overline{GK} \cong \overline{JK}$

3. Di berikan:  $\triangle RST$  dengan  $\overline{RT} \cong \overline{ST}$  median SM dan RN

Membuktikan:  $\overline{SM} \cong \overline{RN}$