MODUL

KECERDASAN BUATAN
(LOGIKA FUZZY)

ADHI KUSMANTORO, ST, MT

Ir.AGUS NUWOLO, MT

PROGRAM STUDI TEKNIK ELEKTRO
FAKULTAS TEKNIK DAN INFORMATIKA
UNIVERSITAS PGRI SEMARANG

2017

KATA PENGANTAR

Puji syukur kami panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa, berkat rahmat anugerah-Nya, kami dapat menyelesaikan buku ajar Logika Fuzzy. Buku ajar ini sebagai pedoman pembelajaran mata kuliah Logika Fuzzy yang diselenggarakan untuk mahasiswa Program Studi Teknik Elektro Fakultas Teknik UPGRIS untuk mahasiwa semester VI.

Kami berharap buku ajar ini dapat bermanfaat dan dapat di manfaatkan oleh semua Mahasiswa terutama yang sedang menempuh matakuliah Logika Fuzzy. Ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya kami sampaikan kepada semua pihak yang telah membatu selesainyamodul praktikum ini, terutama kepada Bapak Margono, ST, M.Eng yang telah banyak memberikan saran terhadap isi petunjuk praktikum ini.

Kami mengharap sumbang saran dan kritikan yang sifatnya untuk memperbaiki buku ajar ini sehingga buku ini dapat semakin sempurna.

Semarang, 5 September 2017
Penulis

Adhi Kusmantoro, ST, MT

MINGGU	CAPAIAN PEMBELAJARAN	BAHAN KAJIAN (MATERI AJAR)	KRITERIA PENILAIAN	BOBOT NILAI
1	Mampu memahami konsep pembentukan logika fuzi dan sejarah perkembangannya	Konsep dasar logika fuzi	Pemahaman konsep logika fuzi	2,50%
2	Memahami macam-macam fungsi keanggotaan logika fuzi	Fungsi keanggotaan logika fuzi	Kebenaran penjelasan fungsi keanggotaan logika fuzi	2,50%
3	Memahami konsep operator dasar zadeh	Operator dasar zadeh	Kebenaran penjelasan, kelancaran komunikasi, ketajaman analisa pada operator zadeh	2,50%
4	Memahami proses sistem inferensi fuzi (FIS)	Sistem inferensi fuzi	Kebenaran penjelasan sistem inferensi fuzi	2,50%
5	Memahami proses defuzifikasi	Defuzifikasi	Ketajaman analisa dalam proses defuzifikasi	2,50%
6	Memahami konsep pengendali logika fuzi	Konsep pengendali logika fuzi	Kebenaran penjelasan konsep pengendali logika fuzi	2,50%
7	Memahami proses perancangan pengendali logika fuzi	Pengendali logika fuzi	Kebenaran rancangan pengendali logika fuzi	2,50%
8	Mampu menjelaskan dan menjawab semua pertanyaan	Ujian Tengah Semester (UTS)	Kebenaran analisa	30%
9	Memahami konsep fuzi elektronik	Konsep fuzi elektronik	Kebenaran konsep fuzi elektronik	2,50%
10	Memahami perancangan fuzi dengan komponen elektronik	Fuzi elektronik	Kebenaran rancangan fuzi elektronik	2,50%
11	Memahami perancangan simulink matlab	Simulasi fuzi dengan Matlab	Pemahaman simulink matlab	2,50%
12	Memahami prinsip kerja dan cara merancang FLC dengan arduino	FLC dengan arduino	Pemahaman FLC dengan arduino	2,50%
13	Mampu merancang project pengendali logika fuzi	Rancangan pengendali logika fuzi	Pemahaman rancangan pengendali kecepatan motor dc	2,50%
14	Mampu merancang project pengendali logika fuzi	Rancangan pengendali logika fuzi	Kebenaran rancangan pengendali kecepatan motor dc	2,50%
15	Mampu menyelesaikan project pengendali logika fuzi	Rancangan pengendali logika fuzi	Mampu menyelesaikan rancangan pengendali kecepatan motor dc	2,50%
16	Mampu menjelaskan dan menjawab semua pertanyaan	Ujian Akhir Semester (UAS)	Kebenaran analisa	35%

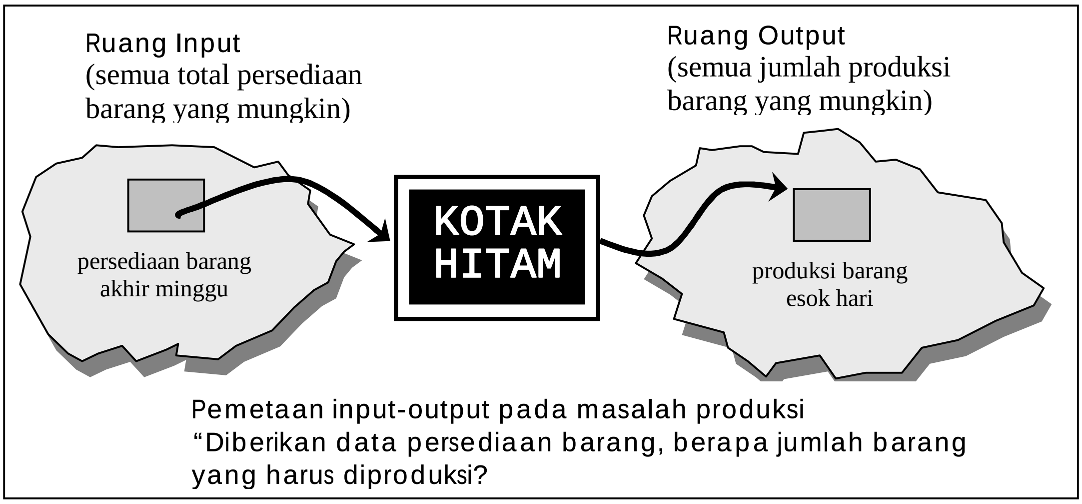
A. PENDAHULUAN

Orang yang belum pernah mengenal logika fuzzy pasti akan mengira bahwa logika fuzzy adalah sesuatu yang amat rumit dan tidak menyenangkan. Namun, sekali seseorang mulai mengenalnya, ia pasti akan sangat tertarik dan akan menjadi pendatang baru untuk ikut serta mempelajari logika fuzzy. Logika fuzzy dikatakan sebagai logika baru yang lama, sebab ilmu tentang logika fuzzy modern dan metodis baru ditemukan beberapa tahun yang lalu, padahal sebenarnya konsep tentang logika fuzzy itu sendiri sudah ada pada diri kita sejak lama.

Logika fuzzy adalah suatu cara yang tepat untuk memetakan suatu ruang input ke dalam suatu ruang output. Sebagai contoh:

1. Manajer pergudangan mengatakan pada manajer produksi seberapa banyak persediaan barang pada akhir minggu ini, kemudian manajer produksi akan menetapkan jumlah barang yang harus diproduksi esok hari.
2. Pelayan restoran memberikan pelayanan terhadap tamu, kemudian tamu akan memberikan tip yang sesuai atas baik tidaknya pelayan yang diberikan;
3. Anda mengatakan pada saya seberapa sejuk ruangan yang anda inginkan, saya akan mengatur putaran kipas yang ada pada ruangan ini.
4. Penumpang taksi berkata pada sopir taksi seberapa cepat laju kendaraan yang diinginkan, sopir taksi akan mengatur pijakan gas taksinya.

Salah satu contoh pemetaan suatu input-output dalam bentuk grafis seperti terlihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Contoh pemetaan input-output.

Antara input dan output terdapat satu kotak hitam yang harus memetakan input ke output yang sesuai.

B. ALASAN DIGUNAKANNYA LOGIKA FUZZY

Ada beberapa alasan mengapa orang menggunakan logika fuzzy, antara lain:

1. Konsep logika fuzzy mudah dimengerti. Konsep matematis yang mendasari penalaran fuzzy sangat sederhana dan mudah dimengerti.
2. Logika fuzzy sangat fleksibel.
3. Logika fuzzy memiliki toleransi terhadap data-data yang tidak tepat.

4. Logika fuzzy mampu memodelkan fungsi-fungsi nonlinear yang sangat kompleks.
5. Logika fuzzy dapat membangun dan mengaplikasikan pengalaman-pengalaman para pakar secara langsung tanpa harus melalui proses pelatihan.
6. Logika fuzzy dapat bekerjasama dengan teknik-teknik kendali secara konvensional.
7. Logika fuzzy didasarkan pada bahasa alami.

C. APLIKASI

Beberapa aplikasi logika fuzzy, antara lain:

1. Pada tahun 1990 pertama kali dibuat mesin cuci dengan logika fuzzy di Jepang (Matsushita Electric Industrial Company). Sistem fuzzy digunakan untuk menentukan putaran yang tepat secara otomatis berdasarkan jenis dan banyaknya kotoran serta jumlah yang akan dicuci. Input yang digunakan adalah: seberapa kotor, jenis kotoran, dan banyaknya yang dicuci. Mesin ini menggunakan sensor optik , mengeluarkan cahaya ke air dan mengukur bagaimana cahaya tersebut sampai ke ujung lainnya. Makin kotor, maka sinar yang sampai makin redup. Disamping itu, sistem juga dapat menentukan jenis kotoran (daki atau minyak).
2. Transmisi otomatis pada mobil. Mobil Nissan telah menggunakan sistem fuzzy pada transmisi otomatis, dan mampu menghemat bensin 12 – 17%.
3. Kereta bawah tanah Sendai mengontrol pemberhentian otomatis pada area tertentu.
4. Ilmu kedokteran dan biologi, seperti sistem diagnosis yang didasarkan pada logika fuzzy, penelitian kanker, manipulasi peralatan prostetik yang didasarkan pada logika fuzzy, dll.
5. Manajemen dan pengambilan keputusan, seperti manajemen basisdata yang didasarkan pada logika fuzzy, tata letak pabrik yang didasarkan pada logika fuzzy, sistem pembuat keputusan di militer yang didasarkan pada logika fuzzy, pembuatan games yang didasarkan pada logika fuzzy, dll.
6. Ekonomi, seperti pemodelan fuzzy pada sistem pemasaran yang kompleks, dll.
7. Klasifikasi dan pencocokan pola.
8. Psikologi, seperti logika fuzzy untuk menganalisis kelakuan masyarakat, pencegahan dan investigasi kriminal, dll.
9. Ilmu-ilmu sosial, terutam untuk pemodelan informasi yang tidak pasti.
10. Ilmu lingkungan, seperti kendali kualitas air, prediksi cuaca, dll.
11. Teknik, seperti perancangan jaringan komputer, prediksi adanya gempa bumi, dll.
12. Riset operasi, seperti penjadwalan dan pemodelan, pengalokasian, dll.
13. Peningkatan kepercayaan, seperti kegagalan diagnosis, inspeksi dan monitoring produksi.

D. HIMPUNAN FUZZY

Pada himpunan tegas (*crisp*), nilai keanggotaan suatu item x dalam suatu himpunan A, yang sering ditulis dengan $\mu_A[x]$, memiliki 2 kemungkinan, yaitu:

- satu (1), yang berarti bahwa suatu item menjadi anggota dalam suatu himpunan, atau
- nol (0), yang berarti bahwa suatu item tidak menjadi anggota dalam suatu himpunan.

<u>Contoh :</u>

Jika diketahui:

S = {1, 2, 3, 4, 5, 6} adalah semesta pembicaraan.
A = {1, 2, 3}
B = {3, 4, 5}

bisa dikatakan bahwa:

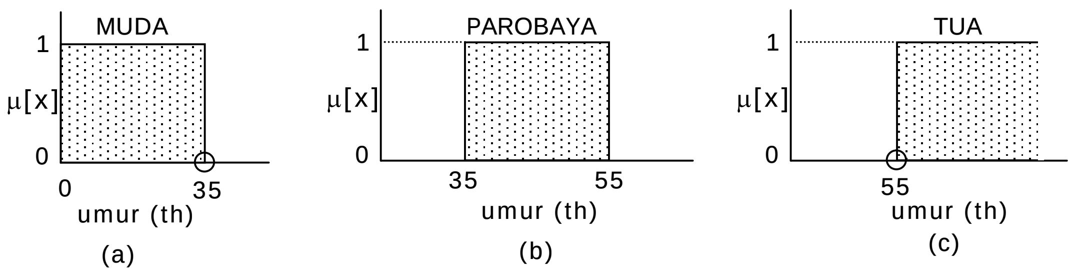
- Nilai keanggotaan 2 pada himpunan A, $\mu_A[2]=1$, karena $2 \in A$.
- Nilai keanggotaan 3 pada himpunan A, $\mu_A[3]=1$, karena $3 \in A$.
- Nilai keanggotaan 4 pada himpunan A, $\mu_A[4]=0$, karena $4 \notin A$.
- Nilai keanggotaan 2 pada himpunan B, $\mu_B[2]=0$, karena $2 \notin B$.
- Nilai keanggotaan 3 pada himpunan B, $\mu_B[3]=1$, karena $3 \in B$.

<u>Contoh :</u>

Misalkan variabel umur dibagi menjadi 3 kategori, yaitu:

MUDA	umur < 35 tahun
PAROBAYA	$35 \leq$ umur ≤ 55 tahun
TUA	umur > 55 tahun

Nilai keanggotaan secara grafis, himpunan MUDA, PAROBAYA dan TUA ini dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2. Himpunan: MUDA, PAROBAYA, dan TUA.

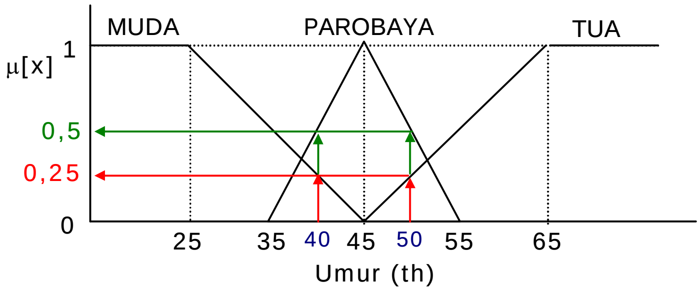
Pada Gambar 2, dapat dilihat bahwa:

- apabila seseorang berusia 34 tahun, maka ia dikatakan MUDA ($\mu_{MUDA}[34]=1$);
- apabila seseorang berusia 35 tahun, maka ia dikatakan TIDAK MUDA ($\mu_{MUDA}[35]=0$);
- apabila seseorang berusia 35 tahun kurang 1 hari, maka ia dikatakan TIDAK MUDA ($\mu_{MUDA}[35\text{ th }-1\text{hr}]=0$);
- apabila seseorang berusia 35 tahun, maka ia dikatakan PAROBAYA ($\mu_{PAROBAYA}[35]=1$);
- apabila seseorang berusia 34 tahun, maka ia dikatakan TIDAK PAROBAYA ($\mu_{PAROBAYA}[34]=0$);

- apabila seseorang berusia 35 tahun, maka ia dikatakan PAROBAYA ($\mu_{PAROBAYA}[35]=1$);
- apabila seseorang berusia 35 tahun kurang 1 hari, maka ia dikatakan TIDAK PAROBAYA ($\mu_{PAROBAYA}[35\text{ th} - 1\text{ hr}]=0$);

Dari sini bisa dikatakan bahwa pemakaian himpunan *crisp* untuk menyatakan umur sangat tidak adil, adanya perubahan kecil saja pada suatu nilai mengakibatkan perbedaan kategori yang cukup signifikan.

Himpunan fuzzy digunakan untuk mengantisipasi hal tersebut. Seseorang dapat masuk dalam 2 himpunan yang berbeda, MUDA dan PAROBAYA, PAROBAYA dan TUA, dsb. Seberapa besar eksistensinya dalam himpunan tersebut dapat dilihat pada nilai keanggotaannya. Gambar 3 menunjukkan himpunan fuzzy untuk variabel umur.



Gambar 3. Himpunan fuzzy untuk variabel Umur.

Pada Gambar 3, dapat dilihat bahwa:

- Seseorang yang berumur 40 tahun, termasuk dalam himpunan MUDA dengan $\mu_{MUDA}[40]=0{,}25$; namun dia juga termasuk dalam himpunan PAROBAYA dengan $\mu_{PABOBAYA}[40]=0{,}5$.
- Seseorang yang berumur 50 tahun, termasuk dalam himpunan MUDA dengan $\mu_{TUA}[50]=0{,}25$; namun dia juga termasuk dalam himpunan PAROBAYA dengan $\mu_{PABOBAYA}[50]=0{,}5$.

Kalau pada himpunan *crisp*, nilai keanggotaan hanya ada 2 kemungkinan, yaitu 0 atau 1, pada himpunan fuzzy nilai keanggotaan terletak pada rentang 0 sampai 1. Apabila x memiliki nilai keanggotaan fuzzy $\mu_A[x]=0$ berarti x tidak menjadi anggota himpunan A, demikian pula apabila x memiliki nilai keanggotaan fuzzy $\mu_A[x]=1$ berarti x menjadi anggota penuh pada himpunan A.

Terkadang kemiripan antara keanggotaan fuzzy dengan probabilitas menimbulkan kerancuan. Keduanya memiliki nilai pada interval [0,1], namun interpretasi nilainya sangat berbeda antara kedua kasus tersebut. Keanggotaan fuzzy memberikan suatu ukuran terhadap pendapat atau keputusan, sedangkan probabilitas mengindikasikan proporsi terhadap keseringan suatu hasil bernilai benar dalam jangka panjang. Misalnya, jika nilai keanggotaan suatu himpunan fuzzy MUDA adalah 0,9; maka tidak perlu dipermasalahkan berapa seringnya nilai itu diulang secara individual untuk mengharapkan suatu hasil yang hampir pasti muda. Di lain pihak, nilai probabilitas 0,9 muda berarti 10% dari himpunan tersebut diharapkan tidak muda.

Himpunan fuzzy memiliki 2 atribut, yaitu:

a. Linguistik, yaitu penamaan suatu grup yang mewakili suatu keadaan atau kondisi tertentu dengan menggunakan bahasa alami, seperti: MUDA, PAROBAYA, TUA.

b. Numeris, yaitu suatu nilai (angka) yang menunjukkan ukuran dari suatu variabel seperti: 40, 25, 50, dsb.

Ada beberapa hal yang perlu diketahui dalam memahami sistem fuzzy, yaitu:

a. Variabel fuzzy

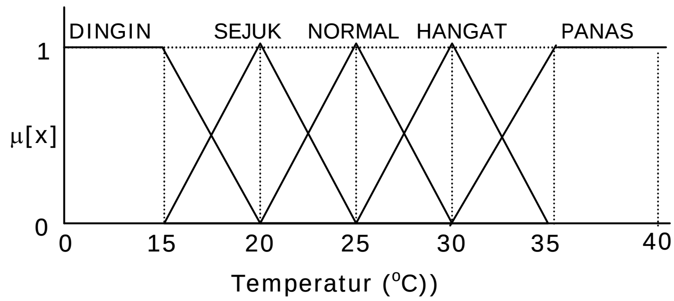
Variabel fuzzy merupakan variabel yang hendak dibahas dalam suatu sistem fuzzy. Contoh: umur, temperatur, permintaan, dsb.

b. Himpunan fuzzy

Himpunan fuzzy merupakan suatu grup yang mewakili suatu kondisi atau keadaan tertentu dalam suatu variabel fuzzy.

Contoh:

- Variabel umur, terbagi menjadi 3 himpunan fuzzy, yaitu: MUDA, PAROBAYA, dan TUA. (Gambar 3)
- Variabel temperatur, terbagi menjadi 5 himpunan fuzzy, yaitu: DINGIN, SEJUK, NORMAL, HANGAT, dan PANAS. (Gambar 4)



Gambar 4. Himpunan fuzzy pada variabel temperatur.

c. Semesta Pembicaraan

Semesta pembicaraan adalah keseluruhan nilai yang diperbolehkan untuk dioperasikan dalam suatu variabel fuzzy. Semesta pembicaraan merupakan himpunan bilangan real yang senantiasa naik (bertambah) secara monoton dari kiri ke kanan. Nilai semesta pembicaraan dapat berupa bilangan positif maupun negatif. Adakalanya nilai semesta pembicaraan ini tidak dibatasi batas atasnya.

Contoh:

- Semesta pembicaraan untuk variabel umur: $[0\ +\infty)$
- Semesta pembicaraan untuk variabel temperatur: [0 40]

d. Domain

Domain himpunan fuzzy adalah keseluruhan nilai yang diijinkan dalam semesta pembicaraan dan boleh dioperasikan dalam suatu himpunan fuzzy. Seperti halnya semesta pembicaraan, domain merupakan himpunan bilangan real yang senantiasa naik (bertambah) secara monoton dari kiri ke kanan. Nilai domain dapat berupa bilangan positif maupun negatif.

Contoh domain himpunan fuzzy:

- MUDA = [0 45]
- PABOBAYA = [35 55]
- TUA = [45 $+\infty$)
- DINGIN = [0 20]
- SEJUK = [15 25]
- NORMAL = [20 30]
- HANGAT = [25 35]
- PANAS = [30 40]

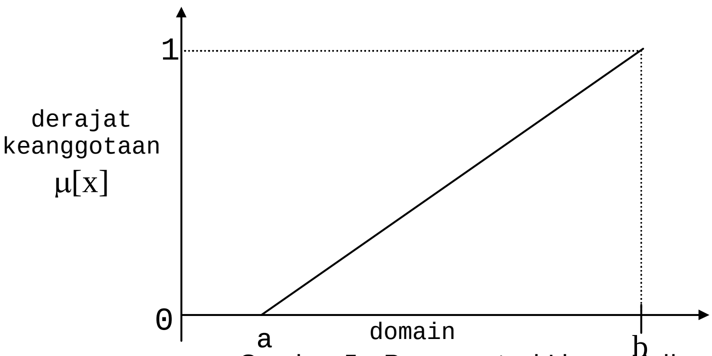
E. FUNGSI KEANGGOTAAN

Fungsi Keanggotaan (*membership function*) adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik input data ke dalam nilai keanggotaannya (sering juga disebut dengan derajat keanggotaan) yang memiliki interval antara 0 sampai 1. Salah satu cara yang dapat digunakan untuk mendapatkan nilai keanggotaan adalah dengan melalui pendekatan fungsi. Ada beberapa fungsi yang bisa digunakan.

a. Representasi Linear

Pada representasi linear, pemetaan input ke derajat keanggotannya digambarkan sebagai suatu garis lurus. Bentuk ini paling sederhana dan menjadi pilihan yang baik untuk mendekati suatu konsep yang kurang jelas.

Ada 2 keadaan himpunan fuzzy yang linear. Pertama, kenaikan himpunan dimulai pada nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan nol [0] bergerak ke kanan menuju ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih tinggi (Gambar 5)



Gambar 5. Representasi Linear Naik.

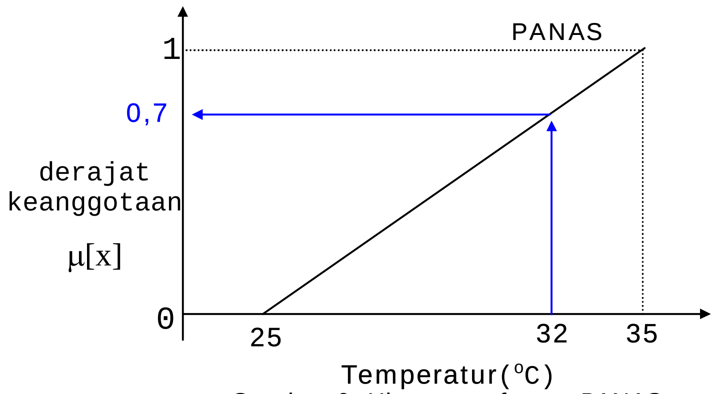
Fungsi Keanggotaan:

$$\mu[x] = \begin{cases} 0; & x \le a \\ (x-a)/(b-a); & a \le x \le b \\ 1; & x \ge b \end{cases} \qquad (1)$$

<u>Contoh :</u>

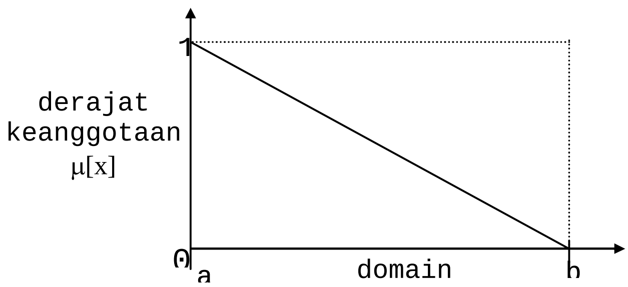
Fungsi keanggotaan untuk himpunan PANAS pada variabel temperatur ruangan seperti terlihat pada Gambar 6.

$\mu_{PANAS}[32]$ = (32-25)/(35-25)
= 7/10 = 0,7



Gambar 6 Himpunan fuzzy: PANAS.

Kedua, merupakan kebalikan yang pertama. Garis lurus dimulai dari nilai domain dengan derajat keanggotaan tertinggi pada sisi kiri, kemudian bergerak menurun ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih rendah (Gambar 7).



Gambar 7. Representasi Linear Turun.

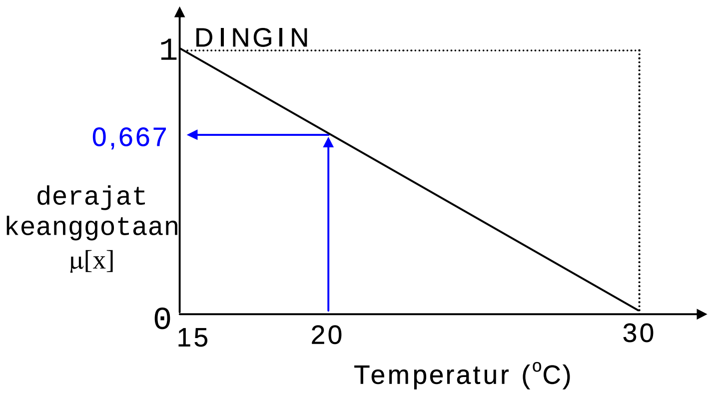
Fungsi Keanggotaan:

$$\mu[x] = \begin{cases} (b - x)/(b - a); & a \le x \le b \\ 0; & x \ge b \end{cases} \qquad (2)$$

<u>Contoh :</u>

Fungsi keanggotaan untuk himpunan DINGIN pada variabel temperatur ruangan seperti terlihat pada Gambar 8.

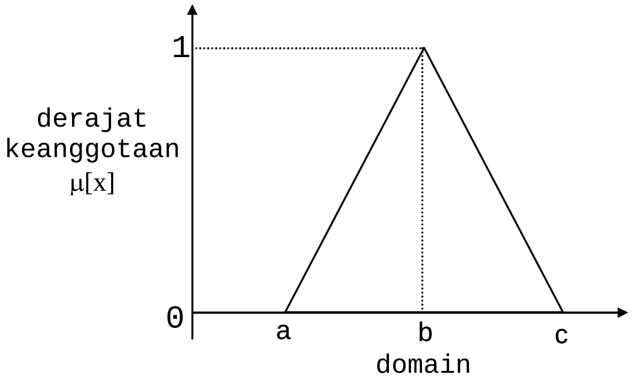
$$\mu_{DINGIN}[20] = (30-20)/(30-15)$$
$$= 10/15 = 0{,}667$$



Gambar 8. Himpunan fuzzy: DINGIN.

b. Representasi Kurva Segitiga

Kurva Segitiga pada dasarnya merupakan gabungan antara 2 garis (linear) seperti terlihat pada Gambar 9.



Gambar 9. Kurva Segitiga.

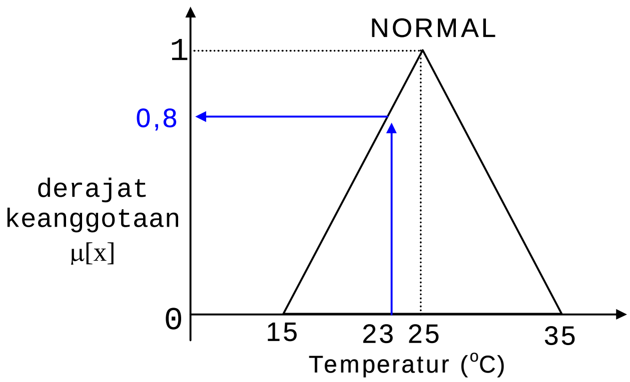
Fungsi Keanggotaan:

$$\mu[x] = \begin{cases} 0; & x \le a \text{ atau } x \ge c \\ (x - a)/(b - a); & a \le x \le b \\ (b - x)/(c - b); & b \le x \le c \end{cases} \qquad (3)$$

<u>Contoh :</u>

Fungsi keanggotaan untuk himpunan NORMAL pada variabel temperatur ruangan seperti terlihat pada Gambar 10.

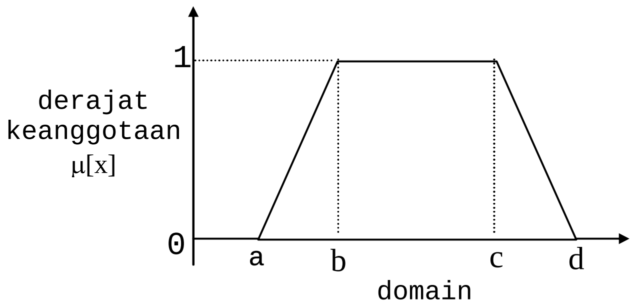
$\mu_{NORMAL}[23] = (23-15)/(25-15)$
$= 8/10 = 0,8$



Gambar 10 Himpunan fuzzy: NORMAL (kurva segitiga).

c. Representasi Kurva Trapesium

Kurva Segitiga pada dasarnya seperti bentuk segitiga, hanya saja ada beberapa titik yang memiliki nilai keanggotaan 1 (Gambar 11).



Gambar 11. Kurva Trapesium.

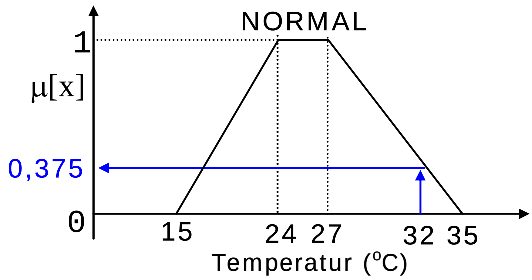
Fungsi Keanggotaan:

$$\mu[x] = \begin{cases} 0; & x \le a \text{ atau } x \ge d \\ (x - a)/(b - a); & a \le x \le b \\ 1; & b \le x \le c \\ (d - x)/(d - c); & x \ge d \end{cases} \qquad (4)$$

<u>Contoh :</u>

Fungsi keanggotaan untuk himpunan NORMAL pada variabel temperatur ruangan seperti terlihat pada Gambar 12.

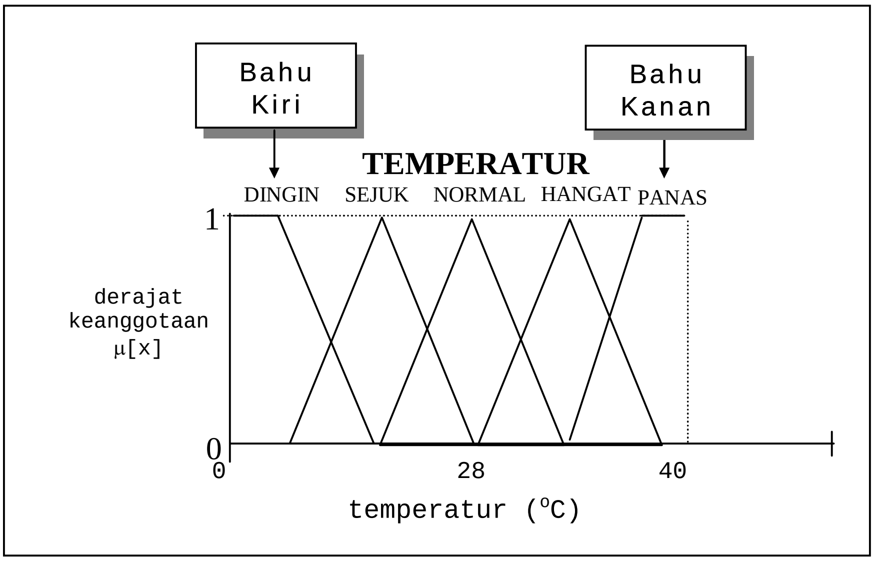
$\mu_{NORMAL}[23] = (35-32)/(35-27)$
$= 3/8 = 0{,}375$



Gambar 12 Himpunan fuzzy: NORMAL (kurva trapesium).

d. Representasi Kurva Bentuk Bahu

Daerah yang terletak di tengah-tengah suatu variabel yang direpresentasikan dalam bentuk segitiga, pada sisi kanan dan kirinya akan naik dan turun (misalkan: DINGIN bergerak ke SEJUK bergerak ke HANGAT dan bergerak ke PANAS). Tetapi terkadang salah satu sisi dari variabel tersebut tidak mengalami perubahan. Sebagai contoh, apabila telah mencapai kondisi PANAS, kenaikan temperatur akan tetap berada pada kondisi PANAS. Himpunan fuzzy 'bahu', bukan segitiga, digunakan untuk mengakhiri variabel suatu daerah fuzzy. Bahu kiri bergerak dari benar ke salah, demikian juga bahu kanan bergerak dari salah ke benar. Gambar 13 menunjukkan variabel TEMPERATUR dengan daerah bahunya.

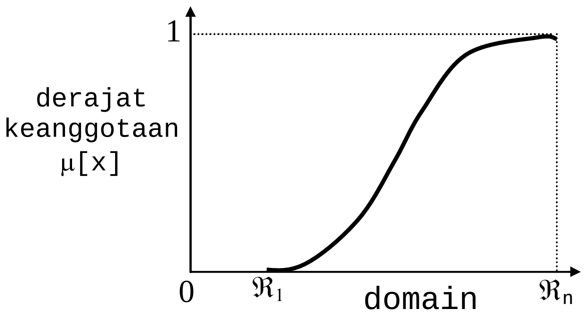


Gambar 13 Daerah 'bahu' pada variabel TEMPERATUR.

e. Representasi Kurva-S

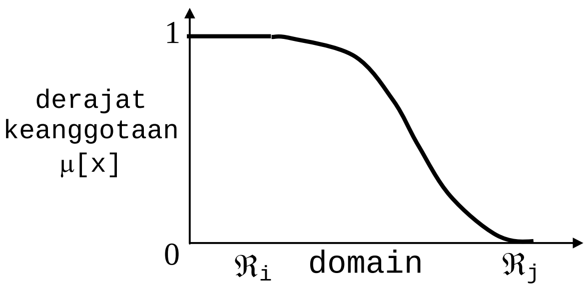
Kurva PERTUMBUHAN dan PENYUSUTAN merupakan kurva-S atau *sigmoid* yang berhubungan dengan kenaikan dan penurunan permukaan secara tak linear.

Kurva-S untuk PERTUMBUHAN akan bergerak dari sisi paling kiri (nilai keanggotaan = 0) ke sisi paling kanan (nilai keanggotaan = 1). Fungsi keanggotaannya akan tertumpu pada 50% nilai keanggotaannya yang sering disebut dengan titik infleksi (Gambar 14).



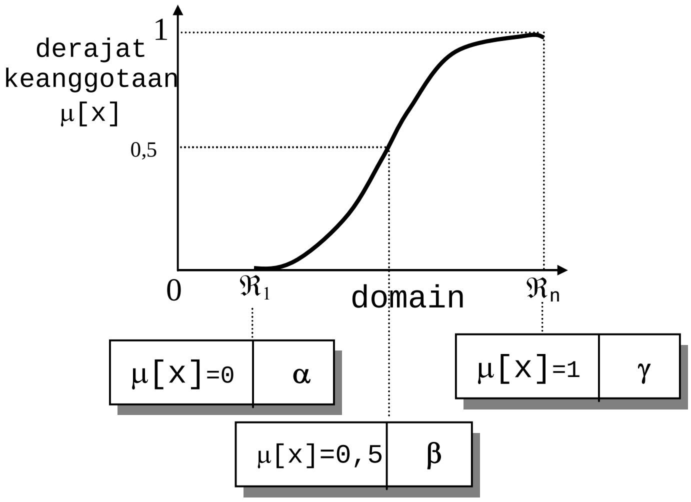
Gambar 14 Himpunan fuzzy dengan kurva-S: PERTUMBUHAN.

Kurva-S untuk PENYUSUTAN akan bergerak dari sisi paling kanan (nilai keanggotaan = 1) ke sisi paling kiri (nilai keanggotaan = 0) seperti telihat pada Gambar 15.



Gambar 15. Himpunan fuzzy dengan kurva-S: PENYUSUTAN.

Kurva-S didefinisikan dengan menggunakan 3 parameter, yaitu: nilai keanggotaan nol (α), nilai keanggotaan lengkap (γ), dan titik infleksi atau crossover (β) yaitu titik yang memiliki domain 50% benar. Gambar 7.16 menunjukkan karakteristik kurva-S dalam bentuk skema.



Gambar 16. Karakteristik fungsi kurva-S.

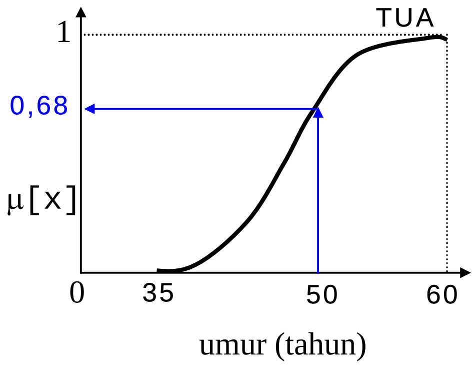
Fungsi keangotaanpada kurva PERTUMBUHAN adalah:

$$S(x;\alpha,\beta,\gamma) = \begin{cases} 0 & \rightarrow \quad x \le \alpha \\ 2((x-\alpha)/(\gamma-\alpha))^2 & \rightarrow \quad \alpha \le x \le \beta \\ 1-2((\gamma-x)/(\gamma-\alpha))^2 & \rightarrow \quad \beta \le x \le \gamma \\ 1 & \rightarrow \quad x \ge \gamma \end{cases} \tag{5}$$

<u>Contoh :</u>

Fungsi keanggotaan untuk himpunan TUA pada variabel umur seperti terlihat pada Gambar 17.

$\mu_{TUA}[50]$ = $1 - 2((60\text{-}50)/(60\text{-}35))^2$
= $1 - 2(10/25)^2$
= 0,68



Gambar 17. Himpunan Fuzzy: TUA.

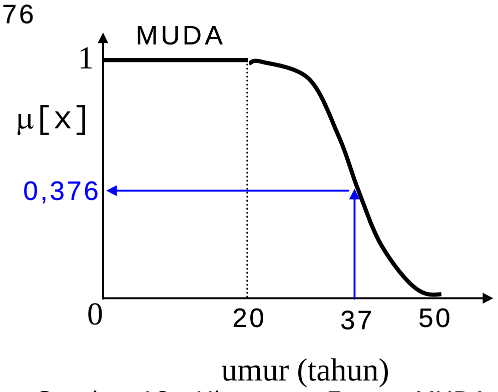
Sedangkan fungsi keanggotaan pada kurva PENYUSUTAN adalah:

$$S(x;\alpha,\beta,\gamma) = \begin{cases} 1 & \rightarrow \quad x \le \alpha \\ 1 - 2((x-\alpha)/(\gamma-\alpha))^2 & \rightarrow \quad \alpha \le x \le \beta \\ 2((\gamma-x)/(\gamma-\alpha))^2 & \rightarrow \quad \beta \le x \le \gamma \\ 0 & \rightarrow \quad x \ge \gamma \end{cases} \qquad (6)$$

<u>Contoh :</u>

Fungsi keanggotaan untuk himpunan MUDA pada variabel umur seperti terlihat pada Gambar 18.

$$\begin{aligned} \mu_{MUDA}[50] &= 2((50-37)/(50-20))^2 \\ &= 2(13/30)^2 \\ &= 0{,}376 \end{aligned}$$



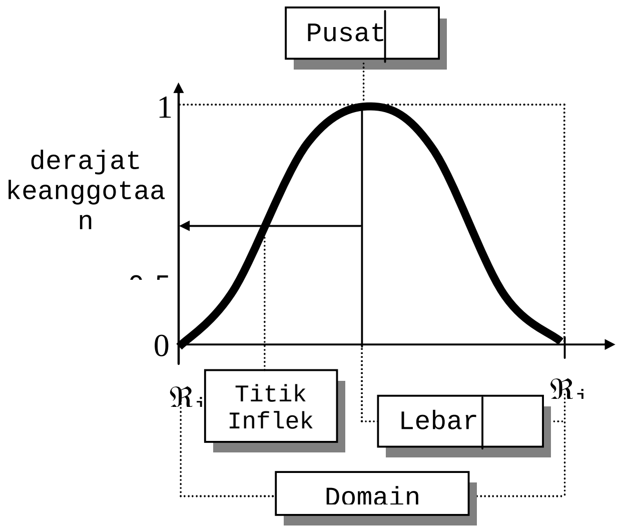
Gambar 18. Himpunan Fuzzy: MUDA.

f. Representasi Kurva Bentuk Lonceng (*Bell Curve*)

Untuk merepresentasikan bilangan fuzzy, biasanya digunakan kurva berbentuk lonceng. Kurva berbentuk lonceng ini terbagi atas 3 kelas, yaitu: himpunan fuzzy PI, beta, dan Gauss. Perbedaan ketiga kurva ini terletak pada gradiennya.

(i) <u>Kurva PI</u>

Kurva PI berbentuk lonceng dengan derajat keanggotaan 1 terletak pada pusat dengan domain (γ), dan lebar kurva (β) seperti terlihat pada Gambar 19. Nilai kurva untuk suatu nilai domain x diberikan sebagai:



Gambar 19. Karakteristik fungsional kurva PI.

Fungsi Keanggotaan:

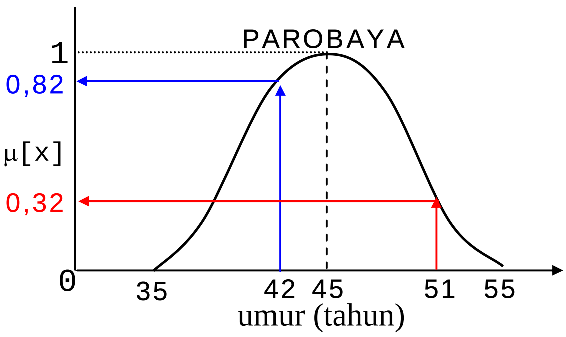
$$\Pi(x,\beta,\gamma) = \begin{cases} S\left(x;\gamma-\beta,\gamma-\frac{\beta}{2},\gamma\right) & \rightarrow \quad x \le \gamma \\ 1-S\left(x;\gamma,\gamma+\frac{\beta}{2},\gamma+\beta\right) & \rightarrow \quad x > \gamma \end{cases} \quad (7)$$

<u>Contoh :</u>

Fungsi keanggotaan untuk himpunan PAROBAYA pada variabel umur seperti terlihat pada Gambar 20.

$$\begin{aligned} \mu_{1/2BAYA}[42] &= 1 - 2((45\text{-}42)/(45\text{-}35))^2 \\ &= 1 - 2(3/10)^2 \\ &= 0{,}82 \end{aligned}$$

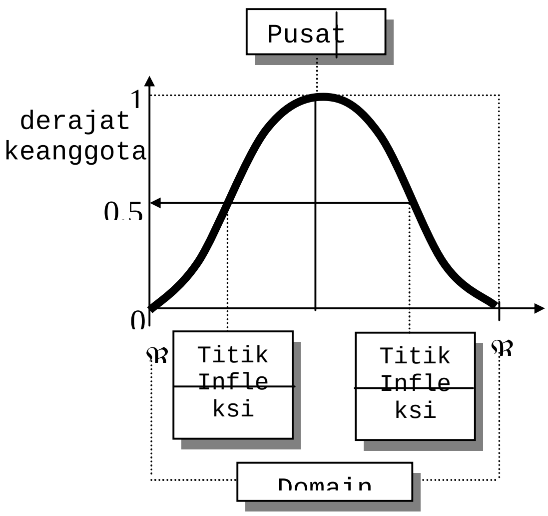
$$\begin{aligned} \mu_{1/2BAYA}[51] &= 2((55\text{-}51)/(55\text{-}45))^2 \\ &= 2(4/10)^2 \\ &= 0{,}32 \end{aligned}$$



Gambar 20. Himpunan Fuzzy: PAROBAYA dengan kurva phi.

(ii) <u>Kurva BETA</u>

Seperti halnya kurva PI, kurva BETA juga berbentuk lonceng namun lebih rapat. Kurva ini juga didefinisikan dengan 2 parameter, yaitu nilai pada domain yang menunjukkan pusat kurva (γ), dan setengah lebar kurva (β) seperti terlihat pada Gambar 21. Nilai kurva untuk suatu nilai domain x diberikan sebagai:



Gambar 21 Karakteristik fungsional kurva BETA.

Fungsi Keanggotaan:

$$B(x;\gamma,\beta) = \frac{1}{1+\left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)^2} \tag{8}$$

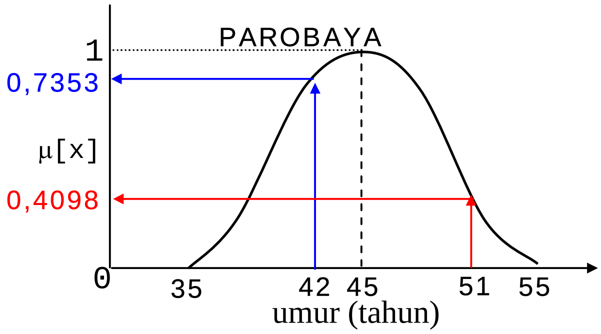
Salah satu perbedaan mencolok kurva BETA dari kurva PI adalah, fungsi keanggotaannya akan mendekati nol hanya jika nilai (β) sangat besar.

Contoh :

Fungsi keanggotaan untuk himpunan SETENGAH BAYA pada variabel umur seperti terlihat pada Gambar 22.

$\mu_{1/2BAYA}[42]$ = $1/(1+((42-45)/5)^2)$
= 0,7353

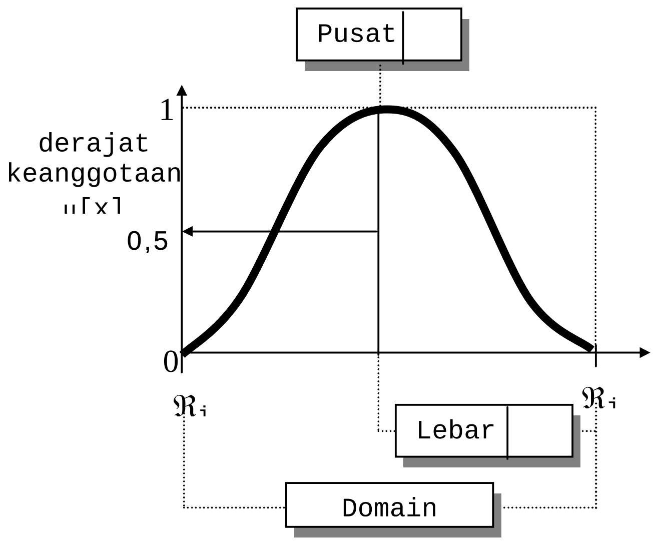
$\mu_{1/2BAYA}[51]$ = $1/(1+((51-45)/5)^2)$
= 0,4098



Gambar 22. Himpunan Fuzzy: SETENGAH BAYA dengan kurva Beta.

(iii) Kurva GAUSS

Jika kurva PI dan kurva BETA menggunakan 2 parameter yaitu (γ) dan (β), kurva GAUSS juga menggunakan (γ) untuk menunjukkan nilai domain pada pusat kurva, dan (k) yang menunjukkan lebar kurva (Gambar 23). Nilai kurva untuk suatu nilai domain x diberikan sebagai:



Gambar 23. Karakteristik fungsional kurva GAUSS.

Fungsi Keanggotaan:

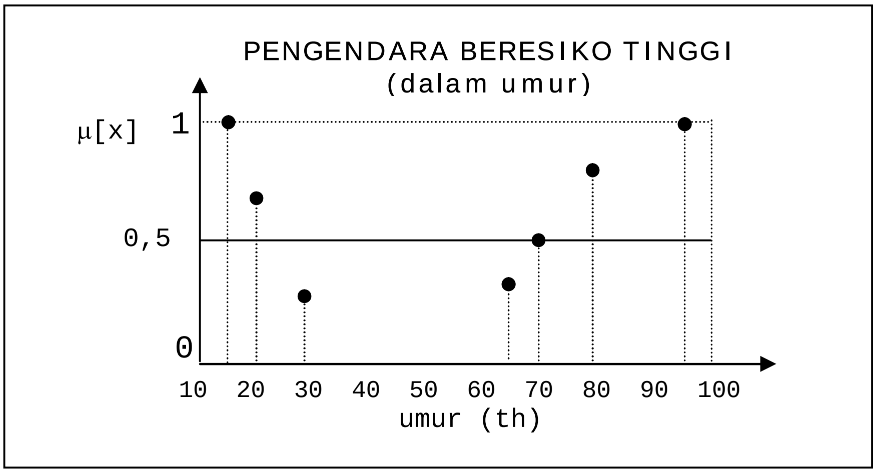
$$G(x; k, \gamma) = e^{-k(\gamma - x)^2} \qquad (9)$$

g. Koordinat Keanggotaan

Himpunan fuzzy berisi urutan pasangan berurutan yang berisi nilai domain dan kebenaran nilai keanggotaannya dalam bentuk:

Skalar(i) / Derajat(i)

'Skalar' adalah suatu nilai yang digambar dari domain himpunan fuzzy, sedangkan 'Derajat' skalar merupakan derajat keanggotaan himpunan fuzzynya.

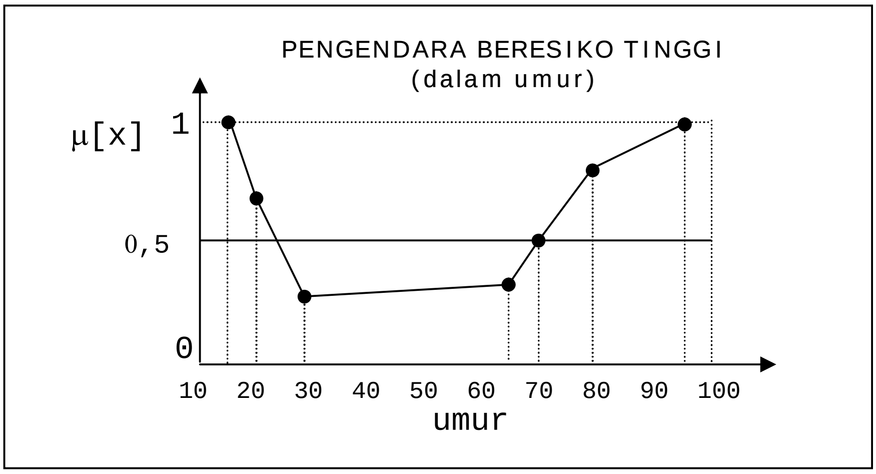


Gambar 24. Titik-titik koordinat yang menunjukkan PENGENDARA BERESIKO TINGGI

Gambar 24. merupakan contoh himpunan fuzzy yang diterapkan pada sistem asuransi yang akan menanggung resiko seorang pengendara kendaraan bermotor berdasarkan usianya, akan berbentuk 'U'. Koordinatnya dapat digambarkan dengan 7 pasangan berurutan sebagai berikut:

16/1 21/.6 28/.3 68/.3 76/.5 80/.7 96/1

Gambar 24. memperlihatkan koordinat yang menspesifikasikan titik-titik sepanjang domain himpunan fuzzy. Semua titik harus ada di domain, dan paling sedikit harus ada satu titik yang memiliki nilai kebenaran sama dengan 1. Apabila titik-titik tersebut telah digambarkan, maka digunakan interpolasi linear untuk mendapatkan permukaan fuzzy-nya seperti terlihat pada Gambar 25.



Gambar 25. Kurva yang berhubungan dengan PENGENDARA BERESIKO TINGGI

F. OPERATOR DASAR ZADEH UNTUK OPERASI HIMPUNAN FUZZY

Seperti halnya himpunan konvensional, ada beberapa operasi yang didefinisikan secara khusus untuk mengkombinasi dan memodifikasi himpunan fuzzy. Nilai keanggotaan sebagai hasil dari operasi 2 himpunan sering dikenal dengan nama *fire strength* atau α–predikat. Ada 3 operator dasar yang diciptakan oleh Zadeh, yaitu:

Operator AND

Operator ini berhubungan dengan operasi interseksi pada himpunan. α–predikat sebagai hasil operasi dengan operator AND diperoleh dengan mengambil nilai keanggotaan terkecil antar elemen pada himpunan-himpunan yang bersangkutan.

$$\mu_{A\cap B} = \min(\mu_A[x], \mu_B[y])$$

Contoh :

Misalkan nilai keanggotaan 27 tahun pada himpunan MUDA adalah 0,6 ($\mu_{MUDA}[27]=0,6$); dan nilai keanggotaan Rp 2.000.000,- pada himpunan penghasilan TINGGI adalah 0,8 ($\mu_{GAJITINGGI}[2x10^6]=0,8$); maka α–predikat untuk usia MUDA dan berpenghasilan TINGGI adalah:

$$\begin{aligned}\mu_{MUDA\cap GAJITINGGI} &= \min(\mu_{MUDA}[27], \mu_{GAJITINGGI}[2x10^6])\\ &= \min(0,6; 0,8)\\ &= 0,6\end{aligned}$$

Operator OR

Operator ini berhubungan dengan operasi union pada himpunan. α–predikat sebagai hasil operasi dengan operator OR diperoleh dengan mengambil nilai keanggotaan terbesar antar elemen pada himpunan-himpunan yang bersangkutan.

$$\mu_{A\cup B} = \max(\mu_A[x], \mu_B[y])$$

Contoh :

Pada contoh 7.11, dapat dihitung nilai α–predikat untuk usia MUDA atau berpenghasilan TINGGI adalah:

$$\mu_{MUDA\cup GAJITINGGI} = \max(\mu_{MUDA}[27],\ \mu_{GAJITINGGI}[2x10^6])$$
$$= \max(0{,}6;\ 0{,}8)$$
$$= 0{,}8$$

Operator NOT

Operator ini berhubungan dengan operasi komplemen pada himpunan. α–predikat sebagai hasil operasi dengan operator NOT diperoleh dengan mengurangkan nilai keanggotaan elemen pada himpunan yang bersangkutan dari 1.

$$\mu_{A'} = 1-\mu_A[x]$$

Contoh :

Pada contoh di atas, dapat dihitung nilai α–predikat untuk usia TIDAK MUDA adalah:

$$\mu_{MUDA'}[27] = 1 - \mu_{MUDA}[27]$$
$$= 1 - 0{,}6$$
$$= 0{,}4$$

G. PENALARAN MONOTON

Metode penalaran secara monoton digunakan sebagai dasar untuk teknik implikasi fuzzy. Meskipun penalaran ini sudah jarang sekali digunakan, namun terkadang masih digunakan untuk penskalaan fuzzy. Jika 2 daerah fuzzy direlasikan dengan implikasi sederhana sebagai berikut:

```
IF x is A THEN y is B
```

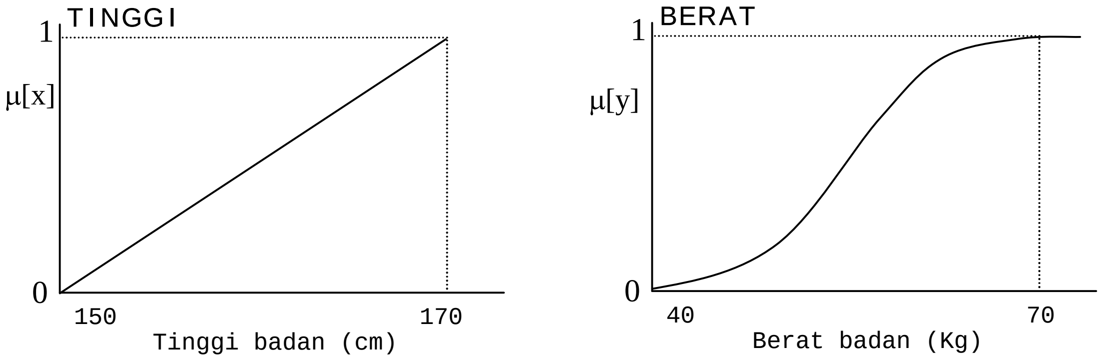
transfer fungsi:

$$y = f((x,A),B)$$

maka sistem fuzzy dapat berjalan tanpa harus melalui komposisi dan dekomposisi fuzzy. Nilai output dapat diestimasi secara langsung dari nilai keanggotaan yang berhubungan dengan antesedennya.

Contoh :

Misalkan ada 2 himpunan fuzzy: TINGGI (menunjukkan tinggi badan orang Indonesia) dan BERAT (menunjukkan berat badan orang Indonesia) seperti terlihat pada Gambar 26.



Gambar 26. Himpunan fuzzy: TINGGI dan BERAT.

Relasi antara kedua himpunan diekspresikan dengan aturan tunggal sebagai berikut:

```
IF TinggiBadan is TINGGI THEN BeratBadan is BERAT
```

Implikasi secara monoton akan menyeleksi daerah fuzzy A dan B dengan algoritma sebagai berikut:

- Untuk suatu elemen x pada domain A, tentukan nilai keanggotannya dalam daerah fuzzy A, yaitu: $\mu_A[x]$;
- Pada daerah fuzzy B, nilai keanggotaan yang berhubungan dengan tentukan permukaan fuzzy-nya. Tarik garis lurus ke arah domain. Nilai pada sumbu domain, y, merupakan solusi dari fungsi implikasi tersebut. Dapat dituliskan:

$$y_B = f(\mu_A[x], D_B)$$

Gambar 27 menunjukkan kerja algoritma tersebut. Seseorang yang memiliki tinggi badan 165 cm, memiliki derajat keanggotaan 0,75 pada daerah fuzzy TINGGI; diperoleh dari:

$$\begin{aligned}\mu_{TINGGI}[165] &= (165 - 150)/(170 - 150)\\ &= 15/20\\ &= 0,75\end{aligned}$$

Nilai ini dipetakan ke daerah fuzzy BERAT yang akan memberikan solusi berat badan orang tersebut yaitu 59,4 kg; diperoleh dari:

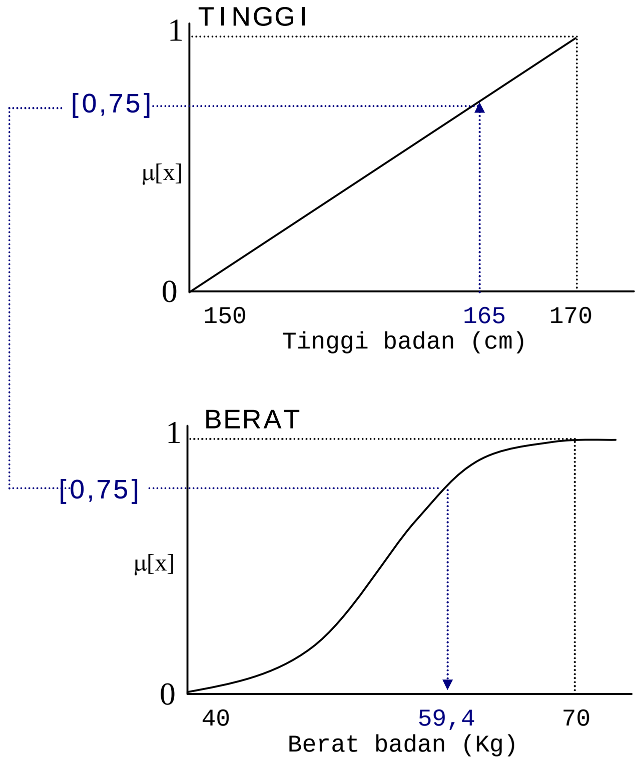
$\mu_{BERAT}[y] = S(y;\ 40,55,70) = 0,75$

Karena 0,75 > 0,5 maka letak y adalah antara 52,5 sampai 70, sehingga:

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow\ 1-2[(70-y)/(70-40)]^2 &&= 0,75\\
&\Leftrightarrow\ 1-2(70-y)^2/900 &&= 0,75\\
&\Leftrightarrow\ 2(70-y)^2/900 &&= 0,25\\
&\Leftrightarrow\ (70-y)^2 &&= 112,5\\
&\Leftrightarrow\ (70-y) &&= \pm\sqrt{(112,5)}
\end{aligned}$$

$\Leftrightarrow$ y = $70 \pm 10{,}6$ ---> ambil (-) nya, karena nilainya harus < 70

$\Leftrightarrow$ y = 59,4



Gambar 27. Implikasi monoton: TINGGI ke BERAT.

H. FUNGSI IMPLIKASI

Tiap-tiap aturan (proposisi) pada basis pengetahuan fuzzy akan berhubungan dengan suatu relasi fuzzy. Bentuk umum dari aturan yang digunakan dalam fungsi implikasi adalah:

`IF x is A THEN y is B`

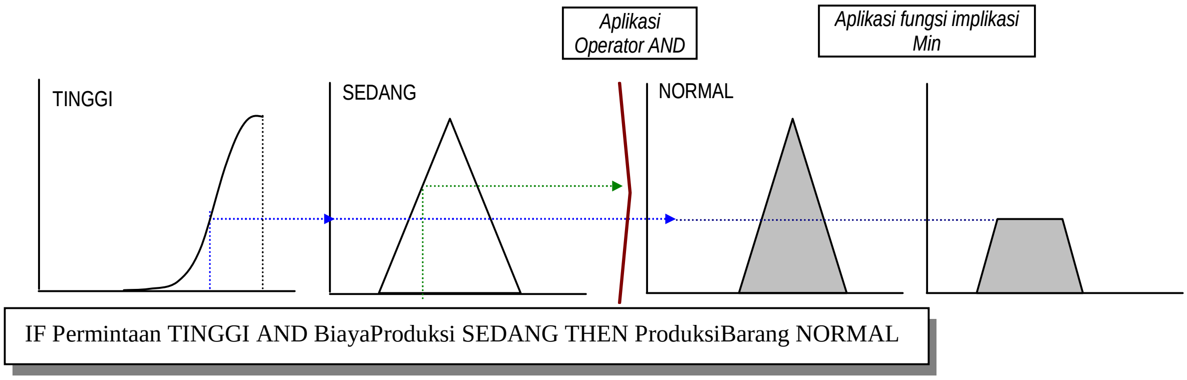
dengan x dan y adalah skalar, dan A dan B adalah himpunan fuzzy. Proposisi yang mengikuti IF disebut sebagi anteseden, sedangkan proposisi yang mengikuti THEN disebut sebagai konsekuen. Proposisi ini dapat diperluas dengan menggunakan operator fuzzy, seperti:

IF $(x_1$ is $A_1) \bullet (x_2$ is $A_2) \bullet (x_3$ is $A_3) \bullet \ldots\ldots \bullet (x_N$ is $A_N)$ THEN y is B

dengan $\bullet$ adalah operator (misal: OR atau AND).

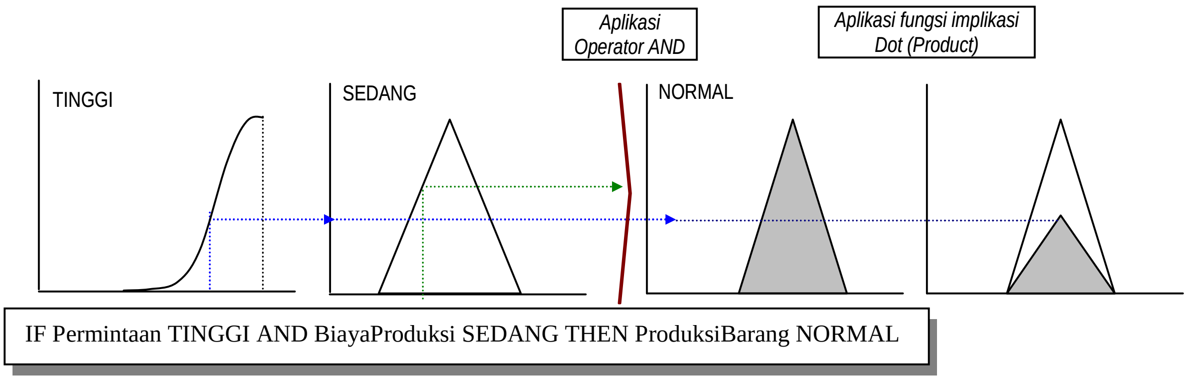
Secara umum, ada 2 fungsi implikasi yang dapat digunakan, yaitu:

a. Min (*minimum*). Fungsi ini akan memotong output himpunan fuzzy. Gambar 28 menunjukkan salah satu contoh penggunaan fungsi min.



Gambar 28. Fungsi implikasi: MIN.

b. Dot (*product*). Fungsi ini akan menskala output himpunan fuzzy. Gambar 7.31 menunjukkan salah satu contoh penggunaan fungsi dot.

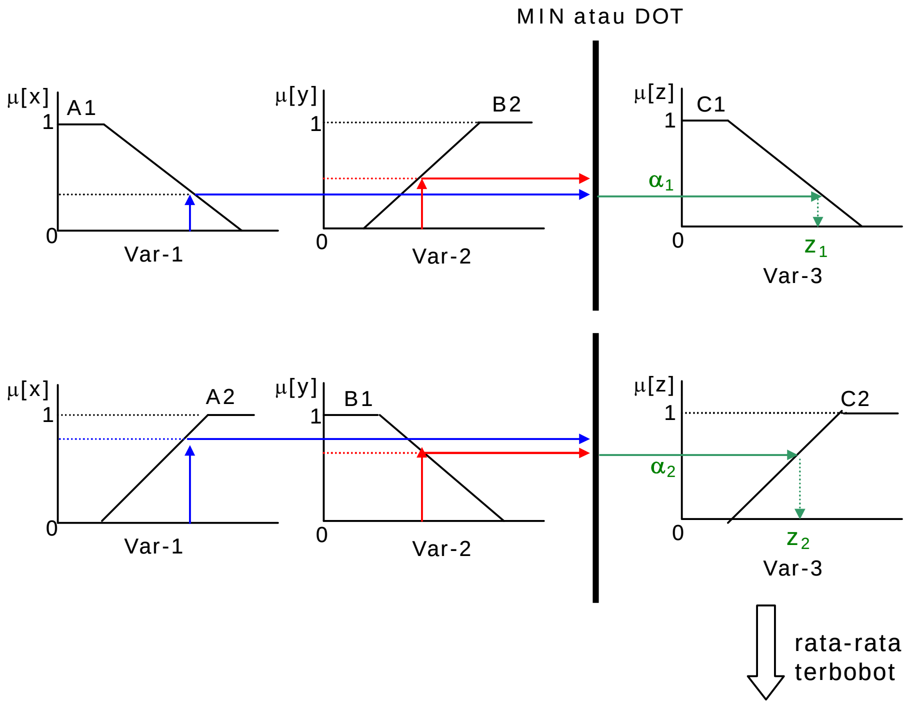


Gambar 29. Fungsi implikasi: DOT.

I. SISTEM INFERENSI FUZZY

Metode Tsukamoto

Pada Metode Tsukamoto, setiap konsekuen pada aturan yang berbentuk IF-Then harus direpresentasikan dengan suatu himpunan fuzzy dengan fungsi keanggotaan yang monoton (Gambar 30). Sebagai hasilnya, output hasil inferensi dari tiap-tiap aturan diberikan secara tegas (*crisp*) berdasarkan α-predikat (*fire strength*). Hasil akhirnya diperoleh dengan menggunakan rata-rata terbobot.



$$z = \frac{\alpha_1 z_1 + \alpha_2 z_2}{\alpha_1 + \alpha_2}$$

Gambar 30. Inferensi dengan menggunakan Metode Tsukamoto.

<u>Contoh :</u>
Suatu perusahaan makanan kaleng akan memproduksi makanan jenis ABC. Dari data 1 bulan terakhir, permintaan terbesar hingga mencapai 5000 kemasan/hari, dan permintaan terkecil sampai 1000 kemasan/hari. Persediaan barang digudang terbanyak sampai 600 kemasan/hari, dan terkecil pernah sampai 100 kemasan/hari. Dengan segala keterbatasannya, sampai saat ini, perusahaan baru mampu memproduksi barang maksimum 7000 kemasan/hari, serta demi efisiensi mesin dan SDM tiap hari diharapkan perusahaan memproduksi paling tidak 2000 kemasan. Apabila proses produksi perusahaan tersebut menggunakan 4 aturan fuzzy sbb:

[R1] IF Permintaan TURUN <u>And</u> Persediaan BANYAK
THEN Produksi Barang BERKURANG;

{R2] IF Permintaan TURUN <u>And</u> Persediaan SEDIKIT
THEN Produksi Barang BERKURANG;

[R3] IF Permintaan NAIK <u>And</u> Persediaan BANYAK
THEN Produksi Barang BERTAMBAH;

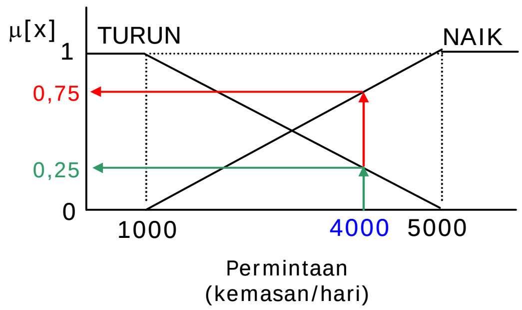
[R4] IF Permintaan NAIK <u>And</u> Persediaan SEDIKIT
THEN Produksi Barang BERTAMBAH;

Berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi, jika jumlah permintaan sebanyak 4000 kemasan, dan persediaan di gudang masih 300 kemasan?

Solusi:

Ada 3 variabel fuzzy yang akan dimodelkan, yaitu:

- Permintaan; terdiri-atas 2 himpunan fuzzy, yaitu: NAIK dan TURUN (Gambar 31).



Gambar 31. Fungsi keanggotaan variabel Permintaan pada Contoh di atas.

$$\mu_{PmtTURUN}[x] = \begin{cases} 1, & x \le 1000 \\ \dfrac{5000 - x}{4000}, & 1000 \le x \le 5000 \\ 0, & x \ge 5000 \end{cases}$$

$$\mu_{PmtNAIK}[x] = \begin{cases} 0, & x \le 1000 \\ \dfrac{x - 1000}{4000}, & 1000 \le x \le 5000 \\ 1, & x \ge 5000 \end{cases}$$

Kita bisa mencari nilai keanggotaan:

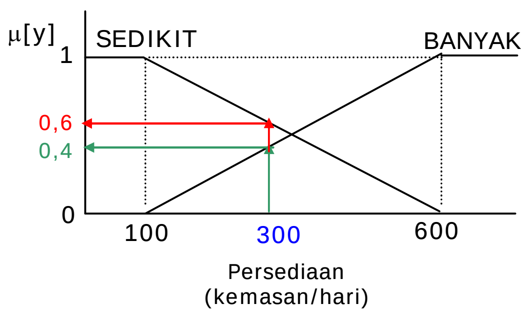
$\mu_{PmtTURUN}[4000]$ = (5000-4000)/4000

= 0,25

$\mu_{PmtNAIK}[4000]$ = (4000-1000)/4000

= 0,75

- Persediaan; terdiri-atas 2 himpunan fuzzy, yaitu: SEDIKIT dan BANYAK (Gambar 32).



Gambar 32. Fungsi keanggotaan variabel Persediaan pada Contoh di atas.

$$\mu_{PsdSEDIKIT}[y] = \begin{cases} 1, & y \le 100 \\ \dfrac{600 - y}{500}, & 100 \le y \le 600 \\ 0, & y \ge 600 \end{cases}$$

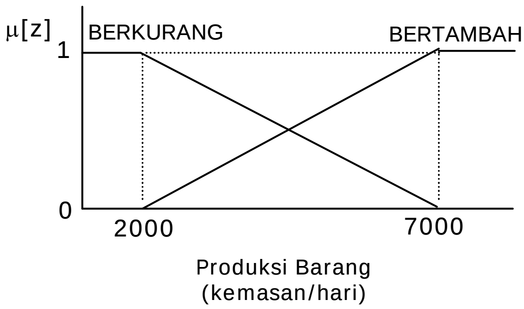
$$\mu_{PsdBANYAK}[y] = \begin{cases} 0, & y \le 100 \\ \dfrac{y - 100}{500}, & 100 \le y \le 600 \\ 1, & y \ge 600 \end{cases}$$

Kita bisa mencari nilai keanggotaan:

$$\mu_{PsdSEDIKIT}[300] = (600\text{-}300)/500$$
$$= 0{,}6$$

$$\mu_{PsdBANYAK}[300] = (300\text{-}100)/500$$
$$= 0{,}4$$

- Produksi barang; terdiri-atas 2 himpunan fuzzy, yaitu: BERKURANG dan BERTAMBAH (Gambar 33).



Gambar 33. Fungsi keanggotaan variabel Produksi Barang pada Contoh di atas.

$$\mu_{Pr\,BrgBERKURANG}[z] = \begin{cases} 1, & z \le 2000 \\ \dfrac{7000 - z}{5000}, & 2000 \le z \le 7000 \\ 0, & z \ge 7000 \end{cases}$$

$$\mu_{Pr\,BrgBERTAMBAH}[z] = \begin{cases} 0, & z \le 2000 \\ \dfrac{z - 2000}{5000}, & 2000 \le z \le 7000 \\ 1, & z \ge 7000 \end{cases}$$

Sekarang kita cari nilai z untuk setiap aturan dengan menggunakan fungsi MIN pada aplikasi fungsi implikasinya:

```
[R1] IF Permintaan TURUN And Persediaan BANYAK
     THEN Produksi Barang BERKURANG;
```

α-predikat$_1$ = $\mu_{PmtTURUN \cap PsdBANYAK}$

= $\min(\mu_{PmtTURUN}[4000], \mu_{PsdBANYAK}[300])$

= $\min(0{,}25;\ 0{,}4)$

= 0,25

Lihat himpunan Produksi Barang BERKURANG,

(7000-z)/5000 = 0,25 ---> z_1 = 5750

```
{R2] IF Permintaan TURUN And Persediaan SEDIKIT
     THEN Produksi Barang BERKURANG;
```

α-predikat$_2$ = $\mu_{PmtTURUN \cap PsdSEDIKIT}$

= $\min(\mu_{PmtTURUN}[4000], \mu_{PsdSEDIKIT}[300])$

= $\min(0{,}25;\ 0{,}6)$

= 0,25

Lihat himpunan Produksi Barang BERKURANG,

(7000-z)/5000 = 0,25 ---> z_2 = 5750

```
[R3] IF Permintaan NAIK And Persediaan BANYAK
     THEN Produksi Barang BERTAMBAH;
```

α-predikat$_3$ = $\mu_{PmtNAIK \cap PsdBANYAK}$

= $\min(\mu_{PmtNAIK}[4000], \mu_{PsdBANYAK}[300])$

= $\min(0{,}75;\ 0{,}4)$

= 0,4

Lihat himpunan Produksi Barang BERTAMBAH,

(z-2000)/5000 = 0,4 ---> z_3 = 4000

```
[R4] IF Permintaan NAIK And Persediaan SEDIKIT
     THEN Produksi Barang BERTAMBAH;
```

α-predikat$_4$ = $\mu_{PmtNAIK \cap PsdBANYAK}$

= $\min(\mu_{PmtNAIK}[4000], \mu_{PsdSEDIKIT}[300])$

= $\min(0{,}75;\ 0{,}6)$

= 0,6

Lihat himpunan Produksi Barang BERTAMBAH,

(z-2000)/5000 = 0,6 ---> z_4 = 5000

Dari sini kita dapat mencari berapakah nilai z, yaitu:

$$z = \frac{\alpha pred_1 * z_1 + \alpha pred_2 * z_2 + \alpha pred_3 * z_3 + \alpha pred_4 * z_4}{\alpha pred_1 + \alpha pred_2 + \alpha pred_3 + \alpha pred_4}$$

$$z = \frac{0,25 * 5750 + 0,25 * 5750 + 0,4 * 4000 + 0,6 * 5000}{0,25 + 0,25 + 0,4 + 0,6} = \frac{7475}{1,5} = 4983$$

Jadi jumlah makanan kaleng jenis ABC yang harus diproduksi sebanyak *4983* kemasan.

Metode Mamdani

Metode Mamdani sering juga dikenal dengan nama Metode Max-Min. Metode ini diperkenalkan oleh Ebrahim Mamdani pada tahun 1975. Untuk mendapatkan output, diperlukan 4 tahapan:

1. Pembentukan himpunan fuzzy
2. Aplikasi fungsi implikasi (aturan)
3. Komposisi aturan
4. Penegasan (deffuzy)

1. Pembentukan himpunan fuzzy

Pada Metode Mamdani, baik variabel input maupun variabel output dibagi menjadi satu atau lebih himpunan fuzzy.

2. Aplikasi fungsi implikasi

Pada Metode Mamdani, fungsi implikasi yang digunakan adalah Min.

3. Komposisi Aturan

Tidak seperti penalaran monoton, apabila sistem terdiri-dari beberapa aturan, maka inferensi diperoleh dari kumpulan dan korelasi antar aturan. Ada 3 metode yang digunakan dalam melakukan inferensi sistem fuzzy, yaitu: max, additive dan probabilistik OR (probor).

a. Metode Max (Maximum)

Pada metode ini, solusi himpunan fuzzy diperoleh dengan cara mengambil nilai maksimum aturan, kemudian menggunakannya untuk memodifikasi daerah fuzzy, dan mengaplikasikannya ke output dengan menggunakan operator OR (union). Jika semua proposisi telah dievaluasi, maka output akan berisi suatu himpunan fuzzy yang merefleksikan konstribusi dari tiap-tiap proposisi. Secara umum dapat dituliskan:

$$\mu_{sf}[x_i] \leftarrow \max(\mu_{sf}[x_i], \mu_{kf}[x_i])$$

dengan:

$\mu_{sf}[x_i]$ = nilai keanggotaan solusi fuzzy sampai aturan ke-i;
$\mu_{kf}[x_i]$ = nilai keanggotaan konsekuen fuzzy aturan ke-i;

Misalkan ada 3 aturan (proposisi) sebagai berikut:

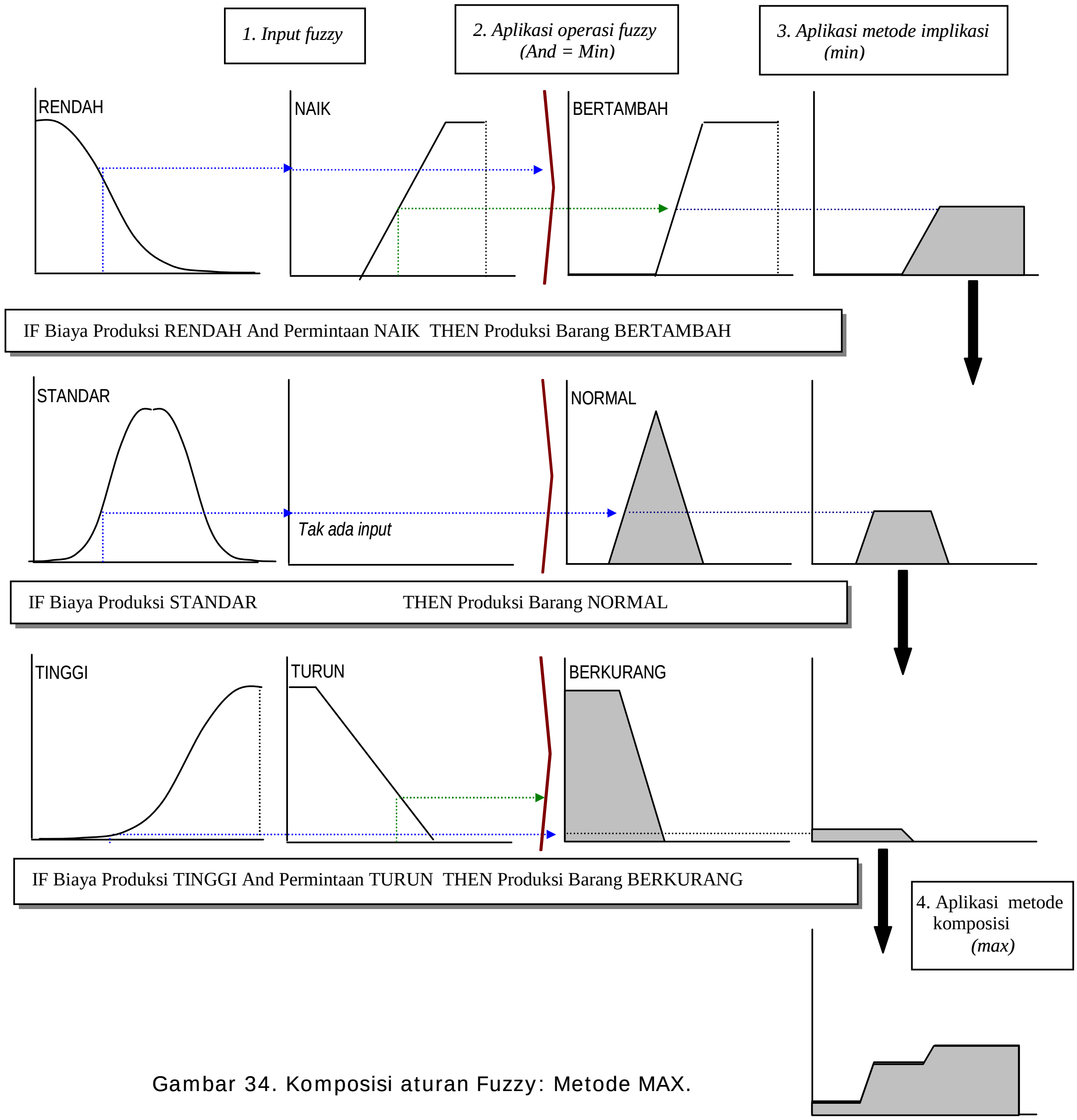
```
[R1]  IF Biaya Produksi RENDAH And Permintaan NAIK
      THEN Produksi Barang BERTAMBAH;

{R2]  IF Biaya Produksi STANDAR
      THEN Produksi Barang NORMAL;

[R3]  IF Biaya Produksi TINGGI And Permintaan TURUN
      THEN Produksi Barang BERKURANG;
```

Proses inferensi dengan menggunakan metode Max dalam melakukan komposisi aturan seperti terlihat pada Gambar 34.

Apabila digunakan fungsi implikasi MIN, maka metode komposisi ini sering disebut dengan nama MAX-MIN atau MIN-MAX atau MAMDANI.



Gambar 34. Komposisi aturan Fuzzy: Metode MAX.

b. Metode Additive (Sum)

Pada metode ini, solusi himpunan fuzzy diperoleh dengan cara melakukan *bounded-sum* terhadap semua output daerah fuzzy. Secara umum dituliskan:

$$\mu_{sf}[x_i] \leftarrow \min(1, \mu_{sf}[x_i] + \mu_{kf}[x_i])$$

dengan:

$\mu_{sf}[x_i]$ = nilai keanggotaan solusi fuzzy sampai aturan ke-i;
$\mu_{kf}[x_i]$ = nilai keanggotaan konsekuen fuzzy aturan ke-i;

c. Metode Probabilistik OR (probor)

Pada metode ini, solusi himpunan fuzzy diperoleh dengan cara melakukan *product* terhadap semua output daerah fuzzy. Secara umum dituliskan:

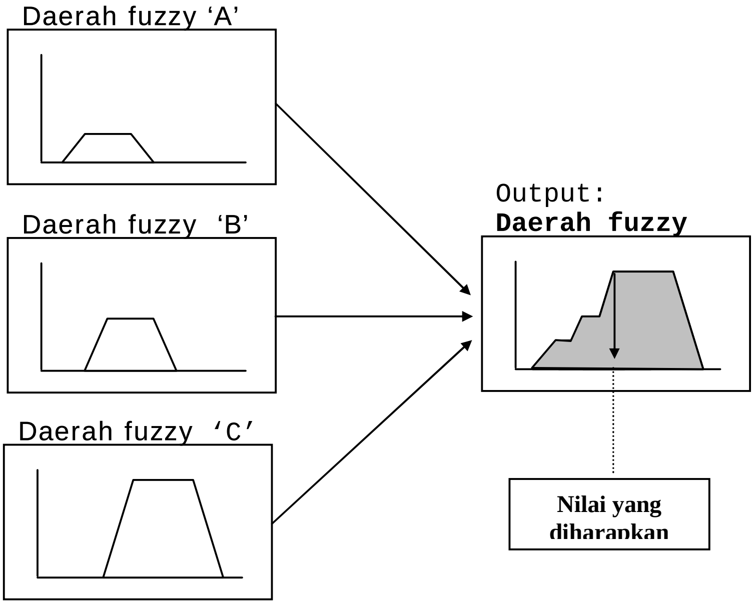
$$\mu_{sf}[x_i] \leftarrow (\mu_{sf}[x_i] + \mu_{kf}[x_i]) - (\mu_{sf}[x_i] * \mu_{kf}[x_i])$$

dengan:

$\mu_{sf}[x_i]$ = nilai keanggotaan solusi fuzzy sampai aturan ke-i;
$\mu_{kf}[x_i]$ = nilai keanggotaan konsekuen fuzzy aturan ke-i;

4. Penegasan (*defuzzy*)

Input dari proses defuzzifikasi adalah suatu himpunan fuzzy yang diperoleh dari komposisi aturan-aturan fuzzy, sedangkan output yang dihasilkan merupakan suatu bilangan pada domain himpunan fuzzy tersebut. Sehingga jika diberikan suatu himpunan fuzzy dalam range tertentu, maka harus dapat diambil suatu nilai crsip tertentu sebagai output seperti terlihat pada Gambar 35.



Gambar 35. Proses defuzzifikasi.

Ada beberapa metode defuzzifikasi pada komposisi aturan MAMDANI, antara lain:

a. Metode Centroid (*Composite Moment*)
   Pada metode ini, solusi *crisp* diperoleh dengan cara mengambil titik pusat (z*) daerah fuzzy. Secara umum dirumuskan:

$$z^* = \frac{\int_Z z\mu(z)dz}{\int_z \mu(z)dz}$$

$$z^* = \frac{\sum_{j=1}^{n} z_j \mu(z_j)}{\sum_{j=1}^{n} \mu(z_j)}$$

b. Metode Bisektor

Pada metode ini, solusi *crisp* diperoleh dengan cara mengambil nilai pada domain fuzzy yang memiliki nilai keanggotaan separo dari jumlah total nilai keanggotaan pada daerah fuzzy. Secara umum dituliskan:

$$z_p \quad \text{sedemikian hingga} \int_{\Re 1}^{p} \mu(z)\,dz = \int_{p}^{\Re n} \mu(z)\,dz$$

c. Metode *Mean of Maximum* (MOM)

Pada metode ini, solusi *crisp* diperoleh dengan cara mengambil nilai rata-rata domain yang memiliki nilai keanggotaan maksimum.

d. Metode *Largest of Maximum* (LOM)

Pada metode ini, solusi *crisp* diperoleh dengan cara mengambil nilai terbesar dari domain yang memiliki nilai keanggotaan maksimum.

e. Metode *Smallest of Maximum* (SOM)

Pada metode ini, solusi *crisp* diperoleh dengan cara mengambil nilai terkecil dari domain yang memiliki nilai keanggotaan maksimum.

Contoh :

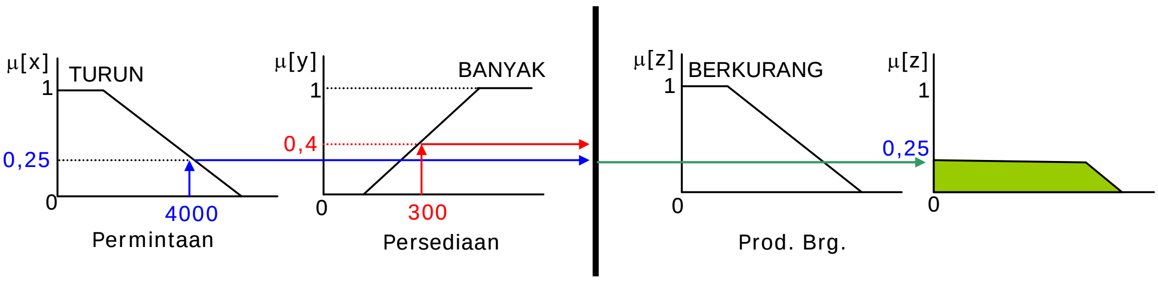
Kita kembali pada contoh yang sama seperti pada contoh di atas, Himpunan fuzzy pada setiap variabel juga sama seperti penyelesaian pada contoh tersebut. Sekarang kita awali dengan mengaplikasikan fungsi implikasi untuk setiap aturan. Karena kita menggunakan Metode MAMDANI, maka fungsi implikasi yang kita gunakan adalah fungsi MIN.

- Aplikasi fungsi implikasi:

```
[R1] IF Permintaan TURUN And Persediaan BANYAK
     THEN Produksi Barang BERKURANG;
```

Lihat Gambar 36:

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_1 &= \mu_{PmtTURUN \cap PsdBANYAK} \\ &= \min(\mu_{PmtTURUN}[4000], \mu_{PsdBANYAK}[300]) \\ &= \min(0{,}25;\ 0{,}4) \\ &= 0{,}25\end{aligned}$$

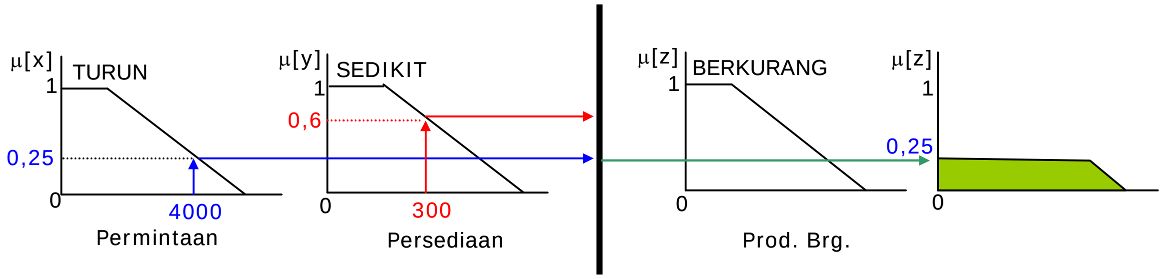


Gambar 36. Aplikasi fungsi implikasi untuk R1.

```
{R2] IF Permintaan TURUN And Persediaan SEDIKIT
     THEN Produksi Barang BERKURANG;
```

Lihat Gambar 37:

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_2 &= \mu_{PmtTURUN \cap PsdSEDIKIT} \\ &= \min(\mu_{PmtTURUN}[4000], \mu_{PsdSEDIKIT}[300]) \\ &= \min(0{,}25;\ 0{,}6) \\ &= 0{,}25\end{aligned}$$

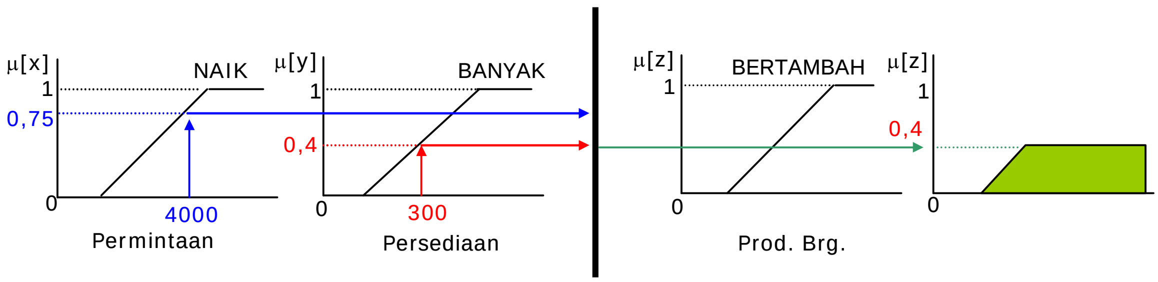


Gambar 37. Aplikasi fungsi implikasi untuk R2.

[R3] IF Permintaan NAIK And Persediaan BANYAK
THEN Produksi Barang BERTAMBAH;

Lihat Gambar 7.40:

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_3 &= \mu_{PmtNAIK \cap PsdBANYAK} \\ &= \min(\mu_{PmtNAIK}[4000], \mu_{PsdBANYAK}[300]) \\ &= \min(0{,}75;\ 0{,}4) \\ &= 0{,}4\end{aligned}$$

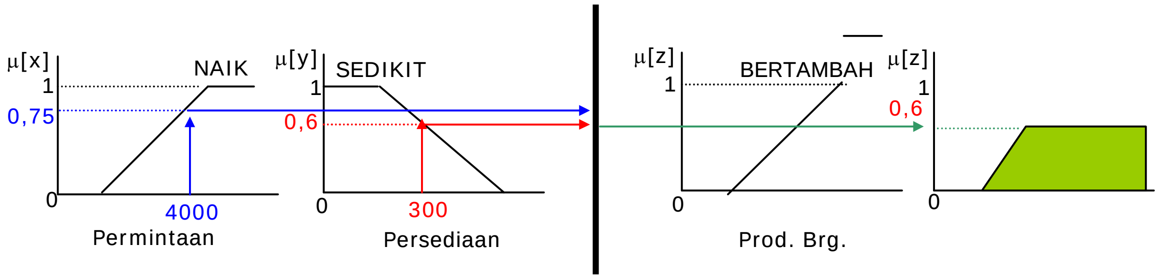


Gambar 38. Aplikasi fungsi implikasi untuk R3.

[R4] IF Permintaan NAIK And Persediaan SEDIKIT
THEN Produksi Barang BERTAMBAH;

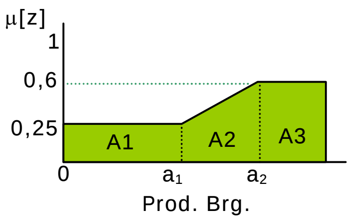
Lihat Gambar 39:

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_4 &= \mu_{PmtNAIK \cap PsdBANYAK} \\ &= \min(\mu_{PmtNAIK}[4000], \mu_{PsdSEDIKIT}[300]) \\ &= \min(0{,}75;\ 0{,}6) \\ &= 0{,}6\end{aligned}$$



Gambar 39. Aplikasi fungsi implikasi untuk R4.

✷ Komposisi antar aturan
Dari hasil aplikasi fungsi implikasi dari tiap aturan, digunakan metode MAX untuk melakukan komposisi antar semua aturan. Hasilnya seperti pada Gambar 7.42.



Gambar 40. Daerah hasil komposisi.

Pada Gambar 40 tersebut, daerah hasil kita bagi menjadi 3 bagian, yaitu A1, A2, dan A3. Sekarang kita cari nilai a1 dan a_2.

$(a_1 - 2000)/5000 = 0{,}25 \;\text{--->}\; a_1 = 3250$
$(a_2 - 2000)/5000 = 0{,}60 \;\text{--->}\; a_2 = 5000$

Dengan demikian, fungsi keanggotaan untuk hasil komposisi ini adalah:

$$\mu[z] = \begin{cases} 0{,}25; & z \le 3250 \\ (z - 2000)/5000; & 3250 \le z \le 5000 \\ 0{,}6; & z \ge 5000 \end{cases}$$

✷ Penegasan (*defuzzy*)
Metode penegasan yang akan kita gunakan adalah metode centroid. Untuk itu, pertama-tama kita hitung dulu momen untuk setiap daerah.

$$M1 = \int_0^{3250} (0{,}25)z\,dz = 0{,}125z^2 \Big|_0^{3250} = 1320312{,}5$$

$$M2 = \int_{3250}^{5000} \frac{(z-2000)}{5000} z\,dz = \int_{3250}^{5000} (0{,}0002z^2 - 0{,}4z)\,dz = 0{,}000067z^3 - 0{,}2z^2 \Big|_{3250}^{5000} = 3187515{,}625$$

$$M3 = \int_{5000}^{7000} (0,6)z\, dz = 0,3z^2 \Big|_{5000}^{7000} = 7200000$$

Kemudian kita hitung luas setiap daerah:

A1 = 3250*0,25 = 812,5

A2 = (0,25+0,6)*(5000-3250)/2 = 743,75

A3 = (7000-5000)*0,6 = 1200

Titik pusat dapat diperoleh dari:

$$z = \frac{1320312,5 + 3187515,625 + 7200000}{812,5 + 743,75 + 1200} = 4247,74$$

Jadi jumlah makanan kaleng jenis ABC yang harus diproduksi sebanyak *4248* kemasan.

Metode Sugeno

Penalaran dengan metode SUGENO hampir sama dengan penalaran MAMDANI, hanya saja output (konsekuen) sistem tidak berupa himpunan fuzzy, melainkan berupa konstanta atau persamaan linear. Metode ini diperkenalkan oleh Takagi-Sugeno Kang pada tahun 1985.

a. Model Fuzzy Sugeno Orde-Nol

Secara umum bentuk model fuzzy SUGENO Orde-Nol adalah:

IF (x_1 is A_1) $\bullet$ (x_2 is A_2) $\bullet$ (x_3 is A_3) $\bullet$ ...... $\bullet$ (x_N is A_N) THEN **z=k**

dengan A_i adalah himpunan fuzzy ke-i sebagai anteseden, dan k adalah suatu konstanta (tegas) sebagai konsekuen.

b. Model Fuzzy Sugeno Orde-Satu

Secara umum bentuk model fuzzy SUGENO Orde-Satu adalah:

IF (x_1 is A_1) $\bullet$ ...... $\bullet$ (x_N is A_N) THEN z = $\mathbf{p_1 * x_1 + \ldots + p_N * x_N + q}$

dengan A_i adalah himpunan fuzzy ke-i sebagai anteseden, dan p_i adalah suatu konstanta (tegas) ke-i dan q juga merupakan konstanta dalam konsekuen.

Apabila komposisi aturan menggunakan metode SUGENO, maka deffuzifikasi dilakukan dengan cara mencari nilai rata-ratanya.

Contoh :

Kita kembali pada contoh yang sama seperti pada contoh di atas, Himpunan fuzzy pada variabel permintaan dan persediaan juga sama seperti penyelesaian pada contoh tersebut. Hanya saja aturan yang digunakan sedikit dimodifikasi, sebagai berikut (dengan asumsi bahwa jumlah permintaan selalu lebih tinggi dibanding dengan jumlah persediaan):

```
[R1]  IF Permintaan TURUN And Persediaan BANYAK
      THEN Produksi Barang = Permintaan - Persediaan;
{R2]  IF Permintaan TURUN And Persediaan SEDIKIT
      THEN Produksi Barang = Permintaan;
[R3]  IF Permintaan NAIK And Persediaan BANYAK
      THEN Produksi Barang = Permintaan;
[R4]  IF Permintaan NAIK And Persediaan SEDIKIT
      THEN Produksi Barang = 1,25*Permintaan - Persediaan;
```

Sekarang kita cari α-predikat dan nilai z untuk setiap aturan:

```
[R1] IF Permintaan TURUN And Persediaan BANYAK
     THEN Produksi Barang = Permintaan - Persediaan;
```

α-predikat$_1$ $= \mu_{PmtTURUN \cap PsdBANYAK}$

$= \min(\mu_{PmtTURUN}[4000], \mu_{PsdBANYAK}[300])$

$= \min(0,25;\ 0,4)$

$= 0,25$

Nilai z_1: $z_1 = 4000 - 300 = 3700$

```
{R2] IF Permintaan TURUN And Persediaan SEDIKIT
     THEN Produksi Barang = Permintaan;
```

α-predikat$_2$ $= \mu_{PmtTURUN \cap PsdSEDIKIT}$

$= \min(\mu_{PmtTURUN}[4000], \mu_{PsdSEDIKIT}[300])$

$= \min(0,25;\ 0,6)$

$= 0,25$

Nilai z_2: $z_2 = 4000$

```
[R3] IF Permintaan NAIK And Persediaan BANYAK
     THEN Produksi Barang = Permintaan;
```

α-predikat$_3$ $= \mu_{PmtNAIK \cap PsdBANYAK}$

$= \min(\mu_{PmtNAIK}[4000], \mu_{PsdBANYAK}[300])$

$= \min(0,75;\ 0,4)$

$= 0,4$

Nilai z_3: $z_3 = 4000$

```
[R4] IF Permintaan NAIK And Persediaan SEDIKIT
     THEN Produksi Barang = 1,25*Permintaan - Persediaan;
```

α-predikat$_4$ $= \mu_{PmtNAIK \cap PsdBANYAK}$

$= \min(\mu_{PmtNAIK}[4000], \mu_{PsdSEDIKIT}[300])$

$= \min(0{,}75;\ 0{,}6)$

$= 0{,}6$

Nilai z_4: $z_4 = 1{,}25*4000 - 300 = 4700$

Dari sini kita dapat mencari berapakah nilai z, yaitu:

$$z = \frac{\alpha pred_1 * z_1 + \alpha pred_2 * z_2 + \alpha pred_3 * z_3 + \alpha pred_4 * z_4}{\alpha pred_1 + \alpha pred_2 + \alpha pred_3 + \alpha pred_4}$$

$$z = \frac{0{,}25 * 3700 + 0{,}25 * 4000 + 0{,}4 * 4000 + 0{,}6 * 4700}{0{,}25 + 0{,}25 + 0{,}4 + 0{,}6} = \frac{6345}{1{,}5} = 4230$$

Jadi jumlah makanan kaleng jenis ABC yang harus diproduksi sebanyak *4230* kemasan.

J. MATLAB TOOLBOX: FUZZY

Fuzzy logic toolbox memberikan fasilitas *Grafical User Interface (GUI)* untuk mempermudah dalam membangun sistem fuzzy. Ada 5 GUI yang dapat digunakan untuk membangun, mengedit dan mengobservasi sistem penalaran fuzzy, yaitu:

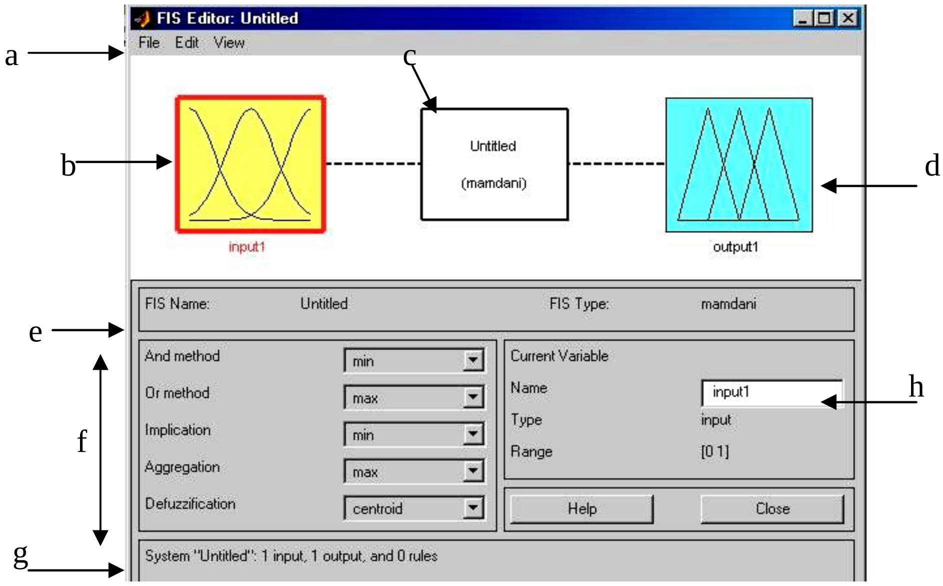
a. *Fuzzy Inference System (FIS) Editor*
b. *Membership Function Editor*
c. *Rule Editor*
d. *Rule Viewer*
e. *Surface Viewer*

<u>FIS Editor</u>

Apabila ingin membuat sistem penalaran fuzzy, maka kita cukup menuliskannya pada command line

```
>> fuzzy
```

kemudian pada layar akan tampak FIS Editor seperti pada Gambar 2.1 dibawah ini:



Gambar 2.1 FIS Editor

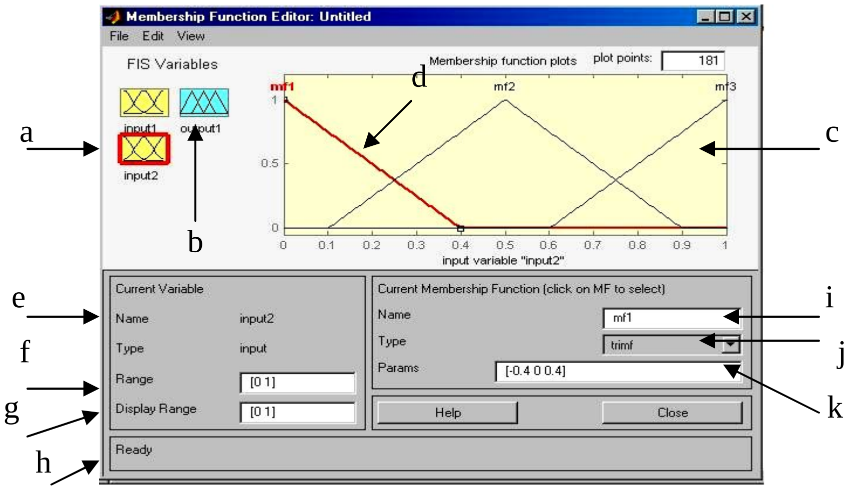
Keterangan:

a. Menu pilihan yang mengijinkan anda untuk membuka, mengedit, menyimpan, atau menampilkan sistem fuzzy
b. Icon variabel input. Anda dapat mengedit fungsi keanggotaan tiap-tiap variabel input dengan double click icon ini.
c. Icon diagram sistem. Anda dapat mengedit aturan sistem *(rule editor)* dengan double click icon ini.
d. Icon variabel output. Anda dapat mengedit fungsi keanggotaan tiap-tiap variabel output dengan double click icon ini.
e. Nama Sistem fuzzy. Nama ini dapat diubah dengan cara klik `File` ➔ `Export` ➔ `To workspace/ To Disk`
f. Pop-up menu yang digunakan untuk mengatur fungsi-fungsi penalaran fuzzy, seperti: And, Or,, fungsi imlikasi, fungsi komposisi aturan (agregasi), atau metode defuzzyfikasi.
g. Menunjukan operasi yang sedang dikerjakan.
h. Kolom edit, digunakan untuk mengedit nama input dan output.

Apabila kita ingin membuka file .fis (misal: motor.fis) yang sudah dibuat maka cukup mengetikkan: >> `fuzzy motor`

Membership Function Editor

Editor ini berfungsi untuk mengedit fungsi keanggotaan himpunan fuzzy untuk tiap-tiap variabel input dan output.



Gambar 2.2 Membership Fuction Editor

Keterangan:

a. Daerah variabel input (warna kuning), untuk mengedit salah satu fungsi keanggotaan input klik satu kali.

b. Daerah variabel output (warna biru muda), untuk mengedit salah satu fungsi keanggotaan output klik satu kali.

c. Fungsi keanggotaan himpunan fuzzy pada suatu variabel.

d. Untuk mengedit atribut suatu fungsi keanggotaan himpunan fuzzy (nama, tipe, parameter), cukup di klik satu kali.

e. Menunjukkan nama dan tipe variabel yang ditunjuk

f. Untuk mengedit range variabel

g. Display range variabel

h. Menunjukkan operasi yang sedang berjalan.

i. Daerah untuk mengedit nama himpunan fuzzy yang ditunjuk.

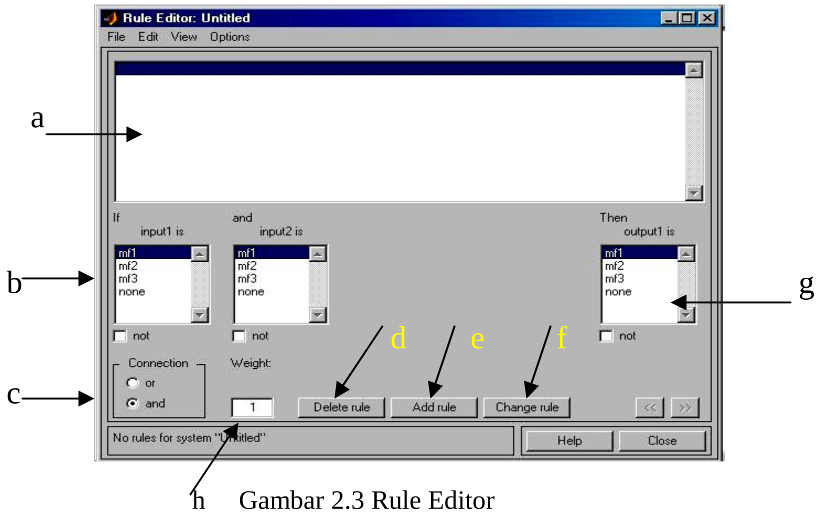
j. Pop-up menu untuk memilih tipe atau jenis fungsi keanggotaan himpunanfuzzy yang ditunjuk.

k. Daerah untuk mengedit parameter-parameter himpunan fuzzy yang ditunjuk.

Editor ini dapat dipanggil dengan mengklik `Edit` ➔ `Membership Function (ctrl+2)`

Rule Editor

Editor ini digunakan untuk membuat, mengedit dan menampilkan rule yang telah dibuat. Editor ini dapat dipanggil dengan mengklik `Edit` ➔ `Rules (ctrl+3).`



Gambar 2.3 Rule Editor

Keterangan:

a. Daerah yang berisi himpunan fuzzy.

b. Listbox yang berisi himpunan-himpunan fuzzy input.

c. Pilihan operator yang digunakan.

d. Tombol untuk menghapus aturan

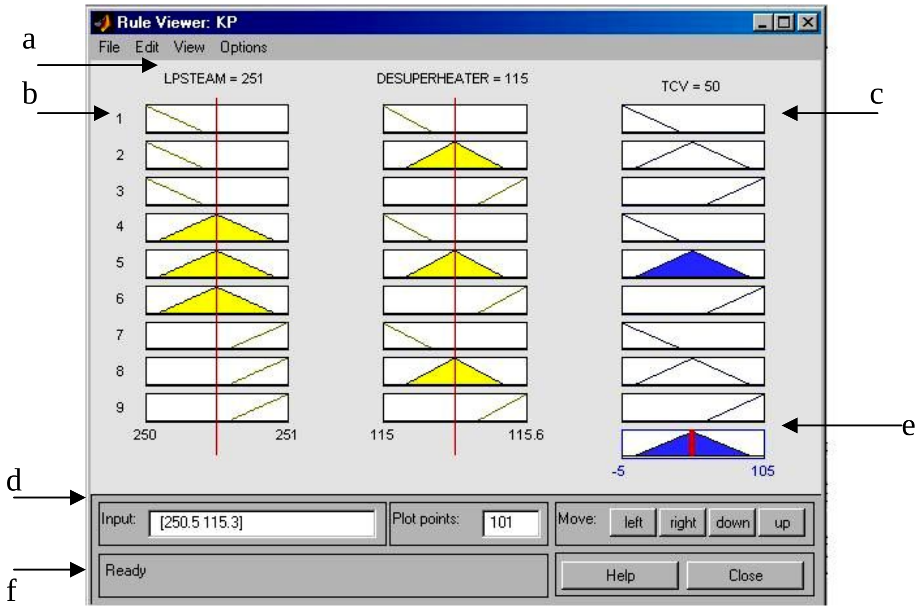
e. Tombol untuk menambah aturan

f. Tombol untuk mengganti aturan

g. Listbox yang berisi himpunan-himpunan fuzzy input

Rule Viewer

Viewer ini berguna untuk melihat alur penalaran fuzzy pada sistem, meliputi pemetaan input yang diberikan ke tiap-tiap variabel input, aplikasi operator, dan fungsi implikasi, komposisi (agregasi) aturan, dan penentuan output tegas pada metode defuzzyfikasi. Viewer ini bisa dipanggil dengan cara klik `View` ➔ `Rule`. Viewer ini biasanya digunakan untuk menganalisa sistem fuzzy yang kita desain, sebelum diimplementasikan kedalam perangkat keras.



Gambar 2.3 Rule viewer

Keterangan:

a. Variabel input yang digunakan dalam aturan (warna kuning)

b. Tiap-tiap baris menunjukan satu aturan. Apabila ingin mengetahui aturan tersebut, klik nomor aturan satu kali kemudian akan muncul aturan tersebut pada status bar.

c. Variabel output yang digunakan dalam aturan (warna biru)

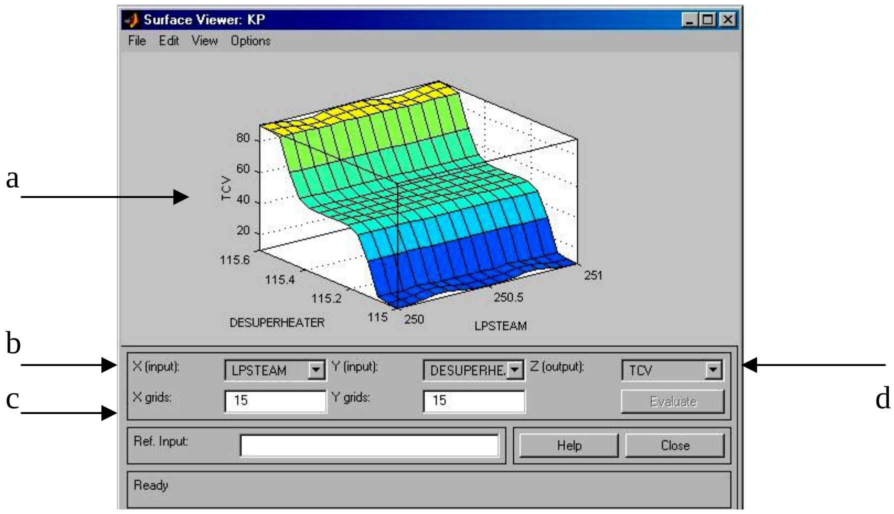
d. Tempat untuk mengedit input atau bisa juga dengan menggeser garis vertikal yang ada pada tiap variabel input.

e. Menunjukkan kombinasi output dari tiap-tiap aturan yang terbentuk dari fungsi komposisi (agregasi) yang digunakan, kemudian dilanjutkan dengan proses defuzzyfikasi.

f. Status bar yang menunjukkan operasi yang sedang dijalankan.

Surface Viewer

Viewer ini berguna untuk melihat gambar pemetaan antara variabel input dan variabel output. Viewer ini dapat dipanggil dengan mengklik `View` ➔ `Surface.`



Keterangan:

a. Gambar pemetaan input vs output
b. Pop-up menu untuk menampilkan variabel input
c. Kolom untuk mengedit grid input
d. Pop-up menu untuk menampilkan variabel input

Langkah-langkah mendesain sistem fuzzy:

1. Pahami betul karakteristik plant yang akan dikendalikan, tidak usah tahu model matematis dari plant tersebut. Karena disamping plant yang akan dirancang dengan fuzzy itu Multi Input Multi Output (MIMO)/nonlinier, juga sulit dimodelkan secara analisis matematis. Sebagai gantinya pengetahuan kita tentang karakteristik plant akan diimplementasikan pada aturan-aturan sistem fuzzy.
2. Tentukan Input dan Output Plant.
3. Tentukan domain dari Input dan Output.
4. Tentukan jumlah himpunan fuzzy untuk tiap input dan output plant. Jumlah himpunan fuzzy lebih banyak akan lebih bagus tetapi dengan konsekuensi komputasi yang lebih berat. Jumlah himpunan fuzzy yang biasa digunakan adalah 3-5 himpunan untuk setiap input/output.
5. Buat aturan-aturan yang merupakan relasi input dan output. Banyaknya aturan tergantung kombinasi himpunan fuzzy input. Aturan-aturan ini merupakan basis pengetahuan kita terhadap plant yang akan dikendalikan.
6. Tentukan metode evaluasi aturan yang paling cocok.

7. Tentukan metode defuzzyfikasi untuk menentukan nilai tegas hasil evaluasi aturan.
8. Simulasikan dalam Fuzzy Logic Toolbox yang ada dalam Matlab.

Catatan:

Untuk mendesain *Fuzzy Logic Controller*, perancang harus benar-benar mengetahui karakteristik dari plant (si perancang sudah lama berhubungan dengan plant yang akan dikendalikannya) tanpa harus mengetahui persamaan/ model matematis dari plant. Sehingga biasanya orang yang akan merancang sistem fuzzy itu adalah orang yang ahli. Karena tingkat pemahaman tiap orang berbeda maka akan dimungkinkan bahwa dalam perancangannya pun akan berbeda pula.

Latihan!

1. Rancang sebuah *Fuzzy Logic Controller* untuk sebuah model *Automatic Breaking System (ABS)*, dengan 2 masukan, yaitu Kecepatan (0-100 km/jam) dan Jarak (1-1000 m) sedangkan keluarannya adalah Rem (0-10 pa).
2. Rancang sebuah *Fuzzy Logic Controller* untuk mengendalikan *control valve* yang digunakan untuk menurunkan suhu pemanas dengan 2 masukan, yaitu *LP steam* (250^0C-255^0C) dan keluaran Pemanas (115^0C-120^0C), sedangkan keluarannya adalah Bukaan *Control Valve*(0-100%).
3. Rancang sebuah *Fuzzy Logic Controller* untuk mengendalikan mesin cuci otomatis dengan 2 masukan yaitu banyaknya pakaian dan tingkat kekotoran, serta 2 keluaran yaitu kecepatan motor dan lamanya putaran motor.