

# **BAB I**

## **Pengantar**

Perencanaan struktur adalah kombinasi seni dan ilmu pengetahuan yang menggabungkan intuisi para ahli struktur mengenai perilaku struktur dengan pengetahuan prinsip-prinsip statika, dinamika, mekanika bahan, dan analisis struktur, untuk menghasilkan struktur yang aman dan ekonomis selama masa layannya.

Metode perhitungan yang berdasarkan keilmuan harus menjadi pedoman dalam proses pengambilan keputusan, namun tidak untuk diikuti secara membabi buta. Kemampuan intuisi yang dirasionalkan oleh hasil-hasil perhitungan dapat menjadi dasar proses pengambilan keputusan yang baik.

Struktur optimum dicirikan sebagai berikut:

- a. biaya minimum,
- b. bobot minimum,
- c. periode konstruksi minimum,
- d. kebutuhan tenaga kerja minimum,
- e. biaya manufaktur minimum,
- f. manfaat maksimum pada saat layan.

Kerangka perencanaan struktur adalah proses penentuan jenis struktur dan pendimensian komponen struktur demikian sehingga beban kerja dapat dipikul secara aman, dan perpindahan yang terjadi dapat ditolerir oleh syarat-syarat yang berlaku.

Prosedur perencanaan secara iterasi dilakukan sebagai berikut:

1. Perancangan. Penetapan fungsi-fungsi struktur dan kriteria keberhasilan yang optimum.
2. Penetapan konfigurasi struktur preliminari berdasarkan Step 1.
3. Penetapan beban-beban kerja yang harus dipikul.
4. Pemilihan tipe dan ukuran preliminari komponen-komponen struktur berdasarkan Step 1, 2, 3.
5. Analisis struktur untuk menetapkan gaya-gaya-dalam dan perpindahan.
6. Evaluasi perancangan struktur optimum.
7. Perencanaan ulang dari Step 1 s/d 6.
8. Perencanaan akhir untuk menguji Step 1 s/d 7.

### **Beban**

Beban kerja pada struktur atau komponen struktur bisa ditetapkan berdasarkan peraturan pembebanan yang berlaku.

Beban mati adalah beban-beban yang bersifat tetap selama masa layan, antara lain berat struktur, pipa-pipa, saluran-saluran listrik, AC/heater, lampu-lampu, penutup

lantai/atap, dan plafon.

Beban hidup adalah beban-beban yang berubah besar dan lokasinya selama masa layan, antara lain berat manusia, perabotan, peralatan yang dapat dipindah-pindah, kendaraan, dan barang-barang lainnya.

Beban angin adalah tekanan-tekanan yang berasal dari gerakan-gerakan angin. Umumnya perlu diperhitungkan pada luas bidang tangkap angin yang relatif luas pada bangunan dengan beban-beban yang relatif ringan.

Beban gempa adalah gaya-gaya yang berasal dari gerakan-gerakan tanah dikombinasi dengan sifat-sifat dinamis struktur. Karena seringkali percepatan horizontal tanah lebih besar daripada percepatan vertikal, dan struktur secara umum lebih sensitif terhadap gerakan horizontal daripada gerakan vertikal, maka pengaruh gempa horizontal seringkali lebih menentukan daripada pengaruh gempa vertikal.

Tahanan komponen struktur dalam memikul gaya mengikuti preferensi berikut ini:

- tarik: baik — keruntuhan leleh bersifat daktil
- tekan: kurang baik — stabilitas (tekuk lentur, tekuk lokal)
- lentur: sedang — stabilitas (tekuk torsi, tekuk lokal, tekuk lateral)
- geser: lemah — getas, tekuk lokal
- torsi: buruk — getas, tekuk lokal

Belakangan ini komponen struktur tarik makin digemari mengingat efisiensinya dalam memikul beban.

Etika profesi: Perencana bertanggungjawab penuh dalam menghasilkan struktur yang aman dan ekonomis.

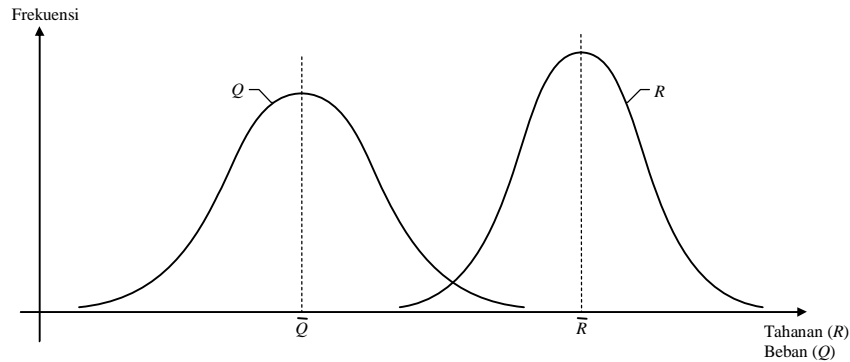
### **Falsafah Perencanaan LRFD (Load And Resistance Factor Design)**

Metode ASD telah digunakan selama kurun waktu 100 tahun, dan dalam 20 tahun terakhir telah bergeser ke perencanaan batas (LRFD) yang lebih rasional dan berdasarkan konsep probabilitas.

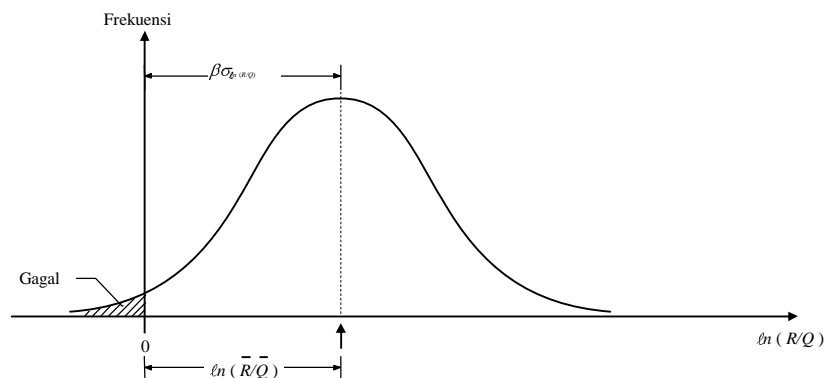
Keadaan batas adalah kondisi struktur diambang batas kemampuan dalam memenuhi fungsi-fungsinya. Keadaan batas dibagi dalam dua katagori yaitu tahanan dan kemampuan layan. Keadaan batas tahanan (atau keamanan) adalah perilaku struktur saat mencapai tahanan plastis, tekuk, leleh, fraktur, guling, dan gelincir. Keadaan batas kemampuan layan berkaitan dengan kenyamanan penggunaan bangunan, antara lain masalah lendutan, getaran, perpindahan permanen, dan retak-retak. Kriteria penerimaan (*acceptance criteria*) harus mencakup kedua keadaan batas tersebut.

Konsep probabilitas dalam mengkaji keamanan struktur adalah metode keandalan

*mean value first-order second-moment* dimana pengaruh beban ( $Q$ ) dan tahanan ( $R$ ) dianggap sebagai variabel acak yang saling tak bergantung, dengan frekuensi distribusi tipikal sebagai berikut,



Agar lebih sederhana maka akan dipelajari variabel  $R/Q$  atau  $\ln(R/Q)$  dengan  $\ln(R/Q) < 0$  menunjukkan kegagalan seperti ditunjukkan oleh gambar berikut ini,



Besaran  $\beta \sigma_{\ln(R/Q)}$  menjadi definisi kegagalan. Variabel  $\beta$  disebut indeks keandalan (*reliability index*), dan bermanfaat untuk beberapa hal sebagai berikut:

1. Menunjukkan konsistensi perencanaan berbagai-bagai jenis komponen struktur.
2. Dapat digunakan untuk menemukan metode baru dalam perencanaan komponen struktur.
3. Dapat digunakan sebagai indikator dalam mengkalibrasi tingkat faktor keamanan komponen struktur.

Secara umum, suatu struktur atau komponen struktur dikatakan aman bila hubungan berikut ini terpenuhi,

$$\phi R_n \geq \sum \gamma_i Q_i$$

dimana  $\phi$  adalah faktor tahanan,  
 $R_n$  adalah tahanan nominal,  
 $\gamma_i$  adalah fakfor beban,  
 $Q_i$  adalah (pengaruh) beban,  
 $\phi R_n$  adalah tahanan rencana,  
 $\Sigma \gamma_i Q_i$  adalah (pengaruh) beban terfaktor.

### Kombinasi Pengaruh Beban

Kombinasi pengaruh beban ditentukan berikut ini,

$$\begin{aligned} & 1,4D \\ & 1,2D + 1,6L + 0,5 (L_a \text{ atau } H) \\ & 1,2D + 1,6 (L_a \text{ atau } H) + (\gamma_L L \text{ atau } 0,8 W) \\ & 1,2D \pm 1,3W + \gamma_L L + 0,5 (L_a \text{ atau } H) \\ & 1,2D \pm 1,0E + \gamma_L L \\ & 0,9D \pm (1,3W \text{ atau } 1,0E) \end{aligned}$$

dimana  $D$  adalah pengaruh beban mati,  
 $L$  adalah pengaruh beban hidup,  
 $L_a$  adalah pengaruh beban hidup pada atap,  
 $W$  adalah pengaruh angin,  
 $E$  adalah pengaruh gempa,  
 $H$  adalah pengaruh hujan.

Secara umum  $D$ ,  $L$ ,  $L_a$ ,  $W$ ,  $E$ , dan  $H$  masing-masing dapat berupa lentur, geser, aksial, dan torsi. Tahanan setiap komponen struktur harus diperiksa terhadap semua kombinasi pembebanan tersebut diatas.

### Faktor Tahanan-LRFD

Faktor tahanan berikut ini digunakan dalam perencanaan menggunakan metode LRFD.

Komponen struktur tarik:

$$\begin{aligned} \phi_t &= 0,9 \text{ keadaan batas leleh} \\ \phi_t &= 0,75 \text{ keadaan batas fraktur} \end{aligned}$$

Komponen struktur tekan:

$$\phi_c = 0,85$$

Komponen struktur lentur:

$$\begin{aligned} \phi_b &= 0,9 \text{ untuk lentur} \\ \phi_v &= 0,9 \text{ untuk geser} \end{aligned}$$

Untuk las:  $\phi$  mengikuti diatas.

Alat pengencang (baut/keling):  $\phi = 0,75$

Dengan faktor beban dan faktor tahanan yang telah ditentukan diatas maka dapat dihitung indeks keandalan berikut,

$$\beta \sigma_{\ln(R/Q)} = \ln\left(\frac{\bar{R}}{\bar{Q}}\right)$$

$$\therefore \beta = \frac{\ln\left(\frac{\bar{R}}{\bar{Q}}\right)}{\sqrt{V_R^2 + V_Q^2}}$$

dimana  $\sigma_{\ln(R/Q)} \simeq \sqrt{V_R^2 + V_Q^2}$

$$V_R = \frac{\sigma_R}{\bar{R}}$$

$$V_Q = \frac{\sigma_Q}{\bar{Q}}$$

$\bar{R}, \bar{Q}$  masing-masing adalah nilai-nilai rerata tahanan dan beban,  
 $\sigma_R, \sigma_Q$  adalah standar deviasi untuk tahanan dan beban.

Kombinasi Beban	Indeks Keandalan, $\beta$	Peluang Kegagalan, $p_f$ (‰)
$D \ \& \ L$	3,0 untuk komponen struktur 4,5 untuk hubungan	~ 1,35 ~ 0,0034
$D \ \& \ L \ \& \ W$	2,5 untuk komponen struktur	~ 6,2
$D \ \& \ L \ \& \ E$	1,75 untuk komponen struktur	~ 40

Hubungan/ nilai-nilai indeks keandalan ( $\beta$ ) versus peluang kegagalan ( $p_f$ ) untuk distribusi normal adalah sebagai berikut:

Indeks Keandalan, $\beta$	Peluang Kegagalan, $p_f$ (‰)
2,33	10
3,09	1
3,72	0,1
4,26	0,01

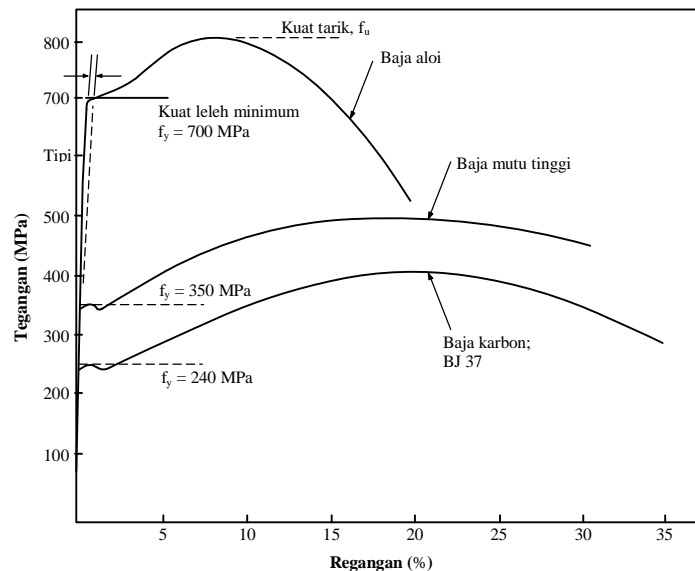
## BAB II MATERIAL

Baja yang biasa digunakan untuk keperluan struktur adalah dari jenis:

- baja karbon ( $f_y = 210 \sim 250$  MPa)
  - rendah ( $\sim 0,15\%$ )
  - sedang ( $0,15 \sim 0,29\%$ ) — umum untuk struktur bangunan (misalnya BJ 37)
  - medium ( $0,30 \sim 0,50\%$ )
  - tinggi ( $0,60 \sim 1,70\%$ )

Baja karbon memiliki titik peralihan leleh yang tegas; peningkatan kadar karbon akan meningkatkan kuat leleh tapi mengurangi daktilitas dan menyulitkan proses pengelasan.

- baja mutu tinggi ( $f_y = 275 \sim 480$  MPa)
  - menunjukkan titik peralihan leleh yang tegas.
  - didapat dengan menambahkan unsur aloi (chromium, nickel, vanadium, dll) kedalam baja karbon untuk mendapatkan bentuk mikrostruktur yang lebih halus.
- baja aloi ( $f_y = 550 \sim 760$  MPa)
  - tidak menunjukkan titik peralihan leleh yang tegas.
  - titik peralihan leleh ditentukan menggunakan metode tangens  $2\%$  atau metode regangan  $5\%$ .

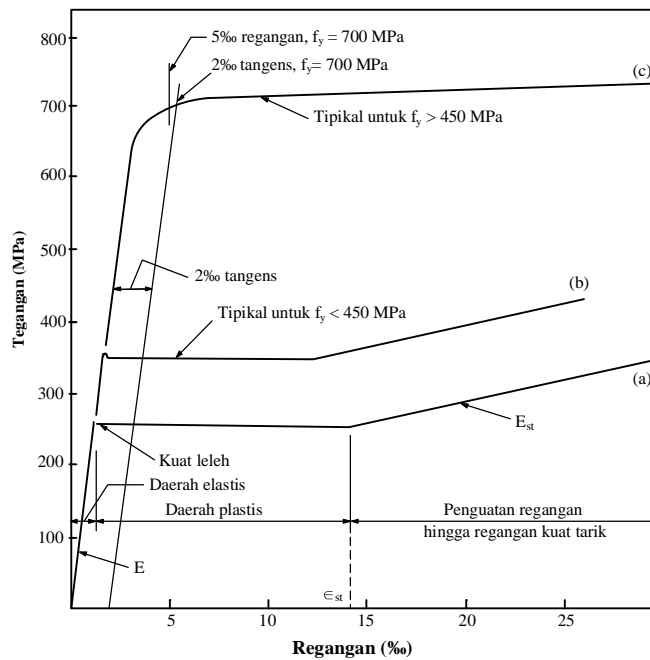


**Hubungan tegangan – regangan tipikal.**

Baja yang biasa digunakan untuk baut adalah baut mutu standar ( $f_{ub}=415$  MPa) atau baut mutu tinggi ( $f_{ub}=725\sim 825$  MPa;  $f_{yb}=550\sim 650$  MPa).

Kawat las yang biasa digunakan dalam pengelasan struktur adalah E60xx ( $f_{yw}=345$  MPa;  $f_{uw}=415$  MPa) atau E70xx ( $f_{yw}=415$  MPa;  $f_{uw}=500$  MPa).

Diagram tegangan-regangan dalam daerah yang lebih rinci diperlihatkan pada gambar dibawah ini.



### Hubungan tegangan – regangan pada daerah lebih rinci.

Metode ASD menggunakan tegangan ijin yang lebih kecil daripada kuat leleh baja. Metode LRFD menggunakan kuat leleh baja.

Seperti jenis baja lainnya, baja aloi juga memiliki daerah “plastis”. Namun, dalam daerah “plastis” tersebut hubungan tegangan-regangan menunjukkan penguatan. Karena baja tersebut tidak memiliki daerah “plastis” yang betul-betul datar maka baja tersebut ( $f_y > 450$  MPa) tidak boleh digunakan dalam perencanaan plastis.

### Tegangan Multiaksial

Teori keruntuhan Huber-von Mises-Hencky untuk kondisi tegangan triaksial dinyatakan sebagai berikut:

$$\sigma_e^2 = \frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \leq f_y^2$$

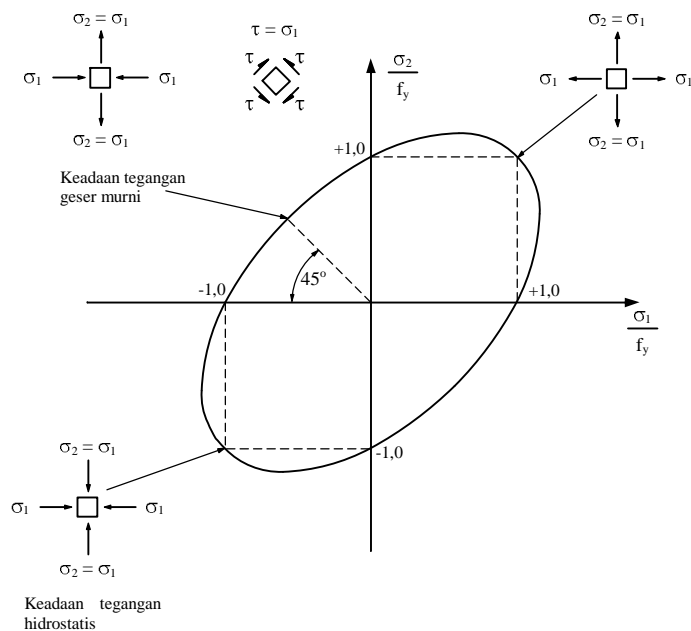
dimana  $\sigma_e$  adalah tegangan efektif.

Untuk kondisi tegangan biaksial ( $\sigma_3 = 0$ ) persamaan tersebut menjadi,

$$\sigma_e^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2 \leq f_y^2$$

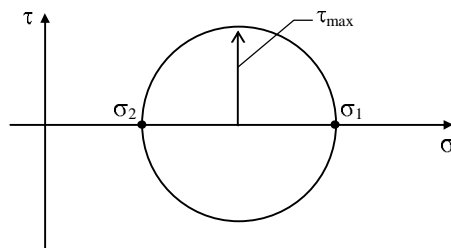
atau 
$$\frac{\sigma_1^2}{f_y^2} + \frac{\sigma_2^2}{f_y^2} - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{f_y^2} \leq 1$$

dengan ilustrasi gambar sebagai berikut:



### Kriteria leleh energi distorsi untuk tegangan bidang.

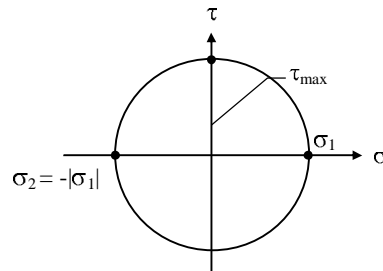
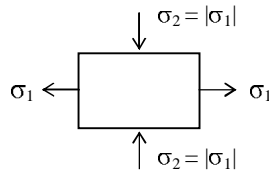
Tegangan geser maksimum untuk keadaan biaksial dapat ditulis sebagai berikut



$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$$



untuk keadaan berikut ini berlaku



dan 
$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 + \sigma_1}{2} = \sigma_1$$

$$\sigma_e = 3\sigma_1^2 = 3\tau_y^2 = f_y^2$$

$$\therefore \tau_y = \frac{1}{\sqrt{3}} f_y \approx 0,6 f_y$$

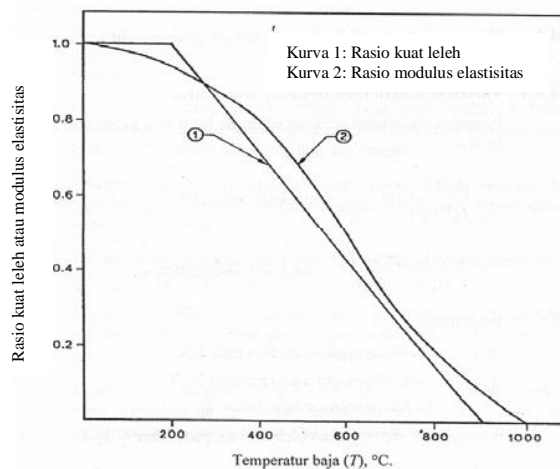
Modulus geser dinyatakan sebagai berikut,

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

dengan *Poisson's ratio*  $\nu = 0,3$  untuk daerah elastis [ $\nu=0,5$  untuk daerah plastis] dan  $E = 200.000 \text{ MPa}$  maka  $G \approx 80.000 \text{ MPa}$ .

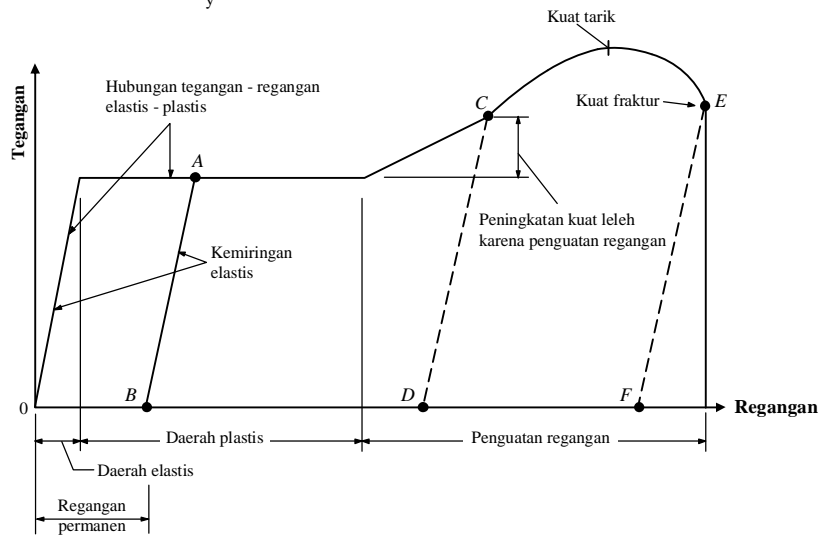
### Perilaku Baja pada Suhu Tinggi

Bila suhu mencapai  $90^\circ \text{C}$ , hubungan tegangan-regangan baja menjadi tidak lagi proporsional dan peralihan kuat leleh menjadi tidak tegas. Modulus elastisitas,  $E$ , kuat leleh,  $f_y$ , dan kuat tarik,  $f_u$ , tereduksi dengan sangat nyata. Reduksi tersebut sangat besar pada rentang suhu  $430^\circ \text{C} \sim 540^\circ \text{C}$ . Pada suhu sekitar  $260 \sim 320^\circ \text{C}$ , baja memperlihatkan sifat rangkak.



## Pengerjaan Dingin dan Penguatan Regangan

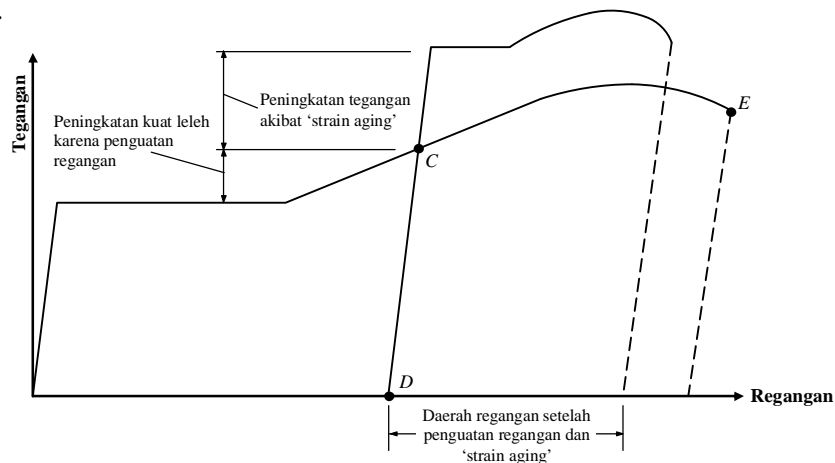
Pengerjaan dingin terhadap baja akan menghasilkan regangan permanen. Terjadinya regangan permanen akan mengurangi daktilitas baja. Daktilitas baja,  $\mu$ , didefinisikan sebagai perbandingan antara regangan fraktur,  $\varepsilon_f$ , terhadap regangan leleh,  $\varepsilon_y$ , atau daktilitas  $\mu = \frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_y}$ .



**Pengaruh peregangan diluar daerah elastis.**

## Strain Aging

Bila baja dibebani hingga mencapai daerah penguatan regangan dan kemudian dibebaskan untuk beberapa lama maka baja tersebut akan menunjukkan hubungan tegangan-regangan yang sama sekali berbeda dari aslinya dan disebut telah mengalami *strain aging*. Baja yang telah mengalami *strain aging* akan memperlihatkan kuat leleh yang lebih tinggi, daerah tegangan konstan plastis yang lebih tinggi, kuat tarik dan kuat fraktur yang lebih besar, namun daktilitasnya lebih kecil.



**Pengaruh '*strain aging*' akibat peregangan hingga mencapai daerah penguatan regangan dan bebas beban.**

## Keruntuhan Getas

Meskipun umumnya keruntuhan baja bersifat duktail, namun dalam beberapa kondisi baja dapat mengalami keruntuhan secara getas. Keruntuhan getas adalah jenis keruntuhan yang terjadi tanpa didahului oleh deformasi plastis dan terjadi dalam waktu yang sangat singkat. Keruntuhan getas dipengaruhi oleh suhu, kecepatan pembebanan, tingkat tegangan, tebal pelat, dan geometri *detailing*.

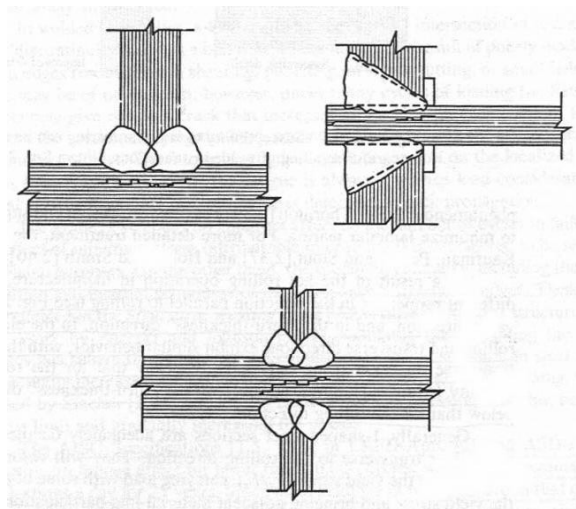
Pada suhu normal, keruntuhan getas berpotensi untuk terjadi bila keadaan tegangan cenderung bersifat multiaksial. Karena perubahan geometri yang tiba-tiba sering menimbulkan keadaan tegangan multiaksial, konfigurasi dan perubahan penampang harus dibuat sehalus mungkin untuk menghindari terjadinya keruntuhan getas.

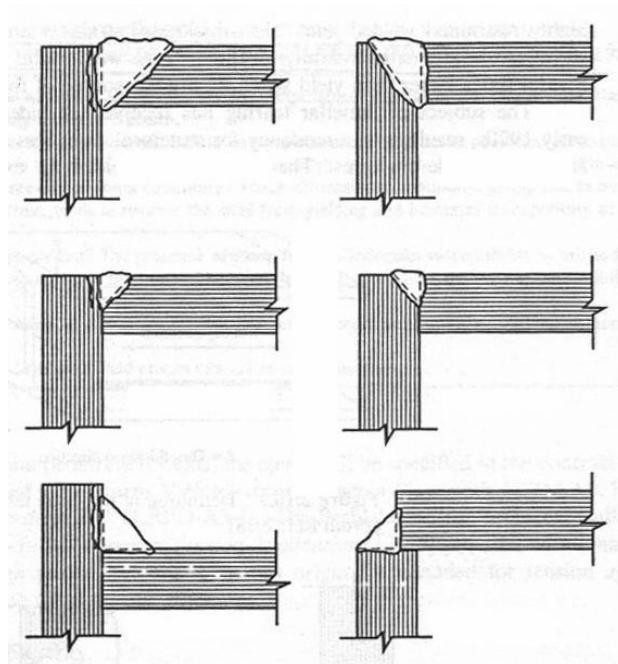
Hal-hal berikut ini perlu diperhatikan dalam mengantisipasi keruntuhan getas:

1. Temperatur rendah meningkatkan resiko keruntuhan getas
2. Keruntuhan getas terjadi karena tegangan tarik
3. Pelat baja tebal meningkatkan resiko
4. Geometri tiga dimensi meningkatkan resiko
5. Adanya cacat baja meningkatkan resiko
6. Kecepatan pembebanan yang tinggi meningkatkan resiko
7. Sambungan las menimbulkan resiko

## Sobekan lamelar

Sobekan lamelar adalah jenis keruntuhan getas yang terjadi pada bidang gilas akibat gaya tarik yang besar bekerja tegak lurus ketebalan elemen pelat profil. Karena regangan yang diakibatkan oleh beban layan biasanya  $< \epsilon_y$  maka beban layan biasanya tidak perlu diperhatikan sebagai penyebab sobekan lamelar. Dalam sambungan las yang terkekang, regangan akibat susut logam las dalam arah tegak lurus ketebalan sering terjadi secara lokal dan lebih besar daripada  $\epsilon_y$ . Hal ini yang sering menyebabkan terjadinya sobekan lemelar.

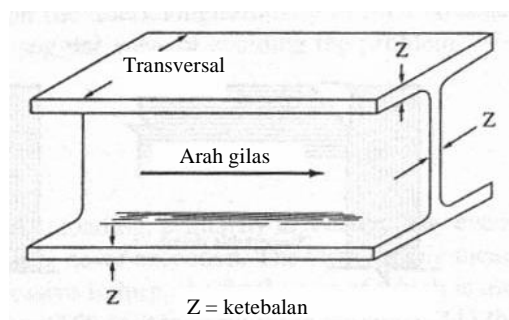




Buruk

Baik

Sebagai akibat proses gilas baja panas, profil baja memiliki sifat yang berbeda-beda dalam arah gilas, transversal, dan ketebalan. Pada daerah elastis, sifat-sifat baja dalam arah gilas dan arah transversal hampir sama (tahanan dalam arah transversal sedikit lebih kecil daripada tahanan dalam arah gilas). Namun, daktilitas dalam arah ketebalan jauh lebih kecil daripada dalam arah gilas. Bila proses pembebanan adalah demikian sehingga diperlukan redistribusi maka daktilitas yang terbatas tidak dapat mengakomodasi redistribusi yang diperlukan; bahkan yang terjadi dapat berupa sobekan lamelar.



## **Keruntuhan Lelah**

Tegangan tarik yang bersifat siklis dapat menyebabkan keruntuhan meskipun kuat leleh baja tidak pernah tercapai. Gejala tersebut dinamakan keruntuhan lelah, dan terjadi akibat tegangan tarik yang bersifat siklis. Keruntuhan atau keretakan yang terjadi bersifat progresif hingga mencapai keadaan instabilitas.

Keruntuhan lelah dipengaruhi oleh beberapa faktor:

1. Jumlah siklus pembebanan
2. Taraf tegangan tarik yang terjadi (dibandingkan dengan kuat leleh)
3. Ukuran cacat-cacat dalam material baja

Dalam hal keruntuhan lelah, tegangan yang terjadi pada saat layan merupakan pertimbangan utama, sedangkan mutu baja tidak memegang peranan penting. Pengaruh beban mati juga tidak cukup sensitif. Namun, geometri penampang dan kehalusan penyelesaian *detailing* memberikan pengaruh yang dominan.

### 6.2.2 Kombinasi pembebanan

Berdasarkan beban-beban tersebut di atas maka struktur baja harus mampu memikul semua kombinasi pembebanan terfaktor di bawah ini:

$$1,4D \quad (6.2-1)$$

$$1,2D + 1,6 L + 0,5 (L_a \text{ atau } H) \quad (6.2-2)$$

$$1,2D + 1,6 (L_a \text{ atau } H) + (\gamma_L L \text{ atau } 0,8 W) \quad (6.2-3)$$

$$1,2D \pm 1,3 W + \gamma_L L + 0,5 (L_a \text{ atau } H) \quad (6.2-4)$$

$$1,2D \pm 1,0 E + \gamma_L L \quad (6.2-5)$$

$$0,9D \pm (1,3 W \text{ atau } 1,0E) \quad (6.2-6)$$

Keterangan:

*D* adalah beban mati yang diakibatkan oleh berat konstruksi permanen, termasuk dinding, lantai, atap, plafon, partisi tetap, tangga, dan peralatan tetap;

*L* adalah beban hidup yang ditimbulkan oleh penggunaan gedung, termasuk kejut, tetapi tidak termasuk beban lingkungan seperti angin, hujan, dan lain-lain;

*L<sub>a</sub>* adalah beban hidup diatap yang ditimbulkan selama perawatan oleh pekerja, peralatan, dan material, atau selama penggunaan biasa oleh orang dan benda bergerak;

*H* adalah beban hujan, tidak termasuk yang diakibatkan genangan air;

*W* adalah beban angin;

*E* adalah beban gempa, yang ditentukan menurut SNI 03-1726-1989, atau penggantinya;







dengan,

$\gamma_L = 0,5$  bila  $L < 5$  kPa, dan  $\gamma_L = 1$  bila  $L \geq 5$  kPa.

Kekecualian: Faktor beban untuk *L* di dalam kombinasi pembebanan pada Persamaan (6.2-3), (6.2-4), dan (6.2-5) harus sama dengan 1,0 untuk garasi parkir, daerah yang digunakan untuk pertemuan umum, dan semua daerah di mana beban hidup lebih besar dari 5 kPa.

## BAB III

### KOMPONEN STRUKTUR TARIK

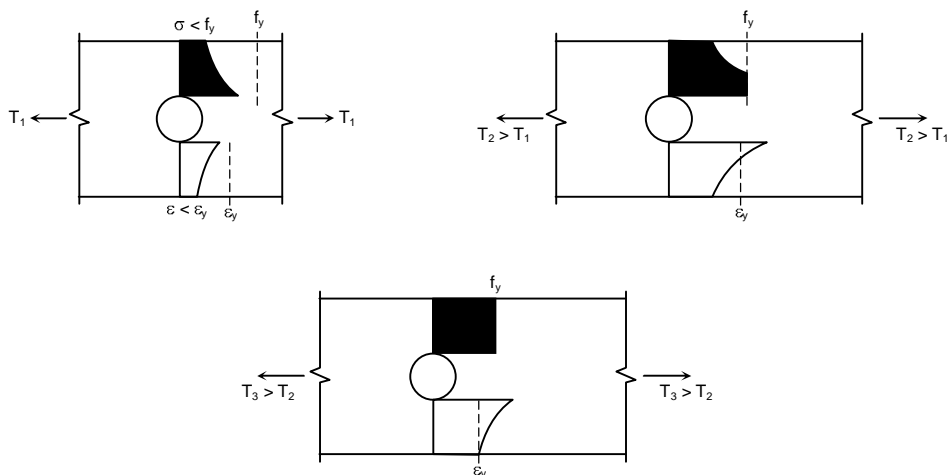
Batang tarik dapat terbuat dari profil bulat ( • ), pelat (  ), siku (  ), dobel siku (  ), siku bintang (  ), kanal tunggal/dobel (  ,  ), dan lain lain.

Tahanan nominal komponen struktur tarik dapat ditentukan oleh beberapa faktor, yaitu (a) leleh penampang pada daerah yang jauh dari hubungan (las), (b) fraktur pada penampang efektif netto pada lubang-lubang baut di hubungan, (c) keruntuhan blok geser pada lubang-lubang baut di hubungan.

Untuk kasus (a) berlaku, tahanan tarik nominal

$$N_n = f_y A_g \dots\dots\dots (1)$$

yang mana  $f_y$  adalah kuat leleh (MPa)  
 $A_g$  adalah luas penampang bruto



Untuk kasus (b). Pada hubungan yang menggunakan baut maka senantiasa terjadi konsentrasi tegangan disekitar lubang baut.

Pada kasus (b) yang mana leleh terjadi secara lokal menyebabkan terjadinya fraktur pada luas penampang netto maka tahanan nominal,

$$N_n = f_u A_e \dots\dots\dots (2)$$

yang mana  $f_u$  adalah kuat tarik  
 $A_e$  adalah luas penampang efektif.

Perhatikan bahwa  $f_u$  telah digunakan dalam Pers. (2) untuk daerah lokal sedangkan  $f_y$  digunakan pada Pers. (1) untuk daerah yang lebih panjang. Sebetulnya  $f_u$  juga dapat digunakan pada Pers. (1) namun hal ini akan menyebabkan perpanjangan total yang cukup besar sehingga menimbulkan redistribusi gaya yang berlebihan kepada komponen-komponen struktur lainnya. Karena koefisien variasi dari  $f_u$  lebih besar daripada koefisien variasi dari  $f_y$  maka faktor tahanan  $\phi = \phi_f$  (untuk  $f_u$ ) juga lebih kecil daripada faktor tahanan  $\phi = \phi_y$  (untuk  $f_y$ ).

### Luas neto

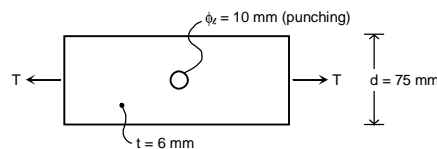
Lubang-lubang baut dapat dibuat dengan beberapa cara. Cara yang termurah dan termudah adalah menggunakan metode *punching* dengan diameter lubang 1,5 mm lebih besar daripada diameter alat pengencang (keling atau baut). Metode tersebut akan mengurangi kekuatan daerah pinggiran lubang baut, sehingga dalam analisis diameter lubang diambil sebagai diameter lubang + 1,5 mm atau diameter alat pengencang + 3 mm.

Metode pelubangan kedua adalah dengan cara *punching* dengan diameter yang lebih kecil daripada diameter rencana kemudian melakukan *reaming* hingga mendapatkan diameter rencana. Metode tersebut memberikan ketelitian yang lebih baik daripada cara sebelumnya, namun lebih mahal.

Metode ketiga adalah dengan cara langsung membore lubangnya sebesar diameter alat pengencang + 0,75 mm. Metode tersebut biasa digunakan pada pelat-pelat yang tebal dan adalah cara yang termahal diantara ketiga cara tersebut di atas.

Luas neto penampang batang tarik yang relatif pendek (komponen penyambung) tidak boleh diambil lebih besar daripada 85% luas brutonya,  $A_n \leq 0,85 A_g$ .

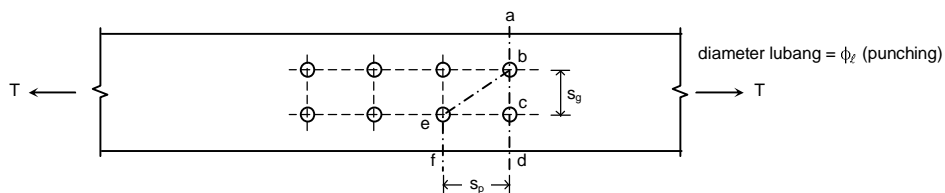
#### Contoh:



$$A_g = t \cdot d = 6 \cdot 75 = 450 \text{ mm}^2$$

$$\begin{aligned} A_n &= [d - (\phi_e + 1,5)] \cdot t \\ &= [75 - (10 + 1,5)] \cdot 6 = 381 \text{ mm}^2 \quad (\sim 85\% A_g) \end{aligned}$$

### Luas Neto Akibat Lubang Selang-seling

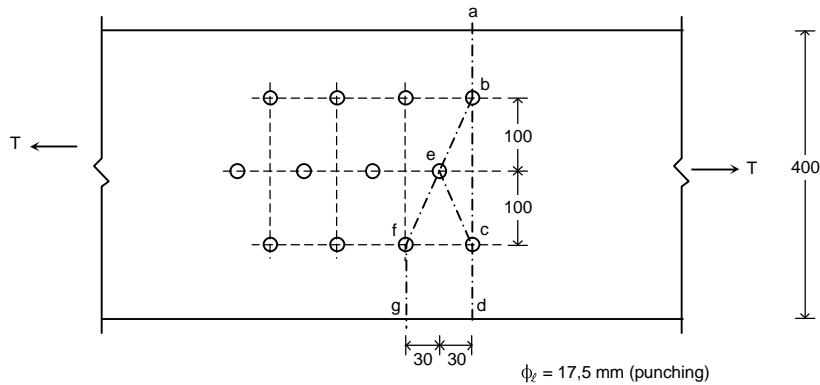




$$\text{Panjang neto } a - d = (a - d) - 2 (\phi_\ell + 1,5)$$

$$\text{Panjang neto } a - b - e - f = (a - d) - 2 (\phi_\ell + 1,5) + \frac{s_p^2}{4s_g}$$

Contoh:



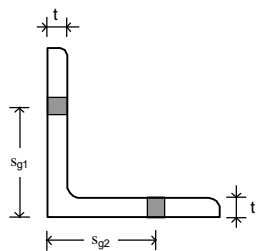
$$\text{Garis } a-b-c-d : 400 - 2 (17,5 + 1,5) = 362 \text{ mm}$$

$$a-b-e-c-d : 400 - 3 (17,5 + 1,5) + 2 \frac{30^2}{4 * 100} = 347,5 \text{ mm}$$

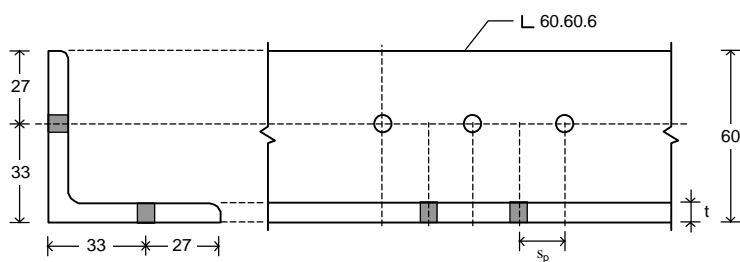
$$a-b-f-g : 400 - 3 (17,5 + 1,5) + 2 \frac{30^2}{4 * 100} = 347,5 \text{ mm}$$

menentukan ( $\sim 86\% A_g$ ) OK

Untuk profil siku nilai  $s_g = s_{g1} + s_{g2} - t$



Contoh:

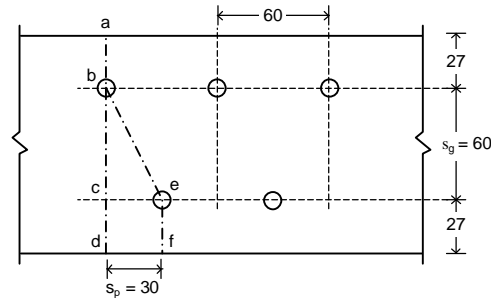


$$s_{g1} = s_{g2} = 33 \text{ mm}$$

$$s_g = s_{g1} + s_{g2} - t = 33 + 33 - 6 = 60 \text{ mm}$$

$$\phi_\ell = 10 \text{ mm (punching)}$$

$$A_g = 691 \text{ mm}^2$$



Panjang a-b-c-d :  $(60 + 54) - (\phi_\ell + 1,5)$   
 $= 114 - (10 + 1,5) = 102,5 \text{ mm}$

Panjang a-b-e-f :  $(60 + 54) - 2(\phi_\ell + 1,5) + \frac{30^2}{4 * 60}$   
 $= 114 - 2 * 11,5 + \frac{30^2}{4 * 60} = 94,75 \text{ mm} \quad (\sim 83\% A_g)$

### Luas Neto Efektif

Luas netto yang diperoleh sebelumnya harus dikalikan dengan faktor efektifitas penampang, U, akibat adanya eksentrisitas pada sambungan; demikian sehingga didapat

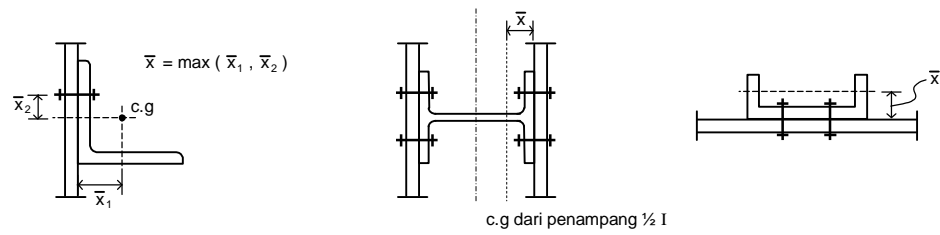
$$A_e = U A_n$$

yang mana  $A_e$  adalah luas netto efektif  
 $U$  adalah koefisien reduksi  
 $A_n$  adalah luas netto penampang

Koefisien reduksi U untuk hubungan yang menggunakan baut atau keling diperoleh dari persamaan berikut:

$$U = 1 - \frac{\bar{x}}{L} \leq 0,9$$

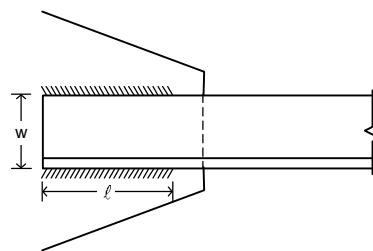
dimana  $\bar{x}$  adalah jarak dari titik berat penampang yang tersambung secara eksentris ke bidang pemindahan beban;  
 $L$  adalah panjang sambungan dalam arah kerja beban



Untuk hubungan dengan las.

- 1) Bila komponen struktur tarik dilas kepada pelat menggunakan las longitudinal di kedua sisinya,

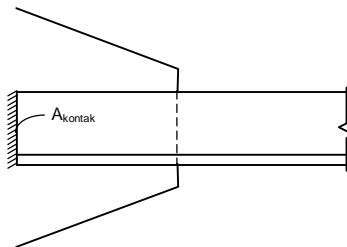
$$A_e = U A_g \quad \text{---} \quad \ell \geq w$$



$$\begin{array}{ll} \ell \geq 2w & U = 1,0 \\ 1,5w \leq \ell \leq 2w & U = 0,87 \\ w \leq \ell < 1,5w & U = 0,75 \end{array}$$

- 2) Bila komponen struktur tarik dihubungkan menggunakan las transversal saja,

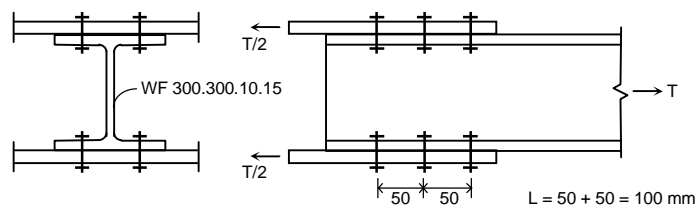
$$A_e = U A_g = A_{\text{kontak}}$$

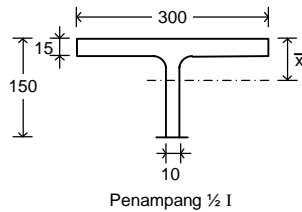


- 3) Bila komponen struktur tarik dihubungkan kepada baja bukan pelat menggunakan las longitudinal/transversal

$$A_e = U A_g = A_g$$

Contoh:





$$\bar{x} = \frac{300 \cdot 15 \cdot 7,5 + 135 \cdot 10 \cdot \left( \frac{135}{2} + 15 \right)}{300 \cdot 15 + 135 \cdot 10}$$

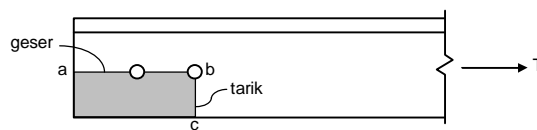
$$= 24,80 \text{ mm}$$

$$U = 1 - \frac{24,80}{100} = 0,75$$

$$A_e = 0,75 A_n$$

### Geser Blok

Suatu keruntuhan dimana mekanisme keruntuhannya merupakan kombinasi geser dan tarik dan terjadi melewati lubang-lubang baut pada komponen struktur tarik disebut keruntuhan geser blok. Keruntuhan jenis ini sering terjadi pada sambungan dengan baut terhadap pelat badan yang tipis pada komponen struktur tarik. Keruntuhan tersebut juga umum dijumpai pada sambungan pendek, yaitu sambungan yang menggunakan dua baut atau kurang pada garis searah dengan bekerjanya gaya.

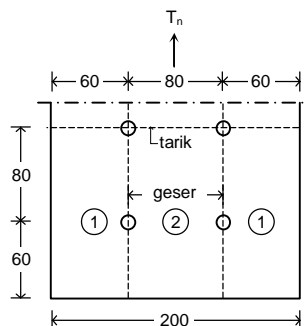


Pengujian menunjukkan bahwa keruntuhan geser blok dapat dihitung dengan menjumlahkan tarik leleh (atau tarik fraktur) pada satu irisan dengan tahanan geser fraktur (atau geser leleh) pada bidang lainnya yang saling tegak lurus. Tahanan tarik blok geser nominal ditentukan oleh Pers. (a) atau (b) berikut ini, dengan fraktur mendahului leleh atau rasio fraktur/leleh terbesar.

$$T_n = 0,6 f_y A_{gv} (\text{leleh}) + f_u A_{nt} (\text{fraktur}) \dots\dots\dots (a)$$

$$T_n = \underbrace{0,6 f_u A_{nv} (\text{fraktur})}_{\text{geser}} + \underbrace{f_y A_{gt} (\text{leleh})}_{\text{tarik}} \dots\dots\dots (b)$$

### Contoh:



$\phi_\ell = 23,5 \text{ mm}$  (punching)  
 $t = 6 \text{ mm}$   
 BJ 37: ( $f_y = 240 \text{ MPa}$ ,  $f_u = 370 \text{ MPa}$ )

Blok geser ①:

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} T_n &= 0,6 f_y A_{gv} + f_u A_{nt} = 0,6 * 240 * 6 * (80 + 60) \\ &+ 370 * 6 * [60 - \frac{1}{2} (23,5 + 1,5)] = 120960 + \underline{105450} \\ &= 22,6 \text{ ton}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{atau } \frac{1}{2} T_n &= 0,6 f_u A_{nv} + f_y A_{gt} = 0,6 * 370 * 6 [80 + 60 - 1\frac{1}{2} (23,5 + 1,5)] \\ &+ 240 * 6 * 60 = \underline{136530} + 86400 \\ &= 22,3 \text{ ton } \checkmark\end{aligned}$$

$$T_{n①} = 44,6 \text{ ton}$$

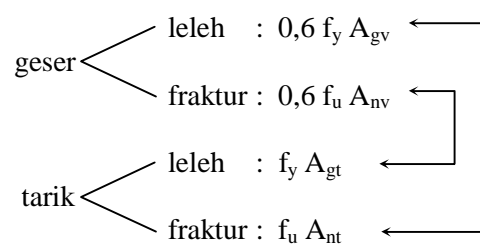
Blok geser ②:

$$\begin{aligned}T_n &= 0,6 f_y A_{gv} + f_u A_{nt} = 0,6 * 240 * 2 * 6 * (80 + 60) \\ &+ 370 * 6 * [80 - (23,5 + 1,5)] = 241920 + \underline{122100} \\ &= 36,4 \text{ ton}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}T_n &= 0,6 f_u A_{nv} + f_y A_{gt} = 0,6 * 370 * 2 * 6 * [80 + 60 - 1\frac{1}{2} (23,5 + 1,5)] \\ &+ 240 * 6 * 80 = \underline{273060} + 115200 \\ &= 38,8 \text{ ton } \checkmark\end{aligned}$$

$$T_{n②} = 38,8 \text{ ton} \quad (\text{menentukan})$$

Jadi tahanan nominal akibat blok geser adalah  $T_n = 38,8 \text{ ton}$



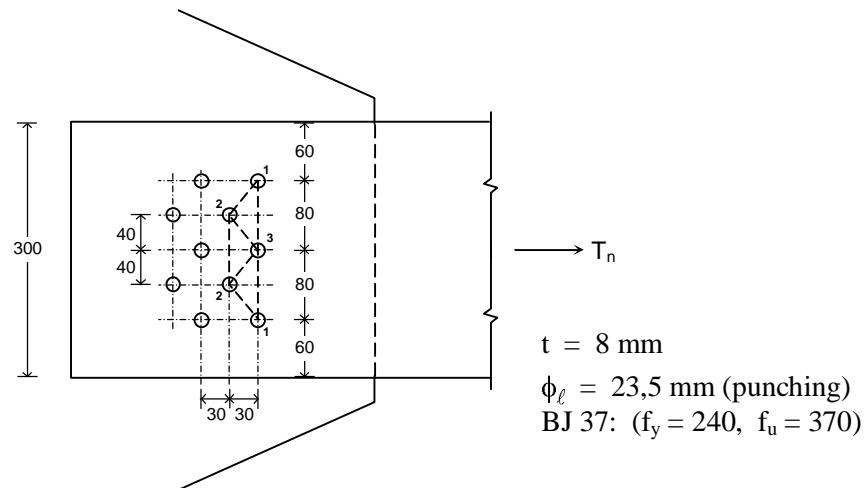
### Kriteria Kelangsingan Komponen Struktur Tarik

Kelangsingan komponen struktur tarik,  $\lambda = L/r$ , dibatasi sebesar 240 untuk batang tarik utama, dan 300 untuk batang tarik sekunder. Ketentuan tersebut tidak berlaku untuk profil bulat.

## Penyaluran Gaya pada Sambungan

Anggapan dasar: Alat pengencang (baut atau keling) dengan ukuran yang sama akan menyalurkan gaya yang sama besarnya bila diletakkan secara simetris terhadap garis netral komponen struktur tarik.

### Contoh:



Satu alat pengencang menyalurkan  $\frac{1}{10} T_n$

### Potongan 1-3-1:

Gaya yang bekerja pada potongan 1-3-1 sebesar 100%  $T_n$

$$A_n = 8 [300 - 3 (23,5 + 1,5)] = 1800 \text{ mm}^2 (\approx 75\% A_g)$$

$$T_n = A_e f_u = U A_n f_u$$

$$U = 1 - \frac{4}{3 \cdot 30} = 0,96 \leq 0,9 \Rightarrow U = 0,9$$

$$T_n = 0,9 \cdot 1800 \cdot 370 = 60 \text{ ton}$$

### Potongan 1-2-3-2-1:

Gaya yang bekerja pada potongan 1-2-3-2-1 sebesar 100%  $T_n$

$$A_n = 8 [300 - 5(23,5 + 1,5) + \frac{30^2}{4 \cdot 40} \cdot 4] = 1580 \text{ mm}^2 (\approx 66\% A_g)$$

$$T_n = A_e f_u = U A_n f_u$$

$$= 0,9 \cdot 1580 \cdot 370 = 52,6 \text{ ton (menentukan)}$$

#### Potongan 1-2-2-1:

Gaya yang bekerja pada potongan 1-2-2-1 sebesar 90%  $T_n$

$$A_n = 8 \left[ 300 - 4(23,5 + 1,5) + \frac{30^2}{4 \cdot 40} \cdot 2 \right] = 1690 \text{ mm}^2 (\approx 70\% A_g)$$

$$\begin{aligned} 90\% T_n &= A_e f_u = U A_n f_u \\ &= 0,9 \cdot 1690 \cdot 370 = 56,3 \text{ ton} \end{aligned}$$

$$T_n = 62,5 \text{ ton}$$

#### **Resume Komponen Struktur Tarik**

$$\phi_t T_n \geq T_u$$

- (1) Leleh pada penampang bruto,

$$\phi_y T_n = 0,9 f_y A_g$$

- (2) Fraktur tarik pada penampang efektif,

$$\phi_f T_n = 0,75 f_u A_e$$

- (3) Fraktur geser pada penampang neto,

$$\phi V_n = 0,75 (0,6 f_u) A_{nv}$$

- (4) Fraktur tarik pada penampang neto,

$$\phi T_n = 0,75 f_u A_{nt}$$

- (5) Kombinasi geser-tarik:

a) Bila  $f_u A_{nt} \geq 0,6 f_u A_{nv}$

$$\phi R_{bs} = 0,75 (0,6 f_y A_{gv} + f_u A_{nt})$$

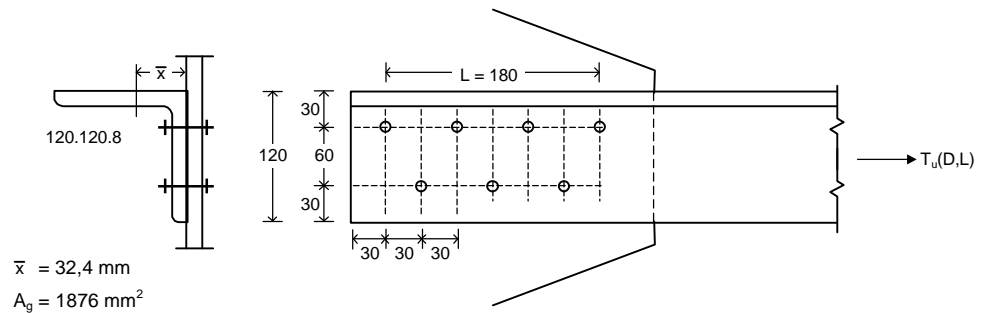
b) Bila  $0,6 f_u A_{nv} > f_u A_{nt}$

$$\phi R_{bs} = 0,75 (0,6 f_u A_{nv} + f_y A_{gt})$$

Keruntuhan  
blok geser

Contoh:

Bila  $D = 2/3 L$ , tentukan beban kerja yang dapat dipikul oleh komponen struktur tarik berikut.



BJ 37: ( $f_y = 240 \text{ MPa}$ ,  $f_u = 370 \text{ MPa}$ )

$\phi_\ell = 18 \text{ mm}$  (punching)

$\phi_b = 16 \text{ mm}$

(a) Tahanan pada penampang bruto,

$$\phi_y T_n = \phi_y A_g f_y = 0,9 * 1876 * 240 = 40 \text{ ton}$$

(b) Tahanan pada penampang neto,

$$\begin{aligned} A_{n1} &= 1876 - (\phi_\ell + 1,5) * 8 \\ &= 1876 - (18 + 1,5) * 8 = 1720 \text{ mm}^2 \text{ (91\% } A_g) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{n2} &= 1876 - 2 (\phi_\ell + 1,5) * 8 + \frac{30^2}{4 * 60} * 8 \\ &= 1876 - 2 (18 + 1,5) * 8 + \frac{30^2}{4 * 60} * 8 \\ &= 1594 \text{ mm}^2 \text{ (85\% } A_g) \end{aligned}$$

$$\therefore A_n = 1594 \text{ mm}^2$$

$$\begin{aligned} U &= 1 - \frac{\bar{x}}{L} \leq 0,9 \\ &= 1 - \frac{32,4}{180} = 0,82 \end{aligned}$$

$$A_e = U A_n = 0,82 * 1594 = 1307 \text{ mm}^2$$



$$\phi_f T_n = \phi_f A_e f_u = 0,75 * 1307 * 370 = 36,3 \text{ ton} \quad (\text{menentukan})$$

Jadi nilai tahanan rencana,  $T_d = 36,3 \text{ ton}$

$$\begin{aligned} T_d &\geq T_u = 1,2 D + 1,6 L \\ &= 1,2 * \frac{2}{3} L + 1,6 L = 2,4 L \end{aligned}$$

$$L \leq \frac{T_d}{2,4} = 15 \text{ ton}$$

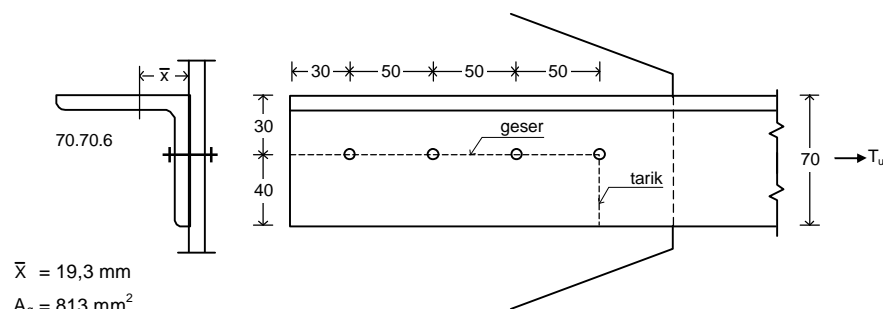
$$D \leq \frac{2}{3} L = \frac{2}{3} * 15 = 10 \text{ ton}$$

$$D + L = 10 + 15 = 25 \text{ ton}$$

Bila digunakan beberapa baut berukuran besar, atau bila tebal pelat sayap profil cukup tipis, maka perlu ditinjau kemungkinan keruntuhan blok geser.

Contoh:

Tentukan tahanan rencana komponen struktur tarik berikut ini.



BJ 37: ( $f_y = 240 \text{ MPa}$ ,  $f_u = 370 \text{ MPa}$ )

$\phi_\ell = 18 \text{ mm}$  (punching)

$\phi_b = 16 \text{ mm}$

(a) Tahanan pada penampang bruto,

$$\phi_y T_n = \phi_y A_g f_y = 0,9 * 813 * 240 = 17,6 \text{ ton}$$

(b) Tahanan pada penampang neto,

$$\begin{aligned} A_n &= 813 - (\phi_\ell + 1,5) * 6 \\ &= 813 - (18 + 1,5) * 6 = 696 \text{ mm}^2 \quad (86\% A_g) \end{aligned}$$

$$U = 1 - \frac{\bar{x}}{L} \leq 0,9$$

$$= 1 - \frac{19,3}{50 * 3} = 0,89$$

$$\begin{aligned}\phi_f T_n &= \phi_f U A_n f_u = 0,75 * 0,89 * (0,85 * 813) * 370 \\ &= 17 \text{ ton}\end{aligned}$$

(c) Tahanan blok geser,

$$\begin{aligned}0,6 f_u A_{nv} &= 0,6 * 370 * \underbrace{[180 - 3\frac{1}{2} * (\phi_\ell + 1,5)]}_{A_{nv}/t = 111,75} * 6 \\ &= 14,9 \text{ ton}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}f_u A_{nt} &= 370 * \underbrace{[40 - \frac{1}{2} * (\phi_\ell + 1,5)]}_{A_{nt}/t = 30,25} * 6 = 6,72 \text{ ton}\end{aligned}$$

Karena  $0,6 f_u A_{nv} > f_u A_{nt}$  maka

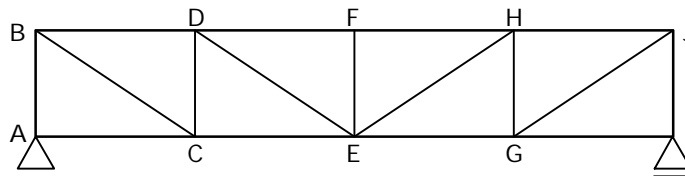
$$\begin{aligned}\phi_f R_{bs} &= 0,75 (0,6 f_u A_{nv} + f_y A_{gt}) \\ &= 0,75 (0,6 * 370 * 111,75 + 240 * 40) * 6 \\ &= 15,5 \text{ ton} \quad (\text{menentukan})\end{aligned}$$

Jadi nilai tahanan rencana komponen tarik adalah 15,5 ton (akibat blok geser).

## PENGANTAR ANALISIS KEANDALAN

Analisis keandalan berikut ini didasarkan pada *mean value first order second moment* (MVFOSM). Pada dasarnya metode ini tidak terlalu teliti namun dapat dianggap memadai untuk digunakan sebagai pengantar pada analisis yang lebih canggih misalnya FORM (first order reliability method) dan SORM (second order reliability method).

Contoh:



Akibat beban-beban hidup dan mati yang ditetapkan berdasarkan peraturan muatan diketahui gaya-gaya tarik yang bekerja pada batang CE adalah  $T_D = 9,75 \cdot 10^4$  N dan  $T_L = 14,6 \cdot 10^4$  N. Batang CE terbuat dari  $\angle 70.70.6$  ( $A = 2 \cdot 812,7 \text{ mm}^2$ ) dengan kuat leleh  $f_y = 240 \text{ MPa}$ .

Tentukan indeks keandalan ( $\beta$ ), peluang kegagalan ( $p_f$ ), faktor-faktor beban ( $\gamma_D, \gamma_L$ ), faktor tahanan ( $\phi$ ), dan faktor keamanan tunggal (SF), batang CE tersebut.

Untuk menjawab pertanyaan tersebut diatas perlu pengetahuan mengenai distribusi dari R, D, L. Dalam bahasan selanjutnya akan ditinjau bila R, D, L adalah normal dan lognormal.

### R, D, L Normal dan Tak-bergantung

Formulasinya adalah sebagai berikut:

$$g(R,S) = R - S$$

dimana  $g(R,S)$  adalah fungsi kinerja

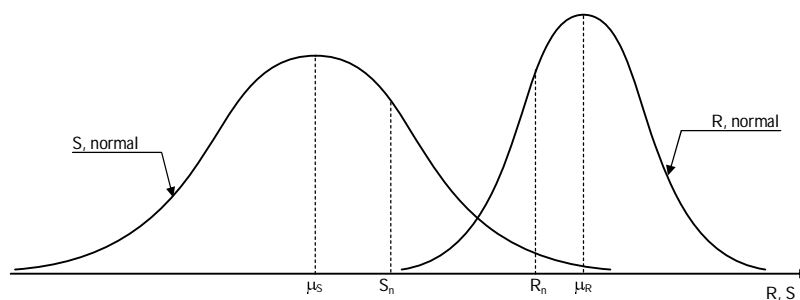
$S = D + L$  adalah (pengaruh) beban luar

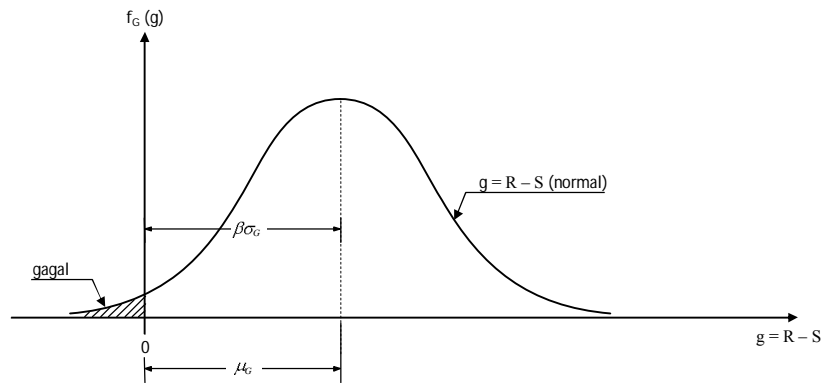
R adalah tahanan tarik batang CE

D adalah gaya tarik akibat beban mati

L adalah gaya tarik akibat beban hidup.

Karena R, D, L adalah normal maka  $g(R,S)$  juga normal seperti ditunjukkan gambar berikut.





Pada gambar diatas,  $\mu$  adalah nilai rerata dan  $\sigma$  adalah deviasi standar. Dari kedua besaran tersebut didefinisikan koefisien variasi ( $V$ ) adalah deviasi standar dibagi nilai rerata, dan indeks keandalan ( $\beta$ ) adalah invers dari koefisien variasi, atau

Koefisien variasi,  $V = \frac{\sigma}{\mu}$ , dan

Indeks keandalan,  $\beta = V^{-1} = \frac{\mu}{\sigma}$

Nilai rerata dan deviasi standar dari  $g$  ( $R, S$ ) dapat diperoleh berikut ini ( $R, S$  adalah dua variabel acak yang tak-bergantung),

$$\mu_G = \mu_R - \mu_S$$

$$\sigma_G^2 = \sigma_R^2 + \sigma_S^2$$

Sehingga indeks keandalan ( $\beta$ ) menjadi

$$\beta = \frac{\mu_G}{\sigma_G} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \dots\dots\dots (1)$$

dan peluang kegagalan ( $p_f$ ) adalah

$$\begin{aligned} p_f &= \int_{-\infty}^0 f_G(g) dg \\ &= \Phi\left(\frac{0 - \mu_G}{\sigma_G}\right) - \Phi\left(\frac{-\infty - \mu_G}{\sigma_G}\right) \\ &= \Phi\left(\frac{-\mu_R + \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}\right) - 0 \\ p_f &= 1 - \Phi(\beta) \end{aligned}$$

dimana  $\Phi$  adalah fungsi peluang kumulatif normal standar.

Persamaan (1) dapat ditulis kembali sebagai

$$\mu_R = \mu_S + \beta \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}$$

$$= \mu_S + \beta \frac{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}{\sigma_R + \sigma_S} (\sigma_R + \sigma_S)$$

atau

$$\mu_R (1 - \chi \beta V_R) = \mu_S + \chi \beta \sigma_S \dots\dots\dots (2)$$

dimana

$$\chi = \frac{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}{\sigma_R + \sigma_S}$$

$$V_R = \frac{\sigma_R}{\mu_R}$$

Karena  $\sigma_S = \sqrt{\sigma_D^2 + \sigma_L^2}$  dan  $\mu_S = \mu_D + \mu_L$  maka Persamaan (2) menjadi

$$\begin{aligned} \mu_R (1 - \chi \beta V_R) &= \mu_D + \mu_L + \chi \beta \kappa (\sigma_D + \sigma_L) \\ &= (1 + \chi \beta \kappa V_D) \mu_D + (1 + \chi \beta \kappa V_L) \mu_L \end{aligned}$$

yang mana

$$\kappa = \frac{\sqrt{\sigma_D^2 + \sigma_L^2}}{\sigma_D + \sigma_L}$$

atau

$$\begin{aligned} \left( 1 - \frac{\mu_R - \mu_S}{\sigma_R + \sigma_S} V_R \right) \mu_R &= \left( 1 + \frac{\mu_R - \mu_S}{\sigma_R + \sigma_S} \frac{\sqrt{\sigma_D^2 + \sigma_L^2}}{\sigma_D + \sigma_L} V_D \right) \mu_D \\ &\quad + \left( 1 + \frac{\mu_R - \mu_S}{\sigma_R + \sigma_S} \frac{\sqrt{\sigma_D^2 + \sigma_L^2}}{\sigma_D + \sigma_L} V_L \right) \mu_L \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

Jadi

$$\bar{\phi} = 1 - \frac{\mu_R - \mu_S}{\sigma_R + \sigma_S} V_R$$

$$\bar{\gamma}_D = 1 + \frac{\mu_R - \mu_S}{\sigma_R + \sigma_S} \frac{\sqrt{\sigma_D^2 + \sigma_L^2}}{\sigma_D + \sigma_L} V_D$$

$$\bar{\gamma}_L = 1 + \frac{\mu_R - \mu_S}{\sigma_R + \sigma_S} \frac{\sqrt{\sigma_D^2 + \sigma_L^2}}{\sigma_D + \sigma_L} V_L$$

dimana  $\bar{\phi}$  adalah faktor tahanan tengah

$\bar{\gamma}_D$  adalah faktor keamanan tengah untuk D

$\bar{\gamma}_L$  adalah faktor keamanan tengah untuk L

Faktor bias ( $\lambda$ ) didefinisikan sebagai berikut:

$$\lambda_R = \frac{R_n}{\mu_R}$$

$$\lambda_D = \frac{D_n}{\mu_D}$$

$$\lambda_L = \frac{L_n}{\mu_L}$$

maka Persamaan (3) menjadi,

$$\left( \frac{1 - \frac{\mu_R - \mu_S}{\sigma_R + \sigma_S} V_R}{\lambda_R} \right) R_n = \left( \frac{1 + \frac{\mu_R - \mu_S}{\sigma_R + \sigma_S} \frac{\sqrt{\sigma_D^2 + \sigma_L^2}}{\sigma_D + \sigma_L} V_D}{\lambda_D} \right) D_n$$

$$+ \left( \frac{1 + \frac{\mu_R - \mu_S}{\sigma_R + \sigma_S} \frac{\sqrt{\sigma_D^2 + \sigma_L^2}}{\sigma_D + \sigma_L} V_L}{\lambda_L} \right) L_n$$

dan faktor keamanan nominal menjadi:

$$\phi = \frac{\bar{\Phi}}{\lambda_R}$$

$$\gamma_D = \frac{\bar{\gamma}_D}{\lambda_D}$$

$$\gamma_L = \frac{\bar{\gamma}_L}{\lambda_L}$$

dan angka kermanan tunggal (SF) adalah:

$$SF = \frac{R_n}{D_n + L_n}$$

Persamaan (3) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\frac{(1 - \chi\beta V_R)}{\lambda_R} R_n = \frac{(1 + \chi\beta \kappa V_D)}{\lambda_D} D_n + \frac{(1 + \chi\beta \kappa V_L)}{\lambda_L} L_n$$

dimana  $\beta$  ditetapkan sesuai dengan kebutuhan dan sebagai nilai awal  $\chi = 0,75$  dan  $\kappa = 0,85$ ; dan prosesnya dilakukan secara iterasi.

Untuk contoh diatas diberikan

$$T_D = D_n = 9,75 * 10^4 \text{ N}$$

$$T_L = L_n = 14,6 * 10^4 \text{ N}$$

$$R_n = 240 * 2 * 812,7 = 39 * 10^4 \text{ N}$$

Anggap

$$\lambda_R = 0,952$$

$$V_R = 0,11$$

$$\lambda_D = 1,05$$

$$V_D = 0,1$$

$$\lambda_L = 1,00$$

$$V_L = 0,3$$

$$\mu_R = \frac{R_n}{\lambda_R} = \frac{39 \cdot 10^4}{0,952} = 40,97 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$\mu_D = \frac{D_n}{\lambda_D} = \frac{T_D}{\lambda_D} = \frac{9,75 \cdot 10^4}{1,05} = 9,28 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$\mu_L = \frac{L_n}{\lambda_L} = \frac{14,6 \cdot 10^4}{1} = 14,6 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$\sigma_R = \mu_R \cdot V_R = 40,97 \cdot 10^4 \cdot 0,11 = 4,51 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$\sigma_D = 0,928 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$\sigma_L = 4,38 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$\mu_S = \mu_D + \mu_L = 23,9 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$\sigma_S = \sqrt{\sigma_D^2 + \sigma_L^2} = \sqrt{(0,928 \cdot 10^4)^2 + (4,38 \cdot 10^4)^2}$$

$$= 4,5 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$V_S = \frac{\sigma_S}{\mu_S} = \frac{4,5 \cdot 10^4}{23,9 \cdot 10^4} = 0,19$$

$$\mu_R - \mu_S = 17,07 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$\sigma_R + \sigma_S = 9,01 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$\sigma_D + \sigma_L = 5,31 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$\sqrt{\sigma_D^2 + \sigma_L^2} = 4,48 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} = 6,37 \cdot 10^4 \text{ N}$$

Indeks keandalan ( $\beta$ ),

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} = \frac{17,07 \cdot 10^4}{6,37 \cdot 10^4} = 2,68$$

$$\text{Peluang kegagalan, } p_f = 1 - \Phi(\beta) = 1 - \Phi(2,68)$$

$$= 3,68 \text{ ‰}$$

Angka keamanan tengah,

$$\bar{\phi} = 1 - \frac{\mu_R - \mu_S}{\sigma_R + \sigma_S} V_R = 1 - \frac{17,07 \cdot 10^4}{9,01 \cdot 10^4} 0,11 = 0,79$$

$$\bar{\gamma}_D = 1 + \frac{\mu_R - \mu_S}{\sigma_R + \sigma_S} \frac{\sqrt{\sigma_D^2 + \sigma_L^2}}{\sigma_D + \sigma_L} V_D = 1 + \frac{17,07 \cdot 10^4}{9,01 \cdot 10^4} \frac{4,48 \cdot 10^4}{5,31 \cdot 10^4} 0,1 = 1,16$$

$$\bar{\gamma}_L = 1 + \frac{\mu_R - \mu_S}{\sigma_R + \sigma_S} \frac{\sqrt{\sigma_D^2 + \sigma_L^2}}{\sigma_D + \sigma_L} V_L = 1 + \frac{17,07 * 10^4}{9,01 * 10^4} \frac{4,48 * 10^4}{5,31 * 10^4} 0,3 = 1,48$$

Angka keamanan nominal,

$$\phi = \frac{\bar{\phi}}{\lambda_R} = \frac{0,79}{0,952} = 0,83$$

$$\gamma_D = \frac{\bar{\gamma}_D}{\lambda_D} = \frac{1,16}{1,05} = 1,10$$

$$\gamma_L = \frac{\bar{\gamma}_L}{\lambda_L} = \frac{1,48}{1} = 1,48$$

$$\text{Jadi } \phi R_n = \gamma_D \cdot T_D + \gamma_L \cdot T_L$$

$$0,83 R_n = 1,10 T_D + 1,48 T_L$$

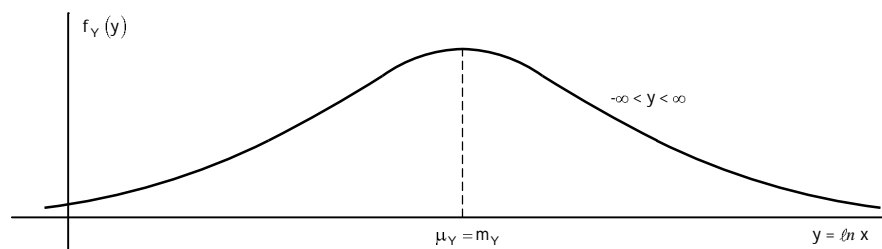
$$\text{atau } \boxed{0,9 R_n = 1,20 T_D + 1,60 T_L}$$

Angka keamanan tunggal (SF),

$$SF = \frac{R_n}{T_D + T_L} = \frac{39 * 10^4}{9,75 * 10^4 + 14,6 * 10^4} = 1,60$$

### **R, D, L Lognormal dan Tak-bergantung**

Suatu variabel acak X terdistribusi lognormal bila  $Y = \ln X$  terdistribusi normal, jadi:

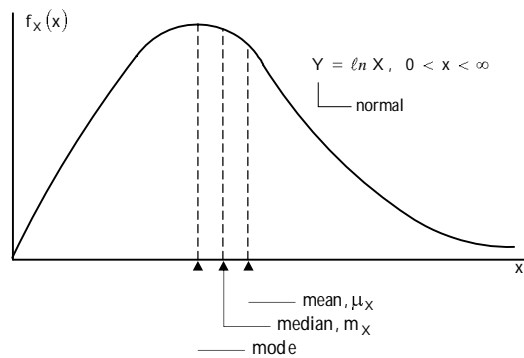


$$\mu_Y \text{ adalah mean value, } \mu_Y = \int_{-\infty}^{\infty} y f_Y(y) dy$$

$$m_Y \text{ adalah median, } m_Y = \left[ y \mid F_Y(y) = \frac{1}{2} \right]$$

$$\text{dimana : } F_Y(y) = \int_{-\infty}^y f_Y(\eta) d\eta$$





Median:

$$\frac{1}{2} = F[Y \leq m_Y] = F[X \leq m_X] = F[Y \leq \ln m_X]$$

maka  $m_Y = \mu_Y = \ln m_X$

dan  $\mu_Y \neq \ln \mu_X$

Fungsi kerapatan normal adalah:

$$f_Y(y) = \frac{1}{\sigma_Y \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{y - \mu_Y}{\sigma_Y} \right)^2 \right]$$

$$f_X(x) = f_Y(y) \frac{dy}{dx} = \frac{1}{x} \frac{1}{\sigma_Y \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{y - \mu_Y}{\sigma_Y} \right)^2 \right]$$

$$= \frac{1}{x \sigma_Y \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sigma_Y} \ln \frac{x}{m_X} \right)^2 \right]$$

Momen ke-r:

$$E[X^r] = \int_0^{\infty} x^r f_X(x) dx$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{x^{r-1}}{\sigma_Y \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sigma_Y} \ln \frac{x}{m_X} \right)^2 \right] dx$$

gunakan

$$p = \frac{1}{\sigma_Y} \ln \frac{x}{m_X} \quad x \rightarrow \infty \quad p \rightarrow \infty$$

$$e^{p\sigma_Y} = \frac{x}{m_X} \quad x \rightarrow 0 \quad p \rightarrow -\infty$$

$$x = m_X e^{p\sigma_Y} \rightarrow dx = m_X \sigma_Y e^{p\sigma_Y} dp$$

diperoleh:

$$E[X^r] = \frac{m_X^r}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\left( -\frac{1}{2}p^2 + rp\sigma_Y \right)} dp$$

Catatan:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-a^2 x^2 \pm bx) dx = \frac{\sqrt{\pi}}{a} \exp \frac{b^2}{4a^2}, \quad a > 0$$

untuk

$$a^2 = \frac{1}{2} \rightarrow a = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$b = r \sigma_Y$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{1}{2} x^2 + \sigma_Y r x\right) dx = \exp\left(\frac{1}{2} \sigma_Y^2 r^2\right) \sqrt{2\pi}$$

sehingga

$$E[X^r] = m_X^r \exp\left(\frac{1}{2} r^2 \sigma_Y^2\right)$$

untuk

$$r=1 \Rightarrow E[X] = \mu_X = m_X \exp\left(\frac{1}{2} \sigma_Y^2\right)$$

$$r=2 \Rightarrow E[X^2] = m_X^2 \exp(2\sigma_Y^2)$$

$$\begin{aligned} \sigma_X^2 &= E[X^2] - \mu_X^2 = m_X^2 \exp(2\sigma_Y^2) - m_X^2 e^{\sigma_Y^2} \\ &= m_X^2 e^{\sigma_Y^2} (e^{\sigma_Y^2} - 1) = \mu_X^2 (e^{\sigma_Y^2} - 1) \end{aligned}$$

$$m_X = \mu_X e^{-\frac{1}{2}\sigma_Y^2}$$

$$V_X^2 = \frac{\sigma_X^2}{\mu_X^2} = e^{\sigma_Y^2} - 1$$

atau

$$\begin{aligned} \sigma_Y^2 &= \ln(V_X^2 + 1) \\ \mu_Y &= \ln m_X = \ln \mu_X - \frac{1}{2} \sigma_Y^2 \end{aligned}$$

Catatan:  $\ln(1+x^2) \simeq x^2$  untuk  $x \leq 0,3$

sehingga bila  $V_X \leq 0,3$  maka

$$\sigma_Y^2 \simeq V_X^2 \quad \text{atau} \quad \sigma_Y \simeq V_X$$

dan

$$\mu_Y \simeq \ln \mu_X$$

Bila R adalah tahanan dan S = D + L adalah beban maka bila R, S lognormal dan tak-bergantung maka

$$g(R, S) = \frac{R}{S} \rightarrow \text{lognormal}$$

$$\ln g = \ln R - \ln S \rightarrow \text{normal}$$

$$\mu_{\ln g} = \mu_{\ln R} - \mu_{\ln S}$$

$$\sigma_{\ln g}^2 = \sigma_{\ln R}^2 + \sigma_{\ln S}^2$$

Untuk lognormal

$$\begin{aligned}\mu_{\ln R} &= \ln \mu_R - \frac{1}{2} \sigma_{\ln R}^2 \\ \sigma_{\ln R}^2 &= \ln(1 + V_R^2)\end{aligned}$$

Sehingga

$$\begin{aligned}\mu_{\ln g} &= \ln \mu_R - \frac{1}{2} \sigma_{\ln R}^2 - \ln \mu_S + \frac{1}{2} \sigma_{\ln S}^2 \\ &= \ln\left(\frac{\mu_R}{\mu_S}\right) + \frac{1}{2} \left[ \ln(1 + V_S^2) - \ln(1 + V_R^2) \right] \\ &= \ln\left(\frac{\mu_R}{\mu_S}\right) + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1 + V_S^2}{1 + V_R^2}\right) \\ &= \ln\left(\frac{\mu_R}{\mu_S}\right) \sqrt{\frac{1 + V_S^2}{1 + V_R^2}}\end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}\sigma_{\ln g}^2 &= \sigma_{\ln R}^2 + \sigma_{\ln S}^2 = \ln(1 + V_R^2) + \ln(1 + V_S^2) \\ &= \ln(1 + V_R^2)(1 + V_S^2) \\ \sigma_{\ln g} &= \sqrt{\ln(1 + V_R^2)(1 + V_S^2)}\end{aligned}$$

sehingga

$$\beta = \frac{\mu_{\ln g}}{\sigma_{\ln g}} = \frac{\ln\left(\frac{\mu_R}{\mu_S}\right) \sqrt{\frac{1 + V_S^2}{1 + V_R^2}}}{\sqrt{\ln(1 + V_R^2)(1 + V_S^2)}} \dots\dots\dots (4a)$$

Untuk  $V_R, V_S \leq 0,3$  berlaku

$$\beta \simeq \frac{\ln\left(\frac{\mu_R}{\mu_S}\right)}{\sqrt{V_R^2 + V_S^2}} \dots\dots\dots (4b)$$

Persamaan (4a) dapat ditulis sebagai berikut

$$\mu_R = \mu_S \sqrt{\frac{1 + V_R^2}{1 + V_S^2}} \exp \left[ \beta \sqrt{\ln(1 + V_R^2)(1 + V_S^2)} \right]$$

atau

$$\begin{aligned}& \frac{\exp \left[ -\chi \beta \sqrt{\ln(1 + V_R^2)} \right]}{\sqrt{(1 + V_R^2)}} \mu_R = \mu_S \frac{\exp \left[ \chi \beta \sqrt{\ln(1 + V_S^2)} \right]}{\sqrt{(1 + V_S^2)}} \\ &= \mu_D \frac{\exp \left[ \chi \beta \kappa \sqrt{\ln(1 + V_D^2)} \right]}{\sqrt{(1 + V_D^2)}} + \mu_L \frac{\exp \left[ \chi \beta \kappa \sqrt{\ln(1 + V_L^2)} \right]}{\sqrt{(1 + V_L^2)}} \dots\dots (5)\end{aligned}$$

dimana

$$\chi = \frac{\sqrt{\ell n(1 + V_R^2)}(1 + V_S^2)}{\sqrt{\ell n(1 + V_R^2)} + \sqrt{\ell n(1 + V_S^2)}}$$

dan nilai  $\kappa$  diperoleh dari persamaan berikut

$$\mu_S \frac{\exp\left[\chi\beta\sqrt{\ell n(1 + V_S^2)}\right]}{\sqrt{1 + V_S^2}} = \mu_D \frac{\exp\left[\chi\beta\kappa\sqrt{\ell n(1 + V_D^2)}\right]}{\sqrt{1 + V_D^2}} + \mu_L \frac{\exp\left[\chi\beta\kappa\sqrt{\ell n(1 + V_L^2)}\right]}{\sqrt{1 + V_L^2}}$$

Untuk keperluan perencanaan Persamaan (5) dapat ditulis

$$\frac{\exp\left[-\chi\beta\sqrt{\ell n(1 + V_R^2)}\right]}{\lambda_R \sqrt{1 + V_R^2}} R_n = \frac{\exp\left[\chi\beta\kappa\sqrt{\ell n(1 + V_D^2)}\right]}{\lambda_D \sqrt{1 + V_D^2}} D_n + \frac{\exp\left[\chi\beta\kappa\sqrt{\ell n(1 + V_L^2)}\right]}{\lambda_L \sqrt{1 + V_L^2}} L_n$$

Sehingga angka keamanan tengah menjadi,

$$\begin{aligned}\bar{\phi} &= \frac{\exp\left[-\chi\beta\sqrt{\ell n(1 + V_R^2)}\right]}{\sqrt{1 + V_R^2}} \\ \bar{\gamma}_D &= \frac{\exp\left[\chi\beta\kappa\sqrt{\ell n(1 + V_D^2)}\right]}{\sqrt{1 + V_D^2}} \\ \bar{\gamma}_L &= \frac{\exp\left[\chi\beta\kappa\sqrt{\ell n(1 + V_L^2)}\right]}{\sqrt{1 + V_L^2}}\end{aligned}$$

dan angka keamanan nominal adalah

$$\begin{aligned}\phi &= \frac{\bar{\phi}}{\lambda_R} \\ \gamma_D &= \frac{\bar{\gamma}_D}{\lambda_D} \\ \gamma_L &= \frac{\bar{\gamma}_L}{\lambda_L}\end{aligned}$$

dan angka keamanan tunggal

$$SF = \frac{R_n}{D_n + L_n}$$

Kembali pada contoh sebelumnya dapat dihitung

$$\beta = 2,54 \quad \text{atau} \quad p_f \simeq 5,54 \text{‰}$$

$$\chi = 0,73$$

$$\kappa = 0,85$$

$$\bar{\phi} = 0,81 \quad \phi = 0,85 \quad SF = 1,60$$

$$\bar{\gamma}_D = 1,17 \quad \gamma_D = 1,11$$

$$\bar{\gamma}_L = 1,53 \quad \gamma_L = 1,53$$

$$\text{atau } 0,85 R_n = 1,11 D_n + 1,53 L_n$$

$$\text{atau } 0,9 R_n = 1,17 D_n + 1,61 L_n$$

Terlihat bahwa kedua jawaban tersebut tidak memberikan hasil yang identik untuk satu persoalan yang sama. Hal ini karena digunakan fungsi distribusi yang berbeda dan metode pendekatan *mean value first order second moment* (MVFOSM). Bila digunakan metode yang lebih canggih seperti *first order reliability method* (FORM) maka akan didapat hasil yang sama untuk persoalan yang sama seperti contoh tersebut diatas. Penggunaan FORM memungkinkan peninjauan terhadap semua variabel acak dengan fungsi distribusi yang berbeda (normal, lognormal, Type I, Type II, dan seterusnya) dan fungsi kinerja  $g(R, S)$  yang sedikit nonlinier.

#### Inkonsistensi pada Metode Faktor Keamanan Tunggal

Pada metode faktor keamanan tunggal berlaku

$$SF = \frac{\gamma_D}{\phi} = \frac{\gamma_L}{\phi}$$

sehingga akan timbul  $\beta_D$  dan  $\beta_L$  yang nilainya berbeda dengan peluang kegagalan yang berbeda pula terhadap beban hidup dan mati.

Pada contoh sebelumnya (lognormal)

$$\beta_D = 4,0 \quad \text{—} \quad p_f \simeq 0,03 \text{‰}$$

$$\beta_L = 2,1 \quad \text{—} \quad p_f \simeq 18 \text{‰}$$

Jadi peluang kegagalan akibat beban hidup (18 ‰) jauh lebih besar daripada peluang kegagalan akibat beban mati (0,03 ‰).

Pada perencanaan LRFD untuk batang tarik digunakan (leleh lapangan)

$$0,9 R_n = 1,2 D_n + 1,6 L_n$$

$$\text{atau} \quad \frac{R_n}{D_n} = 1,33 + 1,78 \frac{L_n}{D_n} \dots\dots\dots (6)$$

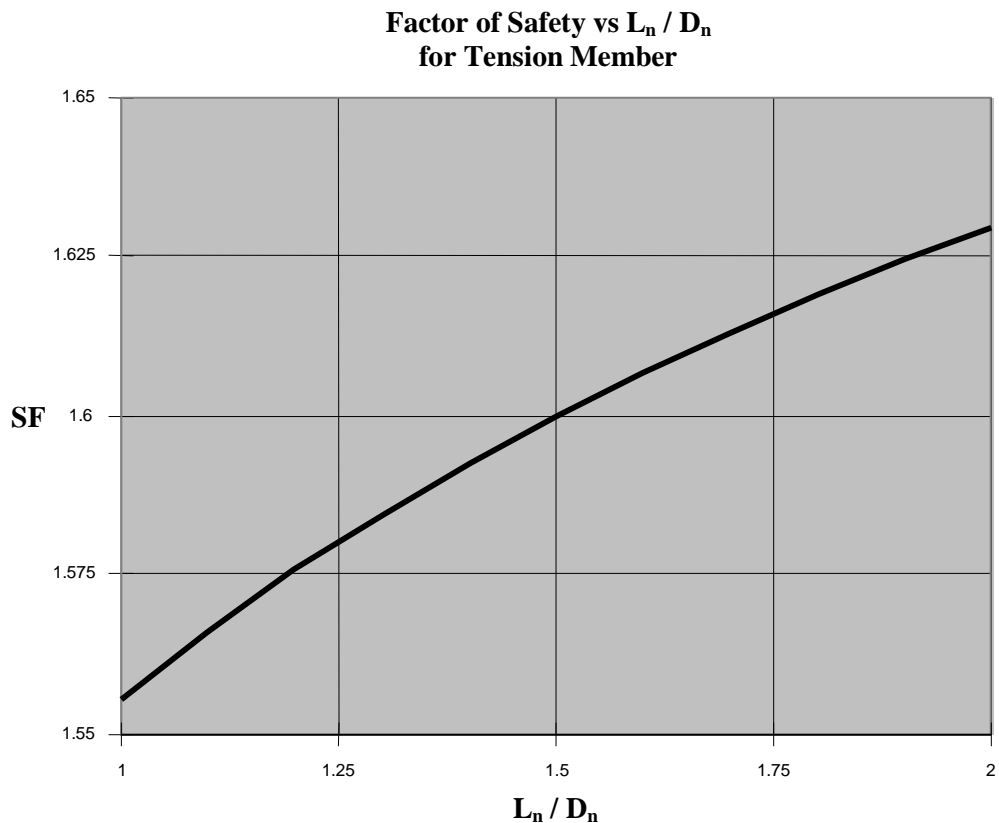
Karena dalam metode ASD,  $R_n = SF (D_n + L_n)$

$$\text{atau} \quad \frac{R_n}{D_n} = SF \left( 1 + \frac{L_n}{D_n} \right) \dots\dots\dots (7)$$

maka dari Persamaan (6) & (7) dapat diperoleh

$$SF = \frac{1,33 + 1,78 \frac{L_n}{D_n}}{1 + \frac{L_n}{D_n}} \dots\dots\dots (8)$$

Kurva Persamaan (8) adalah sebagai berikut:



Pada contoh sebelumnya telah dihitung  $SF = 1,60$  maka  $L_n/D_n = 1,5$ . Untuk  $L_n/D_n < 1,5$  metode ASD dapat memberikan hasil yang sama dengan metode LRFD bila SF diambil  $< 1,6$ . Bila digunakan  $SF = 1,6$  untuk  $L_n/D_n < 1,5$  maka metode ASD akan memberikan hasil yang lebih berat dengan indeks keandalan yang lebih tinggi. Sebaliknya bila digunakan  $SF = 1,6$  untuk  $L_n/D_n > 1,5$  maka metode ASD akan memberikan hasil yang lebih ringan dengan indeks keandalan yang lebih rendah. Hasil yang diberikan oleh metode LRFD adalah demikian sehingga memberikan nilai indeks keandalan yang konstan.

Pada struktur baja, umumnya  $1 < \frac{L_n}{D_n} < 2$ , sedangkan pada struktur beton, umumnya  $0,5 < \frac{L_n}{D_n} < 1,5$ .

### **Biaya Struktur**

Biaya struktur terdiri dari biaya awal/ investasi dan biaya (resiko) kegagalan. Biaya investasi tergantung daripada nilai  $\beta$  yang dipilih; makin besar nilai  $\beta$  maka makin besar biaya investasinya, dan sebaliknya, makin kecil  $\beta$  maka makin kecil biaya investasi. Sebaliknya biaya (resiko) kegagalan meliputi biaya kerugian akibat korban jiwa, biaya oportuniti, biaya sosial, dan biaya perbaikan baik struktural maupun non-struktural. Kedua biaya tersebut menjumlah menjadi biaya struktur menurut persamaan berikut ini.

$$C_t = C_i(\beta) + P_f(\beta) C_f$$

$$\text{atau} \quad \frac{C_t}{C_f} = \frac{C_i(\beta)}{C_f} + P_f(\beta)$$

dimana  $C_t$  adalah biaya struktur/ total,  
 $C_i$  adalah biaya investasi,  
 $C_f$  adalah biaya (resiko) kegagalan,  
 $P_f$  adalah peluang kegagalan.

Biaya investasi dapat didekati dengan persamaan

$$C_i(\beta) = a (1 + b\beta)$$

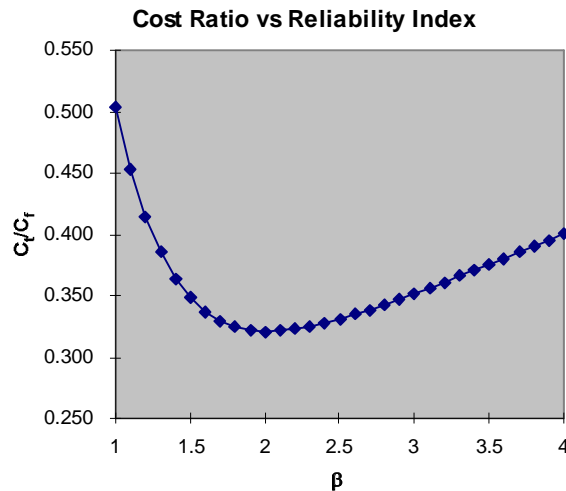
sedang  $P_f(\beta) = c \exp(-\beta/d)$ , sehingga biaya struktur menjadi,

$$C_t = a (1 + b\beta) + C_f c \exp(-\beta/d)$$

$$\text{atau} \quad \frac{C_t}{C_f} = \frac{a(1+b\beta)}{C_f} + c \exp(-\beta/d)$$

dimana konstanta  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , dan  $d$  ditentukan menurut keadaan lapangan dan diskusi sebelumnya.

Sebagai contoh adalah suatu struktur bangunan yang dikonstruksi dengan biaya investasi  $C_i = \text{Rp. } 7,5 \text{ M}$ , dan dengan  $a = \text{Rp. } 5 \text{ M}$ ,  $b = 0,25$ . Sedangkan parameter peluang keruntuhan adalah  $c = 3,1$  dan  $d = 0,4$ . Perhitungan simulasi memberikan biaya keruntuhan sebesar  $C_f = \text{Rp. } 25 \text{ M}$ . Untuk kasus tersebut kurva  $C_t/C_f$  adalah sebagai berikut:



Nilai  $(C_i/C_f)_{\min} = 0,32$  dan terjadi pada indeks keandalan target  $\beta_T = 2,0$  dengan peluang kegagalan sebesar 2%. Sehingga biaya total adalah  $C_t = 0,32 \times C_f = 0,32 \times \text{Rp. 25 M} = \text{Rp. 8 M}$  atau Rp. 0,5 M lebih tinggi daripada biaya investasinya.

Suatu peraturan yang optimum adalah peraturan yang menghasilkan nilai indeks keandalan,  $\beta$ , sama dengan  $\beta_T$ . Perhatikan juga bahwa, secara umum, untuk  $\beta > \beta_T$  kurva  $C_i/C_f$  adalah linier sedangkan untuk  $\beta < \beta_T$  kurva  $C_i/C_f$  adalah eksponensial. Hal ini menunjukkan bahwa *cost penalty* untuk  $\beta$  yang terlalu kecil lebih berat daripada untuk  $\beta$  yang terlalu besar.

### Level dalam Metode Perencanaan Struktur

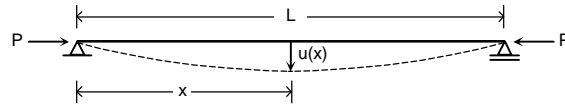
Metode perencanaan dapat dilakukan dengan beberapa taraf ditinjau dari sudut sofistikasinya sebagai berikut:

- Level 1: Adalah metode perencanaan menggunakan cara deterministik. Dalam cara ini termasuk metode perencanaan menggunakan angka keamanan tunggal (ASD) atau angka keamanan parsial (LRFD). Metode LRFD diturunkan menggunakan konsep perencanaan Level 2.
- Level 2: Metode perencanaan dengan kriteria kedekatan indeks keandalan perencanaan terhadap suatu indeks keandalan target atau parameter keamanan lainnya.
- Level 3: Metode perencanaan menggunakan analisis keandalan secara penuh untuk mendapatkan peluang keruntuhan struktur akibat berbagai-bagai kombinasi pembebanan. Kriteria perencanaan didasarkan pada kedekatan indeks keandalan aktual terhadap indeks keandalan optimum.
- Level 4: Metode perencanaan dimana biaya total menjadi kriteria optimasi. Metode ini memaksimumkan fungsi kinerja yang membedakan keuntungan dan biaya sehubungan dengan perencanaan struktur tertentu.



## BAB IV KOMPONEN STRUKTUR TEKAN

Analisis tekuk elastis dilakukan sebagai berikut:



$$M(x) = P u(x)$$

$$\frac{d^2 u}{dx^2} = -\frac{M(x)}{EI} = -\frac{P u(x)}{EI}$$

$$\therefore \frac{d^2 u(x)}{dx^2} + \frac{P}{EI} u(x) = 0$$

dan solusinya adalah  $u(x) = \delta \sin kx + \gamma \cos kx$ , dimana  $k^2 = \frac{P}{EI}$

$$\begin{aligned} \text{saat } x = 0 &\rightarrow u(x=0) = 0 = \delta \cdot 0 + \gamma \cdot 1 \Rightarrow \gamma = 0 \\ x = L &\rightarrow u(x=L) = 0 = \delta \sin kL \end{aligned}$$

solusi exist bila  $\delta \neq 0 \Rightarrow \sin kL = 0$   
atau  $kL = n\pi$ ,  $n = 1, 2, \dots$

$$\text{sehingga } k^2 = \frac{n^2 \pi^2}{L^2} \text{ dan } P = \frac{n^2 \pi^2}{L^2} EI, \quad n = 1, 2, \dots$$

nilai  $n$  ditetapkan demikian sehingga  $P$  memberikan tingkat energi yang minimum.

Energi regangan adalah

$$U = \int_0^L \left( \frac{M^2(x)}{2EI} + \frac{P^2}{2EA} \right) dx$$

$$\text{dimana } M(x) = P u(x) = P\delta \sin n\pi x/L$$

$$M^2(x) = P^2 \delta^2 \sin^2 n\pi x/L$$

$$\begin{aligned}\text{Energi, } U &= \int_0^L \frac{P^2 \delta^2 \sin^2 n\pi x/L}{2EI} dx + \int_0^L \frac{P^2}{2EA} dx \\ &= \frac{P^2 \delta^2 L}{4EI} + \frac{1}{2} \frac{P^2 L}{EA} = \frac{P^2 L}{2EA} \left( \frac{\delta^2}{2r^2} + 1 \right)\end{aligned}$$

yang mana  $r^2 = I/A$  dengan  $r$  adalah jari-jari girasi.

Gaya  $P > 0$  yang memberikan energi terkecil (minimum) adalah bila  $n = 1$  dan  $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$ . Gaya  $P$  tersebut dinamakan gaya tekuk *Euler*, dan energi pada saat menjelang tekuk ( $\delta \rightarrow 0$ ) adalah

$$U_{cr} = \frac{\pi^4}{\lambda^2} \frac{1}{2} \frac{EI}{L}$$

yang mana  $\lambda = L/r$  adalah faktor kelangsingan.

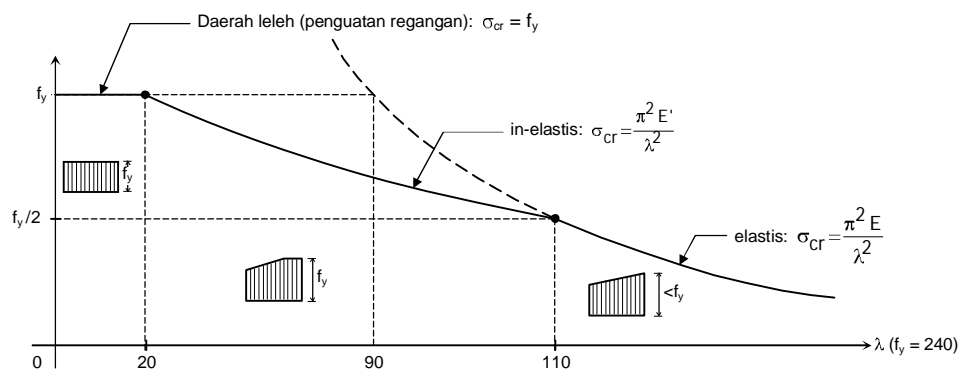
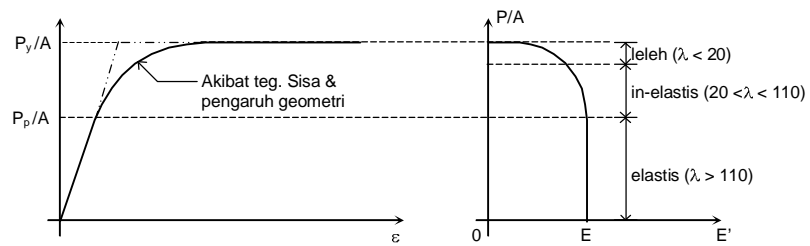
Gaya tekuk *Euler*,  $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} = \frac{\pi^2 EA}{\lambda^2}$  hanya berlaku bila pada setiap titik pada penampang kolom nilai  $\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$  lebih kecil daripada  $f_y$ . Hal ini hanya dapat terjadi bila nilai  $\lambda$  cukup besar ( $\lambda > 110$ ). Untuk nilai  $\lambda$  yang cukup kecil ( $\lambda < 110$ ) maka yang terjadi adalah tekuk in-elastis atau bahkan leleh pada seluruh titik pada suatu penampangnya ( $\lambda \leq 20$ ). Pada banyak kasus, yang terjadi adalah tekuk in-elastis.

### **Pengaruh Tegangan Sisa**

Tegangan sisa pada penampang gelas panas sangat berpengaruh dalam menentukan tahanan tekuk kolom, sedangkan faktor-faktor lainnya seperti kelengkungan dan eksentrisitas awal tidak terlalu berpengaruh. Pengukuran tegangan sisa pada flens profil gelas panas dapat mencapai 140 MPa.

Besar tegangan sisa tidak tergantung pada kuat leleh material, namun bergantung pada dimensi dan konfigurasi penampang, karena faktor-faktor tersebut mempengaruhi kecepatan pendinginan.

Modulus elastisitas baja dengan memperhatikan tegangan sisa ditunjukkan secara skematis sebagai berikut:



Pada daerah in-elastis dilakukan formulasi pendekatan sebagai berikut:

$$\frac{d^2 u}{dx^2} \approx \frac{1}{\rho} = -\frac{M(x)}{E'I} \quad \left( \frac{du}{dx} \leq 0,2 \right)$$

$$M(x) = \int y \sigma dA = \int y \underbrace{(-\varepsilon E_t)}_{\text{Lihat catatan}} dA = - \int y \frac{y}{\rho} E_t dA$$

$$= -\frac{1}{\rho} \int E_t y^2 dA = +\frac{M(x)}{E'I} \int E_t y^2 dA$$

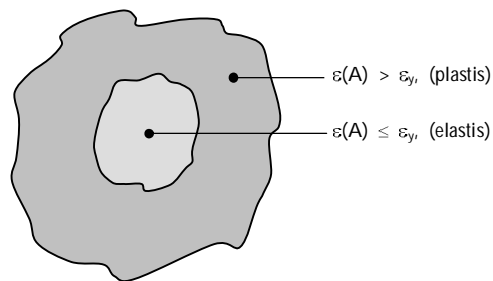
$$\therefore E' = \frac{1}{I} \int E_t y^2 dA$$

Catatan:

1. Penyederhanaan dari hubungan tersebut telah menimbulkan ketidaktepatan dalam hasilnya, namun, dalam konteks praktis hal tersebut dapat diterima.
2. Dalam bahasan diatas  $E_t$  adalah *point-to-point tangent modulus* dan  $E'$  adalah *sectional modulus of elasticity*.

Untuk material elasto-plastis berlaku berikut

$$E_t(A) = \begin{cases} E & \varepsilon(A) \leq \varepsilon_y, \text{ elastis} \\ 0 & \varepsilon(A) > \varepsilon_y, \text{ plastis} \end{cases}$$



$$\therefore E' = \frac{E}{I} \int_{\text{elastis}} y^2 dA = E \frac{I_e}{I}$$

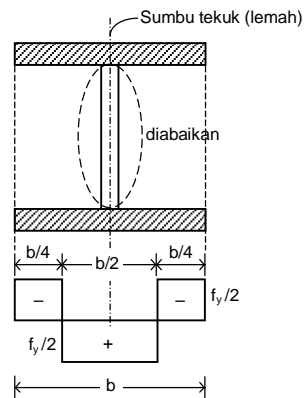
$$\therefore \sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E'}{\lambda^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \left( \frac{I_e}{I} \right) \leq f_y$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \sigma_{cr} = f_y$$

Bila  $I_e = I$  dan  $\sigma_{cr} = f_y$  berlaku

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_y^2} = f_y \quad \text{---} \quad \lambda_y = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{f_y}}$$

Contoh:



Namakan  $\bar{f} = P/A$ . Saat bekerja  $0 < \bar{f} (= P/A) < f_y/2$

$$f_y/2 \begin{array}{|c|c|c|} \hline - & & - \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline - & - & - \\ \hline \end{array} \quad \bar{f} = f_y/2 = P/A$$

$$= \begin{array}{|c|c|c|} \hline - & & - \\ \hline \end{array} f_y$$

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_1^2} = \frac{P}{A} = \frac{f_y}{2} \quad \lambda_1 = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{f_y}} \sqrt{2}$$

Saat bekerja:  $\frac{1}{2} f_y < \bar{f} (= P/A) < (\frac{1}{2} + \frac{1}{2}) f_y$

$$\frac{I_e}{I} = \frac{\frac{1}{12} t_f (b/2)^3}{\frac{1}{12} t_f b^3} = \frac{1}{8}$$

$$\sigma_{cr} = \frac{f_y}{2} = \frac{\pi^2 E I_e / I}{\lambda_2^2} \rightarrow \lambda_2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi^2 E}{f_y}}$$

$$\sigma_{cr} = f_y = \frac{\pi^2 E I_e / I}{\lambda_3^2} \rightarrow \lambda_3 = \frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\pi^2 E}{f_y}}$$

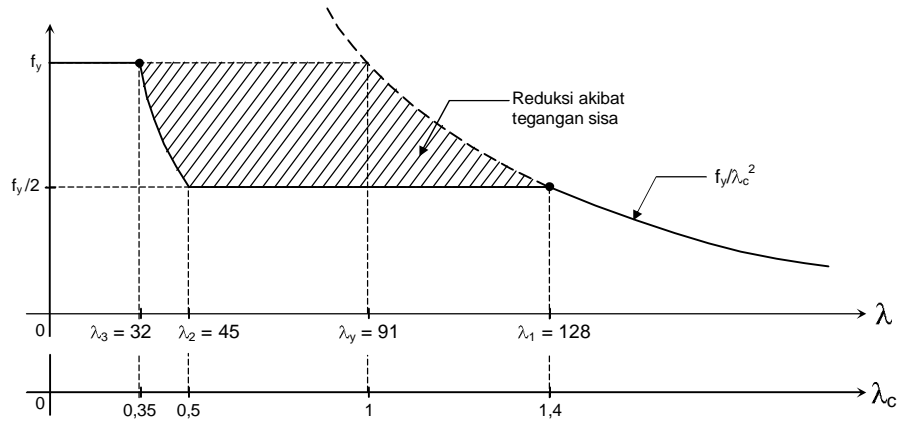
Namakan  $\lambda_c = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{f_y}{E}}$ , untuk  $E = 200 \text{ GPa}$  dan  $f_y = 240 \text{ MPa}$ ,

$$\lambda_1 = 128, \quad \lambda_{c1} = 1,4 \quad \text{---} \quad \sigma_{cr} = f_y/2$$

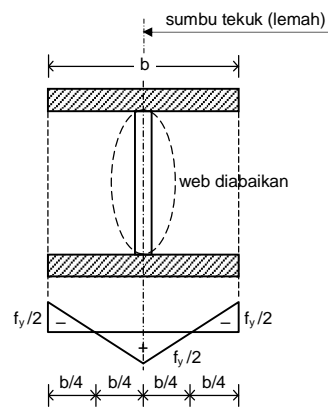
$$\lambda_2 = 45, \quad \lambda_{c2} = 0,5 \quad \text{---} \quad \sigma_{cr} = f_y/2$$

$$\lambda_3 = 32, \quad \lambda_{c3} = 0,35 \quad \text{---} \quad \sigma_{cr} = f_y$$

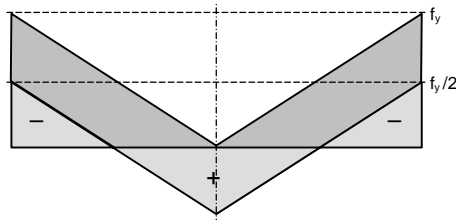
$$\lambda_y = 91, \quad \lambda_{cy} = 1$$



Contoh:

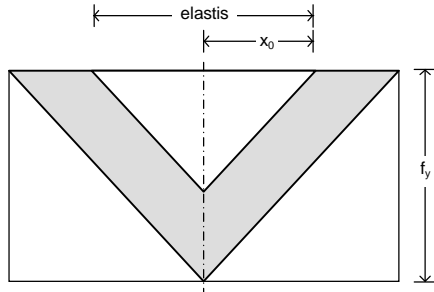


Saat bekerja:  $0 < \bar{f} (= P/A) < f_y/2$ :



$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_1^2} = \frac{f_y}{2} \rightarrow \lambda_1 = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{f_y}} \sqrt{2}$$

Saat bekerja:  $f_y/2 < \bar{f} (= P/A) < (1/2 + 1/2) f_y$



$$I_e = ?, \quad \bar{f} = P/A$$

$$x_0 = (1 - \bar{f}/f_y) b$$

$$\frac{I_e}{I} = \frac{\frac{1}{12} t_f (2x_0)^3}{\frac{1}{12} t_f b^3} = 8(1 - \bar{f}/f_y)^3$$

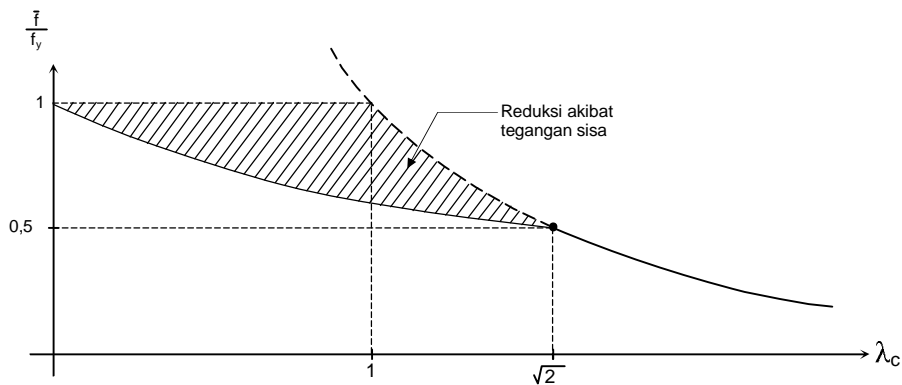
$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_2^2} \frac{I_e}{I} = \bar{f} \quad \text{dimana } f_y/2 < \bar{f} (= P/A) < f_y$$

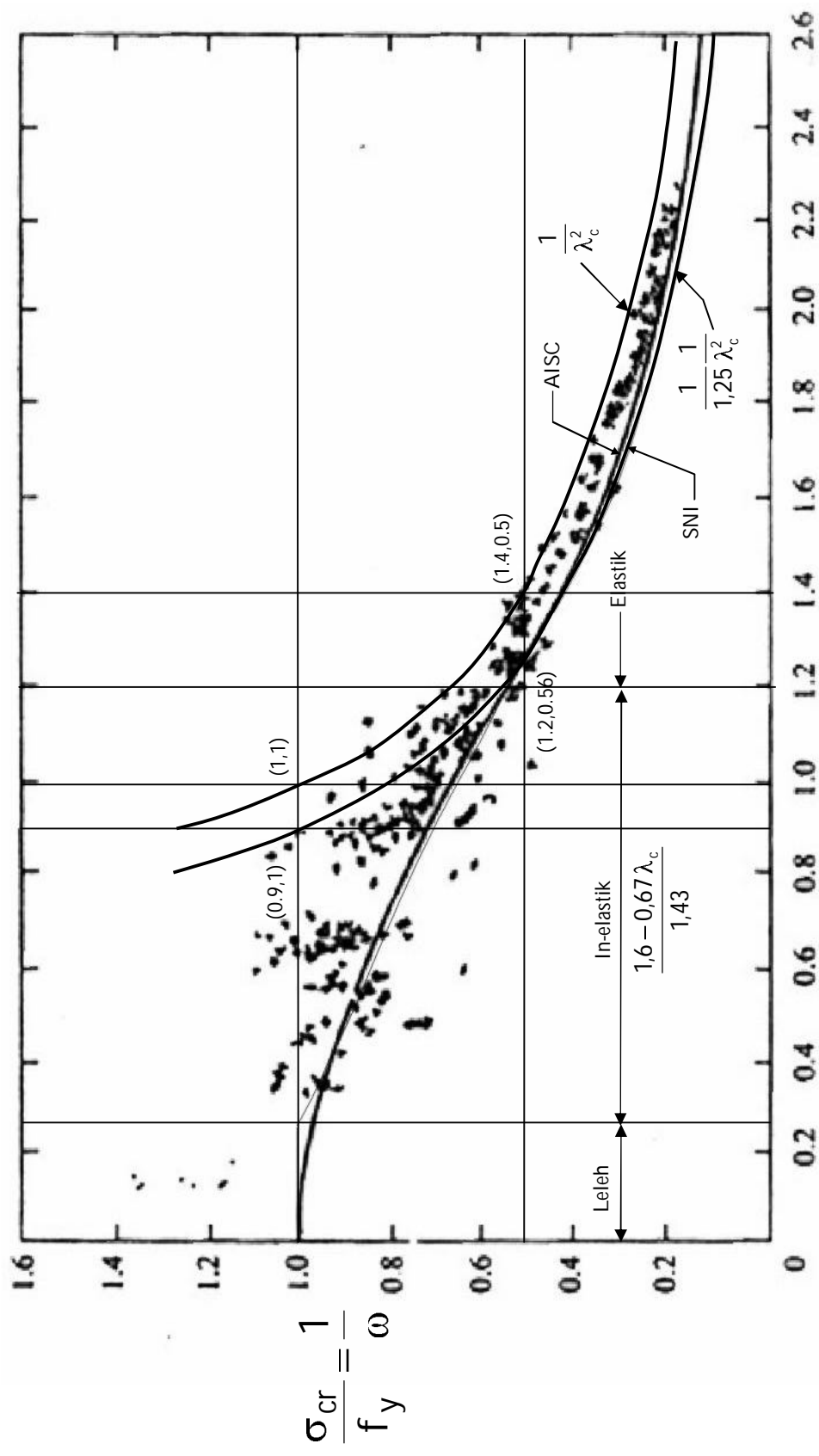
$$\begin{aligned} \lambda_2^2 &= \frac{\pi^2 E}{\bar{f}} \frac{I_e}{I} = \frac{\pi^2 E}{f_y \bar{f}/f_y} 8(1 - \bar{f}/f_y)^3 \\ &= \frac{\pi^2 E}{f_y} \frac{8(1 - \bar{f}/f_y)^3}{\bar{f}/f_y} \end{aligned}$$

$$\text{atau } \lambda_2 = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{f_y}} \sqrt{\frac{8(1 - \bar{f}/f_y)^3}{\bar{f}/f_y}} \quad \text{dimana } 1/2 < \bar{f}/f_y < 1$$

$$\text{Bila } \lambda_c = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{f_y}{E}} \quad \text{maka } \lambda_{c1} = \sqrt{2} \quad \text{dan}$$

$$\lambda_{c2} = \sqrt{\frac{8(1 - \bar{f}/f_y)^3}{\bar{f}/f_y}}$$





$$\lambda_c = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{f_y}{E}}$$



### Tahanan Tekan Nominal

Persamaan tegangan kritis untuk daerah elastis dapat ditulis sebagai berikut:

$$\frac{\sigma_{cr}}{f_y} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2 f_y} = \frac{\lambda_y^2}{\lambda_c^2} = \frac{1}{\lambda_c^2}$$

dimana  $\lambda_y = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{f_y}}$ ;  $\lambda_c = \frac{\lambda}{\lambda_y}$

Untuk penampang dengan elemen-elemen yang memiliki perbandingan lebar terhadap tebal lebih kecil daripada  $\lambda_r$  pada Tabel 7.5-1 berlaku

$$N_n = A_g \sigma_{cr}$$

di mana  $\sigma_{cr} = f_y / \omega$

$$N_n = A_g f_y \frac{\sigma_{cr}}{f_y} = A_g f_y \frac{1}{\omega}$$

Untuk  $\lambda_c \leq 0,25$  —  $\omega = 1$  (leleh)

$0,25 < \lambda_c < 1,2$  —  $\omega = \frac{1,43}{1,6 - 0,67 \lambda_c}$  (tekuk in-elastis)

$\lambda_c \geq 1,2$  —  $\omega = 1,25 \lambda_c^2$  (tekuk elastis)

yang mana  $\lambda_c = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{f_y / E}$

Nilai  $\omega$  di tetapkan dengan memperhatikan tegangan sisa dan eksentrisitas tak terduga yang merupakan faktor-faktor penting dalam masalah tekuk kolom namun faktor-faktor tersebut tidak dapat di kuantifikasi secara teliti.

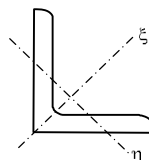
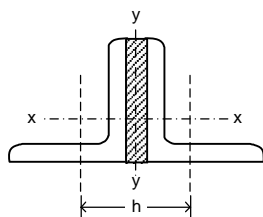
Tahanan tekan rencana adalah

$$N_d = \phi_c N_n \geq N_u$$

dengan  $\phi_c = 0,85$  adalah faktor tahanan tekan, dan  $N_u$  adalah gaya tekan terfaktor.

### Komponen Struktur Tekan Tersusun

Komponen struktur tersusun dari dua profil siku sama kaki di mana  $\lambda_y > \lambda_x$  di analisis sebagai berikut:



$$\lambda_{\eta} = \frac{a}{r_{\eta}}$$

Untuk pelat kopel yang di baut kencang tangan

$$\lambda_m^2 = \lambda_0^2 + \lambda_\eta^2$$

dimana  $\lambda_0$  adalah kelangsingan seluruh batang tersusun yang di anggap sebagai satu kesatuan, terhadap sumbu -y,  
 $\lambda_\eta$  adalah kelangsingan terbesar batang tunggal,  
 $a$  adalah jarak antar pelat kopel,  
 $r_\eta$  adalah jari-jari girasi minimum profil tunggal.

Untuk pelat kopel yang dilas atau di baut kencang penuh

$$\lambda_m^2 = \lambda_0^2 + 0,82 \frac{\alpha^2}{1 + \alpha^2} \lambda_{1y}^2$$

dimana  $\lambda_m$  adalah kelangsingan profil tersusun,

$\lambda_{1y} = \frac{a}{r_{1y}}$  , adalah kelangsingan batang tunggal sepanjang  $a$  terhadap sumbu yang melalui titik berat profil tunggal dan sejajar sumbu-y,

$r_{1y}$  adalah jari-jari girasi batang tunggal terhadap sumbu yang melalui titik berat profil tunggal dan sejajar sumbu -y,

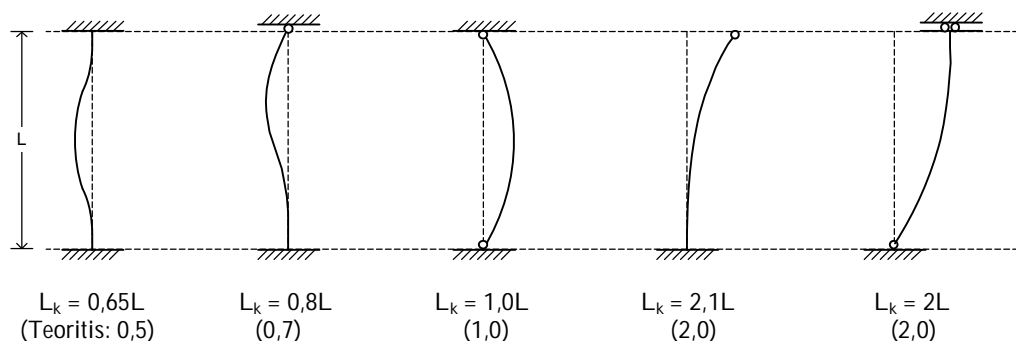
$$\alpha = \frac{h/2}{r_{1y}} = \sqrt{\left(\frac{r_y}{r_{1y}}\right)^2 - 1} \text{ adalah perbandingan separasi}$$

$h$  adalah jarak antara titik berat masing-masing profil tunggal.

Catatan: Secara umum harus dipenuhi,  $\lambda_\eta \leq 0,75 \lambda_x$ .

### Panjang Tekuk

Dalam perhitungan kelangsingan,  $\lambda = L_k/r$  , harus digunakan panjang tekuk,  $L_k$ , yang sesuai dengan kondisi ujung-ujung batang tekan. Panjang tekuk di tentukan berikut ini.



Untuk kasus-kasus lainnya, gunakan nomogram tekuk untuk kasus dengan goyangan atau tanpa goyangan dimana

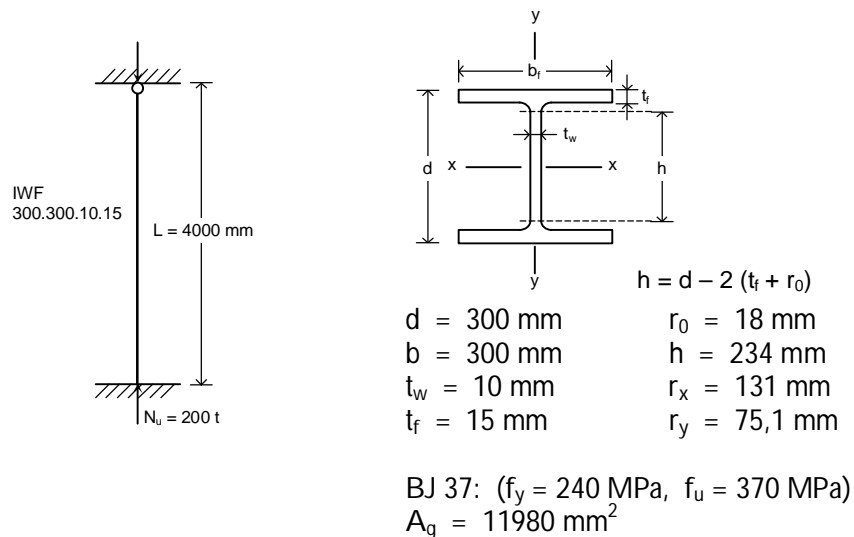
$$G = \frac{\sum (I/L)_k}{\sum (I/L)_b}$$

dimana  $I$  adalah momen inersia  
 $L$  adalah panjang balok/kolom  
 $k$  adalah notasi untuk kolom  
 $b$  adalah notasi untuk balok

Kelangsingan batang tekan dibatasi demikian sehingga:

$$\lambda_{\max} = \left( \frac{L_k}{r} \right)_{\max} \leq 200$$

Contoh:



Periksa kelangsingan penampang: (tekan murni)

Flens

$$\frac{b_f/2}{t_f} = \frac{300/2}{15} = 10$$

$$\lambda_p = \frac{170}{\sqrt{f_y}} = \frac{170}{\sqrt{240}} = 10,97$$

$$\frac{b_f/2}{t_f} < \frac{170}{\sqrt{f_y}} \Rightarrow \text{Pen. kompak}$$

Web

$$\frac{h}{t_w} = \frac{234}{10} = 23,4$$

$$\lambda_p = \frac{500}{\sqrt{f_y}} = \frac{500}{\sqrt{240}} = 32,27$$

$$\frac{h}{t_w} < \frac{500}{\sqrt{f_y}} \Rightarrow \text{Pen. kompak}$$

$\therefore$  Penampang kompak

Panjang tekuk:  $k_c = 0,8$

$$L = 4000 \text{ mm}$$

$$L_k = k_c L = 0,8 * 4000 = 3200 \text{ mm}$$

$$\lambda_x = \frac{L_k}{r_x} = \frac{3200}{131} = 24,42$$

$$\lambda_y = \frac{L_k}{r_y} = \frac{3200}{75,1} = 42,6$$

Arah – x: (sumbu kuat)

$$\lambda_{cx} = \frac{\lambda_x}{\pi} \sqrt{\frac{f_y}{E}} = \frac{24,42}{\pi} \sqrt{\frac{240}{200 * 10^3}} = 0,27$$

$$0,25 < \lambda_{cx} (= 0,27) < 1,2 \Rightarrow \omega_x = \frac{1,43}{1,6 - 0,67 \lambda_{cx}} = \frac{1,43}{1,6 - 0,67 * 0,27} = 1,01$$

$$\sigma_{cr} = \frac{f_y}{\omega_x} = \frac{240}{1,01} = 238 \text{ MPa}$$

$$N_n = A_g \sigma_{cr} = 11980 * 238 = 285 \text{ ton}$$

$$\frac{N_u}{\phi_c N_n} = \frac{200}{0,85 * 285} = 0,83 < 1 \quad \underline{\text{OK}}$$

Arah – y: (sumbu lemah)

$$\lambda_{cy} = \frac{\lambda_y}{\pi} \sqrt{\frac{f_y}{E}} = \frac{42,6}{\pi} \sqrt{\frac{240}{200 * 10^3}} = 0,47$$

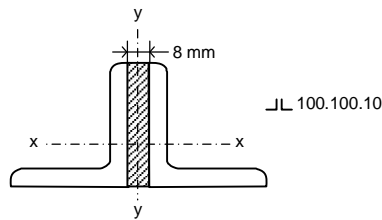
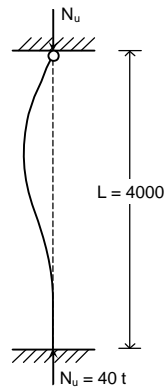
$$0,25 < \lambda_{cy} (= 0,47) < 1,2 \Rightarrow \omega_y = \frac{1,43}{1,6 - 0,67 * 0,47} = 1,11$$

$$\sigma_{cr} = \frac{f_y}{\omega_y} = \frac{240}{1,11} = 216 \text{ MPa}$$

$$N_n = A_g \sigma_{cr} = 11980 * 216 = 258 \text{ ton}$$

$$\frac{N_u}{\phi_c N_n} = \frac{200}{0,85 * 258} = 0,91 < 1 \quad \underline{\text{OK}}$$

Contoh:



Untuk 1 profil:

$$r_x = r_y = 30,4 \text{ mm}$$

$$b = 100 \text{ mm}$$

$$r_{\eta} = 19,5 \text{ mm}$$

$$t = 10 \text{ mm}$$

$$A_{g1} = 1900 \text{ mm}^2$$

$$I_{1y} = I_{1x} = 175 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$$

$$\text{BJ 37: } (f_y = 240 \text{ MPa, } f_u = 370 \text{ MPa})$$

Periksa kelangsingan penampang: (tekan murni)

$$\frac{b}{t} = \frac{100 \text{ mm}}{10 \text{ mm}} = 10$$

$$\frac{200}{\sqrt{f_y}} = \frac{200}{\sqrt{240}} = 12,9$$

$$\frac{b}{t} (= 10) < \frac{200}{\sqrt{f_y}} (= 12,9) \Rightarrow \text{Penampang tak-kompak}$$

Analisis dalam arah – x: (sumbu lemah)

$$\left. \begin{array}{l} k_c = 0,8 \\ L = 4000 \text{ mm} \end{array} \right\} \begin{array}{l} L_k = k_c L = 0,8 \cdot 4000 \text{ mm} = 3200 \text{ mm} \\ r_x = 30,4 \text{ mm} \end{array}$$

$$\lambda_x = \frac{L_k}{r_x} = \frac{3200}{30,4} = 105$$

$$\lambda_{cx} = \frac{\lambda_x}{\pi} \sqrt{\frac{f_y}{E}} = \frac{105}{\pi} \sqrt{\frac{240}{200 \cdot 10^3}} = 1,16$$

$$0,25 < \lambda_{cx} (= 1,16) < 1,2 \Rightarrow \omega_x = \frac{1,43}{1,6 - 0,67 \lambda_{cx}} = \frac{1,43}{1,6 - 0,67 \cdot 1,16} = 1,74$$

$$\sigma_{cr} = \frac{f_y}{\omega_x} = \frac{240}{1,74} = 138 \text{ MPa}$$

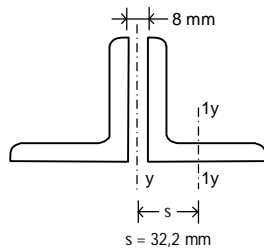
$$N_n = A_g \sigma_{cr} = 2 * 1900 * 138 = 52 \text{ ton}$$

$$\frac{N_u}{\phi_c N_n} = \frac{40}{0,85 * 52} = 0,90 < 1 \quad \underline{OK}$$

Analisis dalam arah – y:

Kelangsingan batang tekan dalam arah – y akan dibuat lebih kecil daripada dalam arah – x, karena mekanisme tekuk akan dibuat terjadi dalam arah – x. Hal ini diupayakan untuk meningkatkan efisiensi penampang tersusun.

Anggap tebal pelat kopel 8 mm.



$$\frac{1}{2} I_y = I_{1y} + s^2 A_1 = 175 * 10^4 + 32,2^2 * 1900 = 372 * 10^4 \text{ mm}^4$$

$$r_y = \sqrt{\frac{\frac{1}{2} I_y}{A_1}} = \sqrt{\frac{372 * 10^4}{1900}} = 44 \text{ mm}$$

$$\lambda_0 = \frac{L_k}{r_y} = \frac{3200}{44} = 73$$

a). Bila kopel dibaut kencang tangan dan ada 3 bentang terkopel,

$$\lambda_{\eta} = \frac{a}{r_{\eta}} = \frac{L/3}{r_{\eta}} = \frac{4000/3}{19,5} = 68$$

$$\lambda_m^2 = \lambda_0^2 + \lambda_{\eta}^2 = 73^2 + 68^2 = 9953$$

$$\lambda_m = 100 < \lambda_x (= 105) \quad \text{— tekuk terjadi pada sumbu – x}$$

b). Bila kopel dibaut kencang penuh atau las dan ada 3 bentang terkopel,

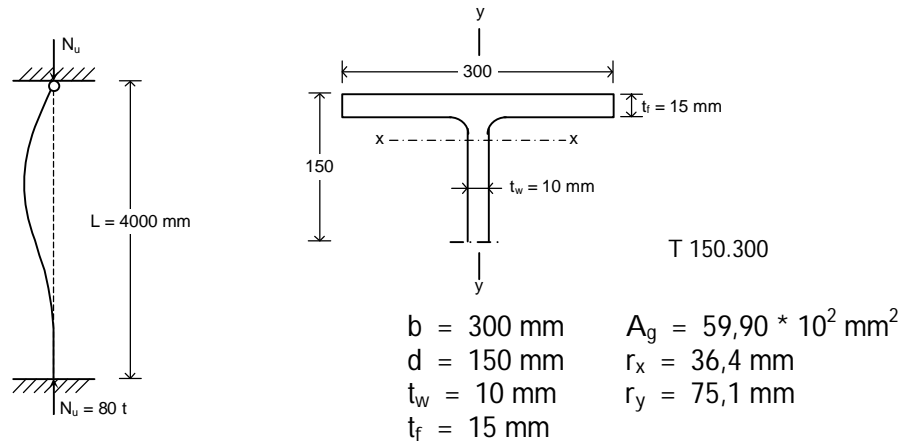
$$\lambda_{1y} = \frac{a}{r_{1y}} = \frac{L/3}{30,4} = \frac{4000/3}{30,4} = 44$$

$$\alpha = \frac{h/2}{r_{1y}} = \frac{2s/2}{r_{1y}} = \frac{s}{r_{1y}} = \frac{32,2}{30,4} = 1,06$$

$$\lambda_m^2 = \lambda_0^2 + 0,82 \frac{\alpha^2}{1 + \alpha^2} \lambda_{1y}^2 = 73^2 + 0,82 \frac{1,06^2}{1 + 1,06^2} * 44^2 = 6169$$

$\lambda_m = 79 < \lambda_x (= 105)$  — tekuk terjadi terhadap sumbu – x dengan lebih meyakinkan daripada bila kopel dipasang dengan baut kencang tangan.

Contoh:



BJ 37: ( $f_y = 240 \text{ MPa}$ ,  $f_u = 370 \text{ MPa}$ )

Periksa kelangsingan penampang: (tekan murni)

Flens

Web

Tidak ada ketentuan

$$\frac{d}{t_w} = \frac{150}{10} = 15$$

$$\frac{335}{\sqrt{f_y}} = \frac{335}{\sqrt{240}} = 21,62$$

$$\frac{d}{t_w} (= 15) < \frac{335}{\sqrt{f_y}} (= 21,62)$$

∴ Penampang tak-kompak

Kelangsingan batang:  $k_c = 0,8$  ;  $L = 4000 \text{ mm}$

$$L_k = k_c L = 0,8 * 4000 = 3200 \text{ mm}$$

$$\lambda_x = \frac{L_k}{r_x} = \frac{3200}{36,4} = 88 \text{ — tekuk terjadi pada arah — x}$$

$$\lambda_y = \frac{L_k}{r_y} = \frac{3200}{75,1} = 43$$

Arah – x: (sumbu lemah)

$$\lambda_{cx} = \frac{\lambda_x}{\pi} \sqrt{\frac{f_y}{E}} = \frac{88}{\pi} \sqrt{\frac{240}{200 \cdot 10^3}} = 0,97$$

$$0,25 < \lambda_{cx} (= 0,97) < 1,2 \Rightarrow \omega_x = \frac{1,43}{1,6 - 0,67 \cdot 0,97} = 1,51$$

$$\sigma_{cr} = \frac{f_y}{\omega_x} = \frac{240}{1,51} = 159 \text{ MPa}$$

$$N_n = A_g \sigma_{cr} = 5990 \cdot 159 = 96 \text{ ton}$$

$$\frac{N_u}{\phi_c N_n} = \frac{80}{0,85 \cdot 96} = 0,98 < 1 \quad \underline{\text{OK}}$$

Arah – y: (sumbu kuat)

$$\lambda_{cy} = \frac{\lambda_y}{\pi} \sqrt{\frac{f_y}{E}} = \frac{43}{\pi} \sqrt{\frac{240}{200 \cdot 10^3}} = 0,47$$

$$\omega_y = \frac{1,43}{1,6 - 0,67 \cdot 0,47} = 1,12$$

$$\sigma_{cr} = \frac{240}{1,12} = 215 \text{ MPa}$$

$$N_n = 5990 \cdot 215 = 129 \text{ ton}$$

$$\frac{N_u}{\phi_c N_n} = \frac{80}{0,85 \cdot 129} = 0,73 < 1 \quad \underline{\text{OK}}$$



**Tabel 7.5-1**  
Perbandingan maksimum lebar terhadap tebal untuk elemen tertekan  
( $f_y$  dinyatakan dalam MPa, simbol mengacu pada Gambar 7.5-1).

Jenis Elemen		Perbandingan lebar terhadap tebal ( $\lambda$ )	Perbandingan maksimum lebar terhadap tebal	
			$\lambda_p$ (kompak)	$\lambda_r$ (tak-kompak)
Elemen tanpa Pengaku	Pelat sayap balok-I dan kanal dalam lentur	$b/t$	$170 / \sqrt{f_y}$ [c]	$370 / \sqrt{f_y - f_r}$ [e]
	Pelat sayap balok-I hibrida atau balok tersusun yang dilas dalam lentur	$b/t$	$170 / \sqrt{f_{yf}}$	$\frac{420}{\sqrt{(f_{yf} - f_r) / k_e}}$ [e][f]
	Pelat sayap dari komponen-komponen struktur tersusun dalam tekan	$b/t$	-	$290 / \sqrt{f_y / k_e}$ [f]
	Sayap bebas dari profil siku kembar yang menyatu pada sayap lainnya, pelat sayap dari komponen struktur kanal dalam aksial tekan, profil siku dan plat yang menyatu dengan balok atau komponen struktur tekan	$b/t$	-	$250 / \sqrt{f_y}$
	Sayap dari profil siku tunggal pada penyokong, sayap dari profil siku ganda dengan pelat kopel pada penyokong, elemen yang tidak diperkaku, yaitu, yang ditumpu pada salah satu sisinya	$b/t$	-	$200 / \sqrt{f_y}$
	Pelat badan dari profil T	$d/t$	-	$335 / \sqrt{f_y}$

**Catatan:** Berdasarkan kelangsingan pelat penyusunnya ( $b/t$ ), penampang profil baja dikelasifikasikan kedalam tiga kategori:

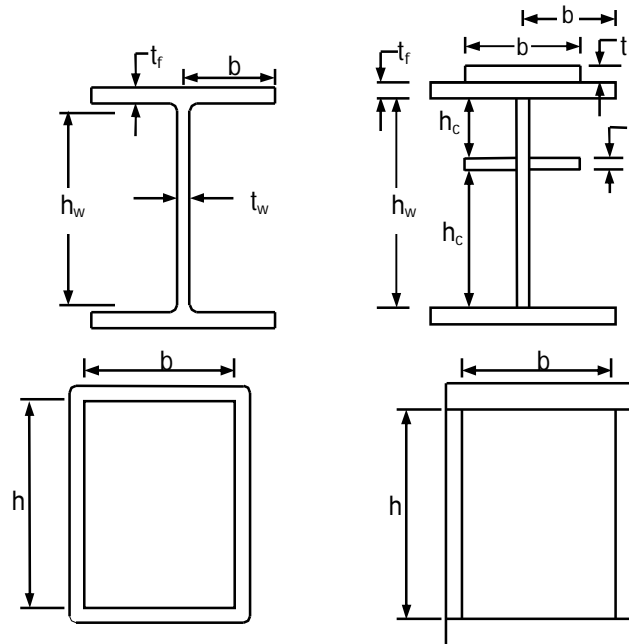
1. penampang kompak,  $\frac{b}{t} < \lambda_p$ ;
2. penampang tak-kompak,  $\lambda_p < \frac{b}{t} < \lambda_r$ ;
3. penampang langsing,  $\frac{b}{t} > \lambda_r$ .

**Tabel 7.5-1 (Lanjutan)**

Perbandingan maksimum lebar terhadap tebal untuk elemen tertekan

( $f_y$  dinyatakan dalam MPa, simbol mengacu pada Gambar 7.5-1).

Jenis Elemen		Perbandingan lebar terhadap tebal ( $\lambda$ )	Perbandingan maksimum lebar terhadap tebal	
			$\lambda_p$ (kompak)	$\lambda_r$ (tak-kompak)
Elemen dengan Pengaku	Pelat badan dari penampang persegi panjang dan bujursangkar berongga dengan ketebalan seragam yang dibebani lentur atau tekan; pelat penutup dari pelat sayap dan pelat diafragma yang terletak di antara baut-baut atau las	$b/t$	$500/\sqrt{f_y}$	$625/\sqrt{f_y}$
	Bagian lebar yang tak terkekang dari pelat penutup berlubang [b]	$b/t$	-	$830/\sqrt{f_y}$
	Bagian-bagian pelat badan dalam tekan akibat lentur [a]	$h/t_w$	$1.680/\sqrt{f_y}$ [c]	$2.550/\sqrt{f_y}$ [g]
	Bagian-bagian pelat badan dalam kombinasi tekan dan lentur	$h/t_w$	Untuk $N_u/\phi_b N_y \leq 0,125$ [c] $\frac{1.680}{\sqrt{f_y}} \left[ 1 - \frac{2,75 N_u}{\phi_b N_y} \right]$	[g] $\frac{2.550}{\sqrt{f_y}} \left[ 1 - \frac{0,74 N_u}{\phi_b N_y} \right]$
			Untuk $N_u/\phi_b N_y > 0,125$ [c] $\frac{500}{\sqrt{f_y}} \left[ 2,33 - \frac{N_u}{\phi_b N_y} \right] \geq \frac{665}{\sqrt{f_y}}$	
	Elemen-elemen lainnya yang diperkaku dalam tekan murni; yaitu dikekang sepanjang kedua sisinya	$b/t$ $h/t_w$	-	$665/\sqrt{f_y}$
	Penampang bulat berongga Pada tekan aksial Pada lentur	$D/t$	[d] - $14.800/f_y$	$22.000/f_y$ $62.000/f_y$
[a] Untuk balok hibrida, gunakan tegangan leleh pelat sayap $f_{yf}$ sebagai ganti $f_y$ . [b] Ambil luas neto plat pada lubang terbesar. [c] Dianggap kapasitas rotasi inelastis sebesar 3. Untuk struktur-struktur pada zona gempa tinggi diperlukan kapasitas rotasi yang lebih besar. [d] Untuk perencanaan plastis gunakan $9.000/f_y$ .		[e] $f_r$ = tegangan tekan residual pada pelat sayap = 70 MPa untuk penampang gilas = 115 MPa untuk penampang tersusun [f] $k_e = \frac{4}{\sqrt{h/t_w}}$ tapi, $0,35 \leq k_e \leq 0,763$ [g] $f_y$ adalah kuat leleh minimum.		



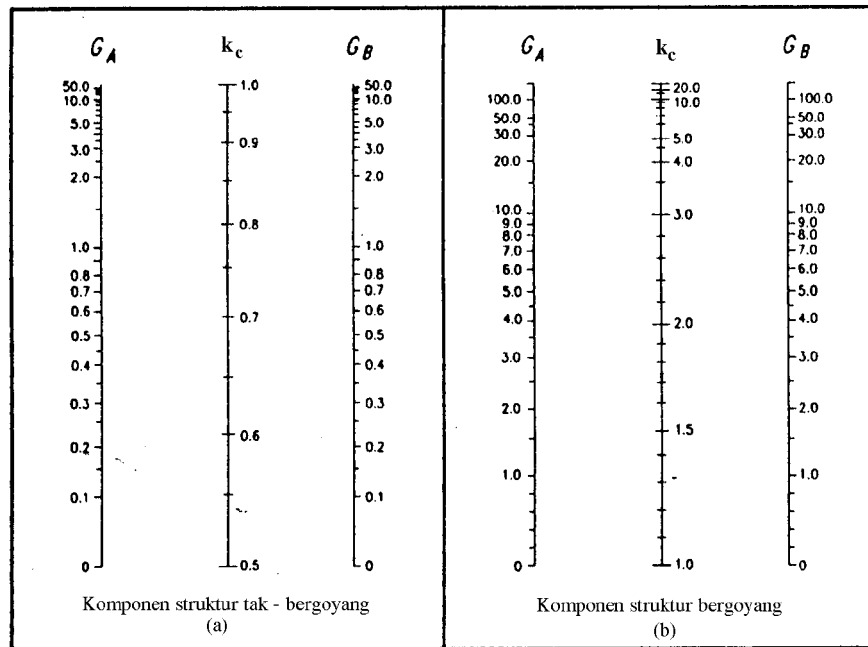
**Gambar 7.5-1**  
Simbol untuk beberapa variabel penampang.

	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
Garis terputus menunjukkan diagram kolom tertekuk						
Nilai $k_c$ teoritis	0.5	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0
Nilai $k_c$ yang dianjurkan untuk kolom yang mendekati kondisi ideal	0.65	0.80	1.2	1.0	2.10	2.0
Kode ujung	Jepit Sendi Roll tanpa putaran sudut Ujung bebas					

**Gambar 7.6-1**  
Nilai  $k_c$  untuk kolom dengan ujung-ujung yang ideal.

**Gambar 7.6-2**

(a) Nilai  $k_c$  untuk komponen struktur tak bergoyang, dan (b) untuk komponen struktur bergoyang.



## BAB V

### KOMPONEN STRUKTUR LENTUR

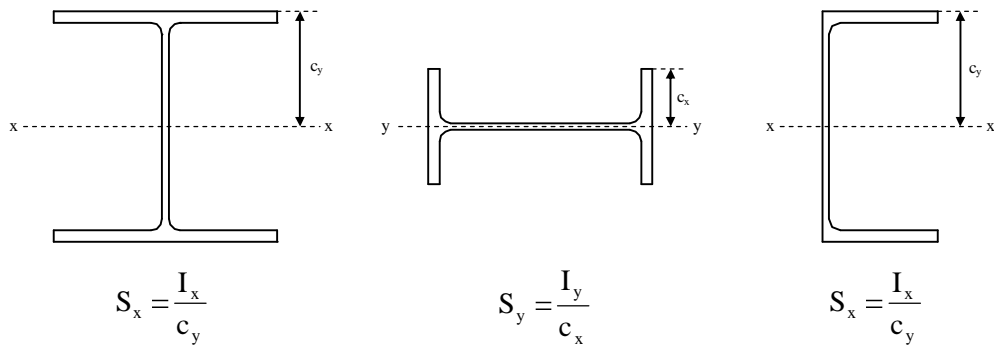
#### (Flens Tekan Terkekang Penuh Secara Lateral)

Komponen struktur lentur adalah komponen struktur yang menggabungkan batang tarik dan batang tekan dengan suatu separasi. Besar separasi tersebut dapat bersifat tetap atau berubah sebagai fungsi dari posisi. Untuk penampang komponen struktur lentur yang memiliki satu sumbu simetri atau lebih dan terbebas dari semua jenis tekuk serta dibebani pada pusat gesernya, tegangan lentur dapat ditentukan dengan cara berikut ini,

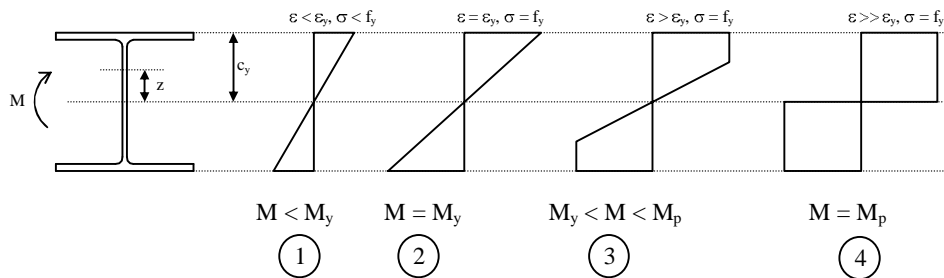
$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{M_x}{S_x} + \frac{M_y}{S_y} \\ &= \frac{M_x c_y}{I_x} + \frac{M_y c_x}{I_y}\end{aligned}$$

yang mana:

- $S_x, S_y$  adalah modulus penampang masing-masing terhadap sumbu-x dan sumbu-y,
- $I_x, I_y$  adalah momen inersia masing-masing terhadap sumbu-x dan sumbu-y,
- $c_x, c_y$  adalah jarak dari garis netral terhadap serat-serat extreme masing-masing terhadap sumbu-x dan sumbu-y,



Untuk balok dengan pengaku lateral yang memenuhi syarat dan kelangsingan elemen-elemen penampangnya lebih kecil daripada  $\lambda_p$ , berlaku berikut ini,



Kondisi ①:  $M = \int \left( \frac{\sigma z}{c_y} \right) z dA = \frac{\sigma}{c_y} \int z^2 dA = \frac{\sigma}{c_y} I_x = \sigma S_x \quad (\sigma < f_y)$

②:  $M = \int f_y \frac{z}{c_y} z dA = \frac{f_y}{c_y} \int z^2 dA = f_y \frac{I_x}{c_y} = f_y S_x = M_{yx}$

④:  $M = M_{px} = \int f_y z dA = f_y \int |z| dA = f_y Z_x$

yang mana  $Z_x = \int |z| dA$  adalah modulus plastis penampang.

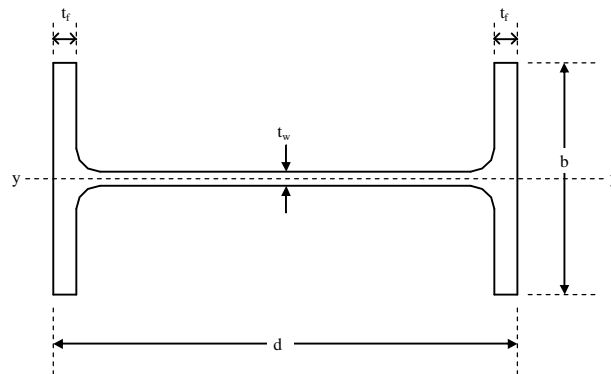
Dengan demikian faktor penampang  $\eta_x = \frac{M_{px}}{M_{yx}}$  adalah:

$$\eta_x = \frac{M_p}{M_y} = \frac{Z_x}{S_x}$$

Faktor penampang terhadap sumbu-x,  $\eta_x$ , dari profil IWF bervariasi antara 1,09 ~ 1,18. Sedangkan terhadap sumbu-y,  $\eta_y$ , dapat mencapai 1,5.

Contoh:

Tentukan faktor penampang terhadap sumbu-y,  $\eta_y$ , dari profil IWF berikut:



$$Z_y = 2 \left[ 2 \frac{b}{2} t_f \frac{b}{4} \right] + (d - 2t_f) \frac{t_w}{2} \frac{t_w}{4} 2$$

$$= \frac{1}{2} t_f b^2 + \frac{1}{4} (d - 2t_f) t_w^2$$

$$I_y = \frac{1}{12} t_f b^3 2 + \frac{1}{12} (d - 2t_f) t_w^3$$

$$= \frac{1}{6} t_f b^3 + \frac{1}{12} (d - 2t_f) t_w^3$$

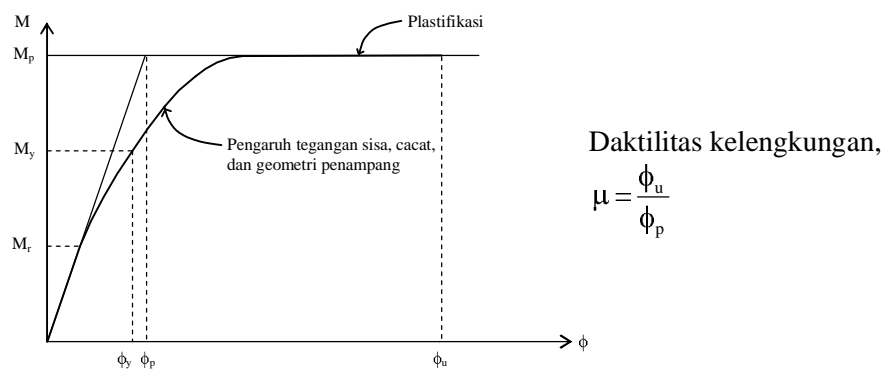
$$S_y = \frac{I_y}{b/2} = \frac{1}{6} t_f b^3 \frac{2}{b} + \frac{1}{12} (d - 2t_f) t_w^3 \frac{2}{b}$$

$$= \frac{1}{3} t_f b^2 + \frac{1}{6} \frac{d - 2t_f}{b} t_w^3$$

$$\eta_y = \frac{Z_y}{S_y} = \frac{\frac{1}{2} t_f b^2 + \frac{1}{4} (d - 2t_f) t_w^2}{\frac{1}{3} t_f b^2 + \frac{1}{6} \left( \frac{d - 2t_f}{b} \right) t_w^3} \simeq \frac{3}{2} = 1,5$$

### Sendi Plastis

Bila tahanan lentur plastis penampang balok telah tercapai maka penampang balok tersebut akan berdeformasi secara plastis tanpa memberikan tambahan tahanan lentur, keadaan ini disebut balok telah membentuk sendi plastis. Diagram momen-kelengkungan ( $M - \phi$ ) dari suatu penampang balok yang telah mengalami plastifikasi adalah sebagai berikut:



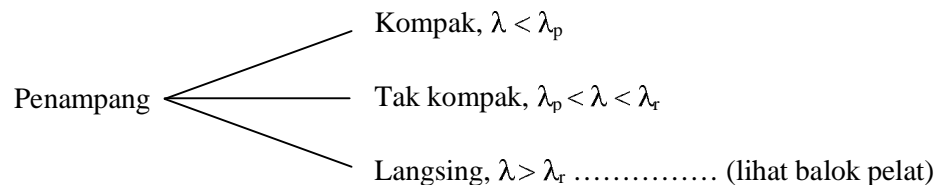
Agar suatu penampang dapat mencapai  $\phi_u$  maka harus dipenuhi tiga persyaratan yaitu kekangan lateral balok,  $b/t$  pada flens tekan, dan  $h_w/t_w$  pada web.

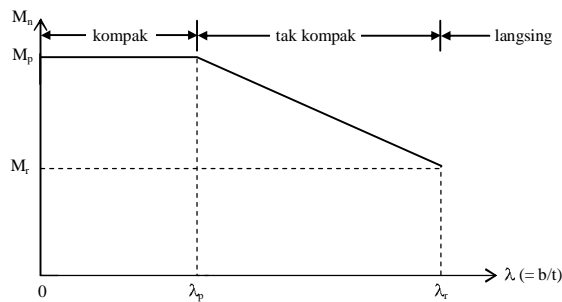
### Balok yang Terkekang Secara Lateral

Syarat tahanan,

$$\phi_b M_n \geq M_u$$

yang mana,  $\phi_b = 0,9$  adalah faktor tahanan,  
 $M_n$  adalah tahanan nominal,  
 $M_u$  adalah momen lentur terfaktor.





Penampang kompak ( $0 < \lambda < \lambda_p$ )

$$M_n = f_y Z$$

yang mana,  $Z$  adalah modulus plastis penampang,  
 $f_y$  adalah kuat leleh.

Untuk penampang dengan  $\lambda = \lambda_r$  maka tahanan lentur nominal  $M_n = M_r$ . Momen residual,  $M_r$ , ditetapkan sebagai:

$$M_r = (f_y - f_r) S$$

yang mana  $S$  adalah modulus penampang,  
 $f_r$  adalah tegangan sisa,  
 $f_y$  adalah kuat leleh.

Untuk penampang balok dengan  $\lambda_p < \lambda < \lambda_r$  maka tahanan lentur nominal ditetapkan dengan cara interpolasi linier sebagai berikut,

$$M_n = \frac{\lambda_r - \lambda}{\lambda_r - \lambda_p} M_p + \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} M_r, \quad \lambda_p < \lambda < \lambda_r$$

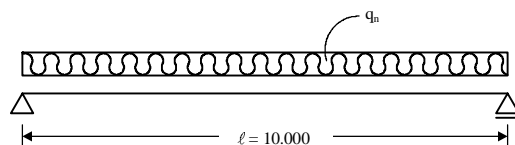
yang mana  $\lambda$  adalah kelangsingan penampang balok (flens dan web),  $\lambda_p$ ,  $\lambda_r$  lihat Tabel 7.5 – 1 (Peraturan Baja Indonesia).

Untuk penampang balok hibrida dimana  $f_{yf} > f_{yw}$  maka perhitungan  $M_r$  harus berdasarkan pada nilai yang lebih kecil dari  $(f_{yf} - f_r)$  dan  $f_{yw}$ .

#### Contoh:

Rencanakan balok berikut dengan beban mati  $D = 300 \text{ kg/m'}$  dan  $L = 1200 \text{ kg/m'}$ .  
 Bentang balok adalah  $\ell = 10 \text{ m}$ . Sisi tekan flens terkekang secara lateral.  
 Gunakan profil I dengan dua jenis baja masing-masing BJ 37 dan BJ 55.

#### Jawab:





$$q_u = 1,2 D + 1,6 L = 1,2 * 300 + 1,6 * 1200 = 2280 \text{ kg/m}$$

$$M_u = \frac{1}{8} * q_u * \ell^2$$

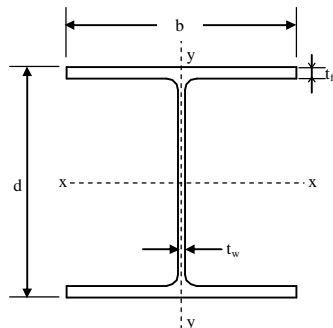
$$= \frac{1}{8} * 22,8 \frac{\text{N}}{\text{mm}} * 10.000^2 \text{ mm}^2 = 28,5 \text{ t - m}$$

$$\phi_b M_n \geq M_u$$

$$\text{atau } M_n \geq \frac{M_u}{\phi_b} = \frac{28,5 \text{ t - m}}{0,9} = 31,7 \text{ t - m}$$

	$\lambda_p$	$\lambda_r$
Flens $\left( \lambda = \frac{b}{2t_f} \right)$	$170 / \sqrt{f_y}$	$370 / \sqrt{f_y - f_r}$
Web $\left( \lambda = \frac{h_w}{t_w} \right)$	$1680 / \sqrt{f_y}$	$2550 / \sqrt{f_y}$

$f_r = 70 \text{ MPa}$  untuk profil gilas.



$$Z_x = b t_f (d - t_f) + t_w \left( \frac{d}{2} - t_f \right)^2$$

$$Z_y = \frac{1}{2} t_f b^2 + \frac{1}{4} (d - 2t_f) t_w^2$$

$$h_w = d - 2 (r_o + t_f)$$

**BJ 37.:** ( $f_u = 370 \text{ MPa}$ ,  $f_y = 240 \text{ MPa}$ )

Coba profil IWF 300.300.10.15 ( $r_o = 18 \text{ mm}$ )

	$\lambda_p$	$\lambda_r$
$\lambda_f \left( = \frac{b}{2t_f} = \frac{300}{2 * 15} = 10 \right)$	10,97	28,4
$\lambda_w \left( = \frac{h_w}{t_w} = \frac{300 - 2 (18 + 15)}{10} = 23,4 \right)$	108	165

$\therefore$  Penampang kompak.

$$\begin{aligned}
Z_x &= b t_f (d - t_f) + t_w \left( \frac{d}{2} - t_f \right)^2 \\
&= 300 * 15 (300 - 15) + 10 \left( \frac{300}{2} - 15 \right)^2 \\
&= 1.464.750 \text{ mm}^3
\end{aligned}$$

$$M_p = f_y Z_x = 240 * 1.464.750 = 35 \text{ t-m}$$

$$M_p (= 35 \text{ t-m}) > \frac{M_u}{\phi_b} (= 31,7 \text{ t-m}) \quad \underline{\text{OK}}$$

$$\text{Catatan: } \frac{\ell}{d} = \frac{10.000}{300} = 33$$

$$\underline{\text{BJ 55:}} \quad (f_u = 550 \text{ MPa} ; f_y = 410 \text{ MPa})$$

$$\text{Coba IWF 300.300.10.15} \quad (r_o = 18 \text{ mm}) \quad I_x = 20,4 * 10^7 \text{ mm}^4$$

	$\lambda_p$	$\lambda_r$	
$\lambda_f (= 10)$	8,4	20	..... penampang tak kompak
$\lambda_w (= 23,4)$	83	126	

$$M_p = f_y \cdot Z_x = 410 * 1.464.750 = 60 \text{ t-m}$$

$$M_r = (f_y - f_r) S_x = (f_y - f_r) \frac{I_x}{d/2}$$

$$= (410 - 70) \frac{20,4 * 10^7}{300/2} = 46 \text{ t-m} \quad \text{..... terlalu kuat}$$

$$\text{Coba IWF 250.250.9.14} \quad (r_o = 16 \text{ mm}) \quad I_x = 10,8 * 10^7 \text{ mm}^4$$

	$\lambda_p$	$\lambda_r$	
$\lambda_f \left( = \frac{125}{14} = 8,9 \right)$	8,4	20	..... penampang tak kompak
$\lambda_w \left( = \frac{190}{9} = 21 \right)$	83	126	

$$\begin{aligned}
Z_x &= b t_f (d - t_f) + t_w \left( \frac{d}{2} - t_f \right)^2 \\
&= 250 * 14 (250 - 14) + 9 \left( \frac{250}{2} - 14 \right)^2 \\
&= 936.889 \text{ mm}^3
\end{aligned}$$

$$S_x = \frac{I_x}{d/2} = \frac{10,8 * 10^7}{250/2} = 864.000 \text{ mm}^3$$

$$M_p = f_y Z_x = 410 * 936.889 = 38 \text{ t - m}$$

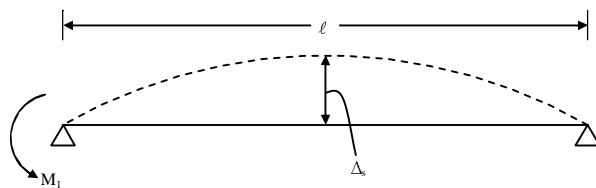
$$M_r = (410 - 70) * 864.000 = 29,4 \text{ t - m}$$

$$\begin{aligned} M_n &= \frac{\lambda_r - \lambda}{\lambda_r - \lambda_p} M_p + \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} M_r \\ &= \frac{20 - 8,9}{20 - 8,4} * 38 + \frac{8,9 - 8,4}{20 - 8,4} * 29,4 = 37,6 \text{ t - m} \end{aligned}$$

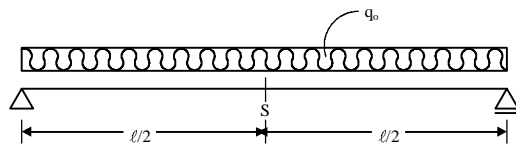
$$M_n (= 37,6 \text{ t - m}) > \frac{M_u}{\phi_b} (= 31,7 \text{ t-m}) \dots\dots\dots \underline{\text{OK}}$$

### Lendutan Balok

Lendutan balok untuk beberapa skenario pembebanan adalah sebagai berikut:

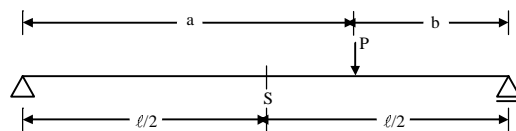


$$\Delta_s = - \frac{M_1 \ell^2}{16 EI}$$

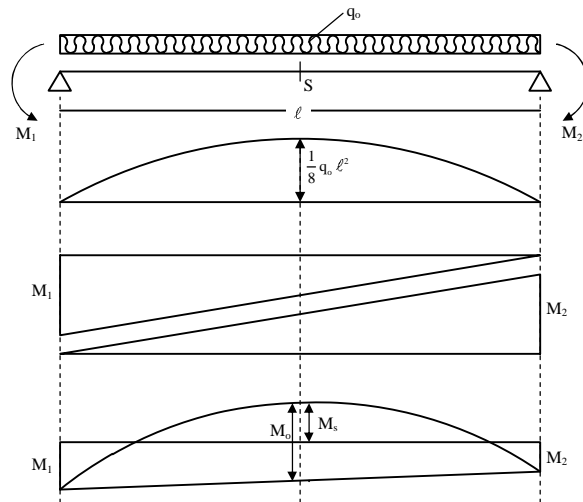


$$\Delta_s = \frac{5}{384} \frac{q_o \ell^4}{EI} = \frac{5}{48} \left( \frac{1}{8} q_o \ell^2 \right) \frac{\ell^2}{EI} = \frac{5}{48} \frac{M_o \ell^2}{EI}$$

dimana  $M_o = \frac{1}{8} q_o \ell^2$



$$\Delta_s = \frac{Pb}{48 EI} (3\ell^2 - 4b^2) \quad b < \ell/2$$



$$\Delta_s = \frac{5}{48} \frac{M_o \ell^2}{EI} - \frac{M_1 \ell^2}{16 EI} - \frac{M_2 \ell^2}{16 EI}$$

$$= \frac{1}{48} \frac{\ell^2}{EI} (5M_o - 3M_1 - 3M_2)$$

Karena  $M_o = M_s + \frac{M_1 + M_2}{2}$  maka

$$\Delta_s = \frac{1}{48} \frac{\ell^2}{EI} \left( 5M_s + \frac{5}{2} M_1 + \frac{5}{2} M_2 - 3M_1 - 3M_2 \right)$$

$$= \frac{5}{48} \frac{\ell^2}{EI} (M_s - 0,1 M_1 - 0,1 M_2)$$

Lendutan tersebut harus dibatasi sesuai dengan Bab 6.4.3 pada Tatacara Perencanaan Struktur Baja untuk Bangunan Gedung di Indonesia.

### Geser pada Profil Gilas

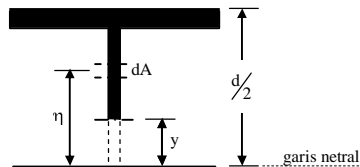
Secara umum persamaan tegangan geser adalah:

$$v = \frac{V Q(y)}{I t(y)}$$

yang mana,  $V$  adalah gaya lintang yang bekerja pada suatu penampang

$$Q(y) = \int_y^{d/2} \eta dA \text{ adalah statis momen terhadap garis netral,}$$

I adalah momen inersia,  
t adalah ketebalan penampang.



Dalam perencanaan dapat digunakan:

$$v = \frac{V}{d t_w}$$

yang mana d adalah tinggi total penampang,  
 $t_w$  adalah tebal web.

atau  $V_n = \tau_v d t_w = 0,58 f_{yw} d t_w$   
 $\simeq 0,6 f_{yw} d t_w \dots\dots\dots (*)$

yang mana  $f_{yw}$  adalah kuat leleh web.

Persamaan (\*) dapat digunakan bila persyaratan berikut ini dipenuhi,

$$\frac{h}{t_w} \leq \frac{1100}{\sqrt{f_{yw}}}$$

Tahanan geser rencana adalah:

$$\phi_v V_n \geq V_u$$

yang mana  $\phi_v = 0,9$  ,  
 $V_n$  adalah tahanan geser nominal,  
 $V_u$  adalah gaya lintang terfaktor.

### Contoh:

Tentukan tahanan geser rencana profil IWF 300.300.10.15

$$\begin{aligned} d &= 300 \text{ mm} & \text{BJ 37: } f_u &= 370 \text{ MPa} \\ t_w &= 10 \text{ mm} & f_y &= 240 \text{ MPa} \\ t_f &= 15 \text{ mm} \\ r_0 &= 18 \text{ mm} \end{aligned}$$

Jawab :

$$h = d - 2 (r_o + t_f) = 300 - 2 (18 + 15) = 234 \text{ mm}$$

$$\frac{h}{t_w} = \frac{234}{10} = 23,4$$

$$\frac{1100}{\sqrt{f_{yw}}} = \frac{1100}{\sqrt{240}} = 71$$

$$\frac{h}{t_w} < \frac{1100}{\sqrt{f_{yw}}}$$

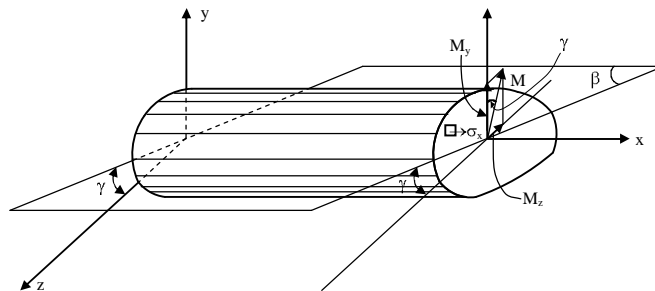
$$\therefore V_n = 0,6 f_{yw} d t_w = 0,6 * 240 * 300 * 10$$

$$= 43,2 \text{ ton}$$

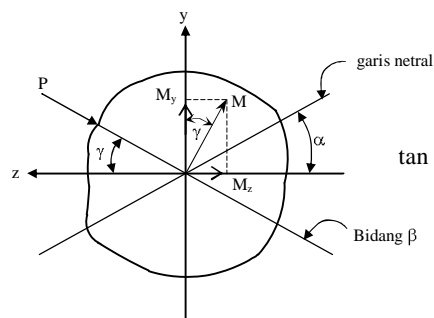
$$V_d = \phi_v V_n = 0,9 * 43,2 = 38,9 \text{ ton}$$

### Teori Umum Lentur

Tinjau suatu balok prismatis dengan penampang sembarang yang dibebani lentur pada bidang  $\beta$  berikut ini,



$\beta$  adalah bidang kerja beban ;  $M \perp \beta$



$$\tan \alpha = -\frac{y}{z}$$

$$\left. \begin{array}{l} M_y = M \cos \gamma \\ M_z = M \sin \gamma \end{array} \right\} \tan \gamma = \frac{M_z}{M_y}$$

Cat.: Arah vektor momen positif ditentukan konsisten terhadap asumsi tensor tegangan.

Persamaan kesetimbangan balok adalah:

$$\Sigma N_x = 0 \Rightarrow \int \sigma_x dA = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\Sigma M_y = 0 \Rightarrow M_y = -\int \sigma_x z dA \dots\dots\dots (2)$$

$$\Sigma M_z = 0 \Rightarrow M_z = -\int \sigma_x y dA \dots\dots\dots (3)$$

Bidang netral adalah suatu bidang dimana lenturan terjadi tegak lurus terhadap bidang tersebut. Bidang netral dianggap bersudut  $\alpha$  terhadap sumbu z. Berikut adalah beberapa tinjauan untuk kasus  $\alpha = 0$ ,  $\alpha = \pi/2$ , dan  $\alpha$  sembarang.

Kasus  $\alpha = 0$ : (Lentur terjadi pada bidang xy)

Dalam kasus tersebut tegangan  $\sigma_x$  dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\sigma_x = -k_1 y$$

Persamaan (1), (2), dan (3) menjadi:

$$\int \sigma_x dA = k_1 \int y dA = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$M_y = -\int \sigma_x z dA = \int k_1 yz dA = k_1 I_{yz} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$M_z = -\int \sigma_x y dA = \int k_1 y^2 dA = k_1 I_z \quad \dots\dots\dots (6)$$

Persamaan (4) menyatakan bahwa sumbu z adalah garis berat.

Persamaan (5) dan (6) memberikan

$$k_1 = \frac{M_y}{I_{yz}} = \frac{M_z}{I_z}$$

$$\text{atau} \quad \frac{M_z}{M_y} = \frac{I_z}{I_{yz}} = \tan \gamma$$

Untuk sumbu yang bukan sumbu utama atau untuk sumbu yang bukan bagian dari sumbu simetri maka  $I_{yz} \neq 0$  dan  $\gamma \neq \pi/2$ , artinya garis netral tidak tegak lurus bidang kerja beban. Untuk sumbu utama atau bagian dari sumbu simetri penampang dengan paling tidak satu sumbu simetri maka  $I_{yz} = 0$ ,  $\gamma = \pi/2$ , dan  $M_y = 0$ , artinya garis netral  $\perp$  bidang kerja beban dan beban hanya bekerja // bidang xy.

Kasus  $\alpha = \pi/2$ : (Lentur terjadi pada bidang xz)

Persamaan tegangan  $\sigma_x$  dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\sigma_x = -k_2 z$$

Persamaan (1), (2), dan (3) menjadi:

$$\int \sigma_x dA = k_2 \int z dA = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$M_y = -\int \sigma_x z dA = \int k_2 z^2 dA = k_2 I_y \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$M_z = -\int \sigma_x y dA = \int k_2 yz dA = k_2 I_{yz} \quad \dots\dots\dots (9)$$

Persamaan (7) menyatakan bahwa sumbu y adalah garis berat.

Persamaan (8) dan (9) memberikan

$$k_2 = \frac{M_y}{I_y} = \frac{M_z}{I_{yz}}$$

$$\text{atau} \quad \frac{M_z}{M_y} = \frac{I_{yz}}{I_y} = \tan \gamma$$

Untuk sumbu yang bukan sumbu utama atau untuk sumbu yang bukan bagian dari sumbu simetri maka  $I_{yz} \neq 0$  dan  $\gamma \neq 0$ , artinya garis netral tidak tegak lurus bidang kerja beban. Untuk sumbu utama atau bagian dari sumbu simetri penampang dengan paling tidak satu sumbu simetri maka  $I_{yz} = 0$ ,  $\gamma = 0$ , dan  $M_z = 0$ , artinya garis netral  $\perp$  bidang kerja beban dan beban hanya bekerja // bidang xz.

#### Kasus $\alpha$ sembarang:

Tegangan  $\sigma_x$  dinyatakan sebagai superposisi (kasus elastis) dari dua kasus sebelumnya,

$$\begin{aligned}\sigma_x &= -k_1 y - k_2 z \\ M_y &= k_1 I_{yz} + k_2 I_y \\ M_z &= k_1 I_z + k_2 I_{yz}\end{aligned}$$

$$\text{atau} \quad \begin{Bmatrix} M_y \\ M_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I_y & I_{yz} \\ I_{yz} & I_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_2 \\ k_1 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} k_2 \\ k_1 \end{Bmatrix} = \frac{1}{I_y I_z - I_{yz}^2} \begin{bmatrix} I_z & -I_{yz} \\ -I_{yz} & I_y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_y \\ M_z \end{Bmatrix}$$

$$k_2 = \frac{M_y I_z - M_z I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2}; k_1 = \frac{M_z I_y - M_y I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2}$$

$$\text{dan} \quad \sigma_x = -\frac{M_z I_y - M_y I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} y - \frac{M_y I_z - M_z I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} z \quad \dots (10)$$

yang berlaku secara umum untuk kasus lentur. Anggapan yang perlu diingat dalam menurunkan Persamaan (10) adalah:

- balok adalah lurus
- prismatis
- sumbu  $-y$  dan  $-z$  adalah dua sumbu berat yang saling tegak lurus
- material adalah elastis linier
- tidak ada pengaruh puntir (semua beban bekerja pada pusat geser)
- Arah vektor momen positif sesuai perjanjian tensor tegangan.

Bila sumbu  $-y$  dan  $-z$  adalah dua sumbu utama yang saling tegak lurus atau bagian dari sumbu simetri dari suatu penampang yang paling tidak memiliki satu sumbu simetri maka  $I_{yz} = 0$  dan Persamaan (10) untuk tegangan menjadi,

$$\sigma_x = -\frac{M_z}{I_z} y - \frac{M_y}{I_y} z \quad (\text{pada sumbu utama})$$

Bila pada serat-serat *extreem* dibatasi  $\sigma_x \leq f_y$  maka berlaku:

$$\frac{M_z}{f_y S_z} + \frac{M_y}{f_y S_y} \leq 1$$



adalah persamaan interaksi untuk  $M_z$ ,  $M_y$  dan berlaku untuk daerah elastis linier saja.

Garis netral adalah tempat kedudukan titik material dengan tegangan  $\sigma_x = 0$ . Dengan me-nol-kan Persamaan (10) dan disusun kembali diperoleh,

$$\begin{aligned} -\frac{y}{z} = \tan \alpha &= \frac{I_z - \frac{M_z}{M_y} I_{yz}}{\frac{M_z}{M_y} I_y - I_{yz}} \\ &= \frac{I_z - I_{yz} \tan \gamma}{I_y \tan \gamma - I_{yz}} \end{aligned}$$

Untuk sumbu utama atau bagian dari sumbu simetri penampang dengan paling tidak satu sumbu simetri maka  $I_{yz} = 0$  diperoleh,

$$\tan \alpha = \frac{I_z}{I_y} \frac{1}{\tan \gamma}$$

artinya bila  $\gamma = \pi/2$  maka  $\alpha = 0$  terlepas dari nilai  $I_z$  dan  $I_y$ . Namun bila  $\gamma \neq \pi/2$  maka nilai  $\alpha$  menjadi sangat bergantung kepada nilai  $I_z$  dan  $I_y$ ; dalam hal ini bidang beban tidak tegak lurus bidang netral. Khusus untuk penampang dengan  $I_z = I_y$ , seperti penampang bujur sangkar, maka bidang beban senantiasa tegak lurus bidang netral.

Persamaan-persamaan yang dikembangkan diatas hanya berlaku untuk material elastis linier ( $\sigma_x < f_y$ ). Bila material telah mencapai daerah plastis seperti halnya untuk perencanaan lapangan maka persamaan berikut dapat digunakan untuk profil-profil yang paling tidak memiliki satu sumbu simetri,

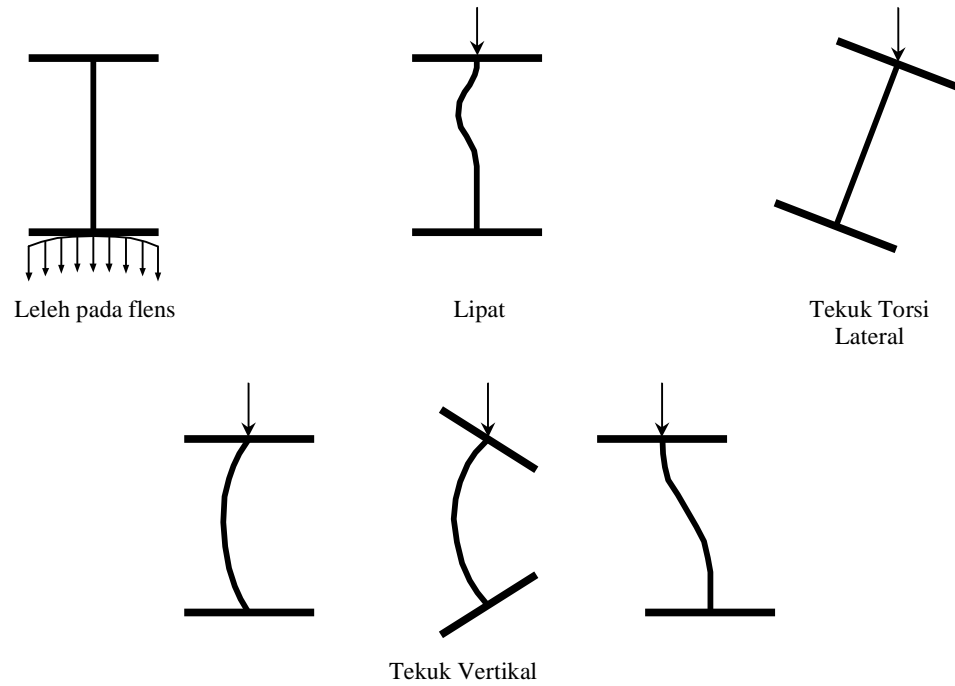
$$\frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} + \frac{M_{uz}}{\phi_b M_{nz}} \leq 1,0$$

yang mana  $M_u$  adalah momen terfaktor,

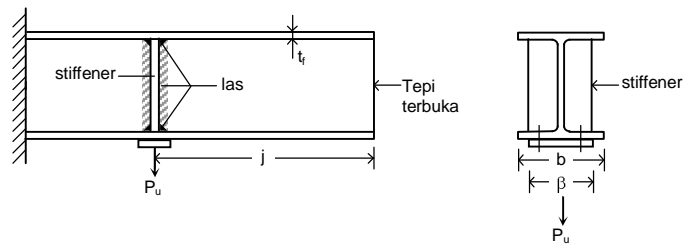
$M_n$  adalah tahanan lentur nominal,

$\phi_b = 0,9$  adalah faktor tahanan.

## BAB VI BEBAN TERPUSAT PADA PROFIL



### 1) Lentur Lokal pada Flens



$$P_u \leq \phi R_n \alpha \quad \text{— tidak perlu stiffener}$$

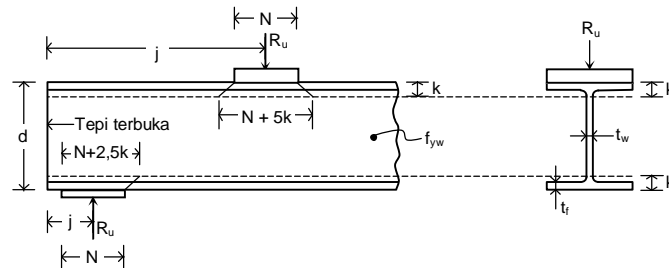
$$\phi = 0,9$$

$$R_n = 6,25 t_f^2 f_{yf} \quad [\text{N}]$$

$$\alpha = \begin{cases} 1 & j > 10 t_f \\ 1/2 & j \leq 10 t_f \end{cases}$$

$$\text{Bila } \beta \leq 0,15 b \quad \text{— tidak perlu stiffener}$$

## 2) Leleh Lokal pada Web



$$R_u \leq \phi R_n = \phi (\alpha k + N) f_{yw} t_w \quad [=N] \text{ — tidak perlu stiffener}$$

dimana  $\phi = 1,0$

$N \geq k$  , pada tumpuan

$$\alpha = \begin{cases} 5 & \text{bila } j > d \\ 2,5 & \text{bila } j \leq d \end{cases}$$

## 3) Lipat pada Web (gambar sama dengan di atas)

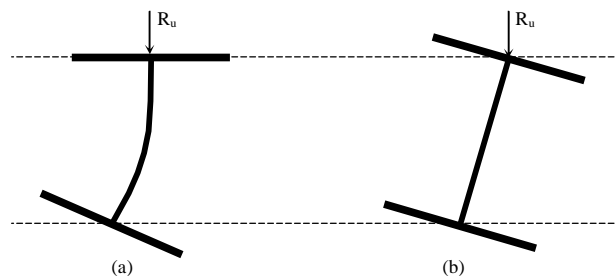
$$R_u \leq \phi R_n = \phi \alpha t_w^2 \left[ 1 + \eta \left( \frac{t_w}{t_f} \right)^{1,5} \right] \sqrt{f_{yw} \frac{t_f}{t_w}} \quad [=N] \rightarrow \text{tidak perlu stiffener}$$

dimana  $\phi = 0,75$

$$\alpha = \begin{cases} 355 & \text{bila } j > d/2 ; \eta = 3 \frac{N}{d} \\ 175 & \text{bila } j \leq d/2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \eta &= 3 \frac{N}{d} & \text{bila } \frac{N}{d} \leq 0,2 \\ \eta &= \left( \frac{4N}{d} - 0,2 \right) & \text{bila } \frac{N}{d} > 0,2 \end{aligned}$$

## 4) Tekuk Web Bergoyang



$$R_u \leq \phi R_n \text{ — tidak perlu stiffener}$$

dimana  $\phi = 0,85$

- a) Sisi tekan flens *fixed* terhadap rotasi pada posisi bekerjanya gaya  $R_u$

Untuk  $\frac{h}{t_w} \frac{b_f}{L_b} \leq 2,3$  maka

$$R_n = \frac{C_r t_w^3 t_f}{h^2} \left[ 1 + 0,4 \left( \frac{h}{t_w} \frac{b_f}{L_b} \right)^3 \right] \quad [=N]$$

Untuk  $\frac{h}{t_w} \frac{b_f}{L_b} > 2,3 \rightarrow R_n \rightarrow \infty$

Solusi:

Ditempat bekerjanya  $R_u$  dipasang

1. *Bresing* lateral lokal di flens tarik, atau
2. Sepasang pengaku vertikal atau pelat pengganda

- b) Sisi flens tekan bebas terhadap rotasi pada posisi bekerjanya gaya  $R_u$

Untuk  $\frac{h}{t_w} \frac{b_f}{L_b} \leq 1,7$  maka

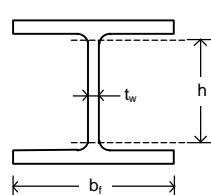
$$R_n = \frac{C_r t_w^3 t_f}{h^2} \left[ 0,4 \left( \frac{h}{t_w} \frac{b_f}{L_b} \right)^3 \right]$$

Untuk  $\frac{h}{t_w} \frac{b_f}{L_b} > 1,7 \rightarrow R_n \rightarrow \infty$

Solusi:

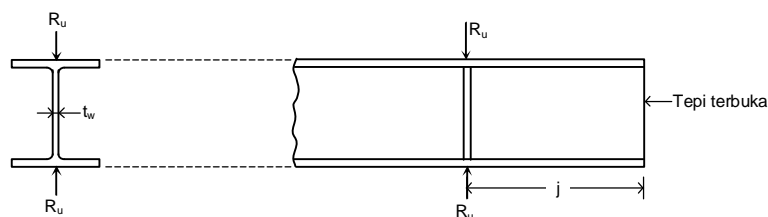
Dipasang *bresing* lateral lokal di flens tarik dan tekan ditempat bekerjanya  $R_u$ .

dimana  $L_b$  adalah jarak terbesar dari titik-titik yang tidak dikekang secara lateral pada salah satu flens balok.



$$C_r = \begin{cases} 6,6 * 10^6 & \text{bila } M_u < M_y \text{ titik kerja } R_u \\ 3,3 * 10^6 & \text{bila } M_u \geq M_y \text{ titik kerja } R_u \end{cases}$$

## 5) Tekuk Web akibat Dua Gaya Simetris



$R_u \leq \phi R_n$  — tanpa stiffener

$$\phi = 0,9$$

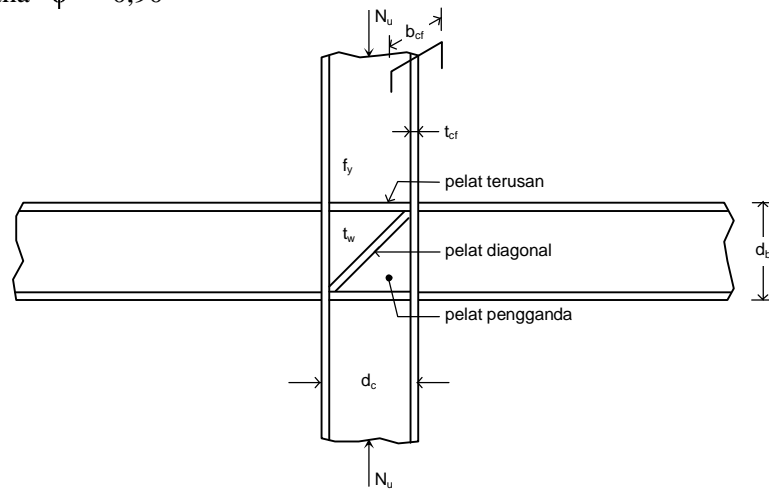
$$R_n = 10.750 \alpha \frac{t_w^3}{h} \sqrt{f_{yw}} \quad [=N]$$

$$\alpha = \begin{cases} 1 & \text{bila } j > d/2 \\ 0,5 & \text{bila } j \leq d/2 \end{cases}$$

#### 6) Geser Web pada Daerah Panel

$V_u \leq \phi V_n$  — pelat pengganda atau pelat diagonal

dimana  $\phi = 0,90$



- a) Bila tidak dilakukan analisis khusus daerah panel terhadap stabilitas struktur.

$$N_u \leq 0,4 N_y, \quad V_n = 0,60 f_y d_c t_w$$

$$N_u > 0,4 N_y, \quad V_n = 0,60 f_y d_c t_w \left( 1,4 - \frac{N_u}{N_y} \right)$$

- b) Bila dilakukan analisis khusus daerah panel terhadap stabilitas struktur.

$$N_u \leq 0,75 N_y, \quad V_n = 0,6 f_y d_c t_w \left( 1 + \frac{3 b_{cf} t_{cf}^2}{d_b d_c t_w} \right)$$

$$N_u > 0,75 N_y, \quad V_n = 0,60 f_y d_c t_w \left( 1 + \frac{3 b_{cf} t_{cf}^2}{d_b d_c t_w} \right) \left( 1,9 - \frac{1,2 N_u}{N_y} \right)$$

$$\text{dimana } N_y = f_y A_g$$

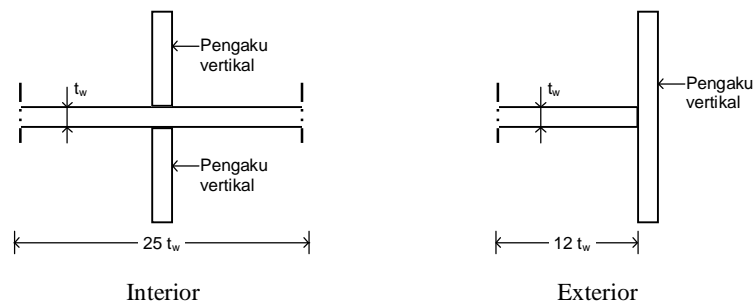
## 7) Persyaratan Stiffener untuk Beban Terpusat

Pengaku vertikal atau diagonal,

- Lebar dua stiffener di kedua sisi web ditambah tebal web tidak boleh kurang dari  $\frac{2}{3}$  lebar flens.
- Tebal stiffener tidak boleh kurang dari  $\frac{1}{2}$  tebal flens, dan tidak boleh kurang dari lebar pelat stiffener dikalikan  $\frac{1}{250} \sqrt{f_y}$ .

Pengaku vertikal yang dipasang secara penuh dari flens atas hingga flens bawah karena gaya tekan yang bekerja terhadap flens balok biasa atau balok berdinding penuh harus direncanakan sesuai dengan persyaratan perencanaan komponen struktur tekan dengan persyaratan tambahan berikut ini:

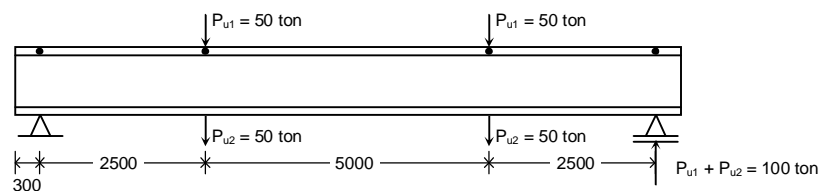
- Panjang tekuk efektif  $0,75 h$
- Ada satu pasang pengaku vertikal
- Bagian dari pelat badan selebar  $25 t_w$  untuk pengaku interior atau  $12 t_w$  untuk pengaku exterior.

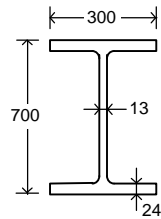


## 8) Lain-lain

- Pada ujung-ujung komponen struktur yang tidak merangka ke komponen struktur yang lain, harus dipasang sepasang pengaku vertikal penuh setinggi balok.
- Pelat pengganda harus direncanakan sesuai dengan Standar Struktur Bangunan Baja Indonesia, Bab 12.

## 9) Contoh:





$$f_{yw} = 240 \text{ MPa} \quad f_{yf} = 240 \text{ MPa}$$

$$k = 52 \text{ mm}$$

$$N = 150 \text{ mm}$$

(1) Leleh lokal pada web

Lapangan:  $\phi R_n = \phi (\alpha k + N) f_{yw} t_w$

$$\begin{aligned} (j > d) \quad &= 1,0 (5 * 52 + 150) * 240 * 13 \\ &= 128 \text{ ton} > P_{u1} (= 50 \text{ ton}) \quad \underline{\text{OK}} \end{aligned}$$

Tumpuan:  $\phi R_n = \phi (\alpha k + N) f_{yw} t_w$

$$\begin{aligned} (j < d) \quad &= 1,0 (2,5 * 52 + 150) * 240 * 13 \\ &= 87 \text{ ton} < P_{u1} + P_{u2} (= 100 \text{ ton}) \rightarrow \text{perlu pengaku vertikal} \end{aligned}$$

(2) Lentur lokal pada flens

Lapangan:  $\phi R_n \alpha = \phi \alpha (6,25 t_f^2 f_{yf})$

$$\begin{aligned} (j > 10 t_f) \quad &= 0,9 * 1,0 * (6,25 * 24^2 * 240) \\ &= 78 \text{ ton} > P_{u2} (= 50 \text{ ton}) \quad \underline{\text{OK}} \end{aligned}$$

(3) Lipat pada Web

Lapangan:  $\phi R_n = \phi \alpha t_w^2 \left[ 1 + \eta \left( \frac{t_w}{t_f} \right)^{1,5} \right] \sqrt{f_{yw} \frac{t_w}{t_f}}$

$(j > d/2)$

$$\eta = 3 \frac{N}{d} = 3 \frac{150}{700} = \frac{9}{14}$$

$$\alpha = 355$$

$$\phi R_n = 0,75 * 355 * 13^2 \left[ 1 + \frac{9}{14} \left( \frac{13}{24} \right)^{1,5} \right] \sqrt{240 * \frac{24}{13}}$$

$$= 119 \text{ ton} > P_{u1} (= 50 \text{ ton}) \quad \underline{\text{OK}}$$

Tumpuan:  $\left. \begin{array}{l} j = 300 \\ d/2 = 350 \end{array} \right\} j < d/2 \Rightarrow \alpha = 175$

$$\frac{N}{d} = \frac{3}{14} \simeq 0,21 > 0,2 \Rightarrow \eta = \left( 4 \frac{N}{d} - 0,2 \right)$$

$$= \left( 4 \frac{3}{14} - 0,2 \right) = 0,66$$

$$\phi R_n = 0,75 * 175 * 13^2 \left[ 1 + 0,66 \left( \frac{13}{24} \right)^{1,5} \right] \sqrt{240 * \frac{24}{13}}$$

$$= 59 \text{ ton} < P_{u1} + P_{u2} (= 100 \text{ ton}) \text{ — perlu pengaku vertikal}$$

#### (4) Tekuk Web Bergoyang

Sisi tekan flens fixed terhadap rotasi

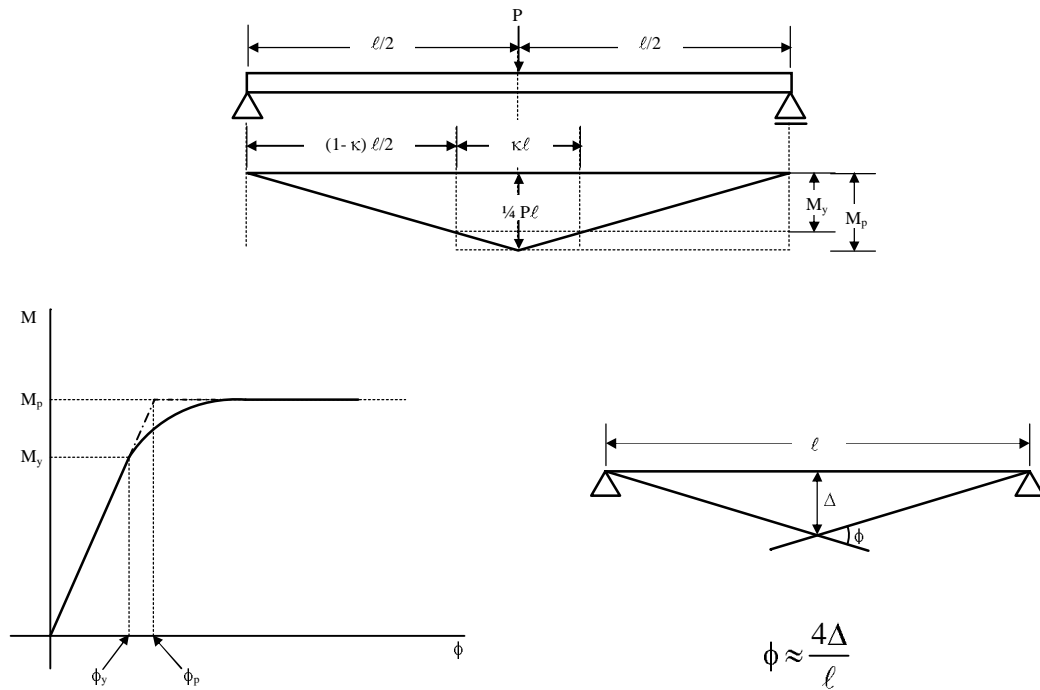
$$\frac{h}{t_w} \frac{b_f}{L_b} = \frac{2 \left( \frac{700}{2} - 52 \right)}{13} \frac{300}{5000} = 2,75 > 2,3$$

$$R_n \rightarrow \infty \quad \underline{\text{OK}}$$



## ANALISIS PLASTIS BALOK

Suatu balok dapat mencapai tahanan plastisnya menjelang kegagalannya. Hal ini dapat tercapai bila masalah tekuk lokal dan tekuk torsi lateral dapat dicegah. Bila suatu balok sederhana yang dibebani dengan suatu beban terpusat ditengah bentangnya mencapai plastifikasi maka panjang sendi plastis dapat ditentukan sebagai berikut:



$$\frac{M_y}{M_p} = \frac{\phi_y}{\phi_p} = \frac{S}{Z} = \frac{1}{\eta}$$

Dari diagram momen dapat di turunkan hubungan

$$\frac{(1-\kappa) l/2}{l/2} = \frac{M_y}{M_p} = \frac{1}{\eta}$$

$$\therefore \kappa = 1 - \frac{1}{\eta}$$

Untuk profil-I yang terlentur terhadap sumbu kuat penampang  $\eta \simeq 1,13$  maka  $\kappa = 1 - \frac{1}{1,13} = 0,12$ ; dan untuk profil-I yang terlentur terhadap sumbu lemah  $\eta \simeq 1,5$  maka  $\kappa = 1 - \frac{1}{1,5} = \frac{1}{3}$ . Meskipun demikian, didalam praktek sendi plastis umumnya dianggap berupa titik.

Lendutan di tengah bentang adalah

$$\Delta = \frac{1}{48} \frac{P \ell^3}{EI}$$

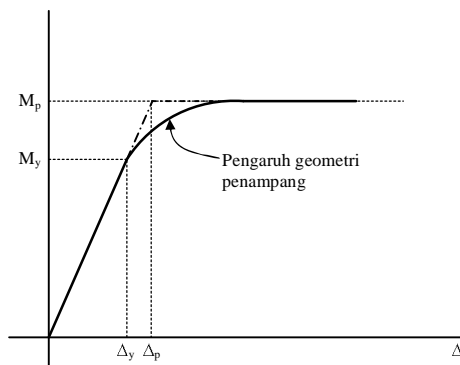
Pada saat leleh

$$\frac{1}{4} P \ell = M_y \rightarrow P = \frac{4M_y}{\ell}$$

$$\Delta_y = \frac{1}{48} \frac{\ell^3}{EI} \frac{4M_y}{\ell} = \frac{1}{12} \frac{M_y \ell^2}{EI}$$

Pada saat plastis

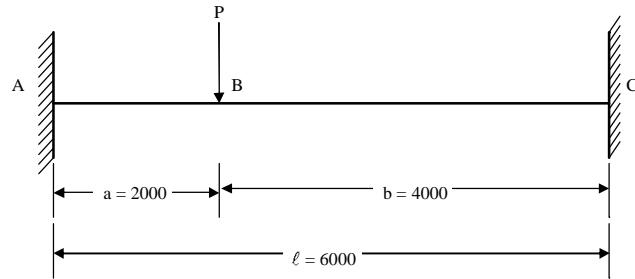
$$\Delta_p = \Delta_y \frac{Z}{S} = \frac{1}{12} \frac{\eta M_y \ell^2}{EI}$$



### **Redistribusi Gaya-dalam**

Pada struktur-struktur statis tertentu hanya diperlukan satu sendi plastis untuk mencapai mekanisme keruntuhan. Pada struktur-struktur statis tak tentu yang sangat khusus, mekanisme keruntuhan juga dapat di capai melalui terbentuknya seluruh sendi plastis pada saat yang bersamaan. Dalam hal ini terbentuknya mekanisme keruntuhan pada stuktur statis tak tentu identik dengan pada struktur statis tertentu. Namun demikian, secara umum, pada stuktur statis tak tentu, terbentuknya sendi plastis atau kelompok sendi plastis akan terjadi secara berurutan hingga tercapainya mekanisme keruntuhan yang menjadi akhir dari riwayat suatu struktur.

Tinjau contoh berikut ini,



$$M_A = \frac{P a b^2}{\ell^2} = \frac{P * 2000 * 4000^2}{6000^2} = 889 P$$

$$M_B = \frac{2P a^2 b^2}{\ell^3} = \frac{2P * 2000^2 * 4000^2}{6000^3} = 593 P$$

$$M_C = \frac{P a^2 b}{\ell^2} = \frac{P * 2000^2 * 4000}{6000^2} = 444 P$$

$$\Delta_B = \frac{P a^3 b^3}{3EI \ell^3} = \frac{P}{EI} \frac{2000^3 * 4000^3}{3 * 6000^3} = 790 * 10^6 \frac{P}{EI}$$

Saat titik A mencapai sendi plastisnya maka

$$M_A = M_P$$

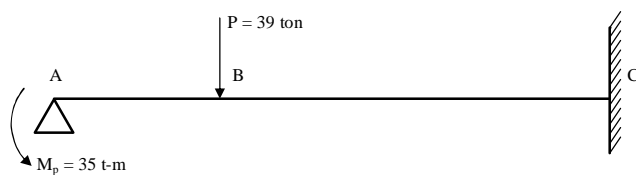
$$889 P = M_P \text{ atau } P = \frac{M_P}{889}$$

Untuk profil IWF 300.300.10.15 dimana  $Z_x = 1.464.750 \text{ mm}^3$ ,  $I_x = 20,4 * 10^7 \text{ mm}^4$ , dan  $M_P = 35 * 10^7 \text{ N-mm}$

Maka 
$$P = \frac{35 * 10^7}{889} = 39 \text{ ton}$$

$$\begin{aligned} \Delta_B &= 790 * 10^6 \frac{P}{EI} = 790 * 10^6 \frac{39 * 10^4}{2 * 10^5 * 20,4 * 10^7} \\ &= 7,55 \text{ mm} \end{aligned}$$

dan strukturnya menjadi



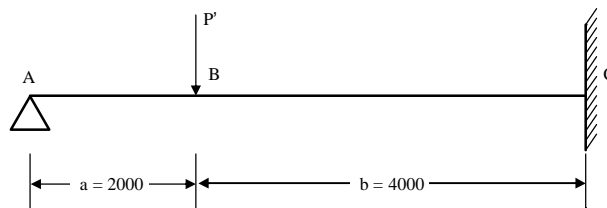
dengan  $M_B = 593 P = 593 * 39 * 10^4 = 23 * 10^7 \text{ N-mm}$   
 $M_C = 444 P = 444 * 39 * 10^4 = 17 * 10^7 \text{ N-mm}$

sehingga sisa tahanan di B & C adalah

$$\Delta M_B = M_P - M_B = 35 * 10^7 - 23 * 10^7 = 12 * 10^7 \text{ N-mm}$$

$$\Delta M_C = M_P - M_C = 35 * 10^7 - 17,3 * 10^7 = 17,7 * 10^7 \text{ N-mm}$$

Bila kepada beban P diberikan tambahan menjadi  $P + P'$  maka momen di A tak akan bertambah, sedang momen-momen di B dan C akan bertambah, hingga terjadi sendi plastis di B dengan struktur termodifikasi sebagai berikut.



$$M_B' = \frac{P' a b^2}{2 \ell^3} (a + 2 \ell)$$

$$= \frac{P' * 2000 * 4000^2}{2 \ell^3} (2000 + 2 * 6000) = 1037 P'$$

$$M_C' = \frac{P' a b}{2 \ell^2} (a + \ell)$$

$$= \frac{P' * 2000 * 4000}{2 * 6000^2} (2000 + 6000) = 889 P'$$

$$\Delta_B' = \frac{P' a^2 b^3}{12 EI \ell^3} (3 \ell + a)$$

$$= \frac{P' * 2000^2 * 4000^3}{12 * EI * 6000^3} (3 * 6000 + 2000) = 1,975 * 10^9 \frac{P'}{EI}$$

Saat titik B mencapai plastifikasi maka

$$M_B' = \Delta M_B$$

$$1037 P' = 12 * 10^7$$

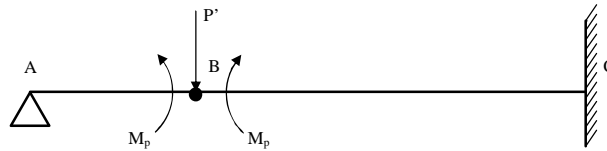
$$P' = 11,6 \text{ ton}$$

$$M_C' = 889 P' = 889 * 11,6 * 10^4 = 10,3 * 10^7 \text{ N-mm}$$

$$\Delta_B' = 1,975 * 10^9 \frac{P'}{EI}$$

$$= 1,975 * 10^9 * \frac{11,6 * 10^4}{2 * 10^5 * 20,4 * 10^7} = 5,62 \text{ mm}$$

dan strukturnya menjadi,

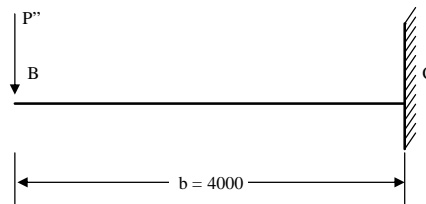


dengan sisa tahanan di C adalah

$$\Delta M_C' = \Delta M_C - M_C'$$

$$= 17,7 * 10^7 - 10,3 * 10^7 = 7,4 * 10^7 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Kepada beban  $P'$  masih dapat diberikan tambahan menjadi  $P' + P''$ . Momen di B tidak akan bertambah, namun momen di C akan bertambah dengan struktur statis tertentu berikut,



$$M_C = P'' \cdot 4000$$

$$\Delta_B'' = \frac{1}{3} P'' \frac{b^3}{EI} = \frac{1}{3} \frac{4000^3}{EI} P'' = 2,13 * 10^{10} \frac{P''}{EI}$$

Saat titik C mencapai plastifikasi maka

$$M_C = \Delta M_C'$$

$$4000 P'' = 7,4 * 10^7 \rightarrow P'' = 1,85 * 10^4 \text{ N}$$

$$\Delta_B'' = 2,13 * 10^{10} \frac{P''}{EI} = 2,13 * 10^{10} * \frac{1,85 * 10^4}{2 * 10^5 * 20,4 * 10^7}$$

$$= 9,67 \text{ mm}$$

### Ringkasan:

Saat terbentuk satu sendi plastis:

$$P_1 = 39 \text{ ton}$$

$$\Delta_{B1} = 7,55 \text{ mm}$$

Saat terbentuk dua sendi plastis:

$$P_2 = P_1 + P' = 39 + 11,6 = 50,6 \text{ ton}$$

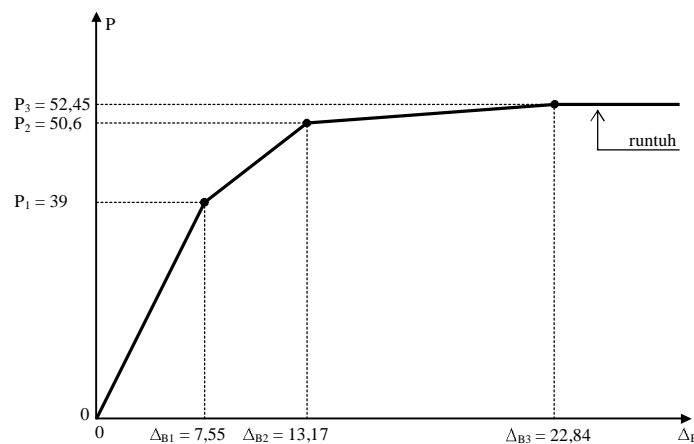
$$\Delta_{B2} = \Delta_{B1} + \Delta_B' = 7,55 + 5,62 = 13,17 \text{ mm}$$

Saat terbentuk tiga sendi plastis:

$$P_3 = P_2 + P'' = 50,6 + 1,85 = 52,45 \text{ ton}$$

$$\Delta_{B3} = \Delta_{B2} + \Delta_B'' = 13,17 + 9,67 = 22,84 \text{ mm}$$

Sehingga kurva beban vs defleksi adalah:



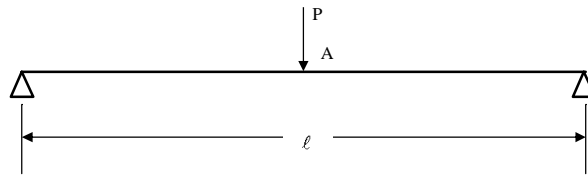
Dengan demikian, meskipun batas elastis struktur terjadi pada  $P = 39$  ton, namun dengan melakukan redistribusi gaya-dalam, maka struktur tersebut dapat memikul  $P = 52,45$  ton.

### Beban Plastis – Cara Kesetimbangan

Bila tidak diperlukan informasi mengenai kurva beban vs defleksi maka penentuan beban plastis dapat dilakukan dengan lebih mudah. Pertama-tama tentukan konfigurasi sendi plastis sehingga terbentuk struktur statis tertentu. Pada saat tersebut lakukan analisis kesetimbangan, maka akan diperoleh beban plastis yang menyebabkan mekanisme.

Contoh:

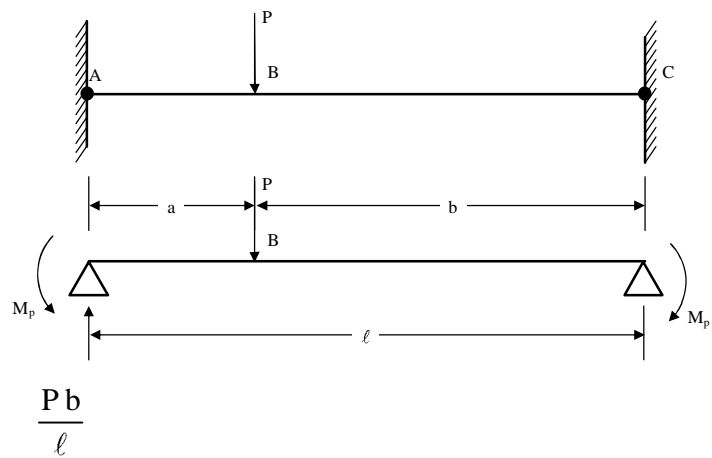
1)



$$M_A = \frac{1}{4} P\ell = M_p$$

$$\therefore P = \frac{4M_p}{\ell}$$

2)

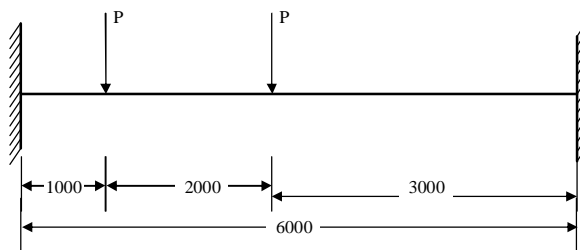


$$M_B = \frac{Pba}{\ell} - M_p = M_p$$

$$P = \frac{\ell}{ab} 2M_p = \frac{6000}{2000 * 4000} * 2 * 35 * 10^7$$

$$= 52,5 \text{ ton}$$

3) PR:

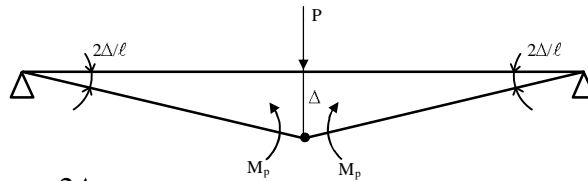


## Beban Plastis – Cara Energi

Cara energi lebih mudah dilakukan daripada cara kesetimbangan. Prinsipnya adalah energi-dalam harus sama dengan energi-luar pada saat terbentuknya mekanisme keruntuhan. Energi terjadi bila gaya melakukan translasi dan momen melakukan rotasi. Lakukan hal ini untuk seluruh kemungkinan mekanisme keruntuhan. Beban plastis yang terkecil dari seluruh mekanisme yang mungkin adalah beban plastis yang menentukan.

Contoh

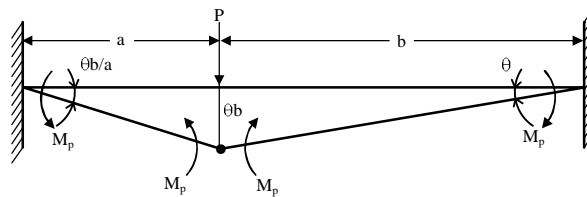
1)



$$P\Delta = M_p \frac{2\Delta}{\ell} 2$$

$$\therefore P = \frac{4 M_p}{\ell}$$

2)

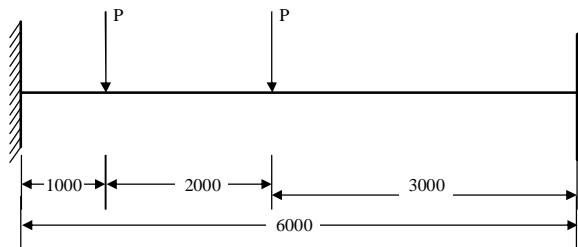


$$P\Delta b = M_p \Delta \frac{b}{a} 2 + M_p \Delta 2$$

$$P = 2M_p \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

$$= 2 * 35 * 10^7 \left( \frac{1}{2000} + \frac{1}{4000} \right) = 52,5 \text{ ton}$$

3) PR:



Catatan: Semua ketentuan pada Peraturan Struktur Baja Indonesia, Butir 7.5, harus dipenuhi.



## BAB VII SAMBUNGAN

### 7.1 BAUT DAN KELING

Sambungan baut dapat terbuat dari baut mutu tinggi atau mutu normal. Sambungan keling umumnya terbuat dari mutu normal.

Sambungan baut mutu tinggi mengandalkan gaya tarik awal yang terjadi karena pengencangan awal. Gaya tersebut dinamakan *proof load*. Gaya tersebut akan memberikan friksi. Sehingga sambungan baut mutu tinggi hingga taraf gaya tertentu dapat merupakan tipe friksi (*serviceability limit state*); sambungan jenis ini baik untuk gaya bolak-balik. Untuk taraf gaya yang lebih tinggi, sambungan tersebut merupakan tipe tumpu (*strength limit state*).

Baut mutu normal dipasang tanpa gaya tarik awal dan merupakan tipe tumpu. Sedangkan sambungan keling dipasang dengan pemanasan awal. Pada saat membara material keling diselipkan ke lubang keling dan salah satu ujungnya dipukul sementara ujung lainnya ditahan. Pukulan tersebut akan membentuk kepala keling pada ujungnya dan badan keling akan mengisi penuh lubang keling. Pada saat pendinginan, lubang keling akan memberikan gaya tarik awal, sehingga sambungan akan menjadi sangat “fit”.

Baut mutu normal dipasang kencang tangan. Baut mutu tinggi dipasang dengan mula-mula melakukan kencang tangan dan diikuti dengan setengah putaran setelah kencang tangan; atau menggunakan kunci torsi yang telah dikalibrasi demikian sehingga menghasilkan setengah putaran setelah kencang tangan.

Pada saat ini sambungan dengan baut biasanya lebih ekonomis daripada dengan keling. Berikut adalah spesifikasi baut dan keling,

Baut	Mutu	$d_b$ (mm)	<i>Proof Stress</i> (70% $f_u$ , MPa)	Kuat Tarik ( $f_u$ , MPa)
A307	Normal	6,4 – 10,4	-	410
A325	Tinggi	12,5 – 25,4	585	825
		28,6 – 38,1	510	725
Keling	Normal		-	370

Perhitungan *proof load* adalah sebagai berikut:

$$Proof\ load = Proof\ Stress * A_s$$

$$A_s = \frac{\pi}{4} \left[ d_b - \frac{0,9743}{n} \right]^2 \text{ mm}^2$$

dimana  $d_b$  adalah diameter nominal baut, dan  
 $n$  adalah jumlah ulir per mm

### Tahanan Tarik Baut/Keling

Tahanan tarik nominal satu baut/keling,  $R_n$ :

$$R_n = f_u^b A_s$$

Dimana  $f_u^b$  adalah kuat tarik baut (MPa)

$$A_s = \frac{\pi}{4} \left[ d_b - \frac{0,9743}{n} \right]^2 \text{ mm}^2$$

$n$  adalah jumlah ulir per mm

Karena  $A_s = 0,75 \div 0,79 A_b$  maka

$$R_n = f_u^b (0,75 A_b)$$

dimana  $A_b$  adalah luas bruto satu baut

### Tahanan Geser Baut

Tahanan geser nominal satu baut/keling,  $R_n$ :

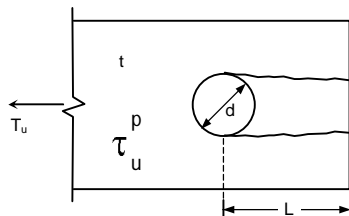
$$R_n = m A_b \tau_u \text{ * faktor reduksi}$$

$$= \begin{cases} m A_b (0,6 f_u^b) * 0,8 & \text{tanpa ulir pada bidang geser} \\ m (0,75 A_b) (0,6 f_u^b) * 0,8 & \text{dengan ulir pada bidang geser} \end{cases}$$

$$\approx \begin{cases} 0,50 m f_u^b A_b & \text{tanpa ulir pada bidang geser} \\ 0,40 m f_u^b A_b & \text{dengan ulir pada bidang geser} \end{cases}$$

Disini telah dianggap luas neto adalah 0,75 luas bruto,  $\tau_u = 0,60 f_u^b$ , dan  $m$  adalah jumlah bidang geser.

### Tahanan Tumpu



$$\tau_u^p = 0,6 f_u^p \rightarrow \text{untuk material pelat}$$

$$\frac{T_u}{\phi} \leq R_n = 2 t [L - d/2] \tau_u^p$$

$$= 1,2 f_u^p dt [L/d - 1/2]$$

Untuk  $\frac{L}{d} = 2\frac{2}{3} \Rightarrow R_n = 2,6 f_u^p dt$

Untuk baut tepi  $R_n = L t f_u^p$

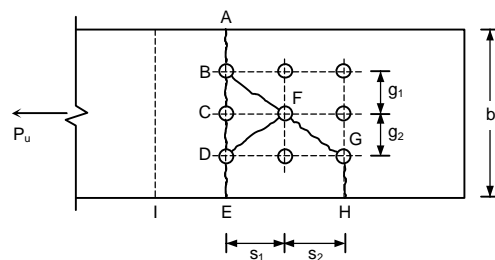
Dalam peraturan diambil

$$R_n = 2,4 f_u^p dt \text{ untuk semua jenis lubang}$$

$$R_n = 2,0 f_u^p dt \text{ untuk lubang sela panjang } \perp \text{ arah gaya.}$$

Jarak antar baut  $\geq 3d$ ; jarak baut tepi dengan ujung pelat  $\geq 1\frac{1}{2} d$ . Untuk mengurangi bahaya korosi, jarak baut tepi terhadap ujung pelat  $\leq 12 t \leq 150$  mm.

### Lubang Tersusun

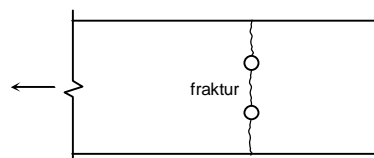
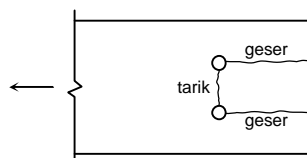


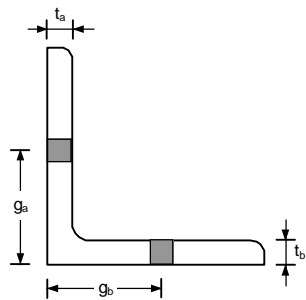
Potongan 1  $\rightarrow$  leleh  $\rightarrow A_g = b t$

Potongan ABCDE  $\rightarrow$  fraktur  
 $\rightarrow A_n = t [b - 3 (d_\ell + 1\frac{1}{2} \text{ mm})]$

Potongan ABFDE  $\rightarrow$  fraktur  $\rightarrow A_n = t \left[ b - 3 (d_\ell + 1\frac{1}{2} \text{ mm}) + \frac{s_1^2}{4g_1} + \frac{s_1^2}{4g_2} \right]$

Potongan ABFGH  $\rightarrow$  fraktur  $\rightarrow A_n = t \left[ b - 3 (d_\ell + 1\frac{1}{2} \text{ mm}) + \frac{s_1^2}{4g_1} + \frac{s_2^2}{4g_2} \right]$



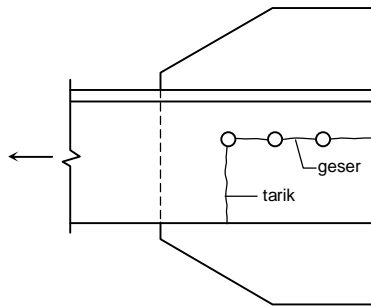


$$g = g_a - \frac{t_a}{2} + g_b - \frac{t_b}{2}$$

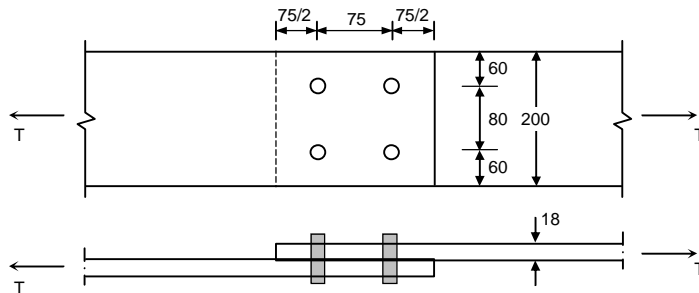
$$= g_a + g_b - \frac{1}{2} (t_a + t_b)$$

umumnya  $t_a = t_b = t$

$$\Rightarrow g = g_a + g_b - t$$



Contoh:



Baut: jumlah 4  
 $d_b = 22 \text{ mm}$   
 $f_u^b = 825 \text{ MPa}$   
 jumlah bidang geser,  $m = 1$

Pelat: tebal = 18 mm  
 lebar = 200 mm  
 lubang – standar  
 $f_y = 240 \text{ MPa}$   
 $f_u^p = 370 \text{ MPa}$

Tanpa ulir pada bidang geser

Leleh pada pelat:  $\phi T_n = \phi f_y A_g = 0,9 * 240 * 18 * 200 = 78 \text{ ton}$

Fraktur pada pelat:  $\phi T_n = \phi f_u A_n$   
 $= 0,75 * 370 * [200 - 2 (22 + 3)] * 18 = 75 \text{ ton}$

Geser pada baut:  $\phi R_n = 0,75 * (0,5 f_u^b) m (A_b * 4)$   
 $= 0,75 * 0,5 * 825 * 1 * \frac{1}{4} \pi * 22^2 * 4$   
 $= 47 \text{ ton}$

$$\begin{aligned}
 \text{Tumpu pada pelat: } \phi R_n &= 0,75 (2,4 f_u^p d_e t) * 4 \\
 &= 0,75 [2,4 * 370 * (22 + 1\frac{1}{2}) * 18] * 4 \\
 &= 112 \text{ ton}
 \end{aligned}$$

∴ Tahanan sambungan adalah 47 ton

$$\begin{aligned}
 \phi R_n &\geq T_u \\
 47 \text{ ton} &\geq 1,2D + 1,6L
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Bila } D = L/2 \text{ maka } 47 \text{ ton} &\geq 2,2 L \\
 L &\leq 21,4 \text{ ton} \\
 D &\leq 10,7 \text{ ton}
 \end{aligned}$$

Jadi beban kerja yang boleh terjadi adalah  $W = L + D = 32,1 \text{ ton}$

### Sambungan Tipe Friksi (BMT) – LRFD

$$V_u \leq \phi V_n$$

$$V_n = 1,13 \mu * Proofload * m \rightarrow \text{ untuk satu baut}$$

dimana m adalah jumlah bidang geser.

$$\mu = 0,35$$

$$\phi = \begin{cases} 1 & \text{ untuk lubang standar} \\ 0,85 & \text{ untuk lubang besar dan sela pendek} \\ 0,7 & \text{ untuk lubang sela panjang } \perp \text{ arah gaya} \\ 0,6 & \text{ untuk lubang sela panjang } // \text{ arah gaya} \end{cases}$$

Pada kombinasi geser + tarik untuk b.m.t pada sambungan tipe friksi berlaku:

$$\frac{V_u}{n} \leq \phi V_n \left( 1 - \frac{T_u/n}{1,13 Proof Load} \right)$$

dimana  $T_u/n$  adalah gaya tarik terfaktor untuk satu baut

### Kombinasi Geser dan Tarik pada Sambungan Tipe Tumpu

Ada dua kriteria yang harus dipenuhi:

$$1) \quad f_{uv} = \frac{V_u}{n A_b} \leq \begin{cases} 0,4 \phi f_u^b m \rightarrow \text{dengan ulir pada bidang geser} \\ 0,5 \phi f_u^b m \rightarrow \text{tanpa ulir pada bidang geser} \end{cases}$$
$$2) \quad \phi R_n = \phi f_t A_b \geq \frac{T_u}{n}$$

dimana

$$A325: f_t \leq \begin{cases} 807 - 1,9 f_{uv} \leq 621 \rightarrow \text{dengan ulir pada bidang geser} \\ 807 - 1,5 f_{uv} \leq 621 \rightarrow \text{tanpa ulir pada bidang geser} \end{cases}$$

$$A307: f_t \leq 410 - 1,9 f_{uv} \leq 310$$

$\phi = 0,75$  ;  $n$  adalah jumlah baut;  
 $m$  adalah jumlah bidang geser

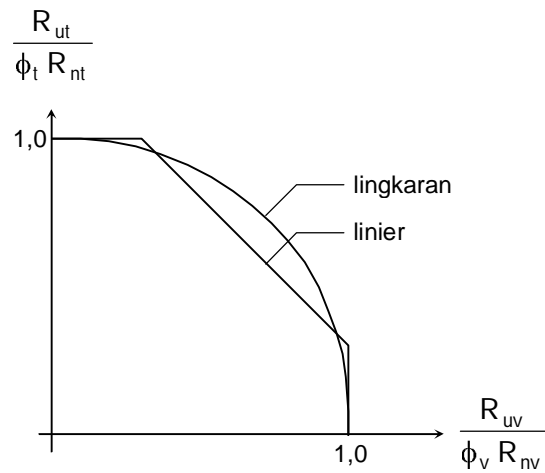
Penjelasan persamaan di atas adalah sebagai berikut. Persamaan interaksi geser tarik merupakan persamaan lingkaran berikut ini,

$$\left[ \frac{R_{ut}}{\phi R_{nt}} \right]^2 + \left[ \frac{R_{uv}}{\phi R_{nv}} \right]^2 \leq 1$$

dimana  $R_{ut}$  ,  $R_{uv}$  masing-masing adalah gaya tarik dan geser terfaktor  
 $R_{nt}$  ,  $R_{nv}$  masing-masing adalah tahanan nominal tarik dan geser  
 $\phi_t$  ,  $\phi_v$  masing-masing adalah faktor tahanan tarik dan geser  
( $\phi_t = \phi_v = 0,75$ )

Dalam peraturan digunakan persamaan linier berikut ini

$$\frac{R_{ut}}{\phi_t R_{nt}} + \frac{R_{uv}}{\phi_v R_{nv}} \leq C$$



Untuk persamaan linier digunakan nilai  $C = 1,3$ .

Persamaan linier tersebut ditulis kembali sebagai berikut:

$$R_{ut} \leq 1,3 \phi_t R_{nt} - \frac{R_{uv}}{\phi_v R_{nv}} \phi_t R_{nt}$$

atau  $f_{ut} \leq \phi_t f_t$

dimana,

$$f_{ut} = \frac{R_{ut}}{A_b}$$

$$f_t = 1,3 \frac{R_{nt}}{A_b} - \frac{R_{nt}}{\phi_v R_{nv}} f_{uv}$$

$$f_{uv} = \frac{R_{uv}}{A_b}$$

mengingat,  $\frac{R_{nt}}{A_b} = 0,75 f_u^b$  dan

$$\frac{R_{nv}}{A_b} = \begin{cases} 0,4 m f_u^b \rightarrow \text{dengan ulir pada bidang geser} \\ 0,5 m f_u^b \rightarrow \text{tanpa ulir pada bidang geser} \end{cases}$$

maka

$$f_t = 1,3 * 0,75 f_u^b - \begin{cases} \frac{0,75}{0,4 m \phi_v} f_{uv} \rightarrow \text{dengan ulir pada bidang geser} \\ \frac{0,75}{0,5 m \phi_v} f_{uv} \rightarrow \text{tanpa ulir pada bidang geser} \end{cases}$$

$$f_t \leq 0,75 f_u^b$$

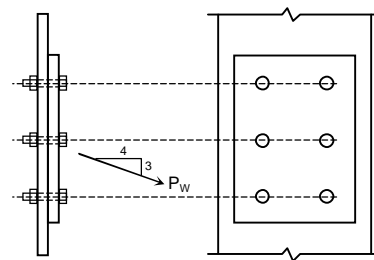
atau dalam peraturan digunakan untuk A325 ( $f_u^b = 825 \text{ MPa}$  (untuk diameter baut  $\leq 25,4 \text{ mm}$ ),  $\phi_v = 0,75$  dan  $m = 1$ )

$$f_t = 807 - \begin{cases} 1,9 f_{uv} \rightarrow \text{dengan ulir pada bidang geser} \\ 1,5 f_{uv} \rightarrow \text{tanpa ulir pada bidang geser} \end{cases}$$

$$f_t \leq 621 \text{ MPa}$$

$$f_{uv} = \frac{R_{uv}}{A_b} \leq \begin{cases} 0,4 \phi m f_u^b \rightarrow \text{dengan ulir pada bidang geser} \\ 0,5 \phi m f_u^b \rightarrow \text{tanpa ulir pada bidang geser} \end{cases}$$

Contoh:



$$A325 \rightarrow f_u^b = 825 \text{ MPa}$$

$$n = 6$$

$$P_w = 30 \text{ ton}$$

$$d_b = 22 \text{ mm}$$

$$D = 2 L$$

$$D + L = 3 L = 30 \text{ ton} \rightarrow L = 10 \text{ ton}$$

$$D = 20 \text{ ton}$$

$$P_u = 1,2 D + 1,6 L = 1,2 * 20 + 1,6 * 10 = 40 \text{ ton}$$

$$T_u = \frac{4}{5} * 40 = 32 \text{ ton}$$

$$V_u = \frac{3}{5} * 40 = 24 \text{ ton}$$



(a) Untuk sambungan tipe tumpu → tanpa ulir pada bidang geser

Geser: 
$$f_{uv} = \frac{V_u}{n A_b} = \frac{24 \cdot 10^4}{6 \cdot \frac{1}{4} \pi \cdot 22^2} = 105 \text{ MPa}$$

$$0,5 \phi f_u^b m = 0,5 \cdot 0,75 \cdot 825 \cdot 1 = 309 \text{ MPa}$$

$$f_{uv} < 0,5 \phi f_u^b m \rightarrow \text{OK}$$

Tarik: 
$$f_t = 807 - 1,5 f_{uv} \leq 621$$

$$= 807 - 1,5 \cdot 105 = 650 \text{ MPa}$$

$$\therefore f_t = 621 \text{ MPa}$$

$$\phi R_n = \phi f_t A_b = 0,75 \cdot 621 \cdot \frac{1}{4} \pi \cdot 22^2$$

$$= 17,7 \text{ ton}$$

$$\frac{T_u}{n} = \frac{32}{6} = 5,3 \text{ ton}$$

$$\phi R_n > \frac{T_u}{n} \rightarrow \text{OK}$$

(b) Untuk sambungan tipe friksi (LRFD)

$$V_n = 1,13 \mu \cdot \text{Proof Load} \cdot m$$

$$= 1,13 \cdot 0,35 \cdot 1 \cdot \text{Proof Load}$$

$$\text{Proof Load} = 0,75 A_b \cdot \text{Proof Stress}$$

$$= 0,75 \cdot \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 22^2 \cdot 585 = 16,7 \text{ ton}$$

$$V_n = 1,13 \cdot 0,35 \cdot 1 \cdot 16,7 = 6,6 \text{ ton}$$

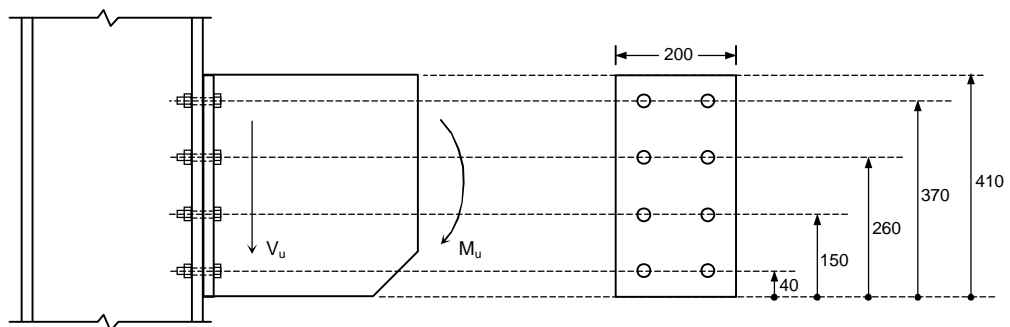
$$\phi V_n = 1 \cdot 6,6 \text{ ton} = 6,6 \text{ ton}$$

$$\frac{V_u}{n} = \frac{24}{6} = 4 \text{ ton}$$

$$\phi V_n \left( 1 - \frac{T_u/n}{1,13 \text{ Proof Load}} \right) = 6,6 \left( 1 - \frac{32/6}{1,13 \cdot 16,7} \right) = 4,7 \text{ ton}$$

$$\frac{V_u}{n} < \phi V_n \left( 1 - \frac{T_u/n}{1,13 \text{ Proof Load}} \right) \rightarrow \text{OK}$$

Contoh:



$$\begin{aligned}
 V_u &= 6,5 * 10^4 \text{ N} & d_b &= 16 \text{ mm} \\
 M_u &= 6,3 * 10^7 \text{ N-mm} & n &= 8 \\
 \text{Proof Stress} &= 585 \text{ MPa} & \text{Tanpa ulir pada bidang geser} & \\
 & & f_u^b &= 825 \text{ MPa}
 \end{aligned}$$

Geser:

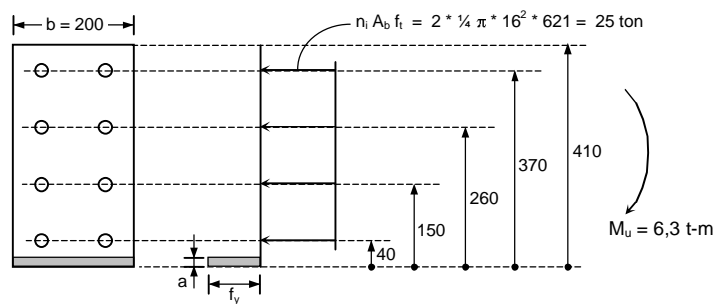
$$f_{uv} = \frac{V_u}{n A_b} = \frac{6,5 * 10^4}{8 * \frac{1}{4} \pi * 16^2} = 40 \text{ MPa}$$

$$0,5 \phi f_u^b = 0,5 * 0,75 * 825 * 1 = 309 \text{ MPa}$$

$$f_{uv} < 0,5 \phi f_u^b \rightarrow \text{OK}$$

$$f_t = 807 - 1,5 f_{uv} = 807 - 1,5 * 40 = 747 \leq 621$$

ambil  $f_t = 621 \text{ MPa}$



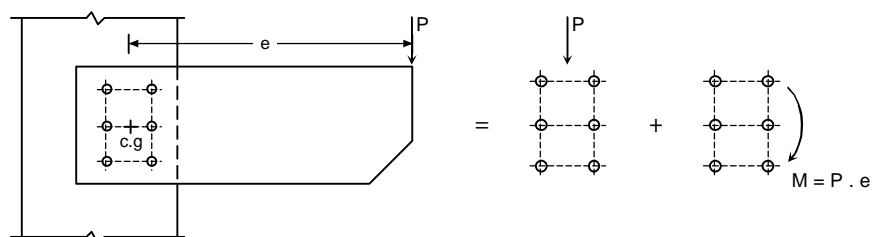
$$a f_y b = n_\ell * (n_i A_b f_t)$$

$$a = \frac{n_\ell * (n_i A_b f_t)}{f_y b} = \frac{4 * (2 * \frac{1}{4} * \pi * 16^2 * 621)}{240 * 200} = 20,8 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned}
 M_n &= n_i A_b f_t (40 + 150 + 260 + 370) - a f_y b \frac{a}{2} \\
 &= 25 * 10^4 * 820 - \frac{1}{2} * 20,8^2 * 240 * 200 \\
 &= 19,5 \text{ t-m}
 \end{aligned}$$

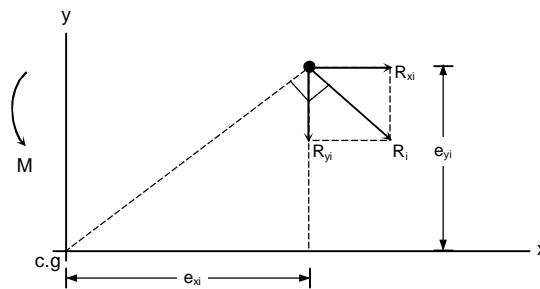
$$M_d = \phi M_n = 0,75 * 19,5 = 14,6 \text{ t-m} > M_u (= 6,3 \text{ t-m}) \rightarrow \text{OK}$$

### Geser Eksentris



- Dua cara  $\left\{ \begin{array}{l} \text{a) Analisis elastis} \rightarrow \text{bebas friksi, pelat kaku, baut elastis} \\ \text{b) Analisis plastis} \rightarrow \text{pusat rotasi sesaat, deformasi baut sebanding terhadap jarak baut dari pusat rotasi sesaat.} \end{array} \right.$

a) Analisis Elastis



$$\sum_{i=1}^n (+R_{xi} e_{yi} + R_{yi} e_{xi}) = M$$

n adalah jumlah baut

Asumsi:  $R_{xj} = \frac{e_{yj}}{e_{yi}} R_{xi}$

$$R_{yj} = \frac{e_{xj}}{e_{xi}} R_{yi}$$

Persamaan momen menjadi,

$$R_{x1} e_{y1} + R_{x2} e_{y2} + \dots + R_{xn} e_{yn} + R_{y1} e_{x1} + R_{y2} e_{x2} + \dots + R_{yn} e_{xn} = M$$

$$R_{x1} e_{y1} + R_{x1} \frac{e_{y2}^2}{e_{y1}} + \dots + R_{x1} \frac{e_{yn}^2}{e_{y1}} + R_{y1} e_{x1} + R_{y1} \frac{e_{x2}^2}{e_{x1}} + \dots + R_{y1} \frac{e_{xn}^2}{e_{x1}} = M$$

$$R_{x1} = \frac{e_{y1}}{e_{x1}} R_{y1}$$

$$\text{Jadi, } \frac{R_{y1}}{e_{x1}} [(e_{y1}^2 + \dots + e_{yn}^2) + (e_{x1}^2 + \dots + e_{xn}^2)] = M$$

$$\downarrow R_{y1} = \frac{M e_{x1}}{(e_{y1}^2 + \dots + e_{yn}^2) + (e_{x1}^2 + \dots + e_{xn}^2)}$$

$$\rightarrow R_{x1} = \frac{M e_{y1}}{(e_{y1}^2 + \dots + e_{yn}^2) + (e_{x1}^2 + \dots + e_{xn}^2)}$$

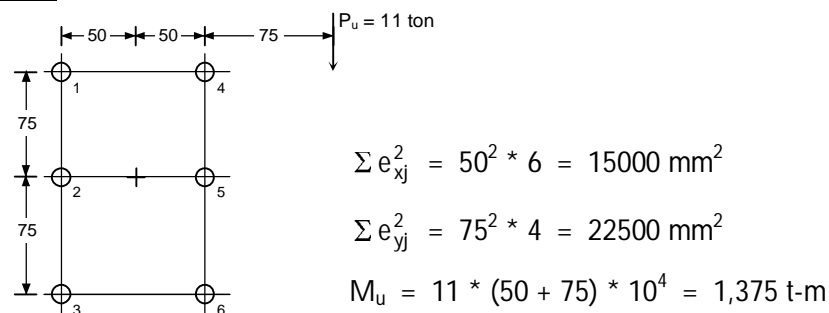
$$\downarrow R_v = \frac{P}{n}$$

$$R_1 = \sqrt{(R_{y1} + R_v)^2 + R_{x1}^2}$$

$$\therefore R_{yi} = \frac{M e_{xi}}{\sum e_{xj}^2 + \sum e_{yj}^2} ; \quad R_{xi} = \frac{M e_{yi}}{\sum e_{xj}^2 + \sum e_{yj}^2}$$

$$R_i = \sqrt{(R_{yi} + R_v)^2 + R_{xi}^2}$$

Contoh:



Baut 4:  $R_{y4} = \frac{M_u e_{x4}}{15000 + 22500} = \frac{1,375 \cdot 10^7 \cdot 50}{37500} = 1,8 \text{ ton}$

$$R_{x4} = \frac{M_u e_{y4}}{15000 + 22500} = \frac{1,375 \cdot 10^7 \cdot 75}{37500} = 2,75 \text{ ton}$$

$$R_v = \frac{110.000}{6} = 1,8 \text{ ton}$$

$$R_{4u} = \sqrt{(1,8 + 1,8)^2 + 2,75^2} = 4,53 \text{ ton}$$

$$\phi R_{4n} = \phi 0,5 f_u^b A_b m \quad (\text{tanpa ulir pada bidang geser})$$

$$\phi R_{4n} = R_{4u} \Rightarrow d_b = 13,7 \text{ mm}$$

$$\text{ambil } d_b = \underline{14 \text{ mm}} \Rightarrow P_u = \underline{11,6 \text{ ton}}$$

$$\begin{aligned}\phi R_{4n} &= 0,75 * 0,5 f_u^b A_b m \\ &= 0,75 * 0,5 * 825 * \frac{1}{4}\pi * 14^2 * 1 = 4,76 * 10^4 \text{ N} \\ P_u &= 1,2 D + 1,6 L \\ \text{anggap } D &= 2 L \rightarrow 11,6 = 2,4 L + 1,6 L = 4 L \\ L &= 2,9, D = 5,8 \text{ dan } W = L + D = 8,7 \text{ ton}\end{aligned}$$

Baut friksi pada lubang standar ( $\phi = 1$ )

$$\begin{aligned}\phi V_n &= 1 * 1,13 * \mu * \text{Proof Load} * m \\ &= 1,13 * 0,35 * [\frac{1}{4} \pi * 14^2 * 585 * 0,75] * 1 \\ &= 2,7 \text{ ton}\end{aligned}$$

$$P_u = \frac{2,7}{4,76} * 11,6 = 6,6 = 1,2 * 2 L + 1,6 L$$

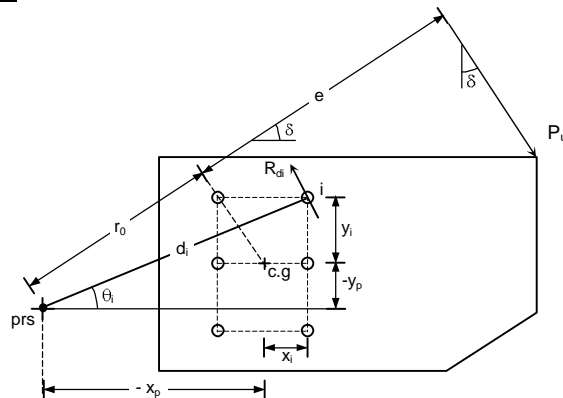
$$L = 1,65$$

$$D = 3,3$$

$$W = \underline{4,95} \text{ ton}$$

b) Analisis Plastis: (Paling rasional)

i) Tipe tumpu



$$\sin \theta_i = \frac{y_i - y_p}{d_i} \quad ; \quad \cos \theta_i = \frac{x_i - x_p}{d_i}$$

$$d_i = [(x_i - x_p)^2 + (y_i - y_p)^2]^{1/2}$$

$$r_0 = -x_p \cos \delta - y_p \sin \delta$$

$$\Sigma H = 0 \rightarrow \Sigma R_{di} \sin \theta_i - P_u \sin \delta = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\Sigma V = 0 \rightarrow \Sigma R_{di} \cos \theta_i - P_u \cos \delta = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\Sigma M = 0 \rightarrow \Sigma R_{di} d_i - P_u (e + r_0) = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$R_{di} = \phi R_{ni} [1 - \exp (-0,4 \Delta_i)]^{0,55}$$

dimana  $R_{ni}$  adalah tahanan nominal satu baut  
 $\Delta_i$  adalah perpindahan baut i dalam mm,  
 dengan  $\Delta_{\max} = 8,6$  mm

Selesaikan Persamaan (2) untuk  $P_u$  diperoleh

$$P_u = \frac{\phi}{\cos \delta} \sum R_{ni} [1 - \exp (-0,4 \Delta_i)]^{0,55} \frac{x_i - x_p}{d_i} \dots\dots\dots (4)$$

Substitusi Persamaan (4) ke Persamaan (1) diperoleh

$$\begin{aligned} & \sum R_{ni} [1 - \exp (-0,4 \Delta_i)]^{0,55} \frac{y_i - y_p}{d_i} - \\ & \tan \delta \sum R_{ni} [1 - \exp (-0,4 \Delta_i)]^{0,55} \frac{x_i - x_p}{d_i} = 0 \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

Substitusi Persamaan (4) ke Persamaan (3) diperoleh

$$\begin{aligned} & \sum R_{ni} [1 - \exp (-0,4 \Delta_i)]^{0,55} d_i - [e - (x_p \cos \delta + y_p \sin \delta)] * \\ & \frac{1}{\cos \delta} \sum R_{ni} [1 - \exp (-0,4 \Delta_i)]^{0,55} \frac{x_i - x_p}{d_i} = 0 \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

Bila digunakan baut-baut yang identik maka Persamaan(5) dan (6) menjadi:

$$\begin{aligned} & \sum [1 - \exp (-0,4 \Delta_i)]^{0,55} \frac{y_i - y_p}{d_i} - \\ & \tan \delta \sum [1 - \exp (-0,4 \Delta_i)]^{0,55} \frac{x_i - x_p}{d_i} = 0 \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

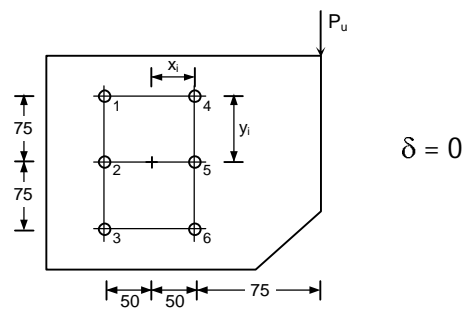
$$\begin{aligned} & \sum [1 - \exp (-0,4 \Delta_i)]^{0,55} d_i - [e - (x_p \cos \delta + y_p \sin \delta)] * \\ & \frac{1}{\cos \delta} \sum [1 - \exp (-0,4 \Delta_i)]^{0,55} \frac{x_i - x_p}{d_i} = 0 \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

Persamaan (7) dan (8) akan diselesaikan untuk  $x_p$ ,  $y_p$  dan  $P_u$  diperoleh melalui Persamaan (4).

$$\text{Catatan: } \Delta_i = \frac{d_i}{d_{\max}} * \Delta_{\max} = \frac{d_i}{d_{\max}} 8,6$$

$$d_{\max} = \max \{d_i\}$$

Ulangi contoh sebelumnya dengan cara analisis plastis dan tanpa ulir pada bidang geser. Gunakan baut mutu tinggi (A325) dengan  $d_b = 14$  mm.



$$\begin{aligned} R_{ni} &= 0,5 f_u^b A_b m \quad \text{untuk } i = 1, \dots, 6 \\ &= 0,5 * 825 * \frac{1}{4} \pi * 14^2 * 1 \\ &= 6,35 \text{ ton} \end{aligned}$$

$$d_b = 14 \text{ mm}$$

$$x_p = -51,46 \text{ mm}$$

Pers. (7) = 0

$$\delta = 0 \text{ rad}$$

$$y_p = 0 \text{ mm}$$

Pers. (8) = -0,0029

$$e = 125 \text{ mm}$$

$$d_{\max} = 126$$

$$r_1 = 0,5$$

$$R_{di} = 4,76E+04 \text{ N}$$

$$\phi_f = 0,75$$

$$P_{u, geser} = 1,31E+05 \text{ N}$$

$$t_p = 12 \text{ mm}$$

$$P_{u,tumpu} = 6,71E+05 \text{ N}$$

$$f_u = 370 \text{ MPa}$$

$$P_u = 1,31E+05 \text{ N}$$

No. baut	$x_i$	$y_i$	$d_i$	$\Delta_i$	Pers. (7)		Pers. (8)	
					Sum 1	Sum 2	Sum 1	Sum 2
1	-50	75	75,01	5,11	0,93	0,02	69,51	0,02
2	-50	0	1,46	0,10	0,00	0,17	0,25	0,17
3	-50	-75	75,01	5,11	-0,93	0,02	69,51	0,02
4	50	75	126,17	8,60	0,58	0,79	123,93	0,79
5	50	0	101,46	6,92	0,00	0,96	97,90	0,96
6	50	-75	126,17	8,60	-0,58	0,79	123,93	0,79
					0,00	2,75	485,03	2,75

$$P_u = 13 \text{ ton vs } 11,6 \text{ ton dengan cara elastis}$$

$$13 = 1,2 (2 L) + 1,6 L = 4 L \rightarrow L = 3,25$$

$$\frac{D = 6,5}{W = 9,75 \text{ ton}} +$$

## ii) Tipe friksi

Serupa dengan tipe tumpu tapi  $R_{di}$  konstan sebagai berikut:

$$R_{di} = \phi R_n = \phi * 1,13 * \mu * Proof Load * m$$

dimana  $m$  adalah jumlah bidang geser

$$\mu = 0,35$$

$$\phi = \begin{cases} 1 & \text{untuk lubang standar} \\ 0,85 & \text{untuk lubang besar dan sela pendek} \\ 0,7 & \text{untuk lubang sela panjang } \perp \text{ arah gaya} \\ 0,6 & \text{untuk lubang selan panjang } // \text{ arah gaya} \end{cases}$$

Jadi persamaan kesetimbangan menjadi

$$\Sigma H = 0 \rightarrow \phi R_n \Sigma h_i \sin \theta_i - P_u \sin \delta = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\Sigma V = 0 \rightarrow \phi R_n \Sigma h_i \cos \theta_i - P_u \cos \delta = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$\Sigma M = 0 \rightarrow \phi R_n \Sigma h_i d_i - P_u (e + r_0) = 0 \dots\dots\dots (3)$$

dimana  $h_i = \frac{d_i}{(d_i)_{\max}}$  adalah fungsi deformasi untuk baut friksi.

Selesaikan Persamaan (2) untuk  $P_u$  diperoleh

$$P_u = \frac{\phi}{\cos \delta} \frac{R_n}{(d_i)_{\max}} \Sigma (x_i - x_p) \dots\dots\dots (4)$$

Substitusi Persamaan (4) ke Persamaan (1) dan sederhanakan diperoleh

$$\Sigma (y_i - y_p) - \tan \delta \Sigma (x_i - x_p) = 0 \dots\dots\dots (5)$$

Substitusi Persamaan (4) ke Persamaan (3) dan sederhanakan diperoleh

$$\Sigma d_i^2 - \frac{1}{\cos \delta} [e - (x_p \cos \delta + y_p \sin \delta)] \Sigma (x_i - x_p) = 0 \dots\dots (6)$$

Persamaan (5) dan (6) akan diselesaikan untuk  $x_p$ ,  $y_p$  dan  $P_u$  dan diperoleh dari Persamaan (4).

## Contoh:

Selesaikan contoh sebelumnya untuk sambungan tipe friksi.

$$R_{di} = \phi R_n = \phi * 1,13 * \mu * Proof Load * m$$



$$= 1 * 1,13 * 0,35 * [\frac{1}{4} \pi * 14^2 * 0,75 * 585] * 1$$

$$= 2,7 \text{ ton}$$

$$\begin{aligned} \phi_f &= 1 & x_p &= -50 \text{ mm} & \text{Pers. (5)} &= 0 \\ R_{di} &= 2,70E+04 \text{ N} & y_p &= 0 \text{ mm} & \text{Pers. (6)} &= -0 \\ \delta &= 0 \text{ rad} & P_u &= 6,48E+04 \text{ N} \\ e &= 125 \text{ mm} & d_{\max} &= 125,00 \text{ mm} \end{aligned}$$

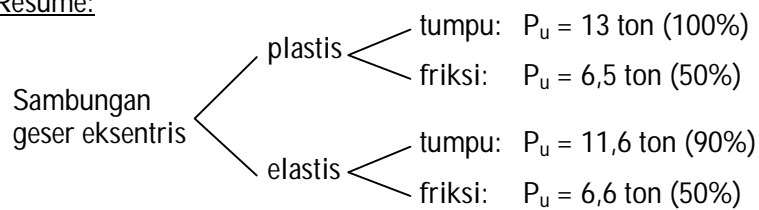
No. baut	$x_i$	$y_i$	$d_i$	$h_i$	Pers. (5)		Pers. (6)	
					Sum 1	Sum 2	Sum 1	Sum 2
1	-50	75	75,00	0,60	75,00	0,00	5625,00	0,00
2	-50	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
3	-50	-75	75,00	0,60	-75,00	0,00	5625,00	0,00
4	50	75	125,00	1,00	75,00	100,00	15625,00	100,00
5	50	0	100,00	0,80	0,00	100,00	10000,00	100,00
6	50	-75	125,00	1,00	-75,00	100,00	15625,00	100,00
					0,00	300,00	52500,00	300,00

$$P_u = 6,50 \text{ ton} = 1,2 (2 L) + 1,6 L = 4 L$$

$$L = 1,63$$

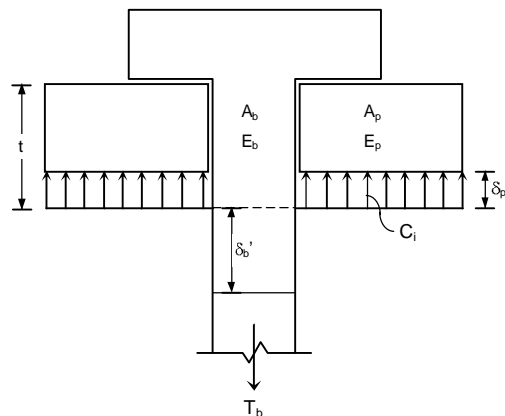
$$\frac{D = 3,25}{W = 4,88 \text{ ton}} +$$

#### Resume:



#### Anatomi Baut Dalam Tarik

Saat pengencangan

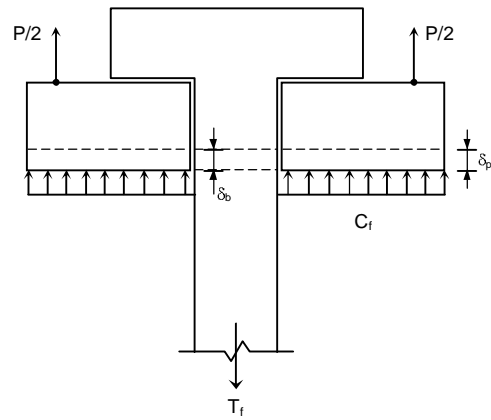


$$C_i = T_b$$

$$\delta_p' = \frac{C_i}{A_p E_p} t$$

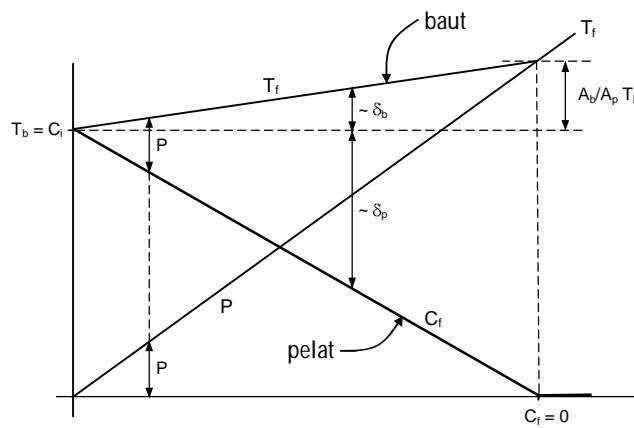
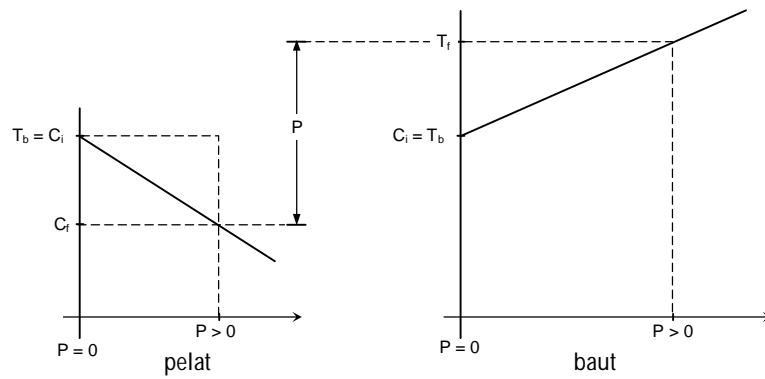
$$\delta_b' = \frac{T_b}{A_b E_b} t$$

Saat pembebanan sambungan



$$T_f = C_f + P$$

$$C_f \geq 0$$



Ada dua kasus yang akan ditinjau

- 1)  $C_f > 0 \rightarrow T_f = C_f + P$
- 2)  $C_f = 0 \rightarrow T_f = P$

$$\text{Kasus 1)} \quad C_f > 0 \rightarrow \left. \begin{aligned} \delta_b &= \frac{T_f - T_b}{A_b E_b} t \\ \delta_p &= \frac{C_f - C_f}{A_p E_p} t \end{aligned} \right\} \delta_b = \delta_p$$

$$\therefore T_f - T_b = \frac{A_b E_b}{A_p E_p} (T_b - T_f + P)$$

$$T_f \left( 1 + \frac{A_b E_b}{A_p E_p} \right) = T_b \left( 1 + \frac{A_b E_b}{A_p E_p} \right) + \frac{A_b E_b}{A_p E_p} P$$

$$T_f = T_b + \frac{A_b E_b}{A_p E_p + A_b E_b} P \quad \text{-----} \quad C_f > 0$$

$$\text{Kasus 2)} \quad \boxed{C_f = 0} \quad \text{---} \quad \boxed{T_f = P}$$

$$P - T_b = \frac{A_b E_b}{A_p E_p} T_b$$

$$\therefore P = \frac{A_b E_b + A_p E_p}{A_p E_p} T_b$$

Resume: ( $E_b = E_p$ )

$$P \leq \frac{A_b + A_p}{A_p} T_b \Rightarrow T_f = T_b + \frac{A_b}{A_b + A_p} P$$

$$P > \frac{A_b + A_p}{A_p} T_b \Rightarrow T_f = P$$

Contoh:

Suatu sambungan tarik dengan baut A325,  $d_b = 22$  mm, jumlah baut 4 buah,  $A_p = 25000 \text{ mm}^2$ . Berapakah beban kerja maksimum yang dapat diberikan sebelum terjadi separasi pada pelat sambungan. Anggap  $D = \frac{1}{4} L$

Jawab:

$$f_u^b = 825 \text{ MPa}$$

$$\text{Proof Stress} = 585 \text{ MPa}$$

$$T_b = \text{Proof Stress} * n * 0,75 A_b$$

$$= 585 * 4 * 0,75 * \frac{1}{4} \pi * 22^2 = 67 \text{ ton}$$

Saat terjadi separasi,

$$P = \frac{A_b + A_p}{A_p} T_b$$

$$= \frac{4 * \frac{1}{4} \pi 22^2 + 25000}{25000} * 67 = 71 \text{ ton}$$

$$71 = 1,2 D + 1,6 L = 1,2 (\frac{1}{4} L) + 1,6 L = 1,9 L$$

$$L = 37$$

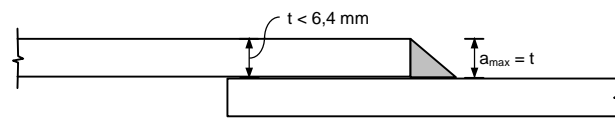
$$\underline{D = 9} +$$

$$\underline{W = 46 \text{ ton}}$$

## 7.2 SAMBUNGAN LAS

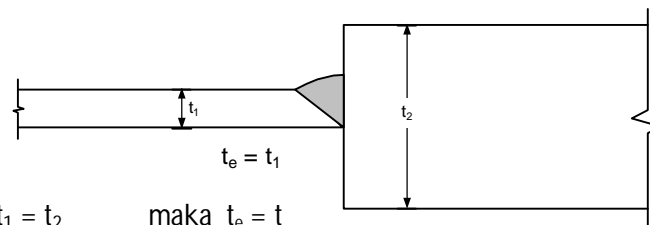
Las:

Ukuran las adalah seperti ditunjukkan berikut ini:

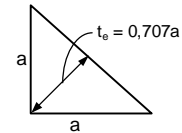
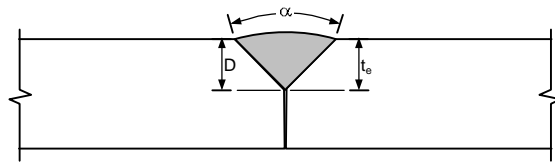


Bila  $t < 6,4 \text{ mm}$  maka  $a_{\max} = t$ , dan

Bila  $t \geq 6,4 \text{ mm}$  maka  $a_{\max} = t - 2 \text{ mm}$



Bila  $t = t_1 = t_2$  maka  $t_e = t$



Bila  $45^\circ < \alpha < 60^\circ$  maka  $t_e = D - 3 \text{ mm}$   
 Bila  $\alpha \geq 60^\circ$  maka  $t_e = D$

### Tahanan Nominal Las

Las tumpul:

Tarik/tekan:  $R_{nw} = t_e f_y \text{ per mm'}$   
 Geser:  $R_{nw} = t_e (0,6 f_y) \text{ per mm'}$

dimana  $f_y$  adalah kuat leleh material baja yang disambung

Las sudut:  $R_{nw} = t_e (0,6 f_{uw}) \dots\dots\dots$  las

atau:  $R_{nw} = t_e (0,6 f_u) \dots\dots\dots$  bahan dasar

### Perencanaan Las – LRFD

$$\phi R_{nw} \geq R_u$$

$\phi = 0,90$  untuk leleh

$\phi = 0,75$  untuk fraktur

### Las Tumpul (penetrasi penuh)

1) Tarik/tekan normal terhadap luas efektif

$\phi R_{nw} = 0,9 t_e f_y \dots\dots\dots$  bahan dasar

$\phi R_{nw} = 0,9 t_e f_{yw} \dots\dots\dots$  las

2) Geser terhadap luas efektif

$\phi R_{nw} = 0,9 t_e (0,6 f_y) \dots\dots\dots$  bahan dasar

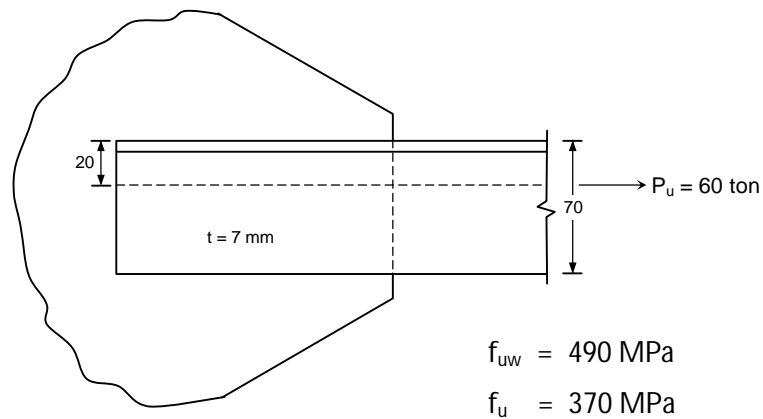
$\phi R_{nw} = 0,8 t_e (0,6 f_{uw}) \dots\dots\dots$  las

### Las Sudut:

$$\phi R_{nw} = 0,75 t_e (0,6 f_{uw}) \dots\dots\dots \text{las}$$

$$\phi R_{nw} = 0,75 t (0,6 f_u) \dots\dots\dots \text{bahan dasar}$$

### Contoh:



$$a_{\max} = t - 2 \text{ mm}$$

$$= 7 - 2 = 5 \text{ mm}$$

$$t_e = 0,707 * a_{\max} = 0,707 * 5 = 3,54 \text{ mm}$$

a)  $\phi R_{nw} = 0,75 t_e (0,6 f_{uw}) \dots\dots\dots \text{las}$

$$= 0,75 * 3,54 * 0,6 * 490 L_w \geq 30 * 10^4$$

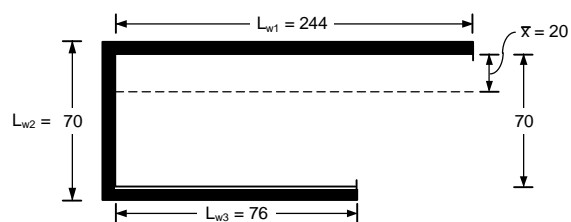
$$L_w \geq 384 \text{ mm} \quad (\text{menentukan})$$

b)  $\phi R_{nw} = 0,75 t (0,6 f_u) \dots\dots\dots \text{bahan dasar}$

$$= 0,75 * 7 * 0,6 * 370 L_w \geq 30 * 10^4$$

$$L_w \geq 257 \text{ mm}$$

$$\therefore L_w = 390 \text{ mm}$$



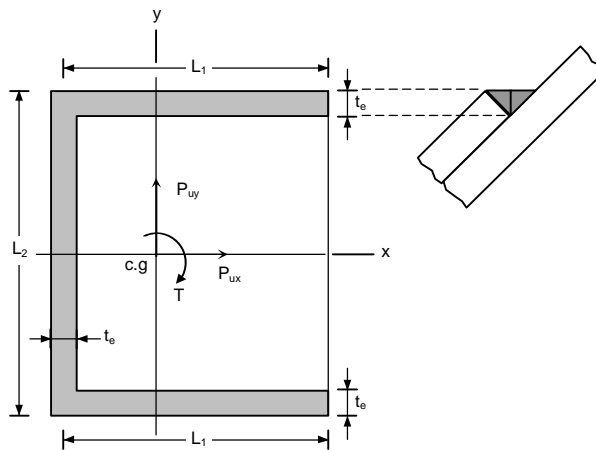
$$\bar{x} = \frac{L_{w2} * L_{w2} / 2 + L_{w3} * 70}{L_{w1} + L_{w2} + L_{w3}} = \frac{\frac{1}{2} * 70^2 + 70 L_{w3}}{390} = 20$$

$$\therefore L_{w3} = 76 \text{ mm}$$

$$L_{w1} = 390 - 70 - 76 = 244 \text{ mm}$$

### Sambungan Geser Eksentris

Cara Elastis



Prosedur:

- 1) Tentukan  $I_x, I_y \rightarrow I_p$
- 2) Tentukan  $A$
- 3) Hitung  $\tau'_{ux} = \frac{P_{ux}}{A}$  dan  $\tau'_{uy} = \frac{P_{uy}}{A}$
- 4) Tentukan titik terjauh dari c.g. —  $x_{max}, y_{max}$  dan hitung

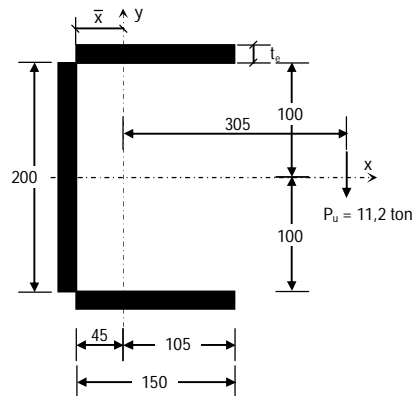
$$\tau''_{ux} = \frac{T_u y_{max}}{I_p}$$

$$\tau''_{uy} = \frac{T_u x_{max}}{I_p}$$

$$5) \tau_u = \left[ (\tau'_{uy} + \tau''_{uy})^2 + (\tau'_{ux} + \tau''_{ux})^2 \right]^{1/2} \leq 0,6 f_{uw} \phi$$

dimana  $\phi = 0,75$

Contoh:



$$A = (2 \cdot 150 + 200) t_e = 500 t_e$$

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 150 \cdot 75}{500 t_e} t_e = 45 \text{ mm}$$

$$D = L$$

$$P_w = D + L = 2L = 8 \text{ ton}$$

$$L = 4 \text{ ton}$$

$$D = 4 \text{ ton}$$

$$P_u = 1,2 D + 1,6 L = 1,2 \cdot 4 + 1,6 \cdot 4 = 11,2 \text{ ton}$$

$$I_x = \frac{1}{12} t_e \cdot 200^3 + 150 t_e \cdot 100^2 \cdot 2 = 3,67 \cdot 10^6 t_e \text{ mm}^4$$

$$I_y = 200 t_e \cdot 45^2 + \left[ \frac{1}{12} t_e \cdot 150^3 + t_e \cdot 150 \cdot (75 - 45)^2 \right] \cdot 2$$

$$= 1,24 \cdot 10^6 t_e \text{ mm}^4$$

$$I_p = I_x + I_y = 4,91 \cdot 10^6 t_e \text{ mm}^4$$

$$\tau_x' = 0$$

$$\tau_y' = \frac{P_{uy}}{A} = \frac{11,2 \cdot 10^4}{500 t_e} = \frac{224}{t_e}$$

$$\tau_x'' = \frac{T_u y_{\max}}{I_p} = \frac{(11,2 \cdot 10^4 \cdot 305) \cdot 100}{4,91 \cdot 10^6 t_e} = \frac{696}{t_e}$$

$$\tau_y'' = \frac{T_u x_{\max}}{I_p} = \frac{(11,2 \cdot 10^4 \cdot 305) \cdot 105}{4,91 \cdot 10^6 t_e} = \frac{731}{t_e}$$

$$\tau_u = \left[ \left( \frac{696}{t_e} \right)^2 + \left( \frac{224}{t_e} + \frac{731}{t_e} \right)^2 \right]^{1/2} = \frac{1182}{t_e} \leq 0,6 f_{uw} \phi$$

$$f_{uw} = 490 \text{ MPa}$$

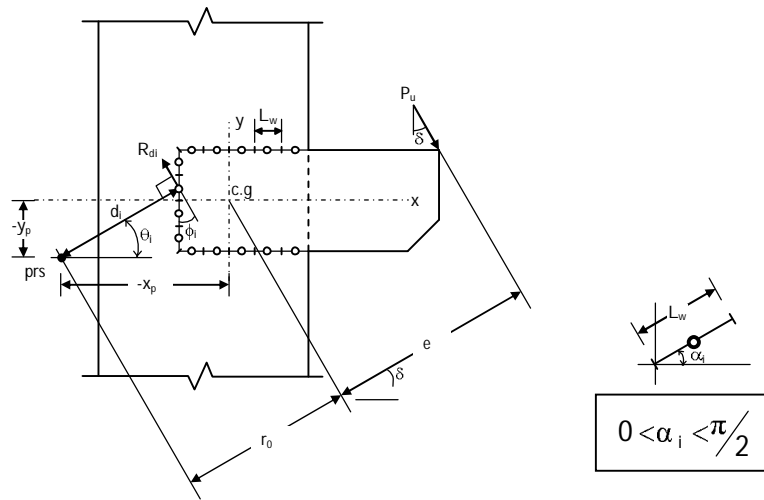
$$\phi = 0,75$$

$$\left. \begin{array}{l} f_{uw} = 490 \text{ MPa} \\ \phi = 0,75 \end{array} \right\} \Rightarrow t_e \geq 5,34 \text{ mm}$$

$$\text{atau } a \geq 7,58 \text{ mm}$$



## Cara Plastis



$$r_0 = -x_p \cos \delta - y_p \sin \delta$$

$$\Sigma H=0 \Rightarrow \Sigma R_{di} \sin \theta_i - P_u \sin \delta = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma V=0 \Rightarrow \Sigma R_{di} \cos \theta_i - P_u \cos \delta = 0 \quad (2)$$

$$\Sigma M=0 \Rightarrow \Sigma R_{di} d_i - P_u (e + r_0) = 0 \quad (3)$$

$$R_{di} = \phi R_{ni} h_i = \phi 0,6 f_{uw} (1 + 0,5 \sin^{1,5} \phi_i) t_e h_i$$

$$\text{dimana } h_i = \left[ \frac{\Delta_i}{\Delta_{mi}} \left( 1,9 - 0,9 \frac{\Delta_i}{\Delta_{mi}} \right) \right]^{0,3}$$

$$\Delta_{mi} = \left[ 8,23 * 10^{-3} (\phi_i + 2)^{-0,32} a \right]$$

$$= \frac{t_e}{0,707} * 8,23 * 10^{-3} (\phi_i + 2)^{-0,32}$$

$$= 0,0116 t_e (\phi_i + 2)^{-0,32} \quad (\phi_i \text{ dalam derajat})$$

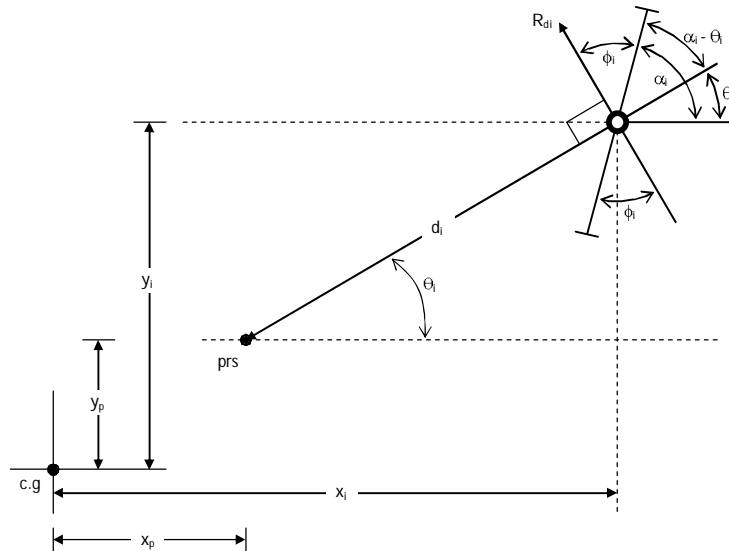
$$\Delta_{ui} = 0,0428 (\phi_i + 6)^{-0,65} a$$

$$= 0,0605 t_e (\phi_i + 6)^{-0,65} \leq 9,47 * 10^{-3} t_e$$

$$\Delta_i = d_i \left( \frac{\Delta_{uj}}{d_j} \right)_{\min}$$

$$= d_i \left( \frac{0,0605 t_e (\phi_j + 6)^{-0,65} \leq 9,47 * 10^{-3} t_e}{d_j} \right)_{\min}$$

$$= d_i t_e \left( \frac{0,0605 (\phi_j + 6)^{-0,65} \leq 9,47 * 10^{-3}}{d_j} \right)_{\min}$$



$$\phi_i + \alpha_i - \theta_i = \pi/2$$

$$\phi_i = \pi/2 + \theta_i - \alpha_i$$

$$0 \leq \phi_i \leq \pi/2$$

$$\left. \begin{aligned} \sin \theta_i &= \frac{y_i - y_p}{d_i} \\ \cos \theta_i &= \frac{x_i - x_p}{d_i} \end{aligned} \right\} d_i = \left[ (x_i - x_p)^2 + (y_i - y_p)^2 \right]^{1/2}$$

$$\frac{\Delta_i}{\Delta_{mi}} = \frac{d_i t_e}{0,0116 t_e (\phi_i + 2)^{-0,32}} \left( \frac{0,0605 (\phi_j + 6)^{-0,65} \leq 9,47 * 10^{-3}}{d_j} \right)_{\min}$$

$$= \frac{d_i}{0,0116 (\phi_i + 2)^{-0,32}} \left( \frac{0,0605 (\phi_j + 6)^{-0,65} \leq 9,47 * 10^{-3}}{d_j} \right)_{\min}$$

Selesaikan Persamaan (2) untuk  $P_u$  diperoleh

$$P_u = \frac{1}{\cos \delta} \sum R_{di} \cos \theta_i \dots\dots\dots (4)$$

Sustitusi  $P_u$  ke Persamaan (1) dan (3) di dapat

$$\sum R_{di} \sin \theta_i - \tan \delta \sum R_{di} \cos \theta_i = 0$$

$$\sum R_{di} d_i - \left[ e - (x_p \cos \delta + y_p \sin \delta) \right] \frac{1}{\cos \delta} \sum R_{di} \cos \theta_i = 0$$

Untuk nilai  $\phi$   $f_{uw}$   $t_e$  yang identik diperoleh

$$\Sigma(1+0,5 \sin^{1,5} \phi_i) h_i \frac{y_i - y_p}{d_i} - \tan \delta \Sigma(1+0,5 \sin^{1,5} \phi_i) h_i \frac{x_i - x_p}{d_i} = 0 \dots (5)$$

$$\Sigma(1+0,5 \sin^{1,5} \phi_i) h_i d_i - [e - (x_p \cos \delta + y_p \sin \delta)]^* \frac{1}{\cos \delta}$$

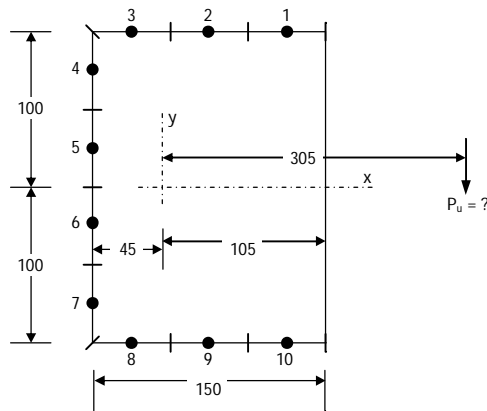
$$^* \sum (1 + 0,5 \sin^{1,5} \phi_i) h_i \frac{x_i - x_p}{d_i} = 0 \dots\dots\dots (6)$$

Persamaan (5) dan (6) di selesaikan untuk  $x_p$ ,  $y_p$ , dan  $P_u$  diperoleh dari Persamaan (4) atau

$$P_u = 0,6 t_e f_{uw} \phi \left\{ \sum (1 + 0,5 \sin^{1,5} \phi_i) h_i \cos \theta_i \right\} \frac{L_w}{\cos \delta}$$

Contoh:

Selesaikan contoh soal las sebelumnya dengan cara plastis ( $t_e = 5,34 \text{ mm}$ ,  $L_w = 50 \text{ mm}$ ).



$$\Rightarrow P_u = 20 \text{ ton} \text{ --- } 100 \%$$

Cara elastis:

$P_u = 11,2 \text{ ton} \text{ — } 56 \%$

# STRENGTH OF FILLET WELD

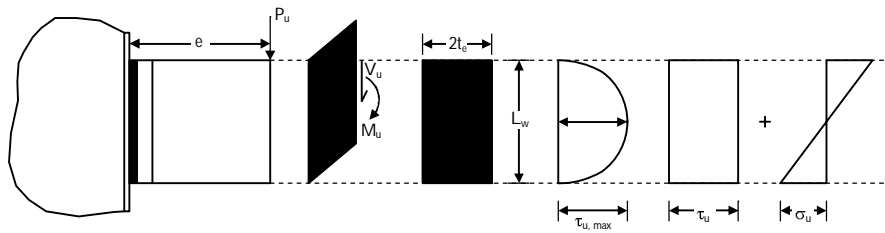
$\phi_f = 0,75$   
 $f_{uw} = 490 \text{ MPa}$   
 $\delta = 0 \text{ rad}$   
 $e = 305 \text{ mm}$   
 $t_e = 5,34 \text{ mm}$   
 $L_w = 50 \text{ mm}$

$x_p = -41,73 \text{ mm}$   
 $y_p = 0 \text{ mm}$   
 $P_u = 202,243 \text{ N}$

Persamaan (5) =  $1.1102\text{E-}16$   
 Persamaan (6) =  $-0.0151$

i	x <sub>i</sub>	y <sub>i</sub>	0< $\alpha_i$ <1,57	d <sub>i</sub>	0< $\phi_i$ <1,57	$\theta_i$	$\Delta_i/\Delta_{mi}$	h <sub>i</sub>	Persamaan (5)		Persamaan (6)	
									Sum 1	Sum 2	Sum 1	Sum 2
1	80	100	0.0000	157.54	0.8831	0.6877	1.34	0.98	0.831	1.01	206.32	1.01
2	30	100	0.0000	123.07	0.6222	0.9486	0.94	1.00	0.991	0.71	150.07	0.71
3	-20	100	0.0000	102.83	0.2140	1.3568	0.58	0.93	0.957	0.21	100.21	0.21
4	-45	75	1.5708	75.07	1.5272	1.6144	0.76	0.98	1.463	-0.06	109.92	-0.06
5	-45	25	1.5708	25.21	1.4407	1.7009	0.25	0.77	1.141	-0.15	29.02	-0.15
6	-45	-25	1.5708	25.21	1.4407	-1.7009	0.25	0.77	-1.14	-0.15	29.02	-0.15
7	-45	-75	1.5708	75.07	1.5272	-1.6144	0.76	0.98	-1.46	-0.06	109.92	-0.06
8	-20	-100	0.0000	102.33	0.2140	-1.3568	0.58	0.93	-0.96	0.21	100.21	0.21
9	30	-100	0.0000	123.07	0.6222	-0.9486	0.94	1.00	-0.99	0.71	150.07	0.71
10	80	-100	0.0000	157.54	0.8831	-0.6877	1.34	0.98	-0.83	1.01	206.32	1.01
									0.00	3.44	1191.08	3.44

### Beban Eksentris Normal pada Las



$$\tau_{u, \max} = \frac{3}{2} \frac{P_u}{2t_e L_w}$$

$$\tau_u = \frac{P_u}{2t_e L_w}$$

$$\sigma_u = \frac{M_u L_w / 2}{\frac{1}{12} (2t_e) L_w^3} = \frac{3 P_u e}{t_e L_w^2}$$

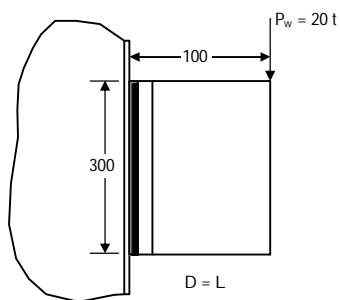
$$\tau_{uR} = \sqrt{\tau^2 + \sigma^2} = \frac{P_u}{t_e L_w} \sqrt{\frac{1}{4} + 9 \left( \frac{e}{L_w} \right)^2} \leq 0,6 \phi f_{uw}$$

dan  $a = t_e / 0,707$

$\phi = 0,75$

$f_{uw}$  adalah kuat tarik material las

Contoh:



Tentukan ukuran las,  $a$ ?

$f_{uw} = 490 \text{ MPa}$

$P_u = (1,2 + 1,6) \frac{1}{2} P_w = 28 \text{ ton}$

$$\frac{P_u}{t_e L_w} \sqrt{\frac{1}{4} + 9 \left( \frac{e}{L_w} \right)^2} \leq 0,6 \phi f_{uw}$$

$$\begin{aligned}
 t_e &\geq \frac{P_u}{0,6 \phi f_{uw} L_w} \sqrt{\frac{1}{4} + 9 \left( \frac{e}{L_w} \right)^2} \\
 &= \frac{28 * 10^4}{0,6 * 0,75 * 490 * 300} \sqrt{\frac{1}{4} + 9 \left( \frac{100}{300} \right)^2} \\
 &= 4,73 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

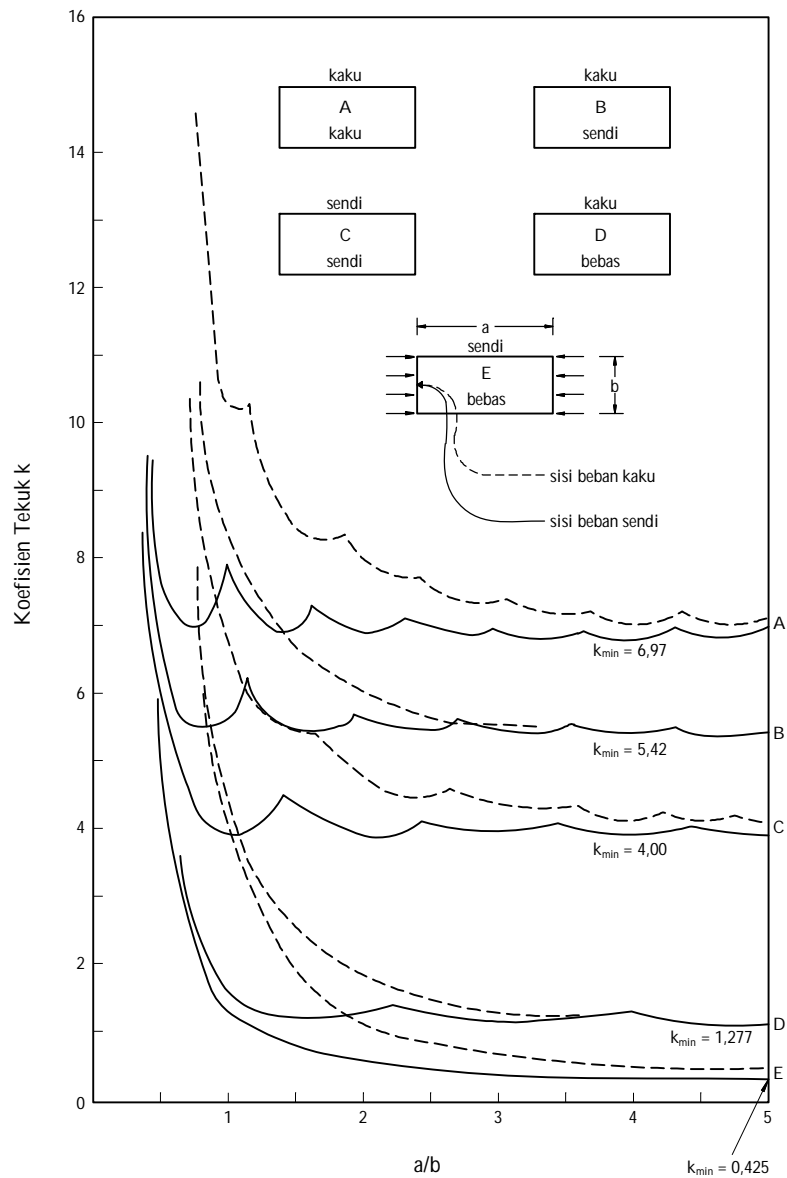
$$a \geq \frac{4,73}{0,707} \rightarrow \boxed{a \geq 6,7 \text{ mm}}$$

### Tahanan Elemen Pelat akibat Tekanan Seragam

Kuat tekuk elastis elemen pelat akibat tekan seragam adalah

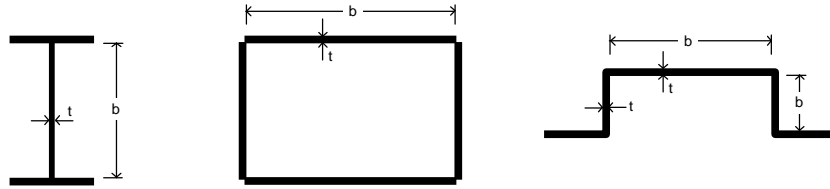
$$f_{cr} = k \frac{\pi^2 E}{12 (1 - \nu^2) (b/t)^2}$$

dimana  $k$  adalah konstanta yang besarnya bergantung pada tipe tegangan, kondisi tumpuan sisi pelat, perbandingan lebar terhadap panjang, dan terhadap tebal pelat [lihat Grafik A].

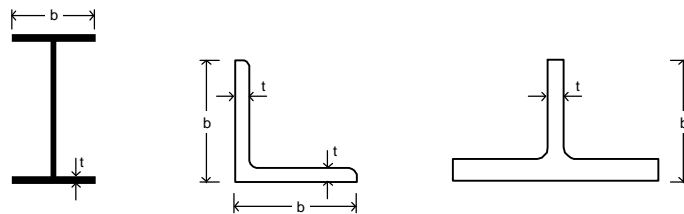


**Grafik A**

Elemen pelat yang tertekan dari suatu komponen struktur pada umumnya dikategorikan dalam dua kelas yaitu elemen dengan pengaku (elemen yang ditumpu pada kedua sisinya yang sejajar dengan arah kerja gaya, kasus A s/d C), dan elemen tanpa pengaku (elemen yang ditumpu pada salah satu sisinya yang sejajar dengan arah kerja gaya, sedang sisi lainnya berada pada posisi bebas, kasus D & E).

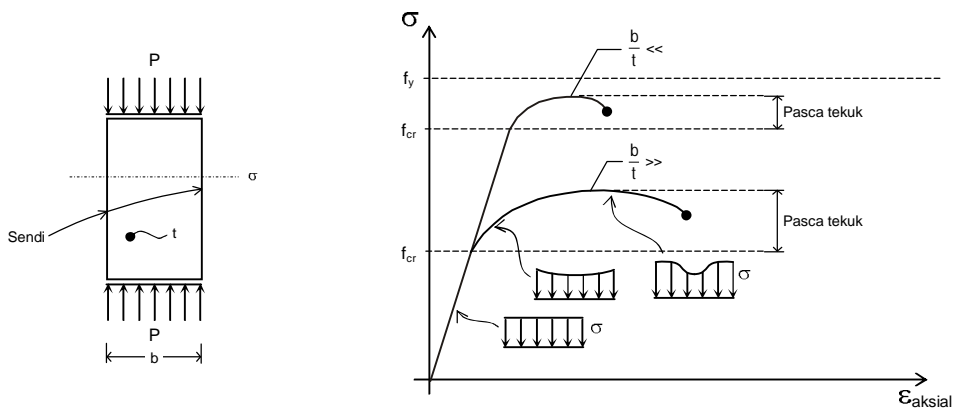


Elemen pelat dengan pengaku



Elemen pelat tanpa pengaku

Hubungan antara regangan aksial dengan gaya normal pada suatu elemen pelat digambarkan berikut ini.



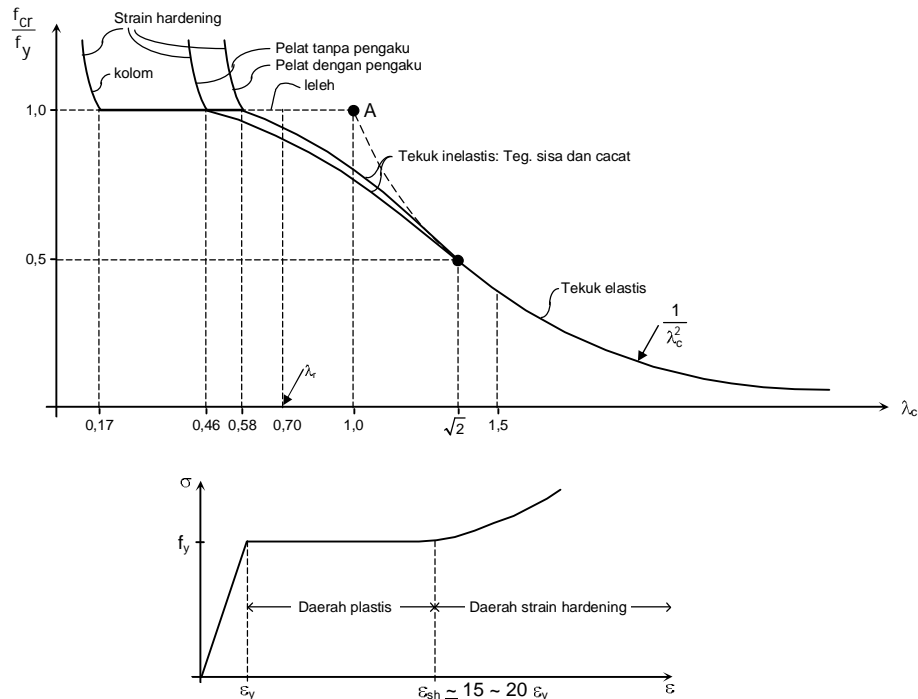
Perhatikan bahwa kuat pasca tekuk lebih besar pada elemen dengan  $b/t$  yang lebih besar. Untuk nilai  $b/t$  yang lebih kecil kuat pasca tekuk menjadi lebih kecil, dan seluruh elemen pelat dapat mencapai batas lelehnya atau bahkan hingga strain – hardening sehingga  $f_{cr}/f_y > 1$ .

Persamaan kuat tekuk elastis dapat ditulis sebagai berikut:

$$\frac{f_{cr}}{f_y} = \frac{\pi^2 E k}{12 (1 - \nu^2) (b/t)^2 f_y} = \frac{1}{\lambda_c^2}$$



$$\text{atau } \lambda_c = \left( \frac{b}{t} \right) \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)f_y}{\pi^2 E k}}$$



Tahanan pelat akibat tekan pada sisinya dapat ditentukan oleh salah satu dari berikut ini:

- 1) Strain hardening untuk  $\lambda_c \ll$
- 2) Leleh pada  $\lambda_c \simeq 0,5 \sim 0,6$
- 3) Tekuk inelastis
- 4) Tekuk elastis,  $\lambda_c \sim 1,4$
- 5) Pasca tekuk,  $\lambda_c > 1,5$

#### Batasan $\lambda_c$ :

Batas kelangsingan  $\lambda_c$  adalah kriteria untuk parameter  $b/t$  demikian sehingga dapat dicapai kuat leleh tanpa terjadi tekuk lokal. Secara ideal hal ini diperoleh bila  $f_{cr} = f_y$  atau  $\lambda_c = 1$  yaitu pada titik A, atau

$$f_{cr} = \frac{\pi^2 E k}{12(1-\nu^2)(b/t)^2} \geq f_y$$

atau dengan mengambil  $\nu = 0,3$  dan  $E = 200.000 \text{ MPa}$  maka

$$b/t \leq 425 \sqrt{\frac{k}{f_y}}$$

Mengingat adanya tegangan sisa dan cacat maka  $\lambda_c$  umumnya diambil  $< 1$ , dan  $\lambda_c = 0,7$  dianggap cukup mewakili.

$$\text{Jadi } \frac{b}{t} \leq 425 \lambda_c \sqrt{\frac{k}{f_y}} = 297,5 \sqrt{\frac{k}{f_y}}$$

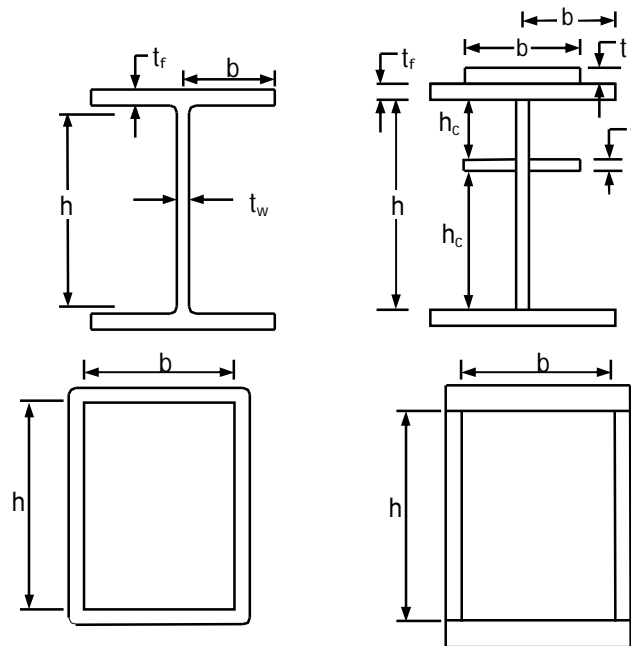
Lihat Tabel 4.5-1 Konsep Peraturan Baja Indonesia.

**Tabel 4.5-1**  
Perbandingan Maksimum Lebar terhadap Tebal untuk Elemen Tertekan  
(Simbol mengacu pada Gambar 4.5-1).

Jenis Elemen		Perbandingan lebar terhadap tebal ( $\lambda$ )	Perbandingan maksimum lebar terhadap tebal	
			$\lambda_p$ (kompak)	$\lambda_r$ (tak-kompak)
Elemen tanpa Pengaku	Pelat sayap balok-I dan kanal dalam lentur	$b/t$	$170 / \sqrt{f_y}$ [c]	$370 / \sqrt{f_y - f_r}$ [e]
	Pelat sayap balok-I hibrida atau balok tersusun yang di las dalam lentur	$b/t$	$170 / \sqrt{f_{yf}}$	$\frac{420}{\sqrt{(f_{yf} - f_r) / k_e}}$ [e][f]
	Pelat sayap dari komponen-komponen struktur tersusun dalam tekan	$b/t$	-	$290 / \sqrt{f_y / k_e}$ [f]
	Sayap bebas dari profil siku kembar yang menyatu pada sayap lainnya, pelat sayap dari komponen struktur kanal dalam aksial tekan, profil siku dan plat yang menyatu dengan balok atau komponen struktur tekan	$b/t$	-	$250 / \sqrt{f_y}$ ( $k = 0,70$ )
	Sayap dari profil siku tunggal pada penyokong, sayap dari profil siku ganda dengan pelat kopel pada penyokong, elemen yang tidak diperkaku, yaitu, yang ditumpu pada salah satu sisinya	$b/t$	-	$200 / \sqrt{f_y}$ ( $k = 0,425$ )
	Pelat badan dari profil T	$d/t$	-	$335 / \sqrt{f_y}$ ( $k = 1,277$ )

**Tabel 4.5-1 (Lanjutan)**  
Perbandingan Maksimum Lebar terhadap Tebal untuk Elemen Tertekan  
(Simbol mengacu pada Gambar 7.5-1).

Jenis Elemen		Perbandingan lebar terhadap tebal ( $\lambda$ )	Perbandingan maksimum lebar terhadap tebal	
			$\lambda_p$ (kompak)	$\lambda_r$ (tak-kompak)
Elemen dengan Pengaku	Pelat sayap dari penampang persegi panjang dan bujursangkar berongga dengan ketebalan seragam yang dibebani lentur atau tekan; pelat penutup dari pelat sayap dan pelat diafragma yang terletak di antara baut-baut atau las	$b/t$	$500/\sqrt{f_y}$	$625/\sqrt{f_y}$ ( $k = 4,4$ )
	Bagian lebar yang tak terkekang dari pelat penutup berlubang [b]	$b/t$	-	$830/\sqrt{f_y}$ ( $k = 6,97$ )
	Bagian-bagian pelat badan dalam tekan akibat lentur [a]	$h/t_w$	$1.680/\sqrt{f_y}$ [c]	$2.550/\sqrt{f_y}$ [g]
	Bagian-bagian pelat badan dalam kombinasi tekan dan lentur	$h/t_w$	Untuk $N_u/\phi_b N_y \leq 0,125$ [c] $\frac{1.680}{\sqrt{f_y}} \left[ 1 - \frac{2,75 N_u}{\phi_b N_y} \right]$	[g] $\frac{2.550}{\sqrt{f_y}} \left[ 1 - \frac{0,74 N_u}{\phi_b N_y} \right]$
			Untuk $N_u/\phi_b N_y > 0,125$ [c] $\frac{500}{\sqrt{f_y}} \left[ 2,33 - \frac{N_u}{\phi_b N_y} \right] \geq \frac{665}{\sqrt{f_y}}$	
	Elemen-elemen lainnya yang diperkaku dalam tekan murni; yaitu dikekang sepanjang kedua sisinya	$b/t$ $h/t_w$	-	$665/\sqrt{f_y}$ ( $k = 5,0$ )
	Penampang bulat berongga Pada tekan aksial Pada lentur	$D/t$	[d] - $14.800/f_y$	$22.000/f_y$ $62.000/f_y$
[a] Untuk balok hibrida, gunakan kuat leleh pelat sayap $f_{yf}$ sebagai ganti $f_y$ . [b] Ambil luas neto plat pada lubang terbesar. [c] Dianggap kapasitas rotasi inelastis sebesar 3. Untuk struktur-struktur pada zona gempa tinggi diperlukan kapasitas rotasi yang lebih besar. [d] Untuk perencanaan plastis gunakan $9.000/f_y$ .		[e] $f_r$ = tegangan tekan residual pada pelat sayap = 70 MPa untuk penampang dirol = 115 MPa untuk penampang dilas [f] $k_e = \frac{4}{\sqrt{h/t_w}}$ tapi, $0,35 \leq k_e \leq 0,763$ [g] $f_y$ adalah kuat leleh minimum.		



**Gambar 4.5-1** Simbol untuk beberapa variabel penampang.

#### Batasan $\lambda_p$ :

Batas kelangsingan  $\lambda_p$  adalah kriteria untuk parameter  $b/t$  demikian sehingga dapat dicapai penguatan regangan atau strain hardening ( $\epsilon_{sh} \simeq 15 \sim 20 \epsilon_y$ ) tanpa terjadi tekuk lokal. Meskipun hal ini umumnya menjadi perhatian pada flens tekan dan sejenisnya dari suatu komponen struktur lentur, namun tidak menjadi pertimbangan utama pada batang tekan.

Untuk elemen tanpa pengaku diambil  $\lambda_c = 0,5$  dan  $k = 0,425$  sehingga diperoleh,

$$b/t \leq \frac{138}{\sqrt{f_y}}$$

Namun, mengingat didalam kenyataannya regangan yang terjadi hanya mencapai  $7 \sim 9 \epsilon_y$  maka persyaratan tersebut diatas menjadi

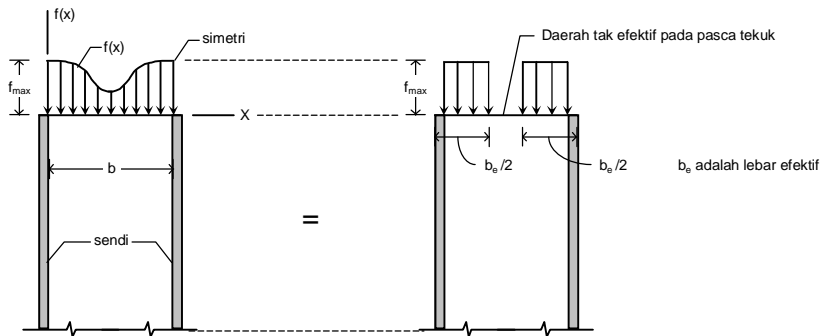
$$b/t \leq \frac{170}{\sqrt{f_y}}$$

Untuk kasus elemen dengan pengaku diambil  $\lambda_c = 0,6$  dan  $k = 4$  sehingga diperoleh,

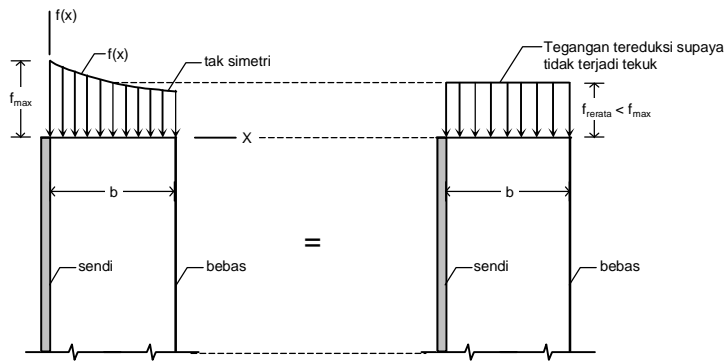
$$b/t \leq \frac{500}{\sqrt{f_y}}$$

Lihat Tabel 4.5-1 Konsep Peraturan Baja Indonesia.

## Tahanan Tekuk dan Pasca-Tekuk Elemen Pelat



### Elemen pelat dengan pengaku (a)



### Elemen pelat tanpa pengaku (s)

## Pengaruh terhadap Tahanan Tekan Kolom

Untuk pelat dengan pengaku,

$$P_n = A_{ef} \cdot f_{max} = \frac{A_{ef}}{A_g} f_{max} A_g = \underbrace{Q_a}_{A_{ef}} A_g f_{max}$$

dimana  $Q_a = A_{ef}/A_g \leq 1$

Untuk pelat tanpa pengaku,

$$P_n = f_{rerata} A_g = \frac{f_{rerata}}{f_{max}} f_{max} A_g = \underbrace{Q_s}_{f_{rerata}} f_{max} A_g$$

dimana,  $Q_s = \frac{f_{rerata}}{f_{max}} \leq 1$

Untuk suatu penampang tekan yang mengandung pelat dengan pengaku dan pelat tanpa pengaku,

$$P_n = f_{rerata} A_{ef} = \frac{f_{rerata}}{f_{max}} \frac{A_{ef}}{A_g} f_{max} A_g$$

$$= Q_s Q_a f_{max} A_g = Q f_{max} A_g$$

dimana  $Q = Q_s Q_a \leq 1$

Untuk penampang yang mempunyai perbandingan lebar terhadap tebal elemen lebih besar daripada nilai  $\lambda_r$  pada Tabel 4.5-1, tahanan aksial rencana komponen struktur tekan dihitung sebagai berikut:

$$N_d = \phi_c N_n$$

dimana  $\phi_c = 0,85$   
 $N_n = A_g f_{cr} = A_g f_y / \omega$   
 atau  $f_{cr} = f_y / \omega$

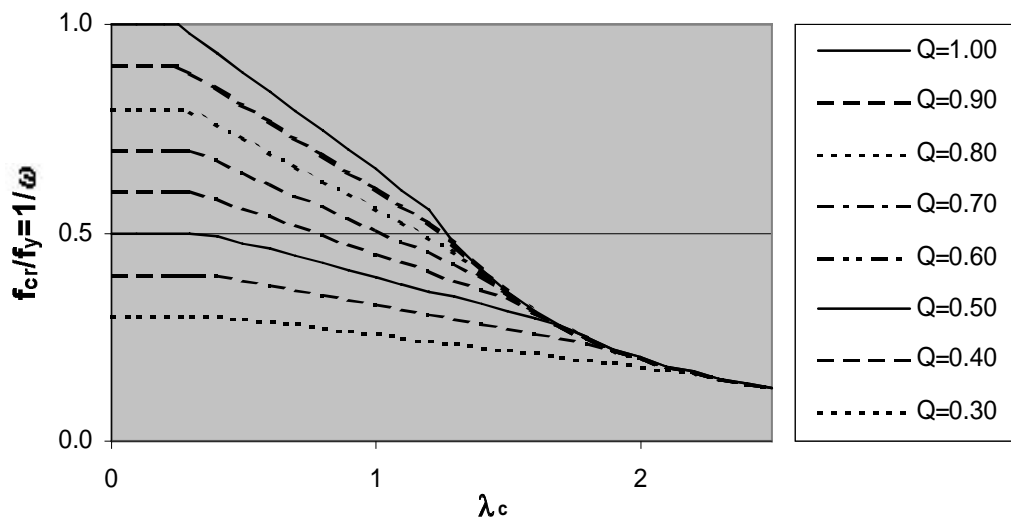
untuk  $\lambda_c \leq 0,25/\sqrt{Q}$  maka  $\omega = 1/Q$

untuk  $0,25/\sqrt{Q} < \lambda_c < 1,2/\sqrt{Q}$  maka  $\omega = \frac{1,43/Q}{1,6 - 0,67 \lambda_c \sqrt{Q}}$

untuk  $\lambda_c \geq 1,2/\sqrt{Q}$  maka  $\omega = 1,25 \lambda_c^2$

dimana  $A_g$  adalah luas penampang bruto  
 $f_{cr}$  adalah kuat kritis penampang  
 $f_y$  adalah kuat leleh material

$$\lambda_c = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{f_y}{E}} \text{ dan } \lambda = \frac{L_k}{i}$$



Hasil perhitungan tekuk lentur tersebut harus dibandingkan dengan hasil perhitungan tekuk lentur torsi dan/atau tekuk torsi (lihat topik bahasan selanjutnya), serta tahanannya diambil yang terkecil diantara ketiganya.

#### Faktor Bentuk untuk Penampang dengan Elemen dengan Pengaku

Bila perbandingan lebar terhadap tebal ( $b/t$ ) dari elemen dengan pengaku yang dibebani secara seragam melebihi  $\lambda_r$ , maka lebar efektif,  $b_e$ , harus digunakan untuk menghitung besaran-besaran penampang komponen struktur.

a) Untuk flens-flens bujur sangkar dan persegi panjang dengan tebal seragam:

$$\text{bila } \frac{b}{t} \geq \frac{625}{\sqrt{f}} \text{ maka}$$

$$b_e = 855 \frac{t}{\sqrt{f}} \left[ 1 - \frac{170}{\sqrt{f}} \frac{1}{(b/t)} \right] \leq b$$

b) Untuk elemen lainnya yang dibebani secara seragam:

$$\text{bila } \frac{b}{t} \geq \frac{665}{\sqrt{f}} \text{ maka}$$

$$b_e = 855 \frac{t}{\sqrt{f}} \left[ 1 - \frac{150}{\sqrt{f}} \frac{1}{(b/t)} \right] \leq b$$

dimana  $b$  adalah lebar elemen  
 $b_e$  adalah lebar efektif  
 $t$  adalah tebal  
 $f = P_u/A_g$

$$\text{dan } Q_a = \frac{A_{ef}}{A_g} = \frac{A_g - \sum (b - b_e) t}{A_g}$$

$A_g$  adalah luas bruto penampang komponen struktur.

c) Untuk penampang bulat yang dibebani secara seragam:

$$22.000/f_y < D/t < 90.000/f_y$$

$$Q_a = \frac{7600}{f_y (D/t)} + \frac{2}{3}$$

dimana  $D$  adalah diameter luar  
 $t$  adalah tebal penampang

### Faktor Bentuk untuk Penampang dengan Elemen tanpa Pengaku

Bila perbandingan lebar terhadap tebal dari elemen tanpa pengaku yang dibebani secara seragam melebihi  $\lambda_r$  maka harus digunakan faktor reduksi  $Q_s$ .

a) Untuk siku tunggal:

$$\text{bila} \quad 200/\sqrt{f_y} < b/t < 400/\sqrt{f_y}$$

$$Q_s = 1,340 - 1,7 * 10^{-3} (b/t) \sqrt{f_y}$$

$$\text{bila} \quad b/t > 400/\sqrt{f_y}$$

$$Q_s = \frac{106.000}{f_y} \frac{1}{(b/t)^2}$$

b) Untuk flens, siku, dan pelat yang “melekat” (*projecting*) pada profil rol atau komponen struktur tekan lainnya,

$$\text{bila} \quad 250/\sqrt{f_y} < b/t < 460/\sqrt{f_y}$$

$$Q_s = 1,415 - 1,65 * 10^{-3} (b/t) \sqrt{f_y}$$

$$\text{bila} \quad b/t > 460/\sqrt{f_y}$$

$$Q_s = \frac{138.000}{f_y} \frac{1}{(b/t)^2}$$

c) Untuk flens, siku, dan pelat yang melekat pada profil tersusun atau komponen struktur tekan lainnya,

$$\text{bila} \quad 285/\sqrt{f_y/k_e} < b/t < 525/\sqrt{f_y/k_e}$$

$$Q_s = 1,415 - 1,43 * 10^{-3} (b/t) \sqrt{f_y/k_e}$$

$$\text{bila} \quad b/t \geq 525/\sqrt{f_y/k_e}$$

$$Q_s = 180.000 \frac{k_e}{f_y} \frac{1}{(b/t)^2}$$



Koefisien  $k_e$  dihitung sebagai berikut:

(a) Untuk profil – I

$$k_e = \frac{4}{\sqrt{h/t_w}}, \quad 0,35 \leq k_e \leq 0,763$$

dimana:  $h$  adalah tinggi web  
 $t_w$  adalah tebal web

(b) Untuk profil lainnya

$$k_e = 0,763$$

d) Untuk badan dari profil **T**:

$$\text{bila} \quad 335/\sqrt{f_y} < b/t < 460/\sqrt{f_y}$$

$$Q_s = 1,908 - 2,7 \cdot 10^{-3} (b/t) \sqrt{f_y}$$

$$\text{bila} \quad b/t \geq 460/\sqrt{f_y}$$

$$Q_s = \frac{138.000}{f_y} \frac{1}{(b/t)^2}$$

dimana  $b$  adalah lebar elemen tanpa pengaku  
 $t$  adalah tebal elemen tanpa pengaku  
 $f_y$  adalah kuat leleh material

#### Perhitungan Tahanan Nominal Akibat Tekuk Lentur pada Penampang Langsing

Untuk tekan axial:

- 1) Gunakan penampang bruto,  $P_n = f_{cr} A_g = A_g f_y / \omega$
- 2) Gunakan penampang bruto pada perhitungan jari-jari girasi atau  $k_c L/i$

Untuk lentur:

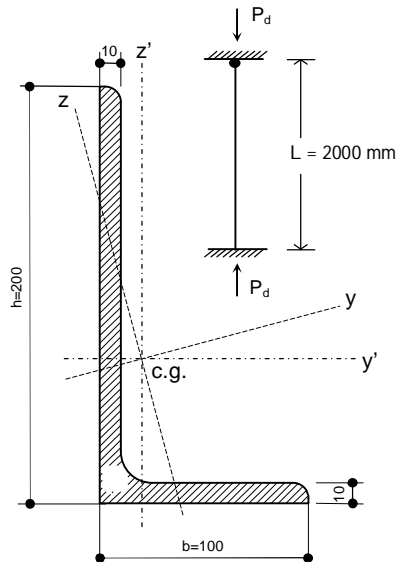
Gunakan parameter penampang tereduksi untuk balok dengan flens dari elemen dengan pengaku.

Untuk balok-kolom:

- 1) Gunakan luas bruto untuk  $P_n$
- 2) Gunakan parameter penampang tereduksi untuk lentur pada penampang dengan elemen dengan pengaku untuk  $M_{nx}$  dan  $M_{ny}$
- 3) Gunakan  $Q_a$  dan  $Q_s$  untuk menentukan  $P_n$
- 4) Gunakan  $f_{cr}$  dari perhitungan tekuk torsi-lateral untuk balok;  $f_{cr} \leftarrow Q_s f_{cr}$  pada penampang berelemen tanpa pengaku.

Contoh:

Tentukan tahanan rencana,  $P_d$ , untuk kolom dengan penampang siku tidak sama kaki 200.100.10 di bawah ini.



**A. Data material:**

$$f_y = 240 \text{ MPa}; E = 200.000 \text{ MPa}$$

**B. Data penampang L 200.100.10**

$$A = 2920 \text{ mm}^2;$$

$$r_z = 21,4 \text{ mm}; r_y = 66,6 \text{ mm};$$

$$I_z = 1,33 \cdot 10^6 \text{ mm}^4; I_y = 1,3 \cdot 10^7 \text{ mm}^4$$

**C. Kelangsingan batang/ elemen**

$$\lambda_z = \frac{k_z \cdot \ell_z}{r_z} = \frac{0,8 \cdot 2000}{21,4} = 74,766 < 200 \rightarrow \text{OK}$$

$$\lambda_y = \frac{k_y \cdot \ell_y}{r_y} = \frac{0,8 \cdot 2000}{66,6} = 24,024 < 200 \rightarrow \text{OK}$$

$$\frac{h}{t} = \frac{200}{10} = 20 > \frac{200}{\sqrt{f_y}} = \frac{200}{\sqrt{240}} = 12,91 \rightarrow \text{Penampang langsing}$$

$$\frac{200}{\sqrt{f_y}} = \frac{200}{\sqrt{240}} = 12,91 < \frac{h}{t} = 20 < \frac{400}{\sqrt{f_y}} = \frac{400}{\sqrt{240}} = 25,82$$

$$Q_s = 1,340 - 1,7 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{h}{t} \cdot \sqrt{f_y} = 1,340 - 1,7 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{200}{10} \cdot \sqrt{240} = 0,813$$

**D. Pemeriksaan tekuk lentur terhadap sumbu lemah**

$$\lambda_{cz} = \frac{\lambda_z}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_y}{E}} = \frac{74,766}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{240}{200.000}} = 0,824; \quad \frac{0,25}{\sqrt{Q_s}} < \lambda_{cz} = 0,824 < \frac{1,2}{\sqrt{Q_s}}$$

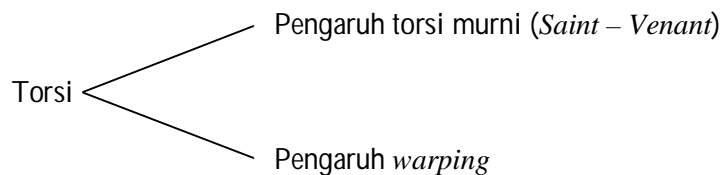
$$\omega_z = \frac{1,43}{Q_s} \cdot \left[ \frac{1}{1,6 - 0,67 \cdot \lambda_{cz} \cdot \sqrt{Q_s}} \right] = \frac{1,43}{0,813} \cdot \left[ \frac{1}{1,6 - 0,67 \cdot 0,824 \cdot \sqrt{0,813}} \right] = 1,596$$

$$P_d = \phi P_n = 0,85 \cdot A_g \cdot \frac{f_y}{\omega_z} = 0,85 \cdot 2920 \cdot \frac{240}{1,596} \cong 37,3 \text{ ton}$$

## BAB VIII TORSI

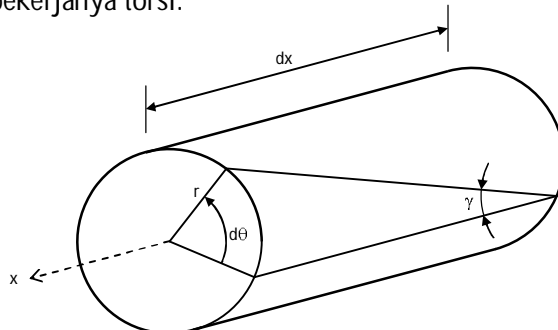
Fenomena torsi banyak dijumpai antara lain pada balok *spandrel*, pada balok-balok yang memiliki balok anak dengan bentang-bentang yang tidak sama panjang, dan kasus-kasus lainnya. Penampang yang paling efisien untuk memikul torsi adalah penampang bulat berongga tertutup. Irisan datar pada penampang tersebut akan tetap datar sebelum dan setelah bekerjanya torsi.

Pada penampang lainnya (tidak bulat), irisan datar tidak akan tetap datar selama bekerjanya torsi dan hal ini disebut gejala *warping*.



### Torsi Murni Pada Penampang Homogen

Tinjau penampang berikut dimana pengaruh *warping* dapat diabaikan selama bekerjanya torsi:



$d\theta$  adalah perubahan sudut  $\theta$  pada selang  $dx$

dan kelengkungan torsi,  $\phi$ , adalah:

$$\phi = \frac{d\theta}{dx}$$

serta  $\gamma dx = r d\theta$  atau  $\gamma = r \frac{d\theta}{dx} = r\phi$  ( $\gamma$  adalah regangan geser)

Tegangan geser akibat torsi menurut hukum *Hooke* adalah:

$$\tau = \gamma G$$

dan torsi,  $T$ , adalah demikian sehingga

$$dT = \tau dA r$$

$$\text{atau } T = \int \tau r dA = \int \gamma G r dA = \int r^2 \phi G dA$$

$$= \phi G \int r^2 dA = GJ \frac{d\theta}{dx}$$

dimana  $J = \int r^2 dA$  adalah momen inersia polar terhadap pusat berat\*,  
G adalah modulus geser.

Jadi  $\frac{d\theta}{dx} = \phi = \frac{T}{GJ}$  dan tegangan geser,  $\tau$ , menjadi

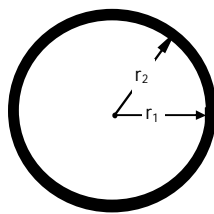
$$\tau = \gamma G = r \phi G = \frac{Tr}{J}$$

artinya tegangan geser torsi sebanding dengan jarak dari titik pusat torsi.

Untuk penampang persegi panjang  $J = \frac{1}{3} b t^3$ , dan untuk penampang I, C, T nilai

$$J = \sum \frac{1}{3} b t^3.$$

Contoh:



$$J = \int r^2 dA = \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} r^3 dr d\theta \quad r_1 < r_2$$

$$= 2\pi \frac{1}{4} r^4 \bigg|_{r_1}^{r_2} = \frac{1}{2} \pi (r_2^4 - r_1^4)$$

$$= \frac{1}{2} \pi (r_2^2 - r_1^2)(r_2^2 + r_1^2) = \frac{\pi}{2} (r_2 - r_1)(r_2 + r_1)(r_2^2 + r_1^2)$$

$$J = \frac{\pi t}{2} (r_2 + r_1)(r_2^2 + r_1^2)$$

$$\text{Bila } r_2 = r_1 + t \text{ dan } r_2^2 = (r_1 + t)^2 = r_1^2 + 2 r_1 t + t^2$$

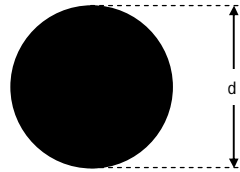
$$\text{maka } J = \frac{\pi t}{2} (2r_1 + t) (2r_1^2 + 2 r_1 t + t^2)$$

$$\text{untuk } r_1 = 0 \Rightarrow J = \frac{\pi t}{2} t^3 = \frac{\pi t^4}{2} = \frac{\pi}{32} (2t)^4 = \frac{1}{32} \pi d^4$$

---

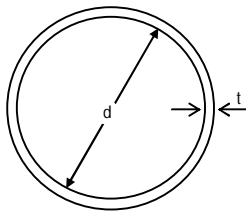
\* Meskipun pada penurunan ini J adalah momen inersia polar terhadap pusat berat namun dari penurunan yang lebih umum dapat ditunjukkan bahwa J adalah konstanta torsi, dan tidak selalu sama dengan momen inersia polar. Untuk selanjutnya J akan dinamakan konstanta torsi.

$$\tau_{\max} = \frac{T d/2}{J} = \frac{T d/2}{\frac{1}{32} \pi d^4} = \frac{16 T}{\pi d^3}$$



Untuk:

$$t \rightarrow 0 \text{ maka } J = \frac{\pi t}{2} r_1 \left( 2 + \frac{t}{r_1} \right) r_1^2 \left( 2 + 2 \frac{t}{r_1} + \frac{t^2}{r_1^2} \right)$$



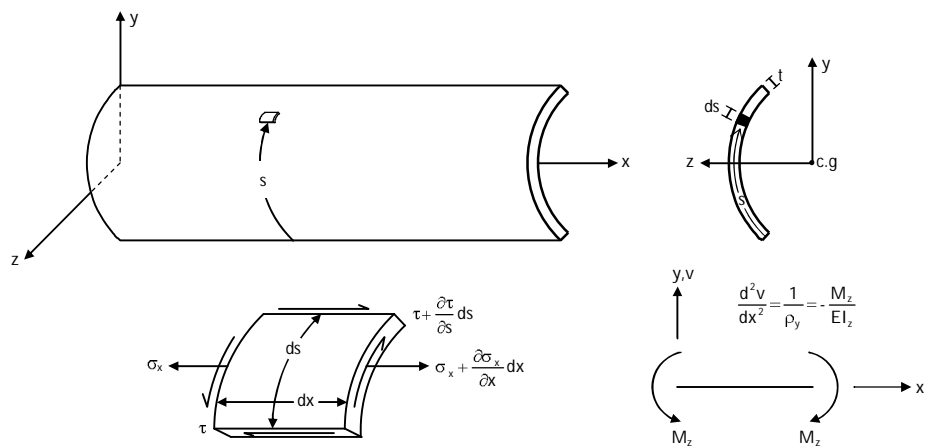
$$= \pi t r_1^3 \left[ 2 + 0(\epsilon) \right] \left[ 1 + 0(\epsilon) \right]$$

$$= 2 \pi t r_1^3 \left[ 1 + 0(\epsilon) \right] \approx 2 \pi t \frac{(2 r_1)^3}{8}$$

$$= \frac{1}{4} \pi t d^3$$

$$\tau_{\max} = \frac{T \left( \frac{d}{2} + t \right)}{J} = \frac{T \left( \frac{d}{2} + t \right)}{\frac{1}{4} \pi t d^3} \approx \frac{2 T}{\pi t d^2}$$

Sekarang tinjau penampang sembarang berikut ini:



Keseimbangan kupon dalam arah - x memberikan

$$t \frac{\partial \tau}{\partial s} ds dx + t \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx ds = 0$$

$$\text{atau } \frac{\partial (\tau t)}{\partial s} = - t \frac{\partial \sigma_x}{\partial x}$$

$$\text{dimana } \sigma_x = \frac{M_z I_y - M_y I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z - M_z I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} z$$

Catatan: Pada persamaan diatas, tanda negatif pada Pers. (10) Bab 8 telah berubah menjadi positif karena disini perjanjian sumbu- $s$  mengikuti arah jarum jam, sedangkan Pers. (10) sesuai vektoral.

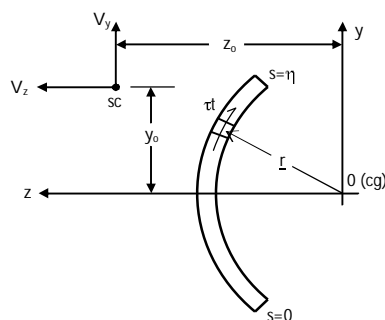
$$\text{dan } \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = \frac{V_y I_y - V_z I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} y + \frac{V_z I_z - V_y I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} z$$

$$\text{sehingga } \tau t = - \frac{V_y I_y - V_z I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} \int_0^s y t ds$$

$$- \frac{V_z I_z - V_y I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} \int_0^s z t ds$$

$$\text{dimana } V_y = \frac{\partial M_z}{\partial x} \text{ dan } V_z = \frac{\partial M_y}{\partial x}$$

Sekarang tinjau kembali penampang berikut

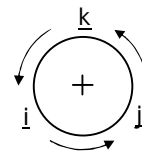


Titik  $(y_0, z_0)$  adalah demikian sehingga torsi terhadap titik 0 adalah nol, jadi

$$- V_y z_0 + V_z y_0 - \int_0^\eta \underline{r} \times \left( \tau t \frac{d\underline{r}}{ds} \right) ds = 0$$

$$\text{dimana } \underline{r} = y \underline{j} + z \underline{k} \\ d\underline{r} = dy \underline{j} + dz \underline{k}$$

$$\text{sehingga } \underline{r} \times d\underline{r} = (y \underline{j} + z \underline{k}) \times (dy \underline{j} + dz \underline{k}) \\ = (y dz - z dy) \underline{i}$$



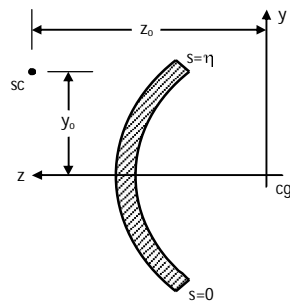
$$\text{dan } V_y z_0 - V_z y_0 = - \int_0^\eta \tau t (y dz - z dy)$$

$$= \int_0^\eta \frac{+1}{I_y I_z - I_{yz}^2} \left\{ V_y \left[ I_y \int_0^s y t \, ds - I_{yz} \int_0^s z t \, ds \right] + V_z \left[ I_z \int_0^s z t \, ds - I_{yz} \int_0^s y t \, ds \right] \right\} \\ * (y \, dz - z \, dy)$$

Jadi,

$$z_o = \frac{1}{I_y I_z - I_{yz}^2} \int_0^\eta \left[ I_y \int_0^s y t \, ds - I_{yz} \int_0^s z t \, ds \right] (y \, dz - z \, dy)$$

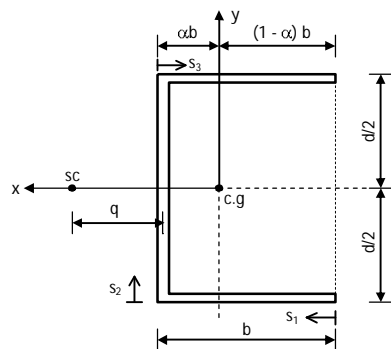
$$y_o = \frac{-1}{I_y I_z - I_{yz}^2} \int_0^\eta \left[ I_z \int_0^s z t \, ds - I_{yz} \int_0^s y t \, ds \right] (y \, dz - z \, dy)$$



$(y_o, z_o)$  disebut koordinat pusat geser (*shear center*)

### Contoh

Menentukan pusat geser penampang profil □



$$x_o = q + \alpha b$$

$$\alpha = \frac{b t_f}{2 b t_f + d t_w}$$

$$1 - 2\alpha = \frac{d t_w}{2 b t_f + d t_w}$$

$$x_o = \frac{1}{I_y I_x - I_{xy}^2} \int_0^\eta \left[ I_y \int_0^s y t \, ds - I_{xy} \int_0^s x t \, ds \right] (y \, dx - x \, dy) = \frac{1}{I_x} \int_0^\eta \int_0^s y t \, ds (y \, dx - x \, dy)$$

$$I_{xy} = 0$$

Hitung  $\int_0^s y t \, ds$

1)  $0 < s < b$ :

$$\int_0^s y t \, ds = \int_0^{s_1} -\frac{d}{2} t_f \, ds_1 = -\frac{d}{2} t_f s_1$$

$$\begin{array}{l} s_1 = 0 \rightarrow x = -(1 - \alpha) b \\ s_1 = b \rightarrow x = \alpha b \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} s_1 = 0 \\ s_1 = b \end{array}} \right] \quad \begin{array}{l} x = s_1 - (1 - \alpha) b \\ s_1 = x + (1 - \alpha) b \end{array}$$

$$\int_0^s y t \, ds = -\frac{d}{2} t_f [x + (1 - \alpha) b]$$

$$\text{Untuk } x = \alpha b \Rightarrow \int_0^s y t \, ds = -\frac{d}{2} t_f b$$

$$\int_0^{\eta} \int_0^s y t \, ds (y \, dx - x \, dy)$$

$$= \int_{-(1-\alpha)b}^{\alpha b} -\frac{d}{2} t_f [x + (1 - \alpha) b] \left( -\frac{d}{2} \right) dx$$

$$= +\frac{d^2}{4} t_f \left[ \frac{1}{2} x^2 + (1 - \alpha) b x \right] \bigg|_{-(1-\alpha)b}^{\alpha b}$$

$$= \frac{d^2}{4} t_f \left\{ \frac{1}{2} [(\alpha b)^2 - (1 - \alpha)^2 b^2] + (1 - \alpha) b^2 \right\}$$

$$= \frac{d^2}{4} t_f b^2 \left\{ \frac{1}{2} [\alpha^2 - 1 + 2\alpha - \alpha^2] + (1 - \alpha) \right\}$$

$$= \frac{1}{8} d^2 t_f b^2$$

2)  $b < s < b + d$ :

$$\int_0^s y t \, ds = -\frac{d}{2} t_f b + \int_0^{s_2} y t_w \, ds_2$$



$$s_2 = +y + \frac{d}{2} \rightarrow y = s_2 - \frac{d}{2}$$

$$= -\frac{d}{2} t_f b + \int_0^{s_2} \left(s_2 - \frac{d}{2}\right) t_w ds_2$$

$$= -\frac{d}{2} t_f b + \frac{t_w}{2} s_2^2 - \frac{d}{2} t_w s_2$$

$$\int_0^s y t ds = -\frac{d}{2} t_f b + \frac{t_w}{2} \left(y + \frac{d}{2}\right)^2 - \frac{d t_w}{2} \left(y + \frac{d}{2}\right)$$

$$\text{Untuk } y = \frac{d}{2} \Rightarrow \int_0^s y t ds = -\frac{d}{2} t_f b$$

$$\int_{\eta_1}^{\eta_2} \int_0^s y t ds (y dx - x dy)$$

$$= \int_{-\frac{d}{2}}^{+\frac{d}{2}} \left[ -\frac{d}{2} t_f b + \frac{t_w}{2} \left(y + \frac{d}{2}\right)^2 - \frac{d t_w}{2} \left(y + \frac{d}{2}\right) \right] (-\alpha b) dy$$

$$= \alpha b \left[ \frac{d}{2} t_f b y \right]_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} - \frac{t_w}{2} \frac{1}{3} \left(y + \frac{d}{2}\right)^3 \left[ \frac{d}{2} \right]_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} + \frac{d t_w}{2} \frac{1}{2} \left(y + \frac{d}{2}\right)^2 \left[ \frac{d}{2} \right]_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}}$$

$$= \alpha b \left[ \frac{1}{2} d^2 t_f b - \frac{1}{6} t_w d^3 + \frac{1}{4} t_w d^3 \right]$$

$$= \alpha b \left[ \frac{1}{2} d^2 t_f b + \frac{1}{12} d^3 t_w \right]$$

$$\text{Karena } I_x = \frac{1}{12} t_w d^3 + 2 t_f b \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{1}{12} t_w d^3 + t_f b \frac{d^2}{2}$$

$$\text{maka } \int_{\eta_1}^{\eta_2} \int_0^s y t ds (y dx - x dy) = \alpha b I_x$$

3)  $b + d < s < 2b + d$ :

$$\begin{aligned}\int_0^s y t \, ds_3 &= -\frac{d}{2} t_f b + \int_0^{s_3} \left(\frac{d}{2}\right) t_f \, ds_3 \\ &= -\frac{d}{2} t_f b + \frac{d}{2} t_f s_3\end{aligned}$$

$$s_3 = -x + \alpha b$$

$$\int_0^s y t \, ds = -\frac{d}{2} t_f b + \frac{d}{2} t_f (\alpha b - x)$$

$$\begin{aligned}&\int_{\eta_2}^{\eta_3} \int_0^s y t \, ds (y \, dx - x \, dy) \\ &= \int_{\alpha b}^{-(1-\alpha)b} \left[ -\frac{d}{2} t_f b + \frac{d}{2} t_f (\alpha b - x) \right] \left( \frac{d}{2} dx \right) \\ &= t_f \left( \frac{d}{2} \right)^2 \left[ -bx - \frac{1}{2} (\alpha b - x)^2 \right] \bigg|_{\alpha b}^{-(1-\alpha)b} \\ &= t_f \left( \frac{d}{2} \right)^2 \left[ +b^2 - \frac{1}{2} b^2 \right] = \frac{1}{8} t_f b^2 d^2\end{aligned}$$

$$\therefore \int_0^{\eta} \int_0^s y t \, ds (y \, dx - x \, dy) = \alpha b I_x + \frac{1}{4} d^2 t_f b^2$$

$$\therefore x_o = \frac{1}{I_x} \left( \alpha b I_x + \frac{1}{4} d^2 t_f b^2 \right) = \alpha b + \frac{t_f d^2 b^2}{4 I_x}$$

$$\boxed{x_o - \alpha b = q = \frac{t_f d^2 b^2}{4 I_x}}$$

$$\begin{aligned}y_o &= \frac{-1}{I_y I_x - I_{yx}^2} \int_0^{\eta} \left[ I_x \int_0^s x t \, ds - I_{yx} \int_0^s y t \, ds \right] (y \, dx - x \, dy) \\ &= \frac{-1}{I_y} \int_0^{\eta} \int_0^s x t \, ds (y \, dx - x \, dy)\end{aligned}$$

Hitung  $\int_0^s xt \, ds$

1)  $0 < s < b$ :  $\int_0^s xt \, ds = \int_0^{s_1} x t_f \, ds_1$

$$s_1 = x + (1 - \alpha) b \rightarrow x = s_1 - (1 - \alpha) b$$

$$= \int_0^{s_1} [s_1 - (1 - \alpha)b] t_f \, ds_1 = t_f \left[ \frac{1}{2} s_1^2 - (1 - \alpha) b s_1 \right]$$

$$= t_f \left\{ \frac{1}{2} [x + (1 - \alpha)b]^2 - (1 - \alpha)b [x + (1 - \alpha)b] \right\}$$

$$\text{Untuk } x = \alpha b \Rightarrow \int_0^s x t \, ds = t_f \left\{ \frac{1}{2} b^2 - (1 - \alpha)b^2 \right\} = \frac{b^2 t_f}{2} (2\alpha - 1)$$

$$\int_0^b \int_0^s xt \, ds (y \, dx - x \, dy)$$

$$= \int_{-(1-\alpha)b}^{\alpha b} t_f \left\{ \frac{1}{2} [x + (1 - \alpha)b]^2 - (1 - \alpha)b [x + (1 - \alpha)b] \right\} \left( -\frac{d}{2} \right) dx$$

$$= -\frac{d t_f}{2} \left\{ \frac{1}{6} [x + (1 - \alpha)b]^3 - (1 - \alpha)b \frac{1}{2} [x + (1 - \alpha)b]^2 \right\} \Bigg|_{-(1-\alpha)b}^{\alpha b}$$

$$= -\frac{d t_f}{2} \left\{ \frac{1}{6} b^3 - \frac{1}{2} (1 - \alpha)b^3 \right\} = -\frac{d t_f b^3}{2} \left\{ \frac{1}{6} - \frac{1}{2} + \frac{\alpha}{2} \right\}$$

$$= \frac{d t_f b^3}{2} \left\{ \frac{1}{3} - \frac{\alpha}{2} \right\} = \frac{d t_f b^3}{12} \left( 2 - 3 \frac{b t_f}{2 b t_f + d t_w} \right)$$

$$= \frac{1}{12} d t_f b^3 \left( \frac{4 b t_f + 2 d t_w - 3 b t_f}{2 b t_f + d t_w} \right)$$

$$= \frac{1}{12} d t_f b^3 \left( \frac{b t_f + 2 d t_w}{2 b t_f + d t_w} \right)$$

$$2) \underline{b < s_2 < b + d}: \quad \int_0^s xt \, ds = \frac{b^2 t_f}{2} (2\alpha - 1) + \int_0^{s_2} x t_w \, ds_2$$

$$= \frac{b^2 t_f}{2} (2\alpha - 1) + \alpha b t_w s_2$$

$$\text{dimana } y = s_2 - \frac{d}{2} \text{ atau } s_2 = \frac{d}{2} + y$$

$$= \frac{b^2 t_f}{2} (2\alpha - 1) + \alpha b t_w \left( \frac{d}{2} + y \right)$$

$$\text{untuk } y = \frac{d}{2} \Rightarrow \int_0^s xt \, ds = \frac{b^2 t_f}{2} (2\alpha - 1) + \alpha b t_w d$$

$$\int_0^{\frac{d}{2}} \int_0^s xt \, ds (y \, dx - x \, dy)$$

$$= \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} \left[ \frac{b^2 t_f}{2} (2\alpha - 1) + \alpha b t_w \left( y + \frac{d}{2} \right) \right] (-\alpha b) dy$$

$$= (-\alpha b) \left[ \frac{b^2 t_f}{2} (2\alpha - 1) y + \alpha b t_w \frac{1}{2} \left( y + \frac{d}{2} \right)^2 \right] \Bigg|_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}}$$

$$= (-\alpha b) \left[ \frac{b^2 t_f d}{2} (2\alpha - 1) + \alpha b t_w \frac{1}{2} d^2 \right]$$

$$= -\frac{\alpha b^2 d}{2} [b t_f (2\alpha - 1) + \alpha t_w d]$$

$$= -\frac{\alpha b^2 d}{2} \left[ b t_f \left( \frac{-d t_w}{2 b t_f + d t_w} \right) - \frac{b t_f d t_w}{2 b t_f + d t_w} \right] = 0$$

3)  $b + d < s_3 < 2b + d$ :

$$\int_0^s x t \, ds = \frac{b^2 t_f}{2} (2\alpha - 1) + \alpha b t_w d + \int_0^{s_3} x t_f \, ds_3$$

$$s_3 = \alpha b - x \rightarrow x = \alpha b - s_3$$

$$= \frac{b^2 t_f}{2} (2\alpha - 1) + \alpha b t_w d + \int_0^{s_3} (\alpha b - s_3) t_f \, ds_3$$

$$= \frac{b^2 t_f}{2} (2\alpha - 1) + \alpha b t_w d + \left( \alpha b s_3 - \frac{1}{2} s_3^2 \right) t_f$$

$$= \frac{b^2 t_f}{2} (2\alpha - 1) + \alpha b t_w d + t_f \left[ \alpha b (\alpha b - x) - \frac{1}{2} (\alpha b - x)^2 \right]$$

$$\int_0^{\eta} \int_0^s x t \, ds (y \, dx - x \, dy)$$

$$= \int_{\alpha b}^{-(1-\alpha)b} \left\{ \frac{b^2 t_f}{2} (2\alpha - 1) + \alpha b t_w d + t_f \left[ \alpha b (\alpha b - x) - \frac{1}{2} (\alpha b - x)^2 \right] \right\} \frac{d}{2} dx$$

$$= \frac{d}{2} \left\{ \frac{b^2 t_f}{2} (2\alpha - 1)(-b) + \alpha b t_w d(-b) + t_f \left[ -\alpha b \frac{1}{2} (\alpha b - x)^2 + \frac{1}{6} (\alpha b - x)^3 \right] \right\} \Bigg|_{\alpha b}^{-(1-\alpha)b}$$

$$= \frac{d}{2} \left\{ -\frac{b^3 t_f}{2} (2\alpha - 1) - \alpha b^2 t_w d + t_f \left[ -\frac{1}{2} \alpha b^3 + \frac{1}{6} b^3 \right] \right\}$$

$$= \frac{d}{2} b^2 \left\{ -\alpha b t_f + \frac{1}{2} b t_f - \alpha t_w d - \frac{1}{2} \alpha b t_f + \frac{1}{6} b t_f \right\}$$

$$= \frac{d}{2} b^2 \left( -1\frac{1}{2} \alpha b t_f + \frac{2}{3} b t_f - \alpha t_w d \right)$$

$$= \frac{d}{2} b^2 \left( -1\frac{1}{2} b t_f \left( \frac{b t_f}{2 b t_f + d t_w} \right) + \frac{2}{3} b t_f - d t_w \frac{b t_f}{2 b t_f + d t_w} \right)$$

$$= \frac{1}{12} \frac{d b^3 t_f}{2 b t_f + d t_w} (-b t_f - 2 d t_w)$$

1) + 2) + 3):

$$\frac{1}{12} d t_f b^3 \left( \frac{b t_f + 2 d t_w}{2 b t_f + d t_w} \right) + 0 + \frac{1}{12} \left( \frac{d b^3 t_f}{2 b t_f + d t_w} \right) (-b t_f - 2 d t_w) = 0$$

$$\text{Jadi } y_o = \frac{-1}{I_y} \int_0^\eta \int_0^s x t \, ds (y \, dx - x \, dy)$$

$$= \frac{-1}{I_y} 0 = 0$$

### Tegangan pada Profil Gilas I

Pada profil gilasi I dapat dibedakan dua jenis torsi, yaitu torsi murni dan torsi *warping*. Pada torsi murni (atau biasa juga disebut torsi *Saint-Venant*), suatu irisan rata akan tetap rata selama terjadinya torsi. Besar torsi murni,  $T_s$ , sebanding dengan kelengkungan torsi,  $\phi$ , dimana tetapan kesebandingannya adalah  $GJ$ , atau

$$T_s = GJ \frac{d\theta}{dx}$$

yang mana  $T_s$  adalah torsi murni,  
 $G$  adalah modulus geser,  
 $J$  adalah konstanta torsi, dan  
 $\phi = \frac{d\theta}{dx}$  adalah kelengkungan torsi.

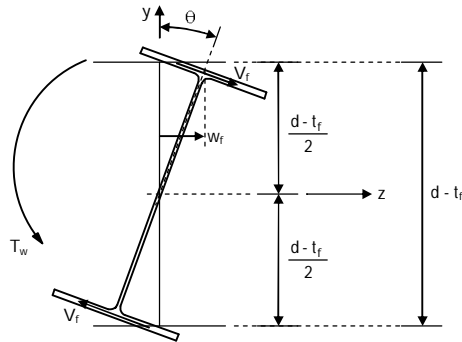
dan tegangan geser akibat torsi murni adalah

$$\tau_s = \frac{T_s r}{J}$$

dimana  $r$  adalah jarak dari pusat berat  
 $\tau_s$  adalah tegangan geser akibat torsi murni

untuk profil I, C, T maka  $J = \sum \frac{1}{3} b t^3$ .

Selanjutnya torsi *warping* dapat dijelaskan berikut ini,



$$w_f = \theta \frac{d - t_f}{2} \quad \text{untuk } \theta \text{ kecil}$$

$$\text{dan } \frac{d^3 w_f}{dx^3} = \frac{d - t_f}{2} \frac{d^3 \theta}{dx^3}$$

$$T_w = + V_f (d - t_f)$$

$$\text{Untuk flens atas berlaku, } \frac{d^2 w_f}{dx^2} = - \frac{M_f}{EI_f} \quad \text{atau} \quad \frac{d^3 w_f}{dx^3} = - \frac{V_f}{EI_f}$$

$$\text{dan diperoleh, } V_f = - EI_f \left( \frac{d - t_f}{2} \right) \frac{d^3 \theta}{dx^3}$$

sehingga torsi *warping*,  $T_w$ , menjadi

$$T_w = - EI_f \frac{(d - t_f)^2}{2} \frac{d^3 \theta}{dx^3} = - EC_w \frac{d^3 \theta}{dx^3}$$

dimana  $C_w = I_f \frac{(d - t_f)^2}{2}$  adalah tetapan torsi warping untuk profil – I dan torsi total  $T_x$  menjadi:

$$T_x = T_s + T_w = GJ \frac{d\theta}{dx} - EC_w \frac{d^3 \theta}{dx^3}$$

$$\text{atau} \quad \frac{d^3 \theta}{dx^3} - \frac{GJ}{EC_w} \frac{d\theta}{dx} = - \frac{T_x}{EC_w} \quad 0 < x < \ell$$

Solusi homogen ( $T_x = 0$ ):

$$\frac{d^3 \theta_h}{dx^3} - k^2 \frac{d\theta_h}{dx} = 0 \quad 0 < x < \ell$$

$$\text{dimana, } k^2 = \frac{GJ}{EC_w}$$

$$\theta_h = A e^{rx} ; \theta_h' = Ar e^{rx} ; \theta_h'' = Ar^2 e^{rx} ; \theta_h''' = Ar^3 e^{rx}$$

Jadi  $Ar^3 e^{rx} - k^2 Ar e^{rx} = 0$

$\therefore r(r^2 - k^2) = 0$

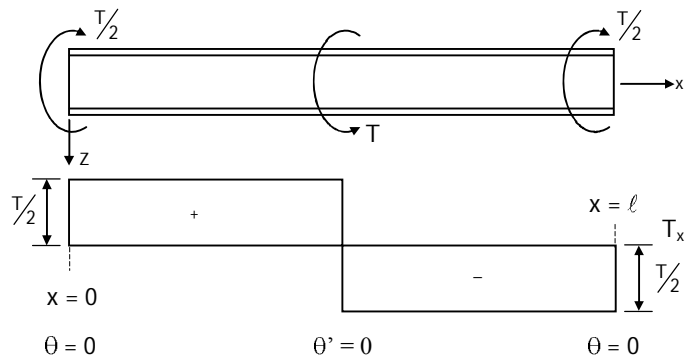
$r_1 = 0; r_2 = k; r_3 = -k$

dan  $\theta_h = A e^{kx} + B e^{-kx} + C$

Solusi umumnya adalah

$\theta = \theta_h + \theta_p = A e^{kx} + B e^{-kx} + C + \theta_p$

Contoh:



$\frac{dT_x}{dx} = 0 \Rightarrow \theta^{ii} = 0$

$\frac{dT_x}{dx} = 0 \Rightarrow \theta^{ii} = 0$

$\theta_p = C_1 + C_2 x$

$\theta_p^i = C_2; \theta_p^{ii} = 0$

$\frac{d^3 \theta_p}{dx^3} - k^2 \frac{d \theta_p}{dx} = -\frac{T_x}{EC_w} \quad 0 < x < \ell$

$0 - \frac{GJ}{EC_w} C_2 = -\frac{T/2}{EC_w} \quad 0 < x < \ell/2$

$C_2 = \frac{T/2}{GJ} \rightarrow \theta_p = C_1 + \frac{T}{2GJ} x$



$$\text{dan } \theta = A e^{kx} + B e^{-kx} + C + \frac{T}{2GJ} x$$

$$\theta^i = Ak e^{kx} - Bk e^{-kx} + \frac{T}{2GJ}$$

$$\theta^{ii} = Ak^2 e^{kx} + Bk^2 e^{-kx}$$

$$\theta^{iii} = Ak^3 e^{kx} - Bk^3 e^{-kx}$$

$$\left. \begin{array}{l} \theta(x=0)=0=A+B+C \\ \theta^{ii}(x=0)=0=A+B \end{array} \right\} \begin{array}{l} C=0 \\ A=-B \end{array}$$

$$\theta = A(e^{kx} - e^{-kx}) + \frac{T}{2GJ} x$$

$$\theta^i(x=\ell/2) = Ak(e^{k\ell/2} + e^{-k\ell/2}) + \frac{T}{2GJ} = 0$$

$$A = -\frac{T}{2GJk} \frac{1}{e^{k\ell/2} + e^{-k\ell/2}}$$

$$\therefore \theta = -\frac{T}{2GJk} \left( \frac{e^{kx} - e^{-kx}}{e^{k\ell/2} + e^{-k\ell/2}} - kx \right)$$

Catatan:  $\sinh z = \frac{e^z - e^{-z}}{2}$

$$\cosh z = \frac{e^z + e^{-z}}{2}$$

$$\text{Jadi } \theta = \frac{T}{2GJk} \left( kx - \frac{\sinh kx}{\cosh k\ell/2} \right)$$

$$\theta^i = \frac{T}{2GJ} \left( 1 - \frac{\cosh kx}{\cosh k\ell/2} \right)$$

$$\theta^{ii} = \frac{T}{2GJ} \left( -\frac{k \sinh kx}{\cosh k\ell/2} \right)$$

$$\theta^{iii} = \frac{T}{2GJ} \left( -k^2 \frac{\cosh kx}{\cosh \frac{k\ell}{2}} \right)$$

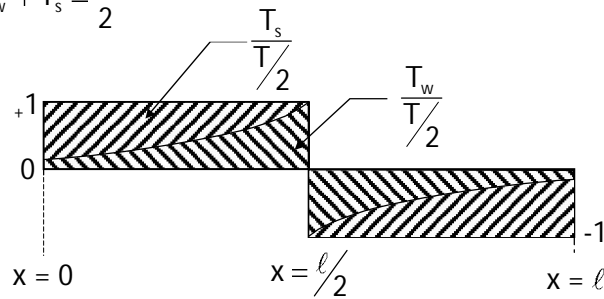
$$\text{Jadi } T_s = GJ \theta^i = GJ \frac{T}{2GJ} \left( 1 - \frac{\cosh kx}{\cosh \frac{k\ell}{2}} \right)$$

$$= \frac{T}{2} \left( 1 - \frac{\cosh kx}{\cosh \frac{k\ell}{2}} \right)$$

$$T_w = -EC_w \theta^{iii} = -EC_w \frac{T}{2GJ} \left( -k^2 \frac{\cosh kx}{\cosh \frac{k\ell}{2}} \right)$$

$$= \frac{T}{2} \frac{\cosh kx}{\cosh \frac{k\ell}{2}}$$

$$\text{dan } T_x = T_w + T_s = \frac{T}{2}$$



### Tegangan Torsi

Akibat torsi *Saint Venant*, tegangan torsi,  $\tau_s$ , pada satu flens adalah sebagai berikut:

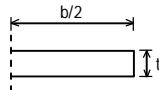
$$\tau_s = \frac{T_s t_f}{J} = G t_f \frac{d\theta}{dx}$$

Akibat torsi *warping*, tegangan torsi,  $\tau_w$ , pada satu flens adalah sebagai berikut (lihat geser pada balok):

$$\tau_w = \frac{V_f S}{I_f t_f}$$

$$\text{dan } \tau_{w, \max} = \frac{V_f S_{\max}}{I_f t_f}$$

dimana 
$$V_f = -EI_f \left( \frac{d - t_f}{2} \right) \frac{d^3 \theta}{dx^3}$$

$$S_{\max} = \frac{b}{2} t_f \frac{b}{4} = \frac{b^2 t_f}{8}$$


$$\begin{aligned} \therefore \tau_{w, \max} &= \left| -EI_f \frac{d - t_f}{2} \frac{d^3 \theta}{dx^3} \frac{b^2 t_f}{8} \frac{1}{I_f t_f} \right| \\ &= E \frac{b^2}{8} \frac{d - t_f}{2} \frac{d^3 \theta}{dx^3} \end{aligned}$$

sehingga 
$$\tau_{\max} = \tau_s + \tau_{w, \max} = Gt_f \frac{d\theta}{dx} + E \frac{b^2}{8} \frac{d - t_f}{2} \frac{d^3 \theta}{dx^3}$$

Tegangan normal pada flens,  $\sigma_{fw}$ , akibat *warping* adalah:

$$\sigma_{fw} = \frac{M_f x}{I_f}$$

dimana 
$$\frac{M_f}{EI_f} = -\frac{d^2 w_f}{dx^2} \quad \text{dan} \quad w_f = \theta \frac{d - t_f}{2}$$

atau 
$$M_f = -EI_f \frac{d - t_f}{2} \frac{d^2 \theta}{dx^2}$$

Tegangan normal maksimum pada flens akibat *warping*,  $\sigma_{fw, \max}$  terjadi pada  $x = b/2$  atau

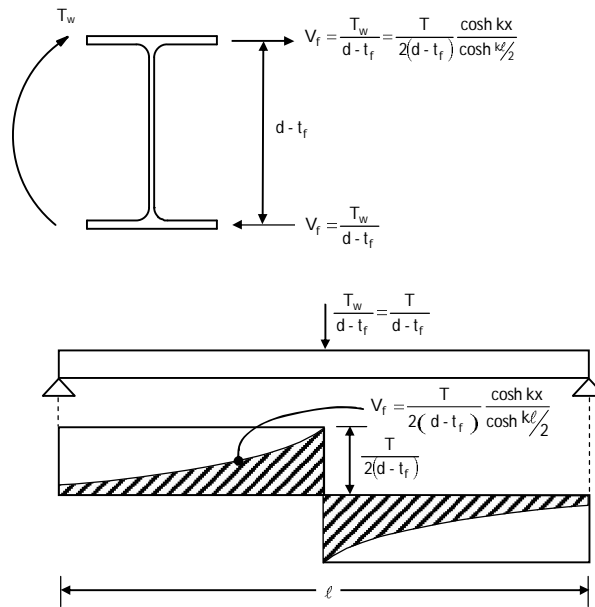
$$\begin{aligned} \sigma_{fw, \max} &= \frac{M_f \frac{b}{2}}{I_f} = -EI_f \frac{d - t_f}{2} \frac{d^2 \theta}{dx^2} \frac{b}{2} \\ &= -\frac{Eb(d - t_f)}{4} \frac{d^2 \theta}{dx^2} \end{aligned}$$

Sekarang perhatikan berikut ini. Torsi *warping* pada penampang profil – I adalah:

$$T_w = \frac{T}{2} \frac{\cosh kx}{\cosh \frac{k\ell}{2}}$$

dan gaya lintang ekivalen yang diakibatkannya adalah:

$$V_f = \frac{T_w}{d - t_f} = \frac{T}{2(d - t_f)} \frac{\cosh kx}{\cosh \frac{k\ell}{2}}$$

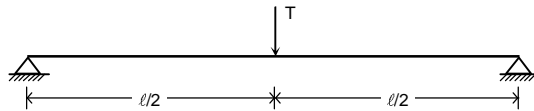


$$\begin{aligned} M_f &= \int_0^{\ell/2} V_f dx = \int_0^{\ell/2} \frac{T}{2(d - t_f)} \frac{\cosh kx}{\cosh \frac{k\ell}{2}} dx \\ &= \frac{T}{2(d - t_f)} \frac{1}{k} \frac{\sinh \frac{k\ell}{2}}{\cosh \frac{k\ell}{2}} \end{aligned}$$

$$M_f (d - t_f) = \frac{T}{2} \frac{1}{k} \frac{\sinh \frac{k\ell}{2}}{\cosh \frac{k\ell}{2}} = \frac{T\ell}{4} \frac{2}{k\ell} \tanh \frac{k\ell}{2}$$

atau  $M_f (d - t_f) = \beta \frac{T \ell}{4}$

dimana  $\beta = \frac{1}{k \ell / 2} \tanh k \ell / 2$



$k \ell / 2$	0,25	0,50	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0
$\beta$	0,98	0,92	0,76	0,60	0,48	0,39	0,33	0,25	0,20

Untuk kasus-kasus lainnya lihat tabel.

Catatan: Dalam penurunan metoda diatas telah dianggap bahwa torsi *warping* sama dengan torsi luar dan torsi murni adalah nol ( $T = T_w$ ,  $T_s = 0$ ). Hal ini hanya terjadi pada saat  $\phi = \frac{d\theta}{dx} = 0$ , atau pada potongan simetri. Dengan demikian pemeriksaan tahanan torsi dengan metode tersebut diatas tidak dapat dilakukan disebatang potongan kecuali pada potongan simetri.

Prosedur pemeriksaan tahanan torsi pada potongan simetri menjadi sebagai berikut:

Pada ujung bebas tepi flens:

1. Cari  $\beta$
2. Hitung  $M_f (d - t_f) = \beta * M_0 \rightarrow M_f = \dots\dots\dots$   
( $M_0 = \frac{1}{4} T \ell$  atau  $\frac{1}{8} T \ell^2$ , dan seterusnya)
3. Hitung  $\sigma_{fw, \max} = \frac{M_f b/2}{I_f}$
4. Hitung pengaruh-pengaruh  $\sigma_{fw, \max}$  terhadap tahanan penampang.

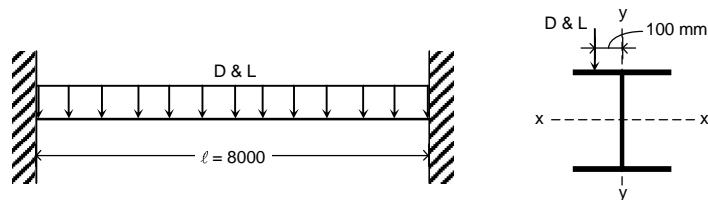
Pada tengah flens (titik pertemuan dengan web):

1. Tentukan torsi yang bekerja pada potongan simetri  $T_x (=T/2, T \ell/2, \text{dst})$ , atau gambar bidang torsi. Pada bidang simetri tersebut  $T_w = T_x$  dan  $T_s = 0$ .

2. Tentukan  $V_f = \frac{T_w}{d - t_f}$  dan hitung  $\tau = \tau_w = \frac{V_f S_{max}}{t_f I_f}$ .
3. Periksa kombinasi  $\sigma$  &  $\tau$  menggunakan lingkaran Mohr, dan bandingkan dengan kuat rencana.

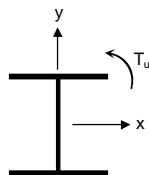
Contoh:

Suatu profil IWF 300x300x10x15 dengan panjang  $\ell = 8$  m dibebani oleh  $D = 400$  kg/m' dan  $L = 600$  kg/m' terhadap sumbu kuatnya. Kedua beban  $D$  dan  $L$  tersebut membuat eksentrisitas sebesar 100 mm terhadap sumbu y-y sebagai berikut:



Periksa tahanan ditumpuan.

Jawab:



$$\begin{aligned} q_u &= 1,2 D + 1,6 L = 1,2 * 400 + 1,6 * 600 \\ &= 1440 \text{ kg/m'} = 14,4 \text{ N/mm'} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_u &= q_u 100 \text{ mm} = 14,40 \text{ N/mm'} * 100 \text{ mm} \\ &= 1440 \text{ N-mm/mm'} \end{aligned}$$

Lentur:  $M_{ux} = \frac{1}{12} q_u \ell^2 = \frac{1}{12} * 14,4 \text{ N/mm'} * 8000^2 \text{ mm}^2$   
 $= 7,68 * 10^7 \text{ N-mm}$

Torsi:  $M_f (d - t_f) = \beta \left( \frac{1}{12} T_u \ell^2 \right)$   
 $(d - t_f) = 300 - t_f = 300 - 15 = 285 \text{ mm}$

$$k^2 = \frac{GJ}{EC_w} \quad C_w = I_f \frac{(d - t_f)^2}{2} \quad G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad J = \sum \frac{1}{3} b t^3$$

$$S_{\max} = \frac{b^2 t_f}{8} = \frac{1}{8} * 300^2 * 15 = 168.750 \text{ mm}^2$$

$$I_f = \frac{1}{12} t_f b^3 = \frac{1}{12} * 15 * 300^3 = 33,75 * 10^6 \text{ mm}^4$$

$$J = \Sigma \frac{1}{3} b t^3 = 2 * [\frac{1}{3} * 300 * 15^3] + \frac{1}{3} * (300 - 2 * 15) * 10^3$$

$$= 0,765 * 10^6 \text{ mm}^4$$

$$C_w = I_f \frac{(d - t_f)^2}{2} = 33,75 * 10^6 * \frac{285^2}{2} = 1,37 * 10^{12} \text{ mm}^6$$

$$k^2 = \frac{1}{2(1+\nu)} \frac{J}{C_w} = \frac{1}{2(1+0,3)} \frac{0,765 * 10^6 \text{ mm}^4}{1,37 * 10^{12} \text{ mm}^6} = 2,15 * 10^{-7} \frac{1}{\text{mm}^2}$$

$$k = 4,63 * 10^{-4} \frac{1}{\text{mm}}$$

$$k\ell = 4,63 * 10^{-4} \frac{1}{\text{mm}} * 8000 \text{ mm} = 3,7065$$

Tabel 8.6.3, SJ 4<sup>th</sup>, hal. 449

$$\left. \begin{array}{cc} k\ell & \beta \\ 3,0 & 0,88 \\ 4,0 & 0,81 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} k\ell = 3,7065 \\ \beta = 0,83 \end{array}$$

$$\therefore M_f (d - t_f) = \beta \left( \frac{1}{12} T_u \ell^2 \right)$$

$$= 0,83 * \left( \frac{1}{12} * 1440 \frac{\text{N} \cdot \text{mm}}{\text{mm}} * 8000^2 \text{ mm}^2 \right)$$

$$= 6,37 * 10^9 \text{ N} \cdot \text{mm}^2$$

$$M_f = \frac{6,37 * 10^9}{285} \frac{\text{N} \cdot \text{mm}^2}{\text{mm}} = 2,24 * 10^7 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Periksa penampang ditumpuan:

Ujung bebas flens:

$$\sigma_{un} = \frac{M_{ux}}{S_x} + \frac{M_{uy}}{S_y} \leq \phi_b f_y$$

$$\begin{aligned}
M_{ux} &= 7,68 * 10^7 \text{ N-mm} \\
M_{uy} &= 2 * 2,24 * 10^7 \text{ N-mm} = 4,48 * 10^7 \text{ N-mm} \\
S_x &= 1360 * 10^3 \text{ mm}^3 ; \quad S_y = 450 * 10^3 \text{ mm}^3 \\
\sigma_{un} &= \frac{7,68 * 10^7}{1360 * 10^3} \frac{\text{N-mm}}{\text{mm}^3} + \frac{4,48 * 10^7}{450 * 10^3} \frac{\text{N-mm}}{\text{mm}^3} \\
&= (56,47 + 99,56) \text{ MPa} = 156,03 \text{ MPa} < (0,9 * 240 = 216 \text{ MPa}) \quad \underline{OK}
\end{aligned}$$

Tengah flens:

$$\begin{aligned}
\sigma_{un} &= \frac{\sigma_{ux}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_{ux}}{2}\right)^2 + \tau_w^2} \leq \phi_b f_y \\
\frac{\sigma_{ux}}{2} &= \frac{M_{ux}}{2 S_x} = \frac{7,68 * 10^7 \text{ N-mm}}{2 * 1360 * 10^3 \text{ mm}^3} = 28,24 \text{ MPa} \\
V_f &= \frac{T_w}{d - t_f} = \frac{1.440 \text{ N-mm/mm}^2 * 8.000 / 2 \text{ mm}}{(300 - 15) \text{ mm}} = 20.210 \text{ N} \\
\tau = \tau_w &= \frac{V_f S_{max}}{t_f I_f} = \frac{20.210 * 168.750}{15 * 33,75 * 10^6} = 6,74 \text{ MPa} \\
\sigma_{un} &= 28,24 + \sqrt{(28,24)^2 + 6,74^2} = 57,27 \text{ MPa} < (0,9 * 240 = 216 \text{ MPa}) \quad \underline{OK}
\end{aligned}$$

### Tekuk Lentur Torsi:

Persamaan tekuk *Euler* adalah sebagai berikut:

$$EI \frac{d^2 u}{dx^2} + P u = 0$$

$$\text{atau} \quad EI \frac{1}{\rho_x} = -M(x) = -P u(x)$$

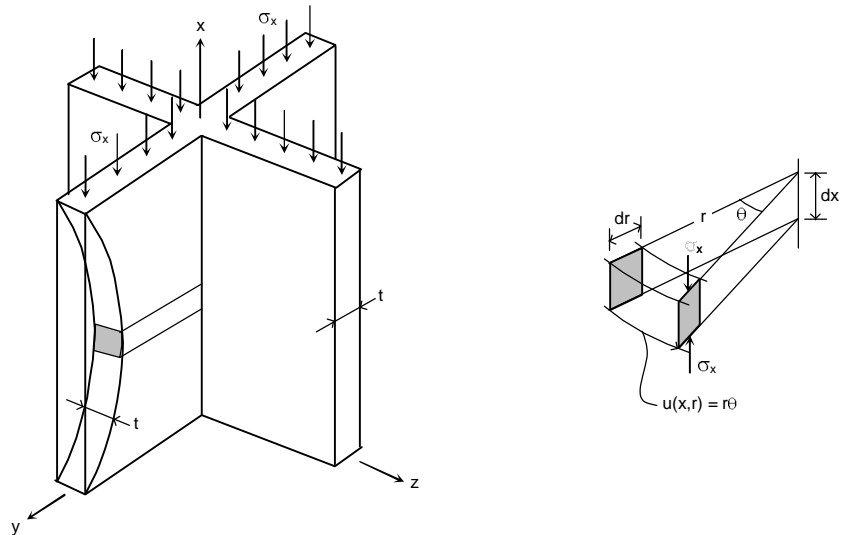
Turunkan dua kali diperoleh

$$-q(x) = P \frac{d^2 u}{dx^2}$$

$$\text{Catatan: } V_x = \frac{\partial M_x}{\partial x}, \quad -q_x = \frac{\partial V_x}{\partial x} = \frac{\partial M_x}{\partial x^2}$$



Perhatikan batang tekan dengan penampang berikut



$$q(x, r) = -P \frac{d^2 u(x, r)}{dx^2} = -\sigma_x t dr \frac{d^2}{dx^2} (r\theta) = -\sigma_x t r dr \frac{d^2 \theta}{dx^2}$$

$$-d^2 T_x = q(x, r) dx r = -\sigma_x t r^2 \frac{d^2 \theta}{dx^2} dx dr$$

$$dT_x = \sigma_x \frac{d^2 \theta}{dx^2} dx \int_A tr^2 dr \dots\dots\dots (*)$$

Telah didapat sebelumnya

$$T_x = GJ \frac{d\theta}{dx} - E C_w \frac{d^3 \theta}{dx^3}$$

Turunkan sekali didapat

$$\begin{aligned} \frac{dT_x}{dx} &= GJ \frac{d^2 \theta}{dx^2} - E C_w \frac{d^4 \theta}{dx^4} \\ &= \sigma_x \frac{d^2 \theta}{dx^2} \int_A tr^2 dr \quad [\text{dari } (*)] \end{aligned}$$

sehingga didapat,  $\frac{d^4 \theta}{dx^4} + p^2 \frac{d^2 \theta}{dx^2} = 0$

$$\text{dimana } p^2 = \frac{\sigma_x \int_A tr^2 dr - GJ}{E C_w}$$

Solusinya adalah,

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} = A_1^* \sin px + A_2^* \cos px$$

$$\frac{d\theta}{dx} = -\frac{A_1^*}{p} \cos px + \frac{A_2^*}{p} \sin px + A_3$$

$$\theta = -\frac{A_1^*}{p^2} \sin px - \frac{A_2^*}{p^2} \cos px + A_3 x + A_4$$

$$\text{atau } \theta(x) = A_1 \sin px + A_2 \cos px + A_3 x + A_4$$

Bila ujung-ujungnya tak dapat berotasi maka  $\theta = 0$  pada  $x = 0, \ell$ , dan  $\theta$  harus harmonik  $\Rightarrow A_3 = A_4 = 0$  dan  $A_2 = 0$ ,  $\theta(x = \ell) = 0 = A_1 \sin p\ell$

$$\therefore p\ell = n\pi, \quad n = 1, 2, \dots$$

$$p^2 = \frac{n^2 \pi^2}{\ell_{Kx}^2} = \frac{\sigma_x \int_A tr^2 dr - GJ}{E C_w}$$

$$\text{Untuk } n = 1 \Rightarrow \boxed{\sigma_x = \sigma_e = \frac{1}{I_{ps}} \left[ \frac{\pi^2 E C_w}{\ell_{Kx}^2} + GJ \right]} \dots\dots\dots(1)$$

dimana  $I_{ps} = \int_A tr^2 dr = I_{zs} + I_{ys}$  terhadap pusat geser.

Persamaan tekuk torsi tersebut di atas berlaku dengan cukup teliti untuk penampang-penampang dengan dua sumbu simetri yang orthogonal, dan umumnya digunakan untuk penampang langsing,  $\lambda > \lambda_r$ . Dalam hal ini tekuk torsi terjadi terhadap pusat geser yang berimpit dengan pusat berat.

Pada penampang dengan satu sumbu simetri maka tekuk torsi yang terjadi terhadap pusat gesernya senantiasa dibarengi dengan translasi pusat beratnya terhadap sumbu simetrinya sehingga menghasilkan apa yang dinamakan tekuk lentur torsi. Untuk tekuk lentur torsi pada sebarang penampang dengan satu sumbu simetri digunakan,

$$\sigma_e = \frac{\sigma_{ex} + \sigma_{ey}}{2H} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4\sigma_{ex}\sigma_{ey}H}{(\sigma_{ex} + \sigma_{ey})^2}} \right] \dots\dots\dots(2)$$

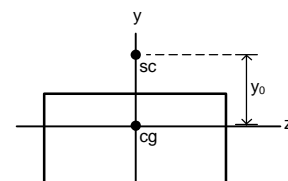
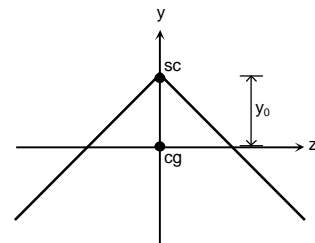
$$\sigma_{ex} = \left[ \frac{\pi^2 E C_w}{\ell_{Kx}^2} + GJ \right] \frac{1}{I_{ps}}$$

$$\sigma_{ey} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_y^2} ; \lambda_y = \frac{\ell_{Ky}}{i_y}$$

$$H = 1 - \frac{z_0^2 + y_0^2}{\bar{r}_0^2} = \frac{I_{pc}}{I_{ps}}$$

$$\bar{r}_0^2 = z_0^2 + y_0^2 + \frac{I_z + I_y}{A}$$

$$I_{ps} = A \bar{r}_0^2$$



dimana A adalah luas penampang,  
 $z_0, y_0$  adalah koordinat pusat geser terhadap sumbu utama yang melalui pusat berat,  
 $I_z, I_y$  adalah momen inersia terhadap sumbu utama yang melalui pusat berat,  
 $\bar{r}_0$  adalah jari-jari girasi polar terhadap pusat geser,  
 Sumbu-y adalah sumbu simetri.

Untuk penampang yang tidak memiliki sumbu simetri maka tekuk lentur torsi pada sebarang penampang dihitung menurut persamaan pangkat tiga berikut ini, dengan  $\sigma_e$  adalah akar terkecilnya:

$$(\sigma_e - \sigma_{ex})(\sigma_e - \sigma_{ey})(\sigma_e - \sigma_{ez}) - \sigma_e^2(\sigma_e - \sigma_{ey})\left(\frac{z_0}{\bar{r}_0}\right)^2 - \sigma_e^2(\sigma_e - \sigma_{ez})\left(\frac{y_0}{\bar{r}_0}\right)^2 = 0 \dots\dots(3)$$

dimana  $\sigma_{ez} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_z^2} ; \lambda_z = \frac{\ell_{Kz}}{i_z}$ .

### Tahanan Tekan

Tahanan tekan komponen struktur tekan dengan juga memperhatikan tekuk torsi dan/atau tekuk lentur torsi ditetapkan berikut ini,

$$\lambda_e = \sqrt{f_y / \sigma_e}$$

1)  $\lambda_e \leq \frac{0,25}{\sqrt{Q}}$  maka  $\omega = 1/Q$

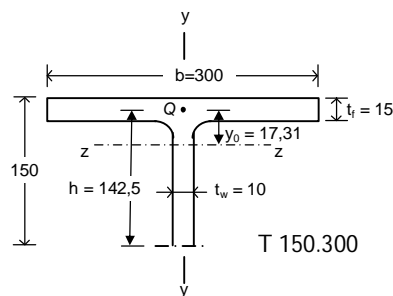
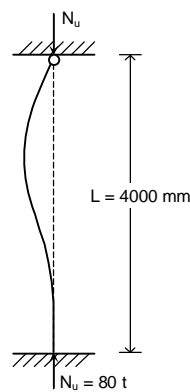
$$2) \quad \frac{0,25}{\sqrt{Q}} < \lambda_e < \frac{1,2}{\sqrt{Q}} \quad \text{maka} \quad \omega = \frac{1,43/Q}{1,6 - 0,67 \lambda_e \sqrt{Q}}$$

$$3) \quad \lambda_e \geq \frac{1,2}{\sqrt{Q}} \quad \text{maka} \quad \omega = 1,25 \lambda_e^2$$

$$\text{dan} \quad f_{cr} = \frac{f_y}{\omega}$$

$$N_n = A_g f_{cr} = A_g f_y / \omega$$

Contoh:



$$A = 5.990 \text{ mm}^2$$

$$r_z = 36,4 \text{ mm}$$

$$r_y = 75,1 \text{ mm}$$

$$\text{BJ 37: } (f_y = 240 \text{ MPa}, f_u = 370 \text{ MPa})$$

$$J = \frac{1}{3} (b t_f^3 + h t_w^3); \quad C_w = \frac{1}{36} \left( \frac{b^3 t_f^3}{4} + h^3 t_w^3 \right); \quad Q: \text{ adalah pusat geser (SC)}$$

$$J = (300 \cdot 15^3 + 142,5 \cdot 10^3) / 3 = 385.000 \text{ mm}^4;$$

$$C_w = (0,25 \cdot 300^3 \cdot 15^3 + 142,5^3 \cdot 10^3) / 36 = 71,32 \cdot 10^7 \text{ mm}^6$$

$$I_{ps} = A (r_y^2 + r_z^2 + y_0^2) \rightarrow \bar{r}_0^2 = \frac{I_{ps}}{A} = 75,1^2 + 36,4^2 + 17,31^2 = 7.264,61 \rightarrow \bar{r}_0 = 85,23 \text{ mm}$$

Periksa kelangsingan penampang: (tekan murni)

Flens

Tidak ada ketentuan

Web

$$\frac{d}{t_w} = \frac{150}{10} = 15$$

$$\frac{335}{\sqrt{f_y}} = \frac{335}{\sqrt{240}} = 21,62$$

$$\frac{d}{t_w} (= 15) < \frac{335}{\sqrt{f_y}} (= 21,62)$$

$\therefore$  Penampang tak-kompak  $\Rightarrow Q=1$

Arah – z: (sumbu lemah)

$$L_{kz} = k_{cz} L = 0,8 * 4000 = 3200 \text{ mm}; \lambda_z = \frac{L_k}{r_z} = \frac{3200}{36,4} = 88$$

$$\lambda_{cz} = \frac{\lambda_z}{\pi} \sqrt{\frac{f_y}{E}} = \frac{88}{\pi} \sqrt{\frac{240}{200 * 10^3}} = 0,97$$

$$\frac{N_u}{\phi_c N_n} = \frac{80}{0,85 * 96} = 0,98 < 1 \quad \underline{\text{OK}} \text{ (Lihat contoh Komponen Struktur Tekan)}$$

Arah – y: (sumbu kuat)

$$L_{ky} = k_{cy} L = 0,8 * 4000 = 3200 \text{ mm}; \lambda_y = \frac{L_k}{r_y} = \frac{3200}{75,1} = 43$$

$$\lambda_{cy} = \frac{\lambda_y}{\pi} \sqrt{\frac{f_y}{E}} = \frac{43}{\pi} \sqrt{\frac{240}{200 * 10^3}} = 0,47$$

$$\frac{N_u}{\phi_c N_n} = \frac{80}{0,85 * 129} = 0,73 < 1 \quad \underline{\text{OK}} \text{ (Lihat contoh Komponen Struktur Tekan)}$$

Arah – x: (torsion)

$$L_{kx} = k_{cx} L = 1,0 * 4000 = 4000 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{ex} &= \left[ \frac{\pi^2 E C_w}{\ell_{Kx}^2} + GJ \right] \frac{1}{I_{ps}} \\ &= \left[ \frac{\pi^2 200.000 * 71,32 * 10^7}{4.000^2} + 80 * 10^3 * 385.000 \right] \frac{1}{5.990 * 7.264,61} = 710 \text{ MPa} \end{aligned}$$

$$\sigma_{ey} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_y^2} = \frac{\pi^2 200.000}{43^2} = 1.068 \text{ MPa}$$

$$H = \frac{I_{pc}}{I_{ps}} = \frac{A(r_y^2 + r_z^2)}{A(r_y^2 + r_z^2 + y_0^2)} = \frac{75,1^2 + 36,4^2}{7.264,61} = 0,9588$$

$$\begin{aligned} \sigma_e &= \frac{\sigma_{ex} + \sigma_{ey}}{2H} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4 \sigma_{ex} \sigma_{ey} H}{(\sigma_{ex} + \sigma_{ey})^2}} \right] \\ &= \frac{710 + 1.068}{2 * 0,9588} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4 * 710 * 1.068 * 0,9588}{(710 + 1.068)^2}} \right] = 665 \text{ MPa} \end{aligned}$$

$$0,25 < \lambda_e \left( \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_e}} = \sqrt{\frac{240}{665}} = 0,6 \right) < 1,2 \rightarrow \omega_x = \frac{1,43}{1,6 - 0,67 * 0,6} = 1,19$$

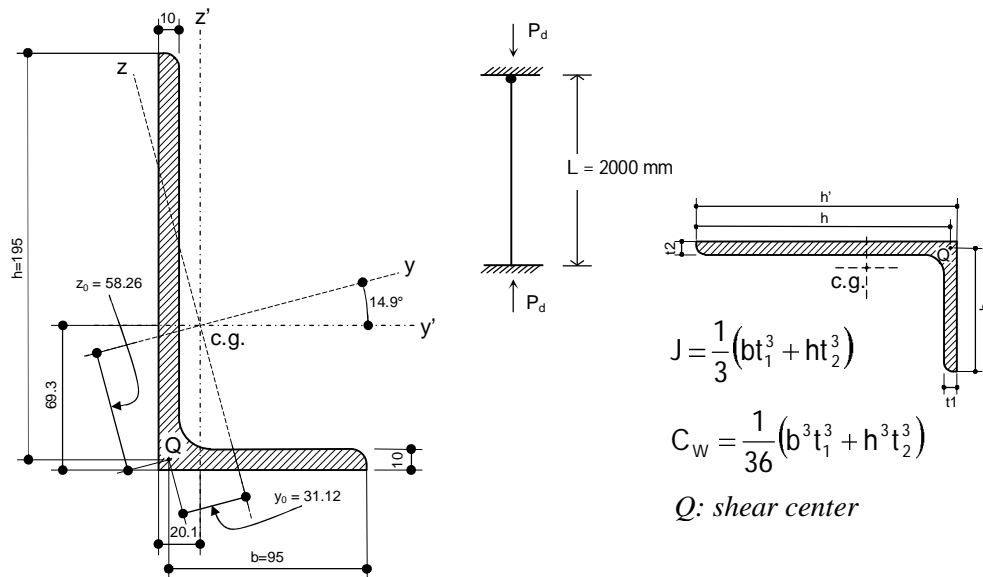
$$\sigma_{cr} = \frac{240}{1,19} = 200 \text{ MPa}; \quad N_n = 5.990 * 200 = 120 \text{ ton}$$

$$\frac{N_u}{\phi_c N_n} = \frac{80}{0,85 * 120} = 0,78 < 1 \quad \underline{\text{OK}}$$

Dari contoh tersebut terlihat bahwa untuk penampang tak-kompak (dan kompak) tekuk lentur torsi lebih kritis daripada tekuk lentur terhadap sumbu kuat.

Contoh:

Tentukan tahanan rencana,  $P_d$ , untuk kolom dengan penampang siku tidak sama kaki 200.100.10 di bawah ini.



**A. Data material:**

$$f_y = 240 \text{ MPa} \quad E = 200.000 \text{ MPa} \quad \nu = 0,3$$

**B. Data penampang L 200.100.10**

$$\begin{aligned} A &= 2920 \text{ mm}^2 & r_z &= 21,34 \text{ mm} \\ I_z &= 1,33 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 & r_y &= 66,72 \text{ mm} \\ I_y &= 1,3 \cdot 10^7 \text{ mm}^4 & z_0 &= 58,26 \text{ mm} \\ & & y_0 &= 31,12 \text{ mm} \end{aligned}$$

**C. Perhitungan  $G, J, C_w, \bar{r}_0^2$**

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} = \frac{200.000}{2 \cdot (1 + 0,3)} = 7,692 \cdot 10^4 \text{ MPa}$$

$$J = \frac{1}{3} [b \cdot t^3 + h \cdot t^3] = \frac{1}{3} [95 \cdot 10^3 + 195 \cdot 10^3] = 9,667 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$$

$$C_w = \frac{1}{36} [b^3 \cdot t^3 + h^3 \cdot t^3] = \frac{1}{36} [95^3 \cdot 10^3 + 195^3 \cdot 10^3] = 2,298 \cdot 10^8 \text{ mm}^6$$

$$\bar{r}_0^2 = z_0^2 + y_0^2 + \frac{I_z + I_y}{A} = 58,26^2 + 31,12^2 + \frac{1,33 \cdot 10^6 + 1,3 \cdot 10^7}{2920} = 9270,22 \text{ mm}^2$$

**D. Kelangsingan batang/ elemen**

$$\lambda_z = \frac{k_z * \ell_z}{r_z} = \frac{0,8 * 2000}{21,34} = 74,97 < 200 \rightarrow \text{OK}$$

$$\lambda_y = \frac{k_y * \ell_y}{r_y} = \frac{0,8 * 2000}{66,72} = 23,98 < 200 \rightarrow \text{OK}$$

$$\frac{h'}{t} = \frac{200}{10} = 20 > \frac{200}{\sqrt{f_y}} = \frac{200}{\sqrt{240}} = 12,91 \rightarrow \text{Penampang langsing}$$

$$\frac{200}{\sqrt{f_y}} = \frac{200}{\sqrt{240}} = 12,91 < \frac{h'}{t} = 20 < \frac{400}{\sqrt{f_y}} = \frac{400}{\sqrt{240}} = 25,82$$

$$\rightarrow Q_s = 1,340 - 1,7 * 10^{-3} * \frac{h'}{t} * \sqrt{f_y} = 1,340 - 1,7 * 10^{-3} * \frac{200}{10} * \sqrt{240} = 0,813$$

**E. Pemeriksaan tekuk lentur - torsi**

$$\sigma_{ez} = \frac{\pi^2 * E}{\lambda_z^2} = \frac{\pi^2 * 200.000}{74,97^2} = 351,20 \text{ MPa} \quad \left| \quad \sigma_{ey} = \frac{\pi^2 * E}{\lambda_y^2} = \frac{\pi^2 * 200.000}{23,98^2} = 3432,81 \text{ MPa} \right.$$

$$\begin{aligned} \sigma_{ex} &= \left[ \frac{\pi^2 * E * C_w}{(k_x * \ell)^2} + G * J \right] * \frac{1}{A * \bar{r}_0^2} \\ &= \left[ \frac{\pi^2 * 200.000 * 2,298 * 10^8}{(0,8 * 2000)^2} + 7,692 * 10^4 * 9,667 * 10^4 \right] * \frac{1}{2920 * 9270,22} \\ &= 281,25 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Persamaan pangkat tiga untuk menentukan tekuk lentur-torsi:

$$(\sigma_e - \sigma_{ex})(\sigma_e - \sigma_{ey})(\sigma_e - \sigma_{ez}) - \sigma_e^2 (\sigma_e - \sigma_{ey}) \left( \frac{z_0}{\bar{r}_0} \right)^2 - \sigma_e^2 (\sigma_e - \sigma_{ez}) \left( \frac{y_0}{\bar{r}_0} \right)^2 = 0$$

Persamaan tersebut diatas dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\sigma_e^3 - a * \sigma_e^2 + b * \sigma_e - c = 0$$

dimana:

$$a = \frac{\sigma_{ex} + \left( \frac{z_0^2}{\bar{r}_0^2} + H \right) * \sigma_{ez} + \left( \frac{y_0^2}{\bar{r}_0^2} + H \right) * \sigma_{ey}}{H}$$

$$b = \frac{\sigma_{ex} * \sigma_{ez} + \sigma_{ex} * \sigma_{ey} + \sigma_{ez} * \sigma_{ey}}{H}$$

$$c = \frac{\sigma_{ex} * \sigma_{ey} * \sigma_{ez}}{H}$$

$$H = \frac{I_{pc}}{I_{ps}} = \frac{I_y + I_z}{I_y + I_z + A * (y_0^2 + z_0^2)}$$

$$= \frac{1,3 * 10^7 + 1,33 * 10^6}{1,3 * 10^7 + 1,33 * 10^6 + 2920 * (31,12^2 + 58,26^2)} = \frac{1,433 * 10^7}{2,707 * 10^7} = 0,529$$

Akar-akar real persamaan pangkat tiga tersebut dapat ditentukan dengan:

$$\sigma_{e1} = 2S \left[ \cos \left( \frac{\alpha}{3} \right) \right] + \frac{1}{3} a \quad \alpha = \cos^{-1} \left( -\frac{Q}{2T} \right)$$

$$\sigma_{e2} = 2S \left[ \cos \left( \frac{\alpha}{3} + 120^\circ \right) \right] + \frac{1}{3} a \quad R = \frac{1}{3} a^2 - b$$

$$\sigma_{e3} = 2S \left[ \cos \left( \frac{\alpha}{3} + 240^\circ \right) \right] + \frac{1}{3} a \quad Q = \frac{1}{3} a \cdot b - c - \frac{2}{27} a^3$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{3} R} \quad T = \sqrt{\frac{1}{27} R^3}$$

$$a = \frac{281,25 + \left( \frac{58,26^2}{9270,22} + 0,529 \right) * 351,20 + \left( \frac{31,12^2}{9270,22} + 0,529 \right) * 3432,81}{0,529} = 5,236 * 10^3$$

$$b = \frac{281,25 * 351,20 + (281,25 + 351,20) * 3432,81}{0,529} = 4,288 * 10^6$$

$$c = \frac{281,25 * 3432,81 * 351,20}{0,529} = 6,405 * 10^8$$

$$R = \frac{1}{3} a^2 - b = \frac{1}{3} (5,236 * 10^3)^2 - 4,288 * 10^6 = 4,850 * 10^6$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{3} R} = \sqrt{\frac{1}{3} * 4,850 * 10^6} = 1,271 * 10^3$$

$$T = \sqrt{\frac{1}{27} * R^3} = \sqrt{\frac{1}{27} * (4,850 * 10^6)^3} = 2,055 * 10^9$$



$$Q = \frac{1}{3} * 5,236 * 10^3 * 4,288 * 10^6 - 6,405 * 10^8 - \frac{2}{27} * 5,236 * 10^3 = -3,788 * 10^9$$

$$\alpha = \cos^{-1} \left( -\frac{3,788 * 10^9}{2 * 2,055 * 10^9} \right) = 22,831^\circ$$

$$\sigma_{e1} = 2 * 1,271 * 10^3 * \left[ \cos \left( \frac{22,831^\circ}{3} \right) \right] + \frac{1}{3} * 5,236 * 10^3 = 4265,65 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{e2} = 2 * 1,271 * 10^3 * \left[ \cos \left( \frac{22,831^\circ}{3} + 120^\circ \right) \right] + \frac{1}{3} * 5,236 * 10^3 = 193,34 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{e3} = 2 * 1,271 * 10^3 * \left[ \cos \left( \frac{22,831^\circ}{3} + 240^\circ \right) \right] + \frac{1}{3} * 5,236 * 10^3 = 776,63 \text{ MPa}$$

$$\therefore \sigma_e = 193 \text{ MPa}$$

$$\lambda_e = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_e}} = \sqrt{\frac{240}{193}} = 1,11$$

$$\frac{1,2}{\sqrt{Q_s}} = \frac{1,2}{\sqrt{0,813}} = 1,331$$

$$\frac{0,25}{\sqrt{Q_s}} = \frac{0,25}{\sqrt{0,813}} = 0,277$$

$$\begin{aligned} \frac{0,25}{\sqrt{Q_s}} < \lambda_e = 1,11 < \frac{1,2}{\sqrt{Q_s}} &\rightarrow \omega = \frac{1,43}{Q_s} * \left[ \frac{1}{1,6 - 0,67 * \lambda_e * \sqrt{Q_s}} \right] \\ &= \frac{1,43}{0,813} * \left[ \frac{1}{1,6 - 0,67 * 1,11 * \sqrt{0,813}} \right] \\ &= 1,895 \end{aligned}$$

$$P_d = \phi P_n = 0,85 * A_g * \frac{f_y}{\omega} = 0,85 * 2920 * \frac{240}{1,895} \cong 31,4 \text{ ton}$$

#### G. Pemeriksaan tekuk lentur terhadap sumbu lemah

$$P_d = \phi P_n = 0,85 * A_g * \frac{f_y}{\omega_z} = 0,85 * 2920 * \frac{240}{1,596} \cong 37,3 \text{ ton}$$

(Lihat contoh pada Bab Elemen Pelat Tipis.)

#### H. Kesimpulan

$\therefore P_d = 31,4 \text{ ton}$  (mekanisme yang menentukan: tekuk lentur torsi)

Dari contoh tersebut terlihat bahwa untuk penampang langsing tekuk lentur torsi dapat menjadi lebih kritis daripada tekuk lentur terhadap sumbu lemah.

## **Resume**

### *Profil dengan dua sumbu simetri*

Untuk penampang kompak dan tak-kompak ( $\lambda < \lambda_r$ ) dari komponen struktur tekan yang memiliki dua sumbu simetri, termasuk didalamnya adalah profil I dan palang, maka  $Q=1$  dan gejala tekuk torsi tidak perlu diperhatikan. Bila penampangnya langsing ( $\lambda > \lambda_r$ ) maka gejala tekuk torsi harus diperhitungkan menggunakan Pers. (1). Gejala tekuk lentur terhadap sumbu lemah sesuai Bab Komponen Struktur Tekan tetap harus diperhatikan. Tahanan tekannya diambil dari yang menentukan antara tekuk lentur terhadap sumbu lemah dan tekuk torsi.

### *Profil dengan satu sumbu simetri*

Untuk penampang kompak dan tak-kompak ( $\lambda < \lambda_r$ ) dari komponen struktur tekan yang memiliki satu sumbu simetri, termasuk didalamnya adalah profil siku ganda sama kaki dan profil T sama kaki, maka  $Q=1$ ; gejala tekuk lentur torsi diperhitungkan menggunakan Pers. (2). Gejala tekuk lentur terhadap sumbu lemah sesuai Bab Komponen Struktur Tekan tetap harus diperhatikan. Tahanan tekannya diambil dari yang menentukan antara tekuk lentur terhadap sumbu lemah dan tekuk lentur torsi. Bila penampangnya kompak atau tak-kompak maka pengaruh *warping* dapat diabaikan ( $C_w=0$ ).

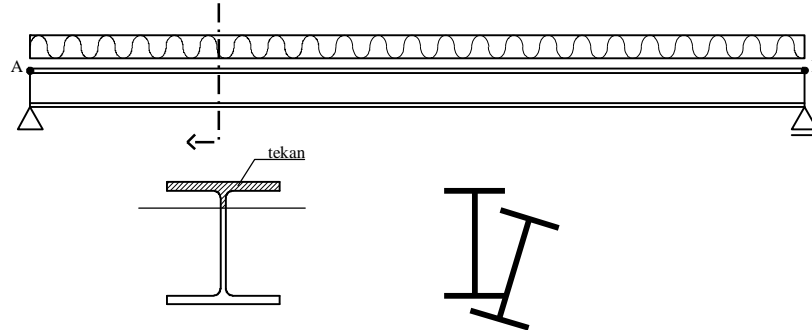
### *Profil tanpa sumbu simetri*

Untuk penampang komponen struktur tekan yang tak memiliki sumbu simetri, termasuk didalamnya adalah profil siku tak sama kaki, profil Z dan profil T tak sama kaki, maka gejala tekuk lentur torsi harus diperhatikan menggunakan Pers. (3). Gejala tekuk lentur terhadap sumbu lemah sesuai Bab Komponen Struktur Tekan tetap harus diperhatikan. Tahanan tekannya diambil dari yang menentukan antara tekuk lentur terhadap sumbu lemah dan tekuk lentur torsi. Bila penampangnya kompak atau tak-kompak maka pengaruh *warping* dapat diabaikan ( $C_w=0$ ).

Secara umum bila pusat berat tidak sama dengan pusat geser maka tiga persamaan diferensial akan saling bergantung yaitu persamaan diferensial tekuk lentur terhadap sumbu lemah – z, persamaan diferensial tekuk lentur terhadap sumbu kuat – y, dan persamaan tekuk torsi terhadap pusat geser.

## TEKUK TORSI LATERAL

Perhatikan gambar balok berikut ini:

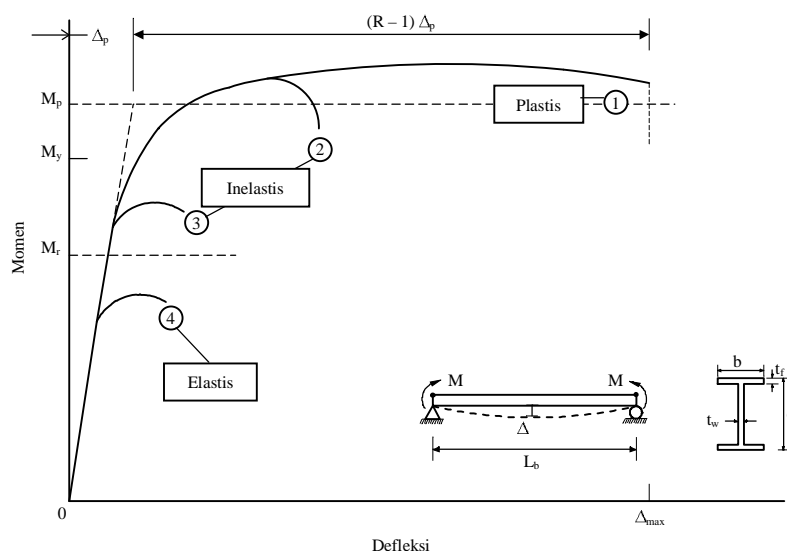


Tinjau suatu balok profil-I yang dibebani terhadap sumbu kuatnya<sup>\*</sup>. Titik-titik pada potongan A & B dikekang dalam arah lateral, dan flens atas dalam keadaan tertekan sehingga berpotensi mengalami tekuk. Karena web memberikan kekangan menerus pada arah vertikal maka kemungkinan terjadinya tekuk flens adalah dalam arah lateral. Namun, karena sisi tarik berada dalam keadaan yang relatif stabil maka proses tekuk lentur dalam arah lateral tersebut akan dibarengi dengan proses torsi sehingga terjadi tekuk torsi lateral.

Secara umum keruntuhan balok disebabkan oleh:

- 1) Tekuk lokal flens akibat tekan
- 2) Tekuk lokal web akibat tekan lentur
- 3) Tekuk torsi lateral

Ketiga penyebab tersebut dapat terjadi pada kondisi elastis ataupun inelastis. Perhatikan Gambar 1 berikut ini:



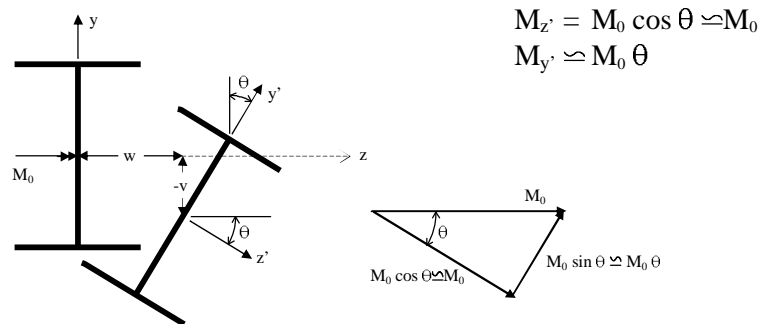
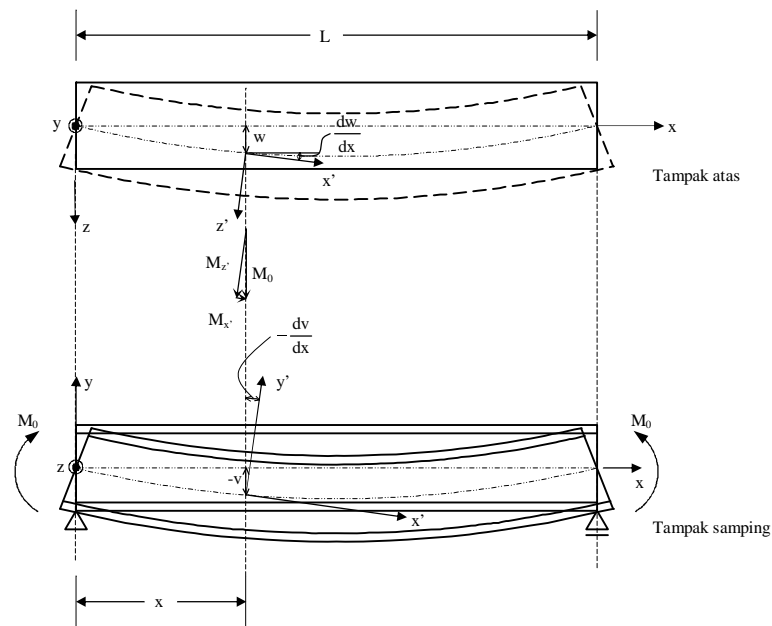
**Gambar1** Suatu balok sederhana berpenampang kompak dibebani momen konstan,  $M$ , dengan bentang tak-terkekang  $L_b$ .

<sup>\*</sup> Tekuk torsi lateral tidak perlu ditinjau bila balok dibebani terhadap sumbu lemah; namun pengaruh kelangsingan penampang tetap harus diperhitungkan.

Bila  $L_b$  cukup kecil,  $L_b \leq L_{pd}$ , maka  $M$  dapat mencapai  $M_p$  dengan deformasi yang besar yang ditunjukkan oleh kapasitas rotasi  $R \Delta_p$  dimana faktor daktilitas  $R \geq 3$ . Hal tersebut digambarkan oleh kurva 1.

Bila  $L_b$  diperbesar  $L_{pd} < L_b < L_p$  maka besar  $M$  dapat mencapai  $M_p$  namun dengan kapasitas rotasi yang lebih kecil,  $R < 3$ . Lihat kurva 2. Bila  $L_p < L_b < L_r$  maka  $M$  hanya dapat mencapai  $M_r = S_x (f_y - f_r) < M_y$  dengan kapasitas rotasi yang terbatas - kurva 3. Bila  $L_b > L_r$  maka  $M < M_r$  dengan kapasitas rotasi yang sangat terbatas – kurva 4.

#### Tekuk torsi lateral elastis ( $L_b \geq L_r$ ).



	x	y	z
x'	1	$\frac{dv}{dx}$	$\frac{dw}{dx}$
y'	$-\frac{dv}{dx}$	1	$\theta$
z'	$-\frac{dw}{dx}$	$-\theta$	1

Dengan anggapan sudut dan perpindahan kecil maka, pada bidang  $x' y'$ .

$$E I_z \frac{1}{\rho_y} = + M_{z'} = M_0 \cos \theta$$

atau

$$E I_z \frac{d^2 v}{dx^2} = M_0$$

pada bidang  $x' z'$ .

$$E I_y \frac{1}{\rho_z} = - M_{y'} = - M_0 \theta$$

atau

$$E I_y \frac{d^2 w}{dx^2} = -M_0 \theta \dots\dots\dots (1)$$

Persamaan untuk torsi pada profil I adalah

$$T_{x'} = GJ \frac{d\theta}{dx} - E C_w \frac{d^3 \theta}{dx^3}$$

yang mana  $T_{x'} = M_{x'} = \frac{dw}{dx} (M_0)$

Jadi  $M_0 \frac{dw}{dx} = GJ \frac{d\theta}{dx} - E C_w \frac{d^3 \theta}{dx^3}$

turunkan:  $M_0 \frac{d^2 w}{dx^2} = GJ \frac{d^2 \theta}{dx^2} - E C_w \frac{d^4 \theta}{dx^4}$

gunakan Pers. (1)

$$\frac{-M_0^2 \theta}{E I_y} = GJ \frac{d^2 \theta}{dx^2} - E C_w \frac{d^4 \theta}{dx^4}$$

sederhanakan diperoleh

$$\frac{d^4 \theta}{dx^4} - \frac{GJ}{E C_w} \frac{d^2 \theta}{dx^2} - \frac{M_0^2}{E^2 I_y C_w} \theta = 0$$

atau

$$\frac{d^4 \theta}{dx^4} - 2\alpha \frac{d^2 \theta}{dx^2} - \beta \theta = 0 \dots\dots\dots (2)$$

dengan  $2\alpha = \frac{GJ}{E C_w}$  dan  $\beta = \frac{M_0^2}{E^2 I_y C_w}$

Persamaan karakteristik dari Pers. (2) adalah

$$r^4 - 2\alpha r^2 - \beta = 0$$

$$r^2 = \alpha \pm \sqrt{\alpha^2 + \beta}$$

$$r = \pm \sqrt{\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 + \beta}}$$

$$\begin{aligned}
r_1 &= \sqrt{\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \beta}} \text{ — riil, positif} \\
r_2 &= \sqrt{\alpha - \sqrt{\alpha^2 + \beta}} = i \sqrt{\sqrt{\alpha^2 + \beta} - \alpha} \text{ imajiner, positif} \\
r_3 &= -\sqrt{\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \beta}} \text{ — riil, negatif} \\
r_4 &= -\sqrt{\alpha - \sqrt{\alpha^2 + \beta}} = -i \sqrt{\sqrt{\alpha^2 + \beta} - \alpha} \text{ , imajiner, negatif}
\end{aligned}$$

dan

$$\theta = A_1 e^{r_1 x} + A_2 e^{r_2 x} + A_3 e^{r_3 x} + A_4 e^{r_4 x}$$

Karena  $\theta$  harmonik maka  $A_1 = A_3 = 0 \Rightarrow \theta = A_2 e^{iqx} + A_4 e^{-iqx}$

dimana  $q = \sqrt{\sqrt{\alpha^2 + \beta} - \alpha}$

$$\begin{aligned}
\theta &= A_2 (\cos qx + i \sin qx) + A_4 (\cos qx - i \sin qx) \\
&= A_5 \cos qx + A_6 \sin qx
\end{aligned}$$

Karena  $\theta = 0$  pada  $x = 0$  dan  $x = L$  maka

$$A_5 = 0 \text{ dan } \sin qL = 0 \rightarrow qL = n\pi$$

untuk  $n = 1 \Rightarrow q = \frac{\pi}{L} = \sqrt{\sqrt{\alpha^2 + \beta} - \alpha}$

dan  $\frac{\pi^2}{L^2} = \sqrt{\alpha^2 + \beta} - \alpha$

$$= \sqrt{\left(\frac{GJ}{2EC_w}\right)^2 + \frac{M_0^2}{E^2 I_y C_w}} - \frac{GJ}{2EC_w}$$

Pada saat  $M_0$  menyebabkan instabilitas maka

$$\begin{aligned}
M_0 &= M_{cr} = \sqrt{\left(\frac{\pi^2}{L^2} + \frac{GJ}{2EC_w}\right)^2 - \left(\frac{GJ}{2EC_w}\right)^2} \sqrt{E^2 I_y C_w} \\
&= E \sqrt{I_y C_w} \sqrt{\frac{\pi^4}{L^4} + \frac{\pi^2}{L^2} \frac{GJ}{EC_w}} \\
M_{cr} &= \frac{\pi}{L} \sqrt{\left(\frac{\pi E}{L}\right)^2 I_y C_w + GJ I_y E}
\end{aligned}$$

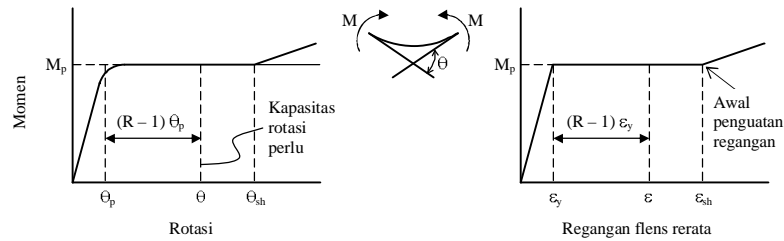
Bila momen yang bekerja tidak konstan maka persamaan diatas menjadi

$$M_{cr} = C_b \frac{\pi}{L} \sqrt{\left(\frac{\pi E}{L}\right)^2 I_y C_w + E I_y GJ}$$

atau  $f_{cr} = C_b \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{L}{i_y}\right)^2} \sqrt{1 + \frac{J}{C_w} \frac{1}{2(1+\nu)} \frac{L^2}{\pi^2}} * (1 \sim 1,5) \quad (\text{buktikan})$

### Tekuk torsi lateral inelastis ( $L_b < L_r$ )

Sekarang perhatikan Gambar 2 berikut ini:



**Gambar 2**

Bila  $L_b < L_r$  pada Gambar 1, maka sebagian serat tekan akan teregang hingga  $\epsilon > \epsilon_y = f_y / E$  dan  $M > M_r$ . Potensi tekuk yang terjadi pada keadaan ini adalah tekuk torsi lateral inelastis. Meskipun kekakuan torsi tidak terlalu terpengaruh oleh tegangan sisa, namun tahanan flens tekan sangat terpengaruh oleh tegangan sisa tersebut. Dalam keadaan ini tahanan momen elastis maksimum  $M_r$  menjadi,

$$M_r = S_x (f_{yf} - f_r)$$

dimana  $S_x$  adalah modulus penampang

$f_{yf}$  adalah kuat leleh flens

$f_r$  adalah tegangan sisa

### Panjang bentang tak terkekang

Bila diharapkan tahanan lentur balok dapat mencapai  $M_p$  dengan kapasitas rotasi yang tidak terlalu besar ( $R \sim 1$ ) maka pada keadaan ini  $M_0 = M_{cr} = M_p$ . Pada situasi ini umumnya pengaruh kekakuan torsi murni dapat diabaikan terhadap pengaruh warping sehingga diperoleh

$$M_0 = M_p = \frac{\pi^2}{L_b^2} E \sqrt{C_w I_y}$$

untuk  $M_p = Z_x f_y$

$$C_w = I_f (d - t_f)^2 / 2 = I_y (d - t_f)^2 / 4$$

dan substitusikan diperoleh

$$\begin{aligned} Z_x f_y &= \frac{\pi^2}{L_b^2} E \sqrt{\frac{I_y^2 (d - t_f)^2}{4}} \\ &= \frac{\pi^2}{L_b^2} E I_y \frac{(d - t_f)}{2} = \frac{\pi^2}{L_b^2} E A i_y^2 \frac{(d - t_f)}{2} \end{aligned}$$

dan 
$$\frac{L_b}{i_y} = \sqrt{\frac{\pi^2 E (d - t_f) A}{2 f_y Z_x}}$$

$$Z_x = b t_f (d - t_f) + t_w \left( \frac{d}{2} - t_f \right)^2$$

$$A = 2 b t_f + t_w (d - 2 t_f)$$

$$\frac{A (d - t_f)}{Z_x} = \frac{[2 b t_f + t_w (d - 2 t_f)] (d - t_f)}{[b t_f (d - t_f) + t_w \left( \frac{d}{2} - t_f \right) \left( \frac{d}{2} - t_f \right)]} = 2 \sim 2,7$$

namun dalam kasus ini diambil  $\frac{A (d - t_f)}{Z_x} = 1,5$  sehingga

$$\frac{L_b}{i_y} = \sqrt{\frac{\pi^2 * 200.000 * 1,5}{2 f_y}} = \frac{1200}{\sqrt{f_y}}$$

Bila dikehendaki suatu kapasitas rotasi yang lebih besar ( $1 < R < 3$ ) maka nilai E pada persamaan diatas direduksi menjadi 42,5% untuk mendapatkan

$$\boxed{\frac{L_p}{i_y} = \frac{790}{\sqrt{f_{yf}}}}$$

Bila diinginkan suatu kapasitas rotasi R yang lebih besar lagi untuk keperluan analisis plastis dimana  $R \geq 3$  maka nilai E direduksi menjadi 25% atau  $60 E/f_y$  (untuk  $f_y = 240$  MPa) sehingga diperoleh

$$\frac{L_{pd}}{i_y} = \sqrt{\frac{\pi^2}{2} 60 \frac{E}{f_y^2} 1,5} = \frac{9500}{f_y} \quad \text{untuk kasus momen konstan.}$$

Untuk kasus dengan momen gradien, percobaan menunjukan bahwa persamaan diatas menjadi

$$\frac{L_{pd}}{i_y} = \frac{25000 + 15000 M_1/M_2}{f_y}$$

dimana  $|M_1/M_2| \leq 1$  adalah negatif untuk kelengkungan tunggal dan positif untuk kelengkungan ganda.

Untuk perencanaan sendi plastis pada daerah gempa besar dimana diperlukan  $R = 7 \sim 9$  maka reduksi E dapat dilakukan menjadi 20% untuk memperoleh  $\frac{L_{ps}}{i_y} = \frac{8500}{f_y}$  untuk kasus momen konstan.



Bila karena sesuatu dan lain hal hanya diperlukan tahanan momen  $M = M_r$  maka hal ini dapat dicapai dengan mengatur panjang tak terkekang  $L_b = L_r$  dengan

$$M_{cr} = M_r = S_x (f_{yf} - f_r) = \frac{\pi}{L_r} \sqrt{\frac{\pi^2 E^2}{L_r^2} I_y C_w + GJ I_y E}$$

$$\text{atau } S_x^2 (f_{yf} - f_r)^2 \frac{L_r^4}{\pi^2} - GJ I_y E L_r^2 - \pi^2 E^2 I_y C_w = 0$$

$$\text{atau } \frac{1}{2} L_r^4 - \frac{GJ I_y E \pi^2}{2 S_x^2 (f_{yf} - f_r)^2} L_r^2 - \frac{\pi^4 E^2 I_y C_w}{2 S_x^2 (f_{yf} - f_r)^2} = 0$$

$$L_r^2 = \frac{GJ I_y E \pi^2}{2 S_x^2 (f_{yf} - f_r)^2} + \sqrt{\left\{ \frac{GJ I_y E \pi^2}{2 S_x^2 (f_{yf} - f_r)^2} \right\}^2 + \frac{\pi^4 E^2 I_y C_w}{S_x^2 (f_{yf} - f_r)^2}}$$

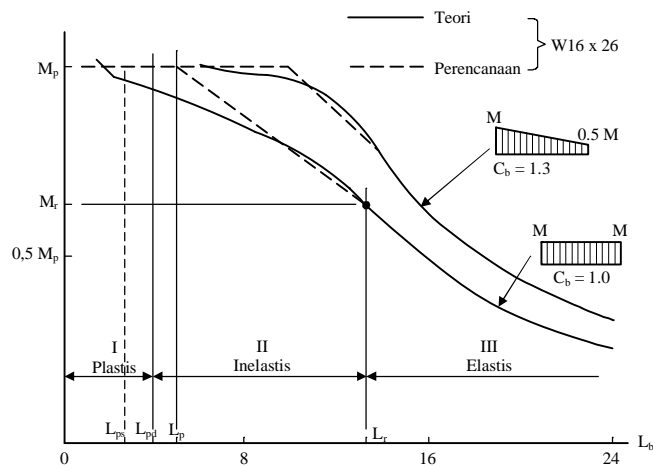
karena  $I_y = A i_y^2$  dan  $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$  maka

$$\left( \frac{L_r}{i_y} \right)^2 = \left[ \frac{\pi E}{2 S_x (f_{yf} - f_r)} \sqrt{\frac{JA}{1+\nu}} \right]^2 \left[ 1 + \sqrt{1 + 4(1+\nu) \frac{C_w}{i_y^2 J} \pi^2 \frac{4 S_x^2 (f_{yf} - f_r)^2 (1+\nu)}{\pi^2 E^2} \frac{1}{JA}} \right]$$

$$\text{atau } \frac{L_r}{i_y} = X_1^* \sqrt{1 + \sqrt{1 + X_2^*}}$$

$$\text{dimana } X_1^* = \frac{\pi E}{2 S_x (f_{yf} - f_r)} \sqrt{\frac{JA}{1+\nu}} ; \quad X_2^* = 4(1+\nu) \frac{C_w}{i_y^2 J} \left( \frac{\pi}{X_1^*} \right)^2.$$

Hubungan antara panjang bentang tak terkekang ( $L_b$ ) terhadap tahanan lentur balok diperlihatkan pada Gambar 3 berikut ini,



**Gambar 3**

### Perencanaan Balok I terhadap Lentur pada Sumbu Kuat (LRFD)

Persyaratan berikut harus dipenuhi

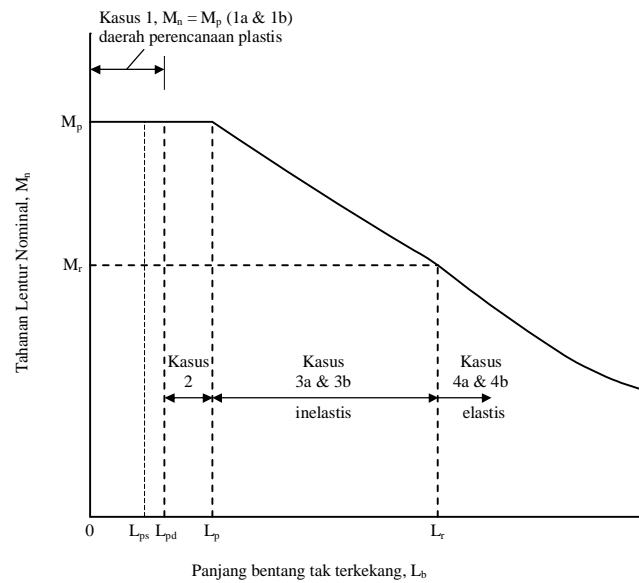
$$\phi_b M_n \geq M_u$$

dimana  $\phi_b = 0,9$

$M_n$  adalah tahanan lentur nominal

$M_u$  adalah momen batas atau terfaktor

Perhatikan Gambar 4 berikut ini,



**Gambar 4**

Kasus 1a ( $L_b \leq L_{ps}$ ):

- $M_n = M_p$
- Kapasitas rotasi  $R = 7 \sim 9$  — sesuai untuk perencanaan gempa
- Penampang harus kompak ( $\lambda < \lambda_p$ )
- Lihat juga ketentuan perencanaan tahan gempa pada peraturan baja yang baru.

$$\frac{L_{ps}}{i_y} = \frac{8500}{f_y}$$

Kasus 1b ( $L_b \leq L_{pd}$ ):

- $M_n = M_p$
- Kapasitas rotasi  $3 \leq R < 7$  — sesuai untuk perencanaan plastis
- Penampang kompak ( $\lambda < \lambda_p$ )

$$\frac{L_{pd}}{i_y} = \frac{25.000 + 15.000 M_1/M_2}{f_y}$$

dimana  $|M_1/M_2| \leq 1$  adalah negatif untuk kelengkungan tunggal, dan positif untuk kelengkungan ganda;  $f_y$  adalah kuat leleh profil (MPa).

Kasus 2 ( $L_{pd} \leq L_b \leq L_p$ ):

- $M_n = M_p$
- Kapasitas rotasi  $1 < R < 3$  — sesuai untuk perencanaan umum
- Penampang kompak ( $\lambda < \lambda_p$ )

$$\frac{L_p}{i_y} = \frac{790}{\sqrt{f_{yf}}}$$

dimana  $f_{yf}$  adalah kuat leleh flens (MPa).

Kasus 3a ( $L_p \leq L_b \leq L_r$ ):

- $M_r \leq M_n < M_p$
- Kapasitas rotasi sangat terbatas,  $R < 1$
- Penampang kompak ( $\lambda < \lambda_p$ )

$$M_n = C_b \left[ \frac{L_r - L_b}{L_r - L_p} M_p + \frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} M_r \right] < M_p$$

dimana

$$C_b = \frac{12,5 M_{\max}}{2,5 M_{\max} + 3 M_A + 4 M_B + 3 M_C}$$

dan

$$\frac{L_r}{i_y} = X_1^* \sqrt{1 + \sqrt{1 + X_2^*}}$$

$$X_1^* = \frac{315.000}{S_x (f_{yf} - f_r)} \sqrt{\frac{JA}{1 + \nu}}; \quad X_2^* = 4(1 + \nu) \frac{C_w}{i_y^2 J} \left( \frac{\pi}{X_1^*} \right)^2$$

dan

$$M_r = S_x (f_{yf} - f_r)$$

$C_b$  adalah faktor modifikasi momen gradien sepanjang bentang tak-terkekang yang ditinjau

$M_A$  adalah momen pada  $\frac{1}{4}$  bentang tak-terkekang

$M_B$  adalah momen pada  $\frac{1}{2}$  bentang tak-terkekang

$M_C$  adalah momen pada  $\frac{3}{4}$  bentang tak-terkekang

$M_{\max}$  adalah momen maximum pada bentang tak-terkekang yang ditinjau

$S_x$  adalah modulus penampang

$f_{yf}$  adalah kuat leleh flens

$f_r$  adalah tegangan sisa =  $\begin{cases} 70 \text{ MPa untuk profil gilas} \\ 115 \text{ MPa untuk profil las} \end{cases}$

J adalah konstanta torsi,  $J = \sum \frac{1}{3} b t^3$

$\nu$  adalah konstanta Poisson

$C_w$  adalah konstanta warping, [profil-I:  $C_w = I_f \frac{(d - t_f)^2}{2} = \frac{1}{24} t_f b^3 (d - t_f)^2$ ]

A adalah luas penampang profil-I,

$I_y$  adalah momen inersia dua flens profil-I terhadap sumbu-y,

$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}$  adalah jari-jari giras terhadap sumbu-y.

Kasus 3b ( $L_p < L_b < L_r$ ):

- $M_r \leq M_n < M_p$
- Kapasitas rotasi sangat terbatas,  $R < 1$
- Penampang tak kompak ( $\lambda_p < \lambda < \lambda_r$ )

$$M_{n1} = \frac{\lambda_r - \lambda}{\lambda_r - \lambda_p} M_p + \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} M_r < M_p$$

$$M_{n2} = C_b \left[ \frac{L_r - L_b}{L_r - L_p} M_p + \frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} M_r \right] < M_p$$

$$M_n = \min \{M_{n1}, M_{n2}\}$$

Kasus 4a ( $L_b > L_r$ ):

- $M_n < M_r$
- Penampang tak kompak ( $\lambda_p < \lambda < \lambda_r$ )

$$M_n = C_b \frac{\pi}{L_b} \sqrt{\left( \frac{\pi E}{L_b} \right)^2 I_y C_w + E I_y GJ}$$

Kasus 4b ( $L_b > L_r$ ):

- $M_n < M_r$
- Penampang langsing ( $\lambda > \lambda_r$ )

Lihat topik balok pelat berdinding penuh.

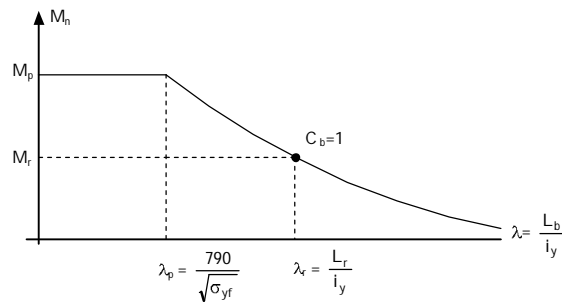
Perencanaan bresing

Bresing direncanakan terhadap gaya axial sebesar  $N = 0,02 P$  dimana P adalah gaya axial yang bekerja pada komponen struktur tekan yang dikekang.

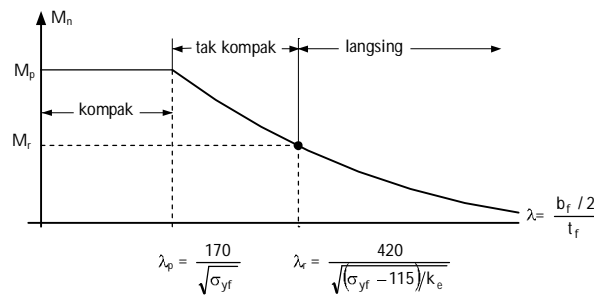
## Balok Pelat Berdinding Penuh

Struktur balok pelat berdinding penuh pada kasus tertentu dapat memberikan efisiensi yang lebih baik dan untuk bentang antara 20 ~ 50 meter dapat menjadi lebih ekonomis.

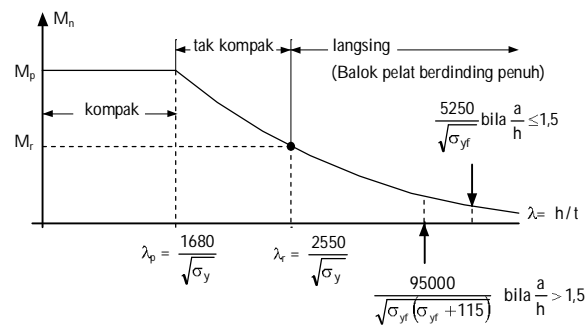
- 1) Keadaan batas tekuk torsi lateral (penampang kompak).



- 2) Keadaan batas tekuk lokal flens



- 3) Keadaan batas tekuk lokal web



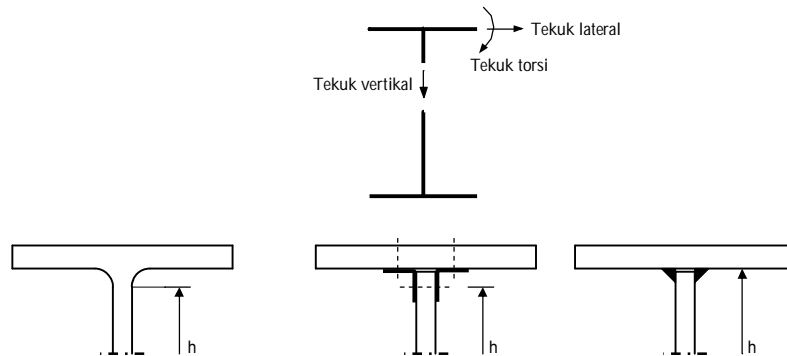
Tahanan lentur dan geser balok pelat berdinding penuh sangat bergantung pada pelat web. Pelat web yang terlalu langsing dapat bermasalah:

- 1) Tekuk lentur pada web akan mengurangi tahanan lentur elastis penampang;
- 2) Tekuk lokal flens pada arah vertikal;
- 3) Tekuk web karena geser.

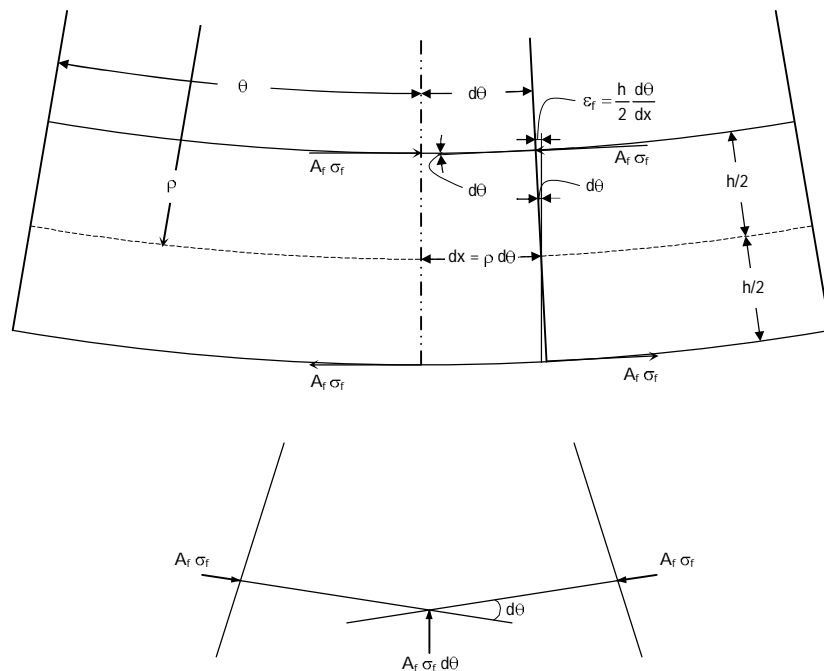
Pada balok pelat berdingding penuh umumnya dijumpai pengaku vertikal untuk meningkatkan tahanan geser pelat web.

### Tekuk Vertikal Pelat Flens

Batas kelangsingan maximum pelat web dimaksudkan untuk beberapa tujuan yaitu menghambat tekuk vertikal dan tekuk torsi pelat flens.



Analisis tekuk vertikal dilakukan sebagai berikut:

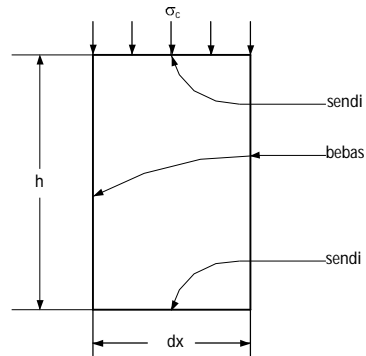


Tegangan vertikal akibat gaya flens adalah

$$\sigma_c = \frac{A_f \sigma_f d\theta}{dx t_w} = \frac{A_f \sigma_f}{t_w} \frac{2\varepsilon_f}{h}$$

Persamaan kuat kritis pada pelat tipis adalah

$$\sigma_{cr} = \frac{k \pi^2 E}{12 (1 - \nu^2) (h/t_w)^2}$$



Untuk kasus seperti sketsa diatas  $k = 1$ , dan dari  $\sigma_c = \sigma_{cr}$  diperoleh

$$\frac{2A_f \sigma_f \epsilon_f}{h t_w} = \frac{\pi^2 E}{12 (1 - \nu^2) (h/t_w)^2}$$

atau

$$\frac{h}{t_w} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{24 (1 - \nu^2)} \frac{A_w}{A_f} \frac{1}{\sigma_f \epsilon_f}}$$

dimana  $A_w = h t_w$

Bila pada pelat flens diperhitungkan adanya tegangan sisa  $\sigma_r$  dan  $\sigma_f = \sigma_{yf}$  maka

$$\epsilon_f = (\sigma_r + \sigma_{yf})/E$$

sehingga 
$$\frac{h}{t_w} = \sqrt{\frac{\pi^2 E^2 A_w}{24 (1 - \nu^2) A_f \sigma_{yf} (\sigma_{yf} + \sigma_r)}}$$

bila  $A_w/A_f = 0,5$  dan  $\sigma_r = 115$  MPa maka

$$\frac{h}{t_w} = \frac{95000}{\sqrt{\sigma_{yf} (\sigma_{yf} + 115)}} \dots\dots\dots (1)$$

Persamaan (1) dikembangkan untuk web tanpa pengaku vertikal.

### **Nilai maximum $h/t_w$ – LRFD**

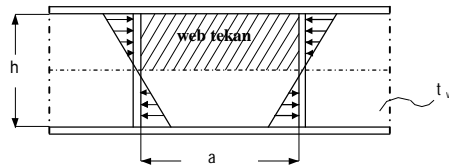
Pada peraturan Persamaan (1) menjadi

$$\frac{h}{t_w} = \frac{95000}{\sqrt{\sigma_{yf} (\sigma_{yf} + 115)}} \text{ untuk } \frac{a}{h} > 1,5$$

dan  $\frac{h}{t_w} = \frac{5250}{\sqrt{\sigma_{yf}}}$  untuk  $\frac{a}{h} \leq 1,5$

### Tekuk Lentur Web

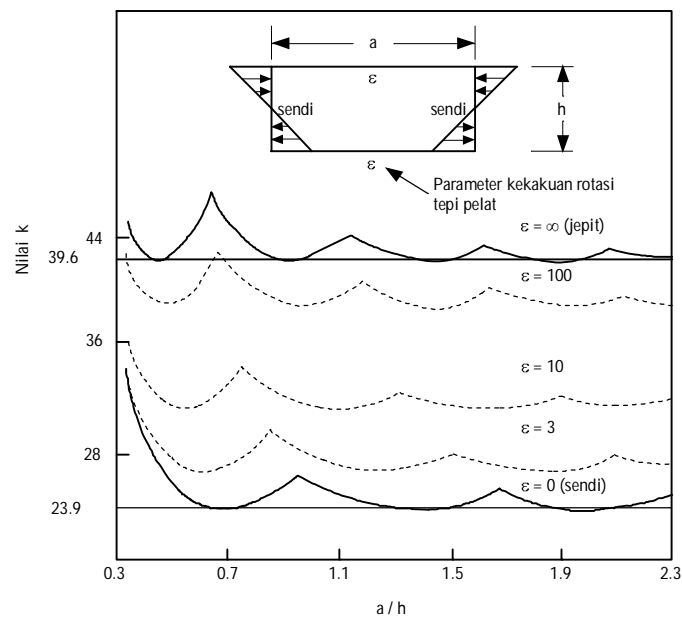
Pada saat balok pelat berdingding penuh memikul lentur maka bagian pelat web yang dekat dengan flens tekan cenderung mengalami tekuk seperti skema dibawah ini.



Persamaan stabilitas pelat adalah

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 k E}{12(1-\nu^2)(h/t_w)^2}$$

dengan k dijelaskan pada gambar berikut



Jadi dengan  $E = 200 \text{ GPa}$  dan  $\nu = 0,3$  maka

$$\sigma_{cr} = \frac{4.320.000}{(h/t_w)^2} \text{ untuk } k = 23,9 \text{ (sendi-sendu)}$$

dan  $\sigma_{cr} = \frac{7.158.000}{(h/t_w)^2}$  untuk  $k = 39,6$  (jepit-jepit)

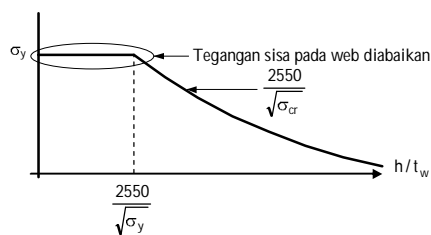


Karena kondisi jepitan pelat web sangat bervariasi dari kasus-ke-kasus dan kondisi jepit ini hampir sungguh-sungguh terjadi pada pelat web yang dilas terhadap flens maka umumnya diambil kondisi 90% kearah jepitan,

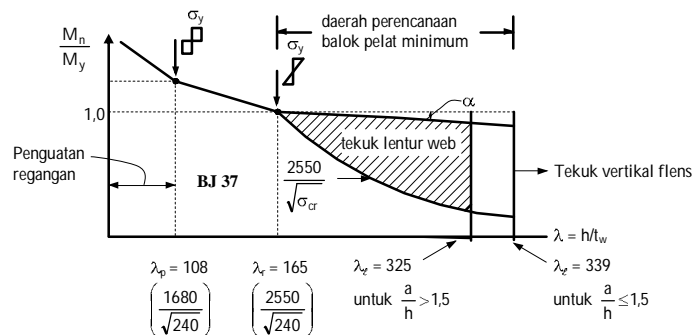
$$\sigma_{cr} = \frac{6.450.000}{(h/t_w)^2}$$

atau agar tekuk lentur pada web dapat dihindari maka

$$\frac{h}{t_w} \leq \sqrt{\frac{6.450.000}{\sigma_{cr}}} = \frac{2550}{\sqrt{\sigma_{cr}}}$$



Bila pengaruh tekuk torsi lateral dan tekuk lokal flens tidak ditinjau, dan hanya memperhatikan kelangsingan web saja maka hubungan  $M_n/M_y$  versus  $\lambda = h/t_w$  untuk BJ 37 diperlihatkan secara skematis berikut ini,



Bila pengaruh tekuk lentur web diperhitungkan dalam menghitung tahanan lentur balok pelat maka

$$\frac{M_n}{M_y} = 1 - \alpha (\lambda - \lambda_r) \quad \lambda_r < \lambda < \lambda_e$$

Dari eksperimen dapat ditunjukkan bahwa

$$\alpha = \frac{a_r}{1200 + 300 a_r}$$

dimana 
$$a_r = \frac{A_w}{A_{fc}} \leq 10$$

$$\lambda_r = \frac{2550}{\sqrt{\sigma_y}}$$

$$\lambda = \frac{h}{t_w}$$

$$\lambda_\ell = \begin{cases} \frac{5250}{\sqrt{\sigma_{yf}}} & \text{bila } \frac{a}{h} \leq 1,5 \\ \frac{95000}{\sqrt{\sigma_{yf} (\sigma_{yf} + 115)}} & \text{bila } \frac{a}{h} > 1,5 \end{cases}$$

$$M_y = S_x \sigma_y$$

Sehingga diperoleh,

$$M_n = S_x \sigma_y \left[ 1 - \frac{a_r}{1200 + 300 a_r} \left( \frac{h}{t_w} - \frac{2550}{\sqrt{\sigma_{yf}}} \right) \right]$$

Persamaan tersebut berlaku tanpa mempertimbangkan tekuk torsi lateral dan tekuk lokal flens. Bila hal tersebut diperhitungkan maka kuat leleh harus diganti dengan kuat kritis akibat pengaruh tekuk torsi lateral dan tekuk lokal flens, sehingga didapat

$$M_n = S_x \sigma_{cr} \left[ 1 - \frac{a_r}{1200 + 300 a_r} \left( \frac{h}{t_w} - \frac{2550}{\sqrt{\sigma_{yf}}} \right) \right]$$

$$= S_x \sigma_{cr} R_{PG}$$

dimana

$\sigma_{cr}$  ditentukan dengan memperhatikan pengaruh tekuk torsi lateral dan tekuk lokal flens tekan.

$$R_{PG} = 1 - \frac{a_r}{1200 + 300 a_r} \left( \frac{h}{t_w} - \frac{2550}{\sqrt{\sigma_{yf}}} \right) \leq 1,0$$

$$a_r = \frac{A_w}{A_{fc}} \leq 10$$

Jadi dengan adanya pengaruh tekuk lentur pada web, tahanan lentur balok pelat sama dengan kuat kritisnya dikalikan modulus penampang terkoreksi akibat tekuk lentur pada web. Pada balok pelat hibrida dimana pada umumnya kuat leleh web lebih rendah daripada kuat leleh flens maka faktor koreksi akibat perbedaan kuat leleh tersebut diperhitungkan dalam perhitungan tahanan lentur balok pelat, sehingga

$$M_n = S_x \sigma_{cr} R_{PG} R_e$$

dimana  $0 \leq R_e = \frac{12 + a_r (3m - m^3)}{12 + 2 a_r} \leq 1,0$  . Untuk balok homogen  $R_e = 1$ .

$$m = \frac{\sigma_{yw}}{\sigma_{yfc}}$$

### **Tahanan Geser Pelat Web**

Tegangan normal kritis untuk pelat tipis ditentukan oleh persamaan berikut ini:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 k E}{12(1 - \nu^2)(b/t)^2}$$

Persamaan tersebut untuk tegangan geser pada balok pelat menjadi

$$\tau_{cr} = \frac{\pi^2 k_v E}{12(1 - \nu^2)(h/t)^2} \dots\dots\dots (2)$$

dengan  $k_v = 5 + \frac{5}{(a/h)^2}$  .

Namakan  $C_v = \tau_{cr}/\tau_{yw}$  maka Persamaan (2) menjadi

$$C_v = \frac{\tau_{cr}}{\tau_{yw}} = \frac{\pi^2 k_v E}{12(1 - \nu^2)(h/t)^2 \tau_{yw}}$$

Dengan  $E = 200 \text{ GPa}$  ,  $\nu = 0,3$  dan  $\tau_{yw} = 0,6 \sigma_{yw}$

diperoleh  $C_v = \frac{304.000 k_v}{(h/t_w)^2 \sigma_{yw}}$

Persamaan tersebut diatas berlaku untuk daerah tekuk elastis.

Untuk daerah tekuk inelastis, tegangan kritis dinyatakan sebagai

$$\tau_{cr,inel} = \sqrt{\tau_{batas\,proporsional} \tau_{cr,el}}$$

Tegangan geser batas proporsional diambil sebesar  $0,8 \tau_{yw}$  dan  $\tau_{cr,el} = C_{v,el} \tau_{yw}$

sehingga

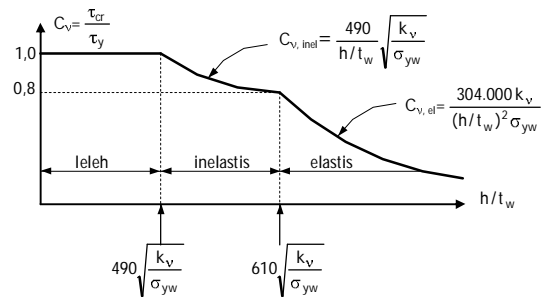
$$\begin{aligned} \frac{\tau_{cr,inel}}{\tau_{yw}} &= C_{v,inel} = \sqrt{0,8 C_{v,el}} \\ &= \sqrt{0,8 \frac{304.000 k_v}{(h/t_w)^2 \sigma_{yw}}} \\ &= \frac{490}{h/t_w} \sqrt{\frac{k_v}{\sigma_{yw}}} \end{aligned}$$

Untuk  $\tau_{cr} = \tau_y$  maka  $C_{v, inel} = 1$  dan diperoleh

$$\frac{h}{t_w} = 490 \sqrt{\frac{k_v}{\sigma_{yw}}}$$

Untuk  $\tau_{cr} = 0,8 \tau_y$  maka  $C_{v, inel} = C_{v, el} = 0,8$  dan diperoleh

$$\frac{h}{t_w} = 610 \sqrt{\frac{k_v}{\sigma_{yw}}}$$



Sehingga tahanan geser nominal menjadi

$$\begin{aligned} V_n &= \tau_{cr} A_w = \frac{\tau_{cr}}{\tau_y} \tau_y A_w \\ &= C_v \tau_y A_w = C_v (0,6 \sigma_{yw}) A_w \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{dan } V_d &= \phi_v V_n = 0,9 [C_v (0,6 \sigma_{yw}) A_w] \\ &= 0,54 C_v \sigma_{yw} A_w \end{aligned}$$

dengan

$$C_v = 1 \quad \text{bila} \quad \frac{h}{t_w} < 490 \sqrt{\frac{k_v}{\sigma_{yw}}} \quad (\text{web leleh})$$

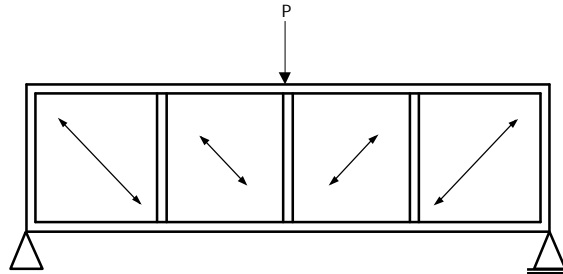
$$C_v = \frac{490}{h/t_w} \sqrt{\frac{k_v}{\sigma_{yw}}} \quad \text{bila} \quad 490 \sqrt{\frac{k_v}{\sigma_{yw}}} \leq \frac{h}{t_w} \leq 610 \sqrt{\frac{k_v}{\sigma_{yw}}} \quad (\text{tekuk web inelastis})$$

$$C_v = \frac{304.000 k_v}{(h/t_w)^2 \sigma_{yw}} \quad \text{bila} \quad \frac{h}{t_w} > 610 \sqrt{\frac{k_v}{\sigma_{yw}}} \quad (\text{tekuk web elastis})$$

Catatan: Bila  $\frac{h}{t_w} > 260$  maka pengaku vertikal harus senantiasa terpasang.

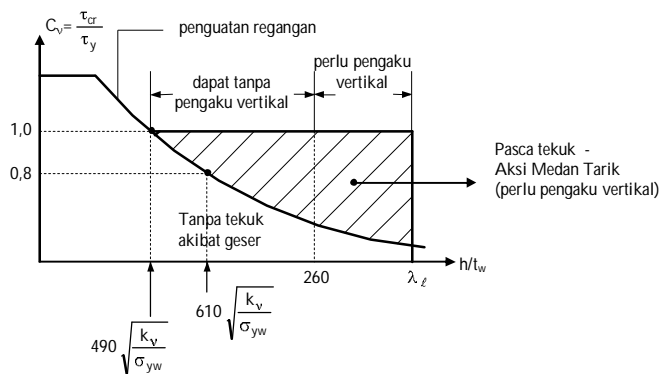
### Tahanan Geser Nominal termasuk Aksi Medan Tarik

Suatu balok pelat berdingding penuh dapat mengalami tekuk akibat geser. Tahanan pasca tekuk dapat diperoleh dari mekanisme rangka batang yang digambarkan sebagai berikut:



Mekanisme rangka batang tersebut yang terjadi pada pasca tekuk dinamakan aksi medan tarik (tension-field action) karena tarikan-tarikan dipikul oleh pelat web sedangkan tekanan-tekanan dipikul oleh pengaku vertikal.

Kurva  $C_v$  vs  $h/t_w$  dengan memperhatikan tahanan pasca tekuk adalah sebagai berikut:

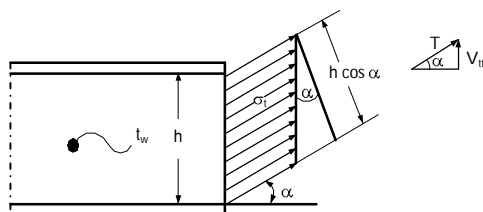


Tahanan geser  $V_n$  yang disumbangkan oleh tahanan tekuk,  $V_{cr}$ , dan tahanan medan tarik,  $V_{tf}$ , adalah sebagai berikut:

$$V_n = V_{cr} + V_{tf}$$

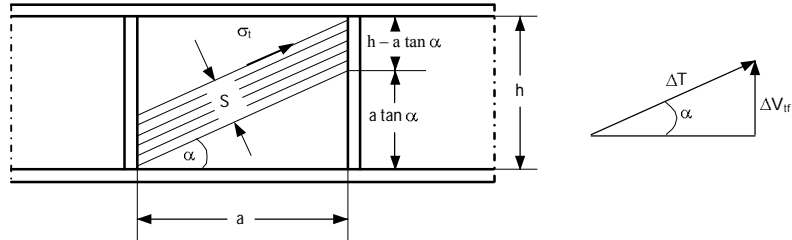
dimana  $V_{cr} = C_v \tau_y A_w$  sedangkan  $V_{tf}$  didapat berikut ini.

### Arah Optimum Aksi Medan Tarik



$$V_{tf} = T \sin \alpha$$

$$T = \sigma_t t_w h \cos \alpha$$



$$S = (h - a \tan \alpha) \cos \alpha$$

$$= h \cos \alpha - a \sin \alpha$$

$$\Delta T = \sigma_t t_w S$$

$$\Delta V_{tf} = \Delta T \sin \alpha = \sigma_t t_w S \sin \alpha$$

$$= \sigma_t t_w \sin \alpha (h \cos \alpha - a \sin \alpha)$$

$$= \sigma_t t_w \left( \frac{h}{2} \sin 2\alpha - a \sin^2 \alpha \right)$$

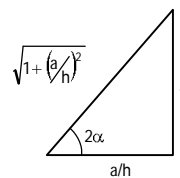
Bila diberikan h dan a maka sudut  $\alpha$  akan menjadi demikian sehingga  $\Delta V_{tf}$  maximum atau

$$\frac{d \Delta V_{tf}}{d \alpha} = 0 = h \cos 2\alpha - 2a \sin \alpha \cos \alpha$$

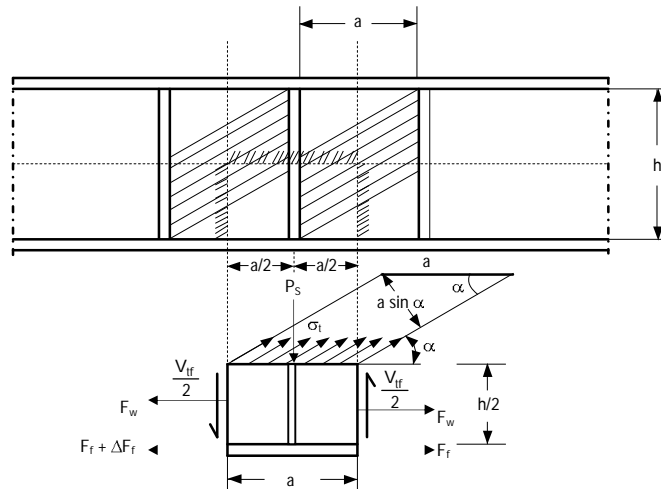
$$= h \cos 2\alpha - a \sin 2\alpha$$

atau  $\tan 2\alpha = \frac{h}{a} = \frac{1}{a/h}$

$$\sin 2\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + (a/h)^2}}$$



$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{a/h}{\sqrt{1 + (a/h)^2}} \right)$$



Kesetimbangan horizontal memberikan

$$\begin{aligned}\Delta F_f &= \sigma_t t_w a \sin \alpha \cos \alpha \\ &= \frac{1}{2} \sigma_t t_w a \sin 2\alpha\end{aligned}$$

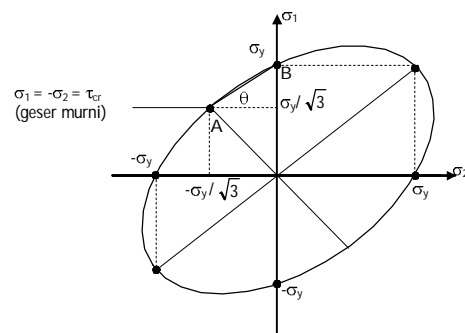
Dari kesetimbangan momen diperoleh

$$\Delta F_f \frac{h}{2} - \frac{V_{tf}}{2} a = 0$$

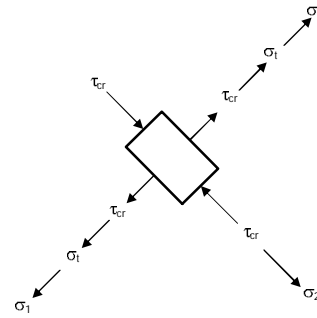
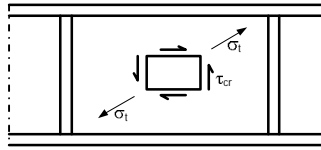
$$\begin{aligned}\text{atau } V_{tf} &= \Delta F_f \frac{h}{a} \\ &= \frac{1}{2} \sigma_t h t_w \sin 2\alpha \\ &= \frac{1}{2} \sigma_t h t_w \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{a}{h}\right)^2}}\end{aligned}$$

Teori keruntuhan berdasarkan energi distorsi memberikan (untuk kasus dua dimensi):

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2 = \sigma_y^2 \dots\dots\dots (3)$$



$$\begin{aligned}\tan \theta &= \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}}{\frac{1}{\sqrt{3}}} \\ &= \sqrt{3} - 1\end{aligned}$$



$$\therefore \sigma_1 = \sigma_t + \tau_{cr}$$

$$\sigma_2 = -\tau_{cr}$$

Persamaan (3) pada segmen AB dapat didekati sebagai berikut:

$$\sigma_1 = \sigma_y + (\sqrt{3} - 1)\sigma_2$$

$$\text{atau } \sigma_t + \tau_{cr} = \sigma_y - (\sqrt{3} - 1)\tau_{cr}$$

$$\sigma_t = \sigma_y - \sqrt{3} \tau_{cr}$$

$$\text{maka } \frac{\sigma_t}{\sigma_y} = 1 - (\sqrt{3}) \frac{\tau_{cr}}{\sigma_y} = 1 - \frac{\tau_{cr}}{\tau_y} = 1 - C_v$$

$$\text{dan } \sigma_t = (1 - C_v)\sigma_y$$

dan tahanan aksi medan tarik menjadi,

$$V_{tf} = \frac{1}{2} \sigma_t h t_w \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{a}{h}\right)^2}}$$

$$= \frac{1}{2} (1 - C_v) \sigma_{yw} h t_w \frac{1}{\sqrt{1 + (a/h)^2}}$$

dan tahanan geser nominal,  $V_n$ , menjadi

$$V_n = V_{cr} + V_{tf}$$

$$= C_v \tau_y A_w + \frac{1}{2} (1 - C_v) \sigma_{yw} A_w \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{a}{h}\right)^2}}$$

$$= \tau_y A_w \left[ C_v + \frac{\sqrt{3} (1 - C_v)}{2 \sqrt{1 + \left(\frac{a}{h}\right)^2}} \right]$$

$$V_n = 0,6 \sigma_{yw} A_w \left( C_v + \frac{1 - C_v}{1,15 \sqrt{1 + \left(\frac{a}{h}\right)^2}} \right)$$



Gaya pada pengaku vertikal menjadi

$$P_s = \sigma_t t_w a \frac{\sin \alpha \sin \alpha}{\sin^2 \alpha}$$

$$= (1 - C_v) \sigma_{yw} t_w a \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{a/h}{\sqrt{1 + (a/h)^2}} \right]$$

bila  $a/h$  dianggap 1 maka

$$P_s = 0,15 \sigma_{yw} (1 - C_v) a t_w$$

dan luas pengaku vertikal  $A_{st}$

$$A_{st} = \frac{P_s}{\sigma_{yst}} = \frac{0,15 \sigma_{yw} (1 - C_v) a t_w}{\sigma_{yst}}$$

di peraturan di syartkan

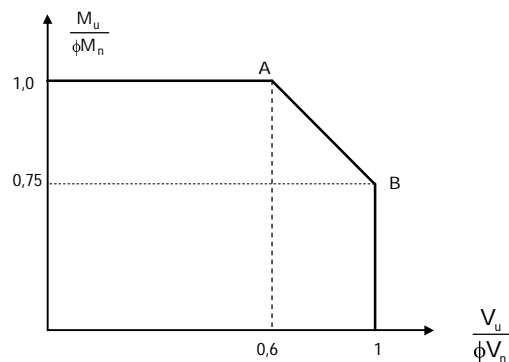
$$A_{st} \geq \frac{\sigma_{yw}}{\sigma_{yst}} \left[ 0,15 D h t_w (1 - C_v) \frac{V_u}{\phi_v V_n} - 18 t_w^2 \right] \geq 0$$

dimana:  $\sigma_{yst}$  adalah kuat leleh pengaku vertikal

$$D = \begin{cases} 1 & \text{untuk sepasang pengaku vertikal} \\ 1,8 & \text{untuk satu pengaku vertikal siku} \\ 2,4 & \text{untuk satu pengaku vertikal pelat} \end{cases}$$

### **Persamaan Interaksi Geser – Lentur**

Bila balok pelat ber dinding penuh direncanakan memikul geser dengan memperhitungkan pengaruh aksi medan tarik maka persamaan interaksi geser-lentur harus dipenuhi.



Persamaan garis AB adalah

$$\frac{M_u}{\phi M_n} = -\frac{0,25}{0,4} \frac{V_u}{\phi V_n} + 1,375$$

atau 
$$\frac{M_u}{\phi M_n} + 0,625 \frac{V_u}{\phi V_n} = 1,375$$

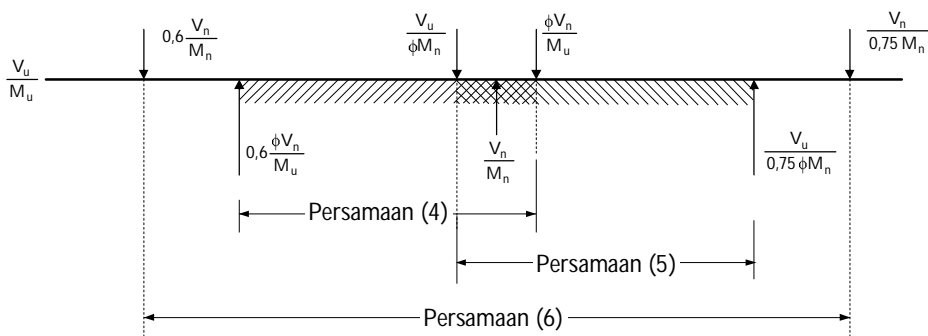
Jadi bila 
$$0,6 < \frac{V_u}{\phi V_n} < 1$$

dan 
$$0,75 < \frac{M_u}{\phi M_n} < 1$$

atau 
$$0,6 \frac{\phi V_n}{M_u} < \frac{V_u}{M_u} < \frac{\phi V_n}{M_u} \dots\dots\dots (4)$$

dan 
$$\frac{0,75 \phi M_n}{V_u} < \frac{M_u}{V_u} < \frac{\phi M_n}{V_u}$$

$$\frac{V_u}{\phi M_n} < \frac{V_u}{M_u} < \frac{V_u}{0,75 \phi M_n} \dots\dots\dots (5)$$



atau bila 
$$0,6 \frac{V_n}{M_n} \leq \frac{V_u}{M_u} \leq \frac{V_n}{0,75 M_n} \dots\dots\dots (6)$$

maka persamaan interaksi geser-lentur berikut harus dipenuhi,

$$\frac{M_u}{\phi M_n} + 0,625 \frac{V_u}{\phi V_n} \leq 1,375$$

dimana  $\phi = 0,9$

$M_n$  &  $V_n$  masing-masing adalah tahanan lentur dan geser nominal balok pelat berdingding penuh.

$M_u$  &  $V_u$  masing-masing adalah momen dan geser terfaktor yang bekerja pada balok pelat berdingding penuh.

Bila Persamaan (6) tidak terjadi maka

$$M_u \leq \phi M_n$$

dan  $V_u \leq \phi V_n$

### **Balok Biasa**

Suatu balok pelat akan menjadi balok biasa bila pengaku vertikalnya dihapuskan.

Penghapusan tersebut dilakukan bila  $h/t_w \leq 260$  dan bila persyaratan berikut dipenuhi.

Dalam kasus tanpa pengaku vertikal nilai  $k_v = 5$ .

1. Rezim penguatan regangan

$$\frac{h}{t_w} \leq 490 \sqrt{\frac{k_v}{\sigma_{yw}}} = \frac{1100}{\sqrt{\sigma_{yw}}}$$

dan tahanan geser nominal menjadi ( $C_v = 1$ )

$$V_n = 0,6 \sigma_{yw} A_w$$

2. Rezim tekuk geser inelastis

$$\frac{1100}{\sqrt{\sigma_{yw}}} \leq \frac{h}{t_w} \leq \frac{1380}{\sqrt{\sigma_{yw}}}$$

$$V_n = 0,6 \sigma_{yw} A_w C_v$$

$$C_v = \frac{1100}{h/t_w \sqrt{\sigma_{yw}}}$$

3. Rezim tekuk geser elastis

$$260 > \frac{h}{t_w} > \frac{1380}{\sqrt{\sigma_{yw}}}$$

$$V_n = 0,6 \sigma_{yw} A_w C_v$$

$$C_v = \frac{1.520.000}{\left(\frac{h}{t_w}\right)^2 \sigma_{yw}}$$

Bila  $h/t_w > 260$  harus selalu digunakan pengaku vertikal.

Jadi pengaku vertikal tidak diperlukan bila,

$$1) \frac{h}{t_w} \leq 260$$

dan  $2) V_n \leq 0,6 \sigma_{yw} A_w C_v$

### Persyaratan Aksi Medan Tarik

Bila  $\frac{h}{t_w} > 260$  harus selalu digunakan pengaku vertikal,

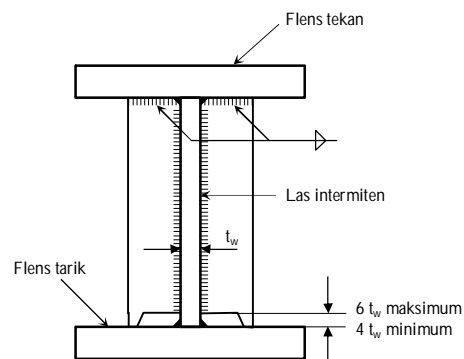
dan bila  $\frac{V_u}{\phi} > C_v (0,6 \sigma_{yw}) A_w$  maka diperlukan sumbangan dari aksi medan tarik sehingga juga diperlukan pengaku vertikal, dan

$$\frac{V_u}{\phi} \leq 0,6 \sigma_{yw} A_w \left[ C_v + \frac{1 - C_v}{1,15 \sqrt{1 + \left( \frac{a}{h} \right)^2}} \right]$$

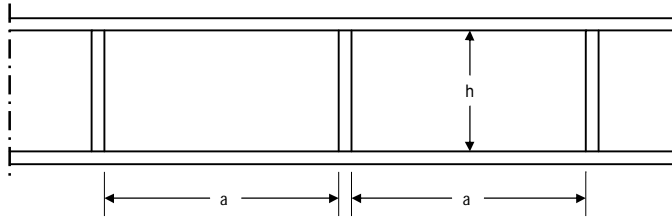
Aksi medan tarik hanya boleh dipertimbangkan bila  $\frac{a}{h} \leq \min \left\{ \left( \frac{260}{h/t_w} \right)^2, 3 \right\}$ . Bila

persyaratan tersebut tidak dipenuhi maka nilai  $C_v$  dihitung dengan  $k_v = 5 + \frac{5}{(a/h)^2}$ ; bila

$(a/h) > 3$  maka  $k_v = 5$ . Aksi medan tarik tidak boleh digunakan pada panel ujung atau panel yang berdekatan dengan panel berlubang, semua pada panel balok hibrida, panel pada *web-tapered*. Tahanan geser dihitung sebagai  $V_n = C_v (0,6 \sigma_{yw}) A_w$ .



### Perencanaan Balok Pelat Berdinding Penuh



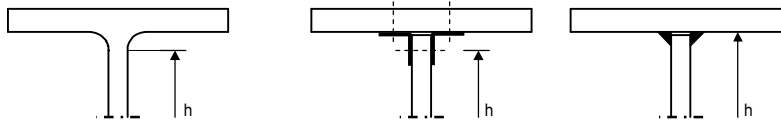
a) Bila  $\frac{a}{h} \leq 1,5$  maka  $\frac{h}{t_w} \leq \frac{5250}{\sqrt{\sigma_{yf}}}$

b) Bila  $\frac{a}{h} > 1,5$  maka  $\frac{h}{t_w} \leq \frac{95.000}{\sqrt{\sigma_{yf} (\sigma_{yf} + 115)}}$

dimana:

a adalah jarak bersih antar pengaku vertikal

h adalah jarak bersih seperti ditunjukkan sketsa berikut



$\sigma_{yf}$  adalah kuat leleh pelat sayap

Pada balok tanpa pengaku vertikal,  $\frac{h}{t_w} \leq 260$

### Tahanan Lentur Rencana

Parameter kelangsingan

a) Tekuk torsi – lateral

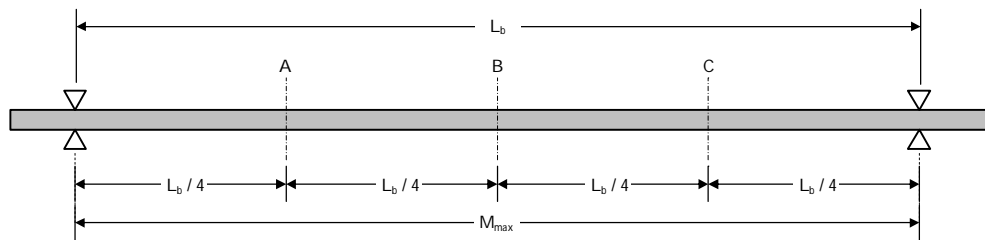
$$\lambda = \frac{L_b}{r_T}$$

$$\lambda_p = \frac{790}{\sqrt{\sigma_{yf}}}$$

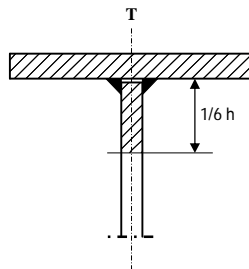
$$\lambda_r = \frac{2000}{\sqrt{\sigma_{yf}}}$$

$$C_{PG} = 1.970.000 C_b$$

$$C_b = \frac{12,5 M_{\max}}{2,5 M_{\max} + 3 M_A + 4 M_B + 3 M_C}$$



$r_T$  adalah jari-jari girasi dari pelat sayap tekan +  $1/3$  dari pelat badan tertekan terhadap sumbu T.



$L_b$  adalah jarak terbesar dari titik-titik yang tidak dikekang secara lateral pada suatu balok.

b) Tekuk lokal pelat sayap

$$\lambda = \frac{b_f / 2}{t_f}$$

$$\lambda_p = \frac{170}{\sqrt{\sigma_{yf}}}$$

$$\lambda_r = 600 \sqrt{\frac{k_e}{\sigma_{yf}}}$$

$$C_{PG} = 180.000 k_e$$

$$C_b = 1$$

$$\text{dimana } k_e = \frac{4}{\sqrt{h/t_w}} \text{ dan } 0,35 \leq k_e \leq 0,763$$

### **Kuat kritis**

Bila  $\lambda < \lambda_p$  maka  $\sigma_{cr} = \sigma_{yc}$

$$\lambda_p < \lambda < \lambda_r \text{ maka } \sigma_{cr} = C_b \sigma_{yc} \left[ 1 - \frac{1}{2} \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right] \leq \sigma_{yc}$$

$$\lambda > \lambda_r \text{ maka } \sigma_{cr} = \frac{C_{PG}}{\lambda^2}$$

Kuat kritis,  $\sigma_{cr}$ , diambil untuk kedua kasus pada (a) dan (b), dan diambil nilai terkecil.

### **Tahanan Lentur Nominal**

a) Pelat sayap tertarik hingga leleh

$$M_n = S_{xt} R_e \sigma_{yt}$$

b) Tekuk pelat sayap tekan

$$M_n = S_{xc} R_{PG} R_e \sigma_{cr}$$

dimana:

$$R_{PG} = 1 - \frac{a_r}{1200 + 300 a_r} \left[ \frac{h_c}{t_w} - \frac{2550}{\sqrt{\sigma_{cr}}} \right] \leq 1,0$$

$R_e$  adalah faktor penampang hibrida

$$0 \leq R_e = \frac{12 + a_r (3m - m^3)}{12 + 2a_r} \leq 1. \text{ Untuk balok homogen } R_e = 1.$$

$a_r = \frac{A_w}{A_{fc}} \leq 10$ , adalah perbandingan luas penampang pelat badan terhadap luas

penampang pelat sayap tekan

$$m = \max \left\{ \frac{\sigma_{yw}}{\sigma_{yc}}, \frac{\sigma_{yw}}{\sigma_{cr}} \right\}$$

$\sigma_{cr}$  adalah kuat kritis pelat sayap tekan

$\sigma_{yt}$  adalah kuat leleh pelat sayap tarik

$\sigma_{yc}$  adalah kuat leleh pelat sayap tekan

$S_{xc}$  adalah modulus penampang terhadap pelat sayap tekan,  $I_x / y_c$

$S_{xt}$  adalah modulus penampang terhadap pelat sayap tarik,  $I_x / y_t$

$h_c$  adalah dua kali jarak dari titik berat penampang ke lokasi baut terdekat pada pelat badan tekan atau jarak dari sisi-sisi dalam dari pelat sayap atas dan bawah bila digunakan las pada penampang simetris.

### **Tahanan Lentur Rencana**

$$M_d = \phi_b M_n$$

dimana  $\phi_b = 0,9$

### **Tahanan Geser Rencana dengan Aksi Medan Tarik**

a. Untuk  $\frac{h}{t_w} \leq 490 \sqrt{\frac{k_v}{\sigma_{yw}}}$

$$V_d = \phi_v V_n = (0,9)(0,6 A_w \sigma_{yw})$$

b. Untuk  $\frac{h}{t_w} > 490 \sqrt{\frac{k_v}{\sigma_{yw}}}$

$$V_d = \phi_v V_n = (0,9) \left[ 0,6 A_w \sigma_{yw} * \left( C_v + \frac{1 - C_v}{1,15 \sqrt{1 + \left( \frac{a}{h} \right)^2}} \right) \right]$$

dimana  $C_v = \frac{\tau_{cr}}{\tau_y}$  dihitung sebagai berikut:

Bila  $490 \sqrt{\frac{k_v}{\sigma_{yw}}} \leq \frac{h}{t_w} \leq 610 \sqrt{\frac{k_v}{\sigma_{yw}}}$

$$C_v = \frac{490 \sqrt{k_v / \sigma_{yw}}}{h/t_w}$$

Bila  $\frac{h}{t_w} > 610 \sqrt{\frac{k_v}{\sigma_{yw}}}$

$$C_v = 304.000 \frac{k_v / \sigma_{yw}}{(h/t_w)^2}$$

Nilai  $k_v$  ditentukan dengan  $k_v = 5 + \frac{5}{\left( \frac{a}{h} \right)^2}$ .



Untuk panel-panel ujung balok pelat berdinding penuh homogen, semua panel pada balok hibrida dan balok dengan perubahan pelat badan (*web-tapered*), serta bila  $a/h > 3$  atau  $a/h > [260 / (h/t_w)]^2$ , aksi medan tarik tidak boleh diperhitungkan, dan

$$V_d = \phi_v V_n = (0,9) (0,6 A_w \sigma_{yw} C_v)$$

dimana  $C_v$  dihitung dengan  $k_v = 5 + \frac{5}{(a/h)^2}$ , kecuali bila  $a/h > 3$  maka  $k_v = 5$ .

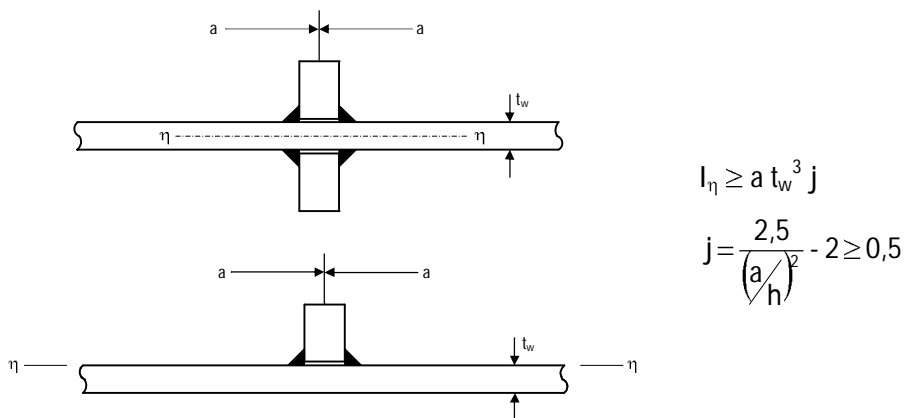
### **Pengaku Vertikal**

Pengaku vertikal tidak diperlukan\* bila

$$a) \quad \frac{h}{t_w} \leq 260$$

$$\text{dan } b) \quad V_u \leq 0,6 \phi_v \sigma_{yw} A_w C_v$$

dimana  $C_v$  ditentukan dengan  $k_v = 5 + \frac{5}{(a/h)^2}$  dan  $\phi_v = 0,9$ .



Bila direncanakan untuk aksi medan tarik, luas pengaku vertikal  $A_{st}$  ditentukan sebagai berikut:

$$A_{st} \geq \frac{\sigma_{yw}}{\sigma_{yst}} \left[ 0,15 D h t_w (1 - C_v) - 18 t_w^2 \right] \geq 0$$

dimana:

$\sigma_{yst}$  adalah kuat leleh pengaku vertikal

---

\* Namun demikian, pengaku vertikal dapat dipasang atau dipertahankan atau bahkan ditambah untuk meningkatkan  $k_v$  dalam upaya menaikkan tahanan geser.

$$D = \begin{cases} 1 & \text{untuk sepasang pengaku vertikal} \\ 1,8 & \text{untuk satu pengaku vertikal siku} \\ 2,4 & \text{untuk satu pengaku vertikal pelat} \end{cases}$$

### **Interaksi Geser – Lentur**

Bila  $0,6 \frac{V_n}{M_n} \leq \frac{V_u}{M_u} \leq \frac{V_n}{0,75 M_n}$  untuk balok-balok pelat berdinding penuh dengan pelat

badan yang direncanakan terhadap aksi medan tarik harus memenuhi persyaratan tambahan dibawah ini

$$\frac{M_u}{\phi M_n} + 0,625 \frac{V_u}{\phi V_n} \leq 1,375$$

dimana  $M_n$  dan  $V_n$  masing-masing adalah tahanan lentur dan geser nominal balok pelat berdinding penuh,  $\phi = 0,9$

### **Perencanaan Pelat Sayap**

1. Perbandingan lebar pelat sayap terhadap tinggi,  $b_f / d$ , antara 0,3 (untuk balok rendah) hingga 0,2 (untuk balok tinggi).
2. Lebar pelat sayap adalah kelipatan 50 mm.
3. Ketebalan pelat sayap adalah kelipatan 2 mm ( $t_f \leq 18$  mm), 3 mm ( $18$  mm  $< t_f \leq 36$  mm), 6 mm ( $t_f > 36$  mm).
4. Bila ada bahaya stabilitas lateral maka buat  $\lambda = \frac{b_f/2}{t_f} \leq \lambda_p$  pada posisi momen maksimum,  $t_f$  dapat direduksi pada posisi-posisi lainnya.
5. Pada balok pelat yang stabil dalam arah lateral, reduksi luas flens dapat dilakukan dengan mengurangi tebal, lebar atau kedua-duanya. Dari sisi lelah, reduksi lebar lebih baik dari pada reduksi tebal. Transisi tebal atau lebar tidak melebihi 1 : 2,5.

### **Tinggi Optimum Balok Pelat**

$$\beta_w = \frac{h}{t_w} \text{ tetap}$$

Tinggi Optimum, 
$$h = \sqrt[3]{\frac{3 M_u \beta_w}{2 \phi \sigma_{cr}}} \quad \sigma_{cr} \leq \sigma_y$$

Luas balok pelat,

$$A_t = A_w + A_f = \frac{h^2}{\beta_w} + \frac{h^2}{\beta_w} = \frac{2h^2}{\beta_w}$$

$$= \sqrt[3]{18 \frac{M_u^2}{\phi^2 \sigma^2 \beta_w}} \quad [= \text{mm}^2]$$

Berat per satuan panjang,

$$\gamma A_t = 7,84 * 10^{-5} \sqrt[3]{18 \frac{M_u^2}{\phi^2 \sigma^2 \beta_w}} \quad \left[ = \frac{\text{N}}{\text{mm}} \right]$$

Catatan:  $\gamma = 7,84 * 10^{-5} \text{ N/mm}^3$

## DIAGRAM ALIR PERENCANAAN BALOK PELAT BERDINDING PENUH

Diberikan:	$b_t$	$t_t$	$f_{yt}$	$f_{yw}$	$V_u$	$r_{T1}$	$\phi_b = 0,9$
	$b_c$	$t_c$	$f_{yc}$		$M_u$	$M_{max}$	$f_{yst}$
					$D$	$M_A$	$k_b$
						$M_B$	
	$\beta_w \left( = \frac{h}{t_w} \right)$		$\alpha \left( = \frac{a}{h} \right)$		$L_b$	$M_C$	

### Tekuk torsi - lateral

$$\lambda = L_b / r_T$$

$$\lambda_p = 790 / \sqrt{f_{yc}}$$

$$\lambda_r = 2000 / \sqrt{f_{yc}}$$

$$C_b = \frac{12,5 M_{max}}{2,5 M_{max} + 3 M_A + 4 M_B + 3 M_C}$$

$$C_{PG} = 1.970.000 C_b$$

### Tekuk lokal pelat sayap

$$\lambda = b_c / (2 t_c)$$

$$\lambda_p = 170 / \sqrt{f_{yc}}$$

$$0,35 < k_e = \frac{4}{\sqrt{\beta_w}} \leq 0,763$$

$$\lambda_r = 600 \sqrt{k_e / f_{yc}}$$

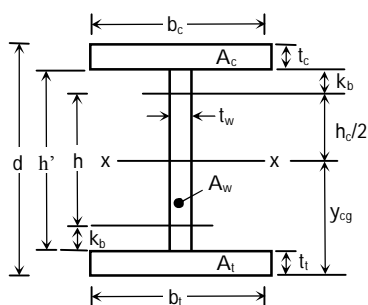
$$C_{PG} = 180.000 k_e$$

$$C_b = 1$$

Call  $f_{cr1}$

$$f_{cr} = \min [f_{cr1}, f_{cr2}]$$

Call  $f_{cr2}$



$$h = \sqrt[3]{\frac{3 M_u \beta_w}{2 \phi f_{cr}}}$$

$$A_t = b_t t_t$$

$$A_c = b_c t_c$$

$$t_w = h / \beta_w$$

$$A_w = t_w h = h^2 / \beta_w$$

$$a = \alpha h$$

$$d = h' + t_t + t_c$$

$$y_{cg} = \frac{A_c (d - t_c/2) + A_w (h'/2 + t_t) + A_t t_t/2}{A_c + A_w + A_t}; h_c = 2 (d - t_c - k_b - y_{cg})$$

$$I_T = \frac{1}{12} t_c b_c^3 + \frac{1}{12} (h'/6) t_w^3; A_T = t_c b_c + h'/6 t_w$$

$$r_T = \sqrt{I_T/A_T}; \text{ is it close to } r_{T1} ? \rightarrow \text{ write } r_T$$

$$I_x = \frac{1}{12} b_c t_c^3 + A_c (d - t_c/2 - y_{cg})^2 + \frac{1}{12} t_w h'^3 + A_w (y_{cg} - t_t - h'/2)^2 + \frac{1}{12} b_t t_t^3 + A_t (y_{cg} - t_t/2)^2$$

$$S_{xt} = I_x / y_{cg}; S_{xc} = I_x / (d - y_{cg})$$

$$a_r = A_w / A_c \leq 10; m = \max \left\{ \frac{f_{yw}}{f_{yc}}, \frac{f_{yw}}{f_{cr}} \right\}$$

$$0 \leq R_e = \frac{12 + a_r (3m - m^3)}{12 + 2a_r} \leq 1; \text{ untuk balok homogen } R_e = 1.$$

$$R_{PG} = 1 - \frac{a_r}{1200 + 300 a_r} \left[ \frac{h_c}{t_w} - \frac{2550}{\sqrt{f_{cr}}} \right] \leq 1 \quad (\text{SNI Baja: } h \rightarrow h_c, f_{yf} \rightarrow f_{cr})$$

Catatan:

$$1. \quad f_{cr} \approx C_b \frac{\pi^2 E}{\left( \frac{L}{i_y} \right)^2} \sqrt{1 + \frac{J}{C_w} \frac{1}{2(1+\nu)} \frac{L^2}{\pi^2}}$$

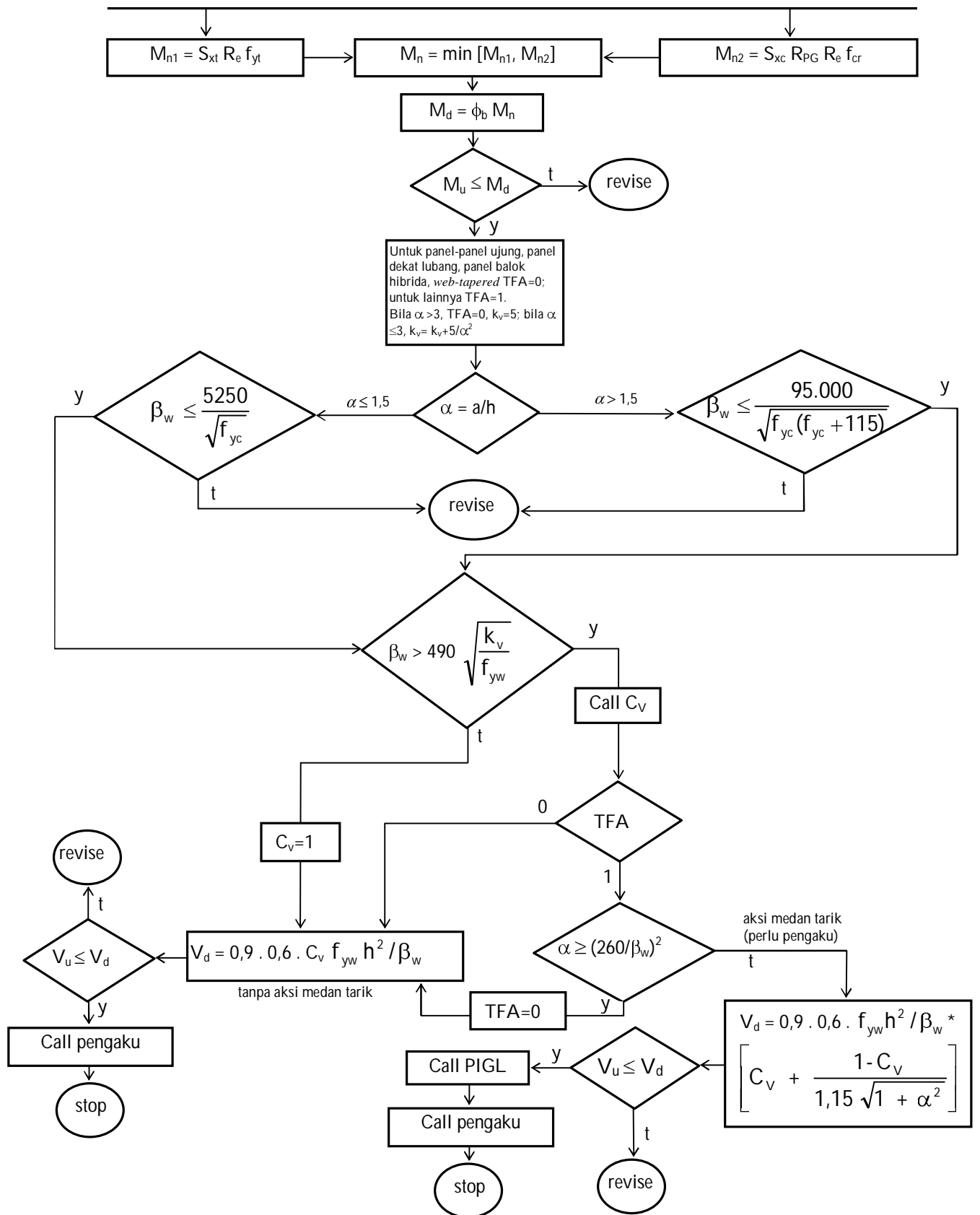
$$\text{Bila } \frac{J}{C_w} \rightarrow 0 \text{ untuk kasus tekuk torsi lateral elastis maka } f_{cr} \approx \frac{1.970.000 C_b}{\left( \frac{L}{i_y} \right)^2}.$$

$$\text{Bila } f_{cr} = f_r = f_y/2 \text{ dan } C_b = 1 \text{ maka } \lambda_r = \frac{L_r}{i_y} = \sqrt{\frac{2 * 1.970.000}{f_y}} \approx \frac{2.000}{\sqrt{f_y}}.$$

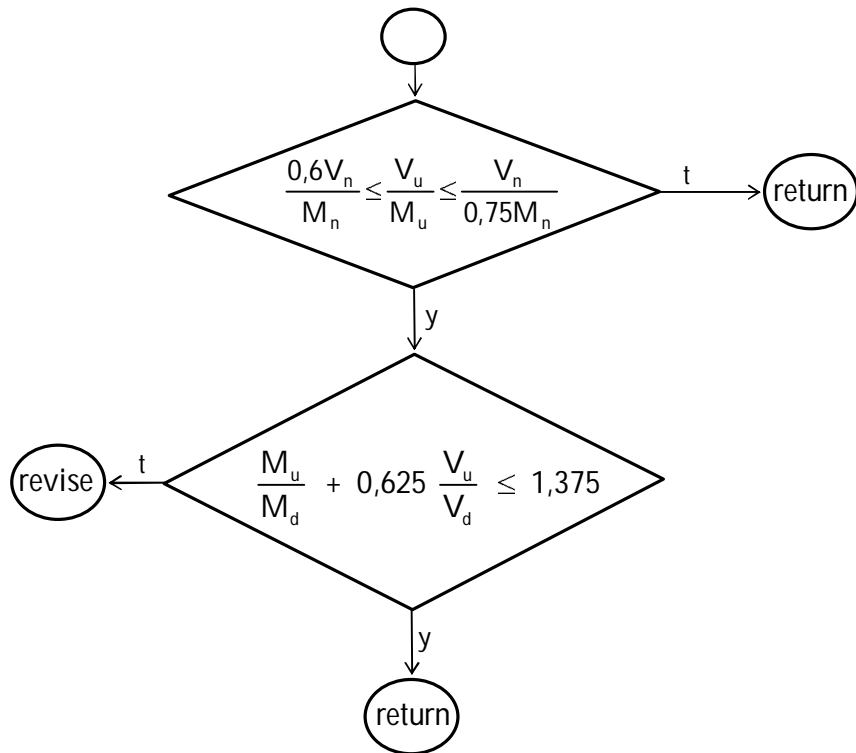
2. See Table 4.5-1.

$$\lambda_r = \frac{420}{\sqrt{(f_{yf} - f_r) / k_e}} \approx \frac{420}{\sqrt{\frac{(240 - 115)}{240} f_{yf} / k_e}} \approx 600 \sqrt{\frac{k_e}{f_{yf}}}$$

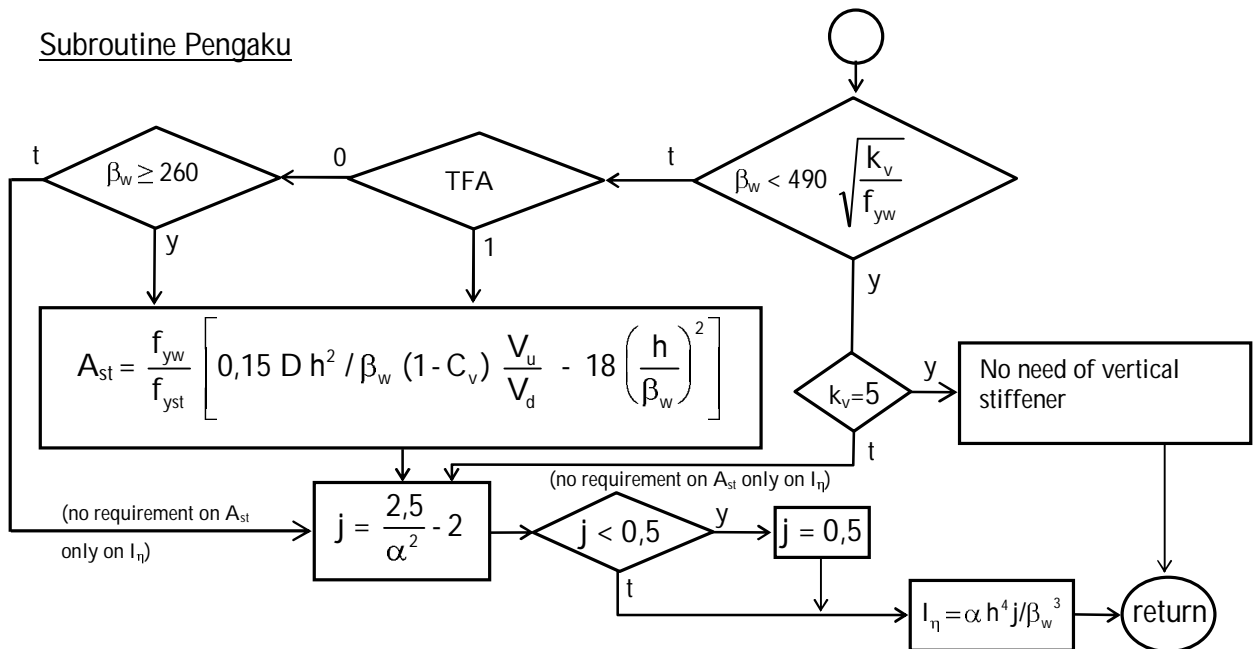
$$\frac{f_{cr}}{f_y} = \frac{1}{\lambda_c^2} = \frac{\pi^2}{12(1-\nu^2) f_y} E k \frac{1}{(b/t)^2} = \frac{180.000 k_e}{f_y (b/t)^2}.$$



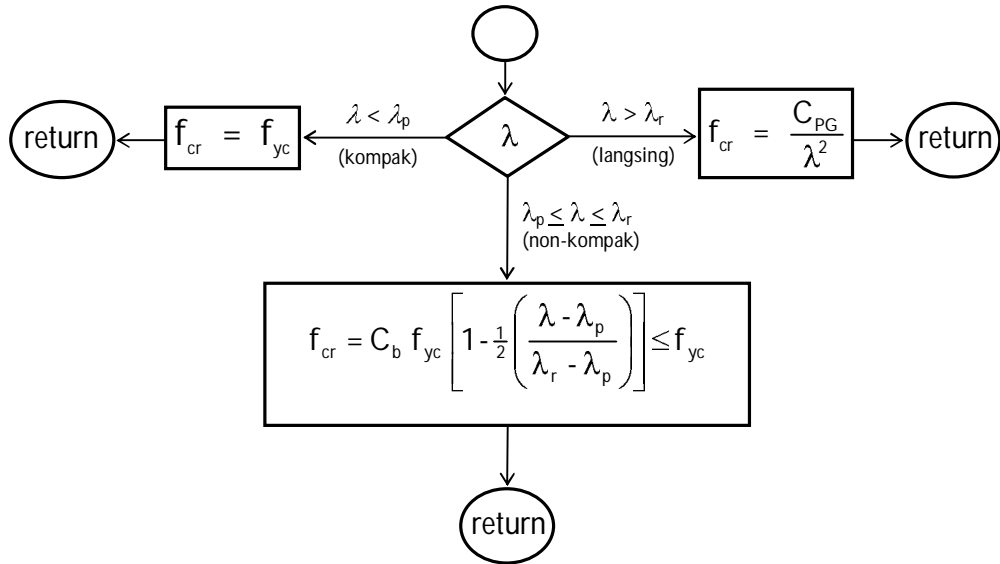
### Subroutine Persamaan Interaksi Geser - Lentur (PGL)



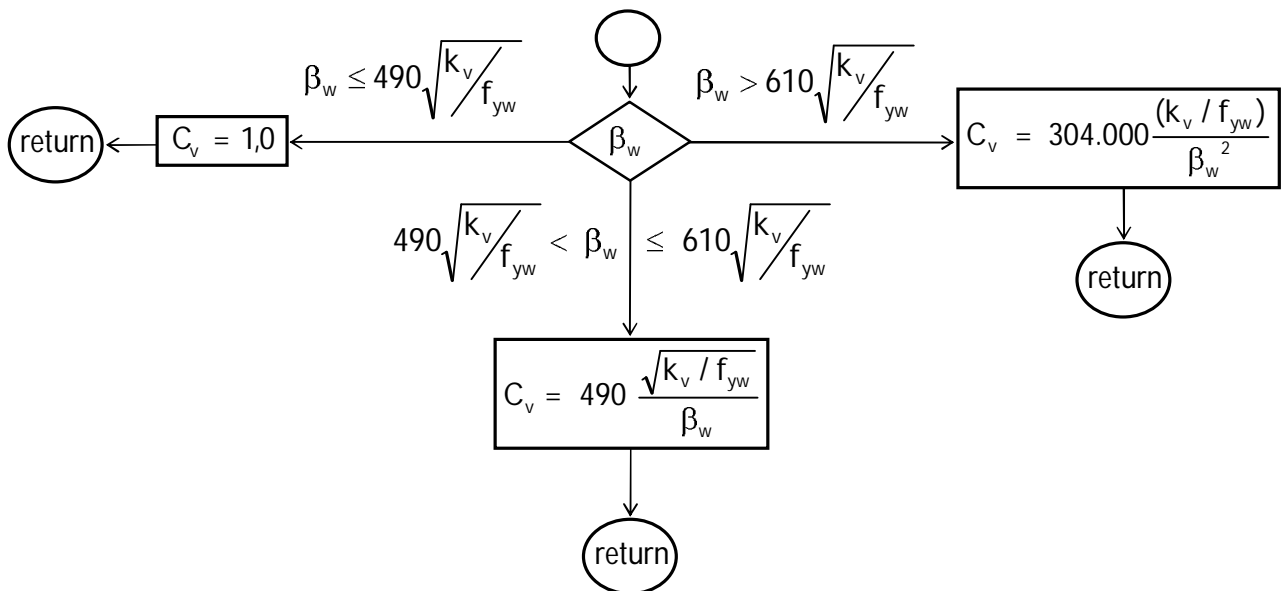
### Subroutine Pengaku



Subroutine  $f_{cr}$ :



Subroutine  $C_v$  :





## PERENCANAAN PLASTIS RANGKA SEDERHANA

### Pendahuluan

Dalam perencanaan elastis struktur rangka (*frame* dan *gable frame*) yang menjadi dasar perhitungan tahanan struktur adalah kapasitas tahanan penampang pada lokasi dimana terjadi gaya-gaya-dalam maksimum atau lokasi kritis. Sedangkan dalam perencanaan plastis, tahanan struktur ditentukan oleh tahanan seluruh struktur pada saat terjadinya mekanisme; pada saat mana penambahan beban tidak lagi dimungkinkan mengingat deformasi yang terjadi telah menjadi terlalu besar.

Profil yang umum digunakan dalam perencanaan plastis adalah bentuk IWF atau H yang masuk dalam kategori kompak dan dimaksudkan agar penampang komponen struktur dapat mencapai tahanan plastisnya tanpa mengalami *local buckling* dengan kapasitas rotasi yang cukup besar,  $R=3\sim7$ . Selanjutnya, untuk menjamin terpenuhinya kapasitas rotasi tersebut maka disetiap lokasi terbentuknya sendi plastis kedua flens harus terkekang secara lateral. Disamping itu, panjang bentang tak-terkekang maksimum  $L_b$ , adalah sesuai dengan pasal 7.5.2 SNI 03 1729-2000,  $L_b \leq L_{pd}$ .

Perlu diperhatikan pula persyaratan perencanaan sambungan rangka kaku (*rigid frame knee*) untuk menjamin terbentuknya sendi plastis. Sambungan harus mempunyai tahanan yang lebih tinggi daripada komponen struktur yang dihubungkan padanya. Hal ini ditunjukkan oleh nilai indeks keandalan, untuk komponen struktur adalah  $\beta=3$  sedangkan untuk sambungan 4,5. Selanjutnya diharapkan sendi plastis terbentuk di luar daerah sambungan yaitu disalah satu ujung komponen struktur yang terhubung pada sambungan. Menurut SNI 1729 2000, pada pasal 15.7.2.1 disebutkan bahwa untuk perencanaan sambungan balok-ke-kolom pada Sistem Pemikul Beban Gempa maka rotasi inelastis sekurang-kurangnya harus dapat mencapai 0,03 radian.

Disamping itu perencanaan sambungan harus memperhatikan tiga hal berikut:

1. Mampu mentransfer momen ujung balok dan kolom;
2. Mampu mentransfer geser ujung balok ke kolom;
3. Mampu mentransfer geser pada ujung kolom ke balok.

Perencanaan sambungan balok-ke-kolom dan daerah panel untuk Sistem Rangka Pemikul Momen Khusus harus selalu memperhatikan pasal 15.7 pada SNI 1729 2000. Lihat juga materi kuliah Beban Terpusat Pada Balok sebagai referensi perencanaan daerah panel dan pengaku yang diperlukan.

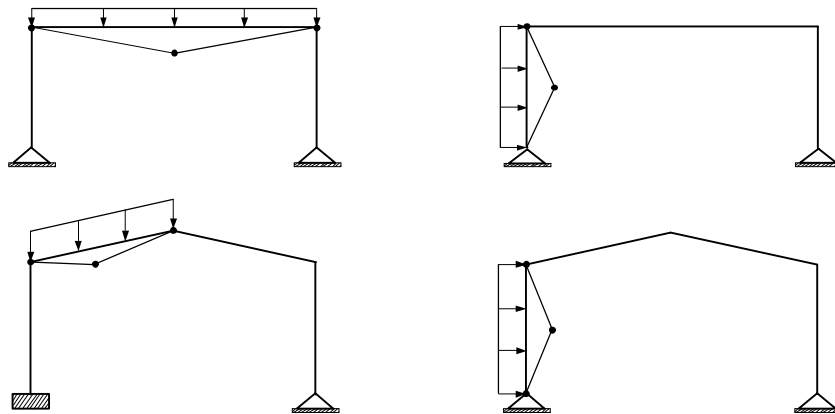
### Mekanisme Keruntuhan Plastis

Sebelum tahanan plastis struktur rangka ditentukan, terlebih dulu perlu diketahui mekanisme-mekanisme yang mungkin terjadi pada struktur. Pada umumnya masing-masing mekanisme keruntuhan akan menghasilkan beban batas yang berbeda-beda. Nilai beban batas terkecil yang akan menentukan tahanan struktur.

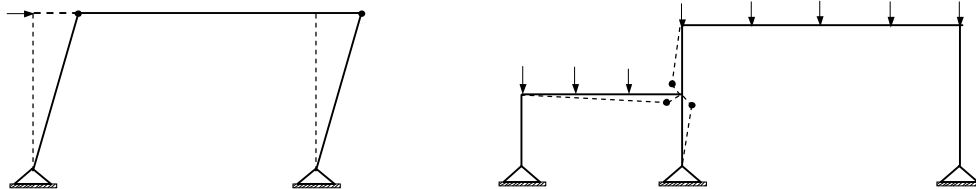
Beberapa mekanisme yang mungkin terjadi pada struktur rangka adalah:

1. Mekanisme balok;
2. Mekanisme panel;
3. Mekanisme join;
4. Mekanisme *gable*;
5. Mekanisme kombinasi.

Ilustrasi masing-masing mekanisme keruntuhan dapat dilihat pada gambar-gambar berikut ini.



(a) *Mekanisme balok*

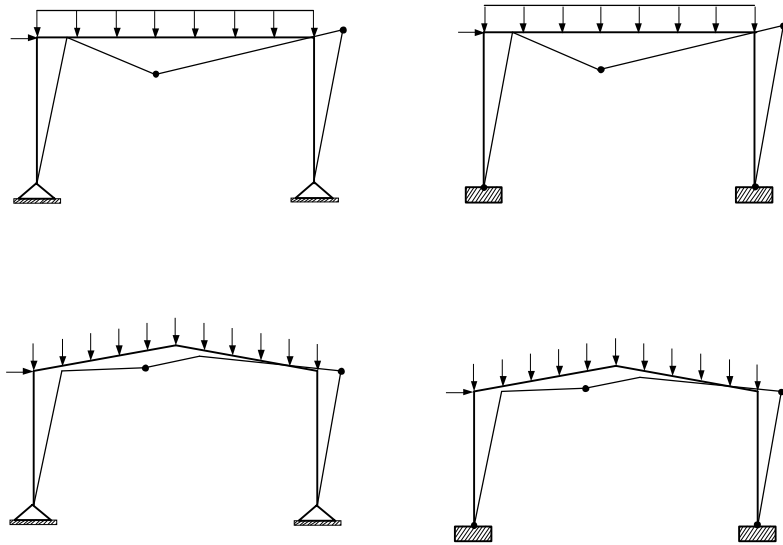


(b) *Mekanisme panel*

(c) *Mekanisme join*



(d) *Mekanisme gable*



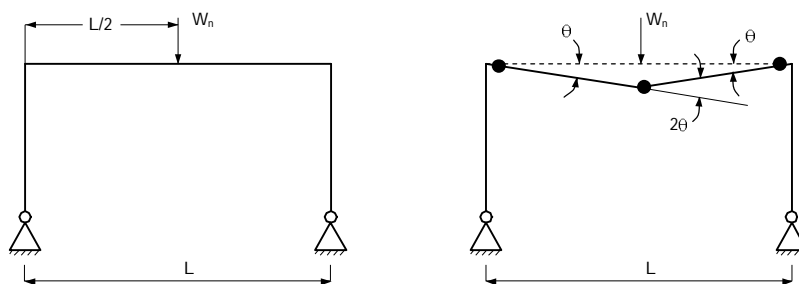
(e) Mekanisme kombinasi

### Metode Analisis Plastis

Metode yang umum digunakan dalam analisis plastis adalah metode kesetimbangan dan metode energi. Dalam bahasan ini akan diuraikan metode energi yang untuk beberapa kasus lebih mudah digunakan, dapat dilihat pada contoh-contoh dibawah ini.

#### Contoh 1

Mekanisme keruntuhan diperlihatkan dalam gambar dibawah. Lokasi sendi plastis diasumsikan, dan dari hubungan geometri dapat ditentukan sudut  $\theta$ . Kerja eksternal yang dilakukan oleh beban luar sama dengan energi regangan internal akibat momen-momen plastis yang bekerja membentuk rotasinya masing-masing.

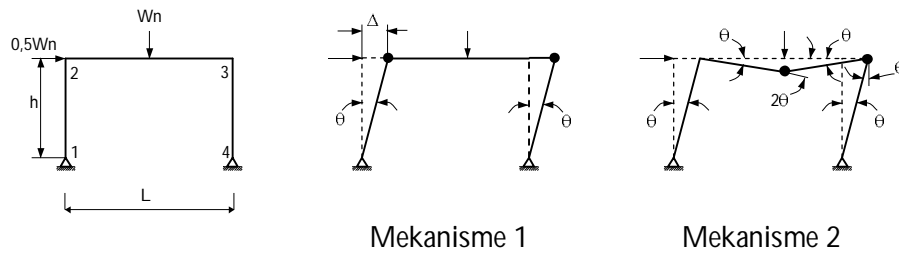


Kerja eksternal = Kerja internal

$$W_n \frac{\theta L}{2} = M_p (\theta + 2\theta + \theta)$$

$$W_n = \frac{8M_p}{L}$$

### Contoh 2



Kemungkinan-kemungkinan mekanisme keruntuhan diperlihatkan dalam gambar diatas.

(a) Mekanisme 1

$$0,5 W_n \theta h = M_p (\theta + \theta)$$

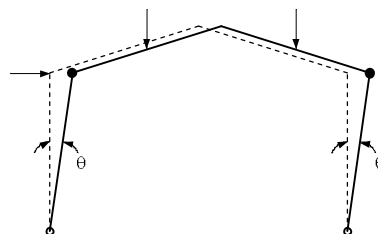
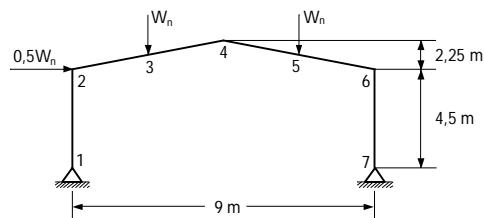
$$W_n = \frac{4M_p}{h}$$

(b) Mekanisme 2

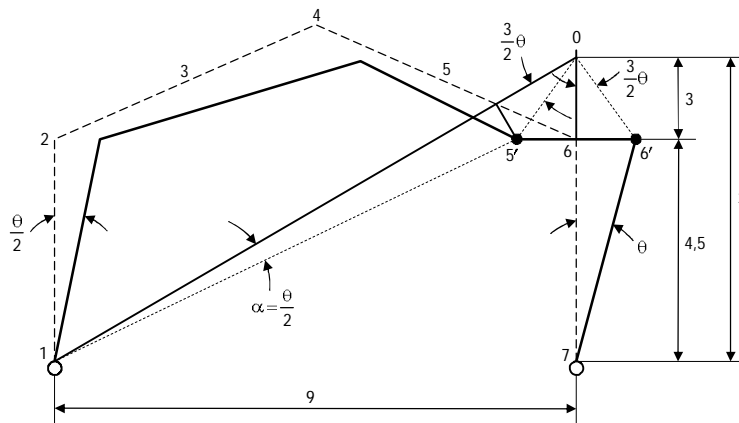
$$0,5 W_n \theta h + W_n \theta \frac{L}{2} = M_p (2\theta + 2\theta)$$

$$W_n = \frac{8M_p}{L+h} = \frac{4M_p}{h} \cdot \frac{2}{\frac{L}{h} + 1}$$

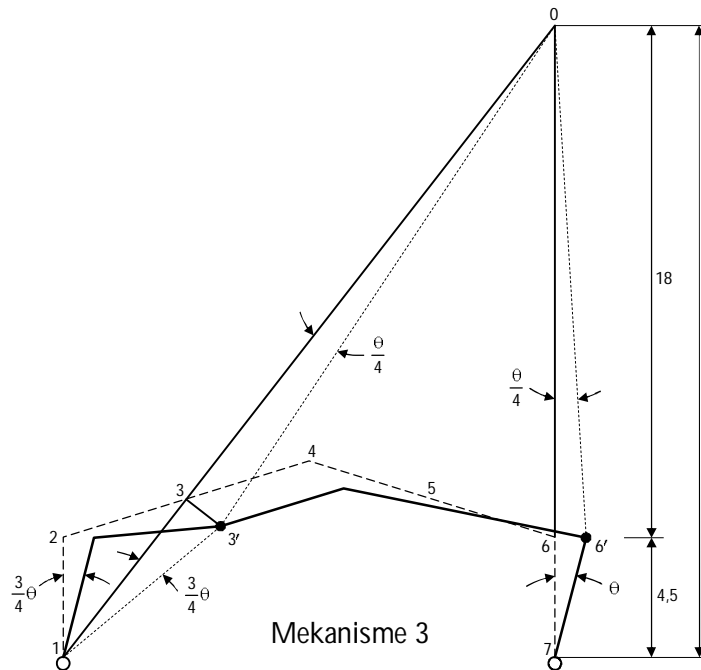
### Contoh 3



Mekanisme 1



Mekanisme 2



Mekanisme 3

a. Mekanisme 1

$$0,5 W_n 4,5 \theta = M_p \cdot 2\theta$$

$$M_p = 1,125 W_n$$

b. Mekanisme 2

Untuk membahas mekanisme yang lebih kompleks ini, digunakan konsep *pusat sesaat* (*instantaneous center*). Bila sendi plastis terbentuk pada titik 5 dan 6, maka ada tiga benda rigid, yang berotasi pada saat struktur tersebut mulai bergerak. Segmen 1-2-3-4-5 berotasi terhadap titik 1; segmen 6-7 berotasi terhadap titik 7; segmen 5-6 berotasi

dan bertranslasi yang besarnya ditentukan oleh gerakan titik 5 dan 6 pada segmen-segmen kaku di dekatnya. Bila benda tersebut kaku, titik 5' tegak lurus terhadap garis 1-5, dan titik 6' tegak lurus terhadap garis 6-7. Dengan demikian titik 5 dan 6 dapat dianggap berotasi terhadap titik 0, perpotongan dari garis 1-5 dan garis 6-7; yakni pusat sesaatnya.

Langkah pertama dalam metode energi yang menggunakan pusat sesaat adalah menentukan lokasi titik pusat sesaat; karena titik 5 adalah 6,75 m ke arah horisontal dan 5,625 m ke arah vertikal dari titik 1, sedang jarak vertikal ke titik 0 dari titik 7 adalah:

$$\frac{x}{9} = \frac{5,625}{6,75} \quad ; \quad x = 7,5 \text{ m}$$

Selanjutnya, sudut acuan  $\theta$  ditentukan seperti terlihat dalam gambar diatas (Mekanisme 2). Dengan perbandingan, sudut rotasi terhadap titik 0 adalah  $3\theta/2$ . Segmen benda kaku 5-6 berotasi melalui sudut  $3\theta/2$  ini. Dengan proporsi inversi sebagai jarak 0-5 adalah ke 1-5, rotasi benda kaku 1-2-3-4-5 terhadap titik 1 adalah:

$$\frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{\alpha}{3\theta/2}, \quad \alpha = \frac{\theta}{2}$$

Rotasi sendi plastis relatif pada titik 5 adalah:

$$\frac{\theta}{2} + \frac{3\theta}{2} = 2\theta$$

Rotasi sendi plastis relatif pada titik 6 adalah:

$$\theta + \frac{3\theta}{2} = 2,5\theta$$

Untuk menghitung kerja eksternal yang dilakukan oleh beban-beban luar, perlu dihitung perpindahan vertikal pada titik 3 dan 5, dan perpindahan horisontal pada titik 2.

Perpindahan vertikal titik 3 sama dengan sudut rotasi kali proyeksi horisontal titik 2 ke 3. Beban pada titik 3 bergerak secara vertikal menempuh jarak:

$$\frac{\theta}{2}(2,25) = 1,125 \cdot \theta$$

Beban pada titik 5 bergerak vertikal sejarak:

$$\frac{\theta}{2}(6,75) = 3,375 \theta$$

Beban pada titik 2 bergerak horisontal sejarak:

$$\frac{\theta}{2}(4,5) = 2,25 \theta$$

Maka, persamaan energi selengkapnya menjadi:

$$\text{Kerja eksternal} = \text{Kerja internal}$$

$$0,5W_n(2,25\theta) + W_n(1,125\theta) + W_n(3,375\theta) = M_p(2\theta + 2,5\theta)$$

$$M_p = \frac{5,625}{4,5} W_n = 1,25 W_n$$

c. Mekanisme 3

Pusat sesaat ditentukan dengan memotongkan garis 1-3 dengan garis 6-7:

$$\frac{x}{9} = \frac{5,625}{2,25} ; \quad x = 22,5 \text{ m}$$

Bila  $\theta$  didefinisikan pada gambar diatas (Mekanisme 3), sudut rotasi terhadap titik 0 adalah  $\theta/4$ , karena jarak 0-6 adalah empat kali jarak 6-7. Karena jarak 0-3 adalah tiga kali jarak 3-1, sudut 3-1-3' adalah  $3\theta/4$  (3 kali sudut rotasi terhadap 0).

Kerja eksternal yang dilakukan oleh berbagai beban adalah:

$$\text{Beban pada 2,} \quad 0,5 W_n \left( \frac{3}{4} \theta \right) (4,5) = \frac{6,75}{4} W_n \theta$$

$$\text{Beban pada 3,} \quad W_n \left( \frac{3\theta}{4} \right) (2,25) = \frac{6,75}{4} W_n \theta$$

$$\text{Beban pada 5,} \quad W_n \left( \frac{\theta}{4} \right) (2,25) = \frac{2,25}{4} W_n \theta$$

Energi regangan internalnya adalah:

$$\text{Momen pada 3,} \quad M_p \left( \frac{3\theta}{4} + \frac{\theta}{4} \right) = M_p \theta$$

$$\text{Momen pada 6,} \quad M_p \left( \theta + \frac{\theta}{4} \right) = M_p \frac{5\theta}{4}$$

Kerja eksternal = Kerja internal

$$\theta W_n \left( \frac{6,75}{4} + \frac{6,75}{4} + \frac{2,25}{4} \right) = M_p \theta \left( 1 + \frac{5}{4} \right)$$

$$W_n \left( \frac{15,75}{4} \right) = M_p \left( \frac{9}{4} \right)$$

$$M_p = \frac{15,75}{9} W_n = 1,75 W_n \quad \leftarrow \quad \text{Menentukan}$$

### **Perencanaan Plastis dengan Metode LRFD**

(Dikutip dari SNI 03-1729-2000 Tata Cara Perencanaan Struktur Baja Untuk Bangunan Gedung)

## **7.5 Analisis plastis**

### **7.5.1 Penerapan**

Pengaruh gaya-dalam di sebagian atau seluruh struktur dapat ditetapkan menggunakan analisis plastis selama batasan pada Butir 7.5.2 dipenuhi. Distribusi gaya-gaya-dalam harus memenuhi syarat keseimbangan dan syarat batas.

### **7.5.2 Batasan**

Bila metode plastis digunakan, semua persyaratan dibawah ini harus dipenuhi, yaitu:

- a) Kuat leleh baja yang digunakan tidak melebihi 450 MPa;
- b) Pada daerah sendi plastis, tekuk setempat harus dapat dihindari dengan mensyaratkan bahwa perbandingan lebar terhadap tebal  $b/t$ , lebih kecil daripada  $\lambda_p$ . Nilai  $\lambda_p$  tersebut ditetapkan sesuai dengan Tabel 7.5-1;
- c) Pada rangka dengan bresing, gaya aksial tekan terfaktor pada kolom yang diakibatkan oleh beban gravitasi terfaktor dan beban horizontal terfaktor tidak diperkenankan melampaui  $0,85 A_b f_y$ .  
Pada rangka tanpa bresing, gaya aksial tekan terfaktor pada kolom yang diakibatkan oleh beban gravitasi terfaktor dan beban horizontal terfaktor tidak diperkenankan melampaui  $0,75 A_b f_y$



- d) Parameter kelangsingan kolom  $\lambda_c$  tidak boleh melebihi 1,5  $k_c$ . Nilai  $k_c$  ditetapkan sesuai dengan Butir 7.6.3.2 atau 7.6.3.3 ( $L/r \leq 1,5\pi \sqrt{E/f_y} = \leq 2100/\sqrt{f_y}$ , dimana L adalah panjang teoritis).
- e) Untuk komponen struktur dengan penampang kompak yang terlentur terhadap sumbu kuat penampang, panjang bagian pelat sayap tanpa pengekang lateral,  $L_b$ , yang mengalami tekan pada daerah sendi plastis yang mengalami mekanisme harus memenuhi syarat  $L_b \leq L_{pd}$ , yang ditetapkan berikut ini:

- (i) Untuk profil – I simetris tunggal dan simetris ganda dengan lebar pelat sayap tekan sama dengan atau lebih besar daripada lebar pelat sayap tarik dan dibebani pada bidang pelat sayap

$$L_{pd} = \frac{\left[ 25.000 + 15.000 \left( \frac{M_1}{M_2} \right) \right] r_y}{f_y} \quad (7.5-1)$$

Keterangan:

$f_y$	adalah kuat leleh material, MPa
$M_1$	adalah momen ujung yang terkecil, N-mm
$M_2$	adalah momen ujung yang terbesar, N-mm
$r_y$	adalah jari-jari girasi terhadap sumbu lemah, mm
$(M_1/M_2)$	bertanda positif untuk kasus kelengkungan ganda dan negatif untuk kasus kelengkungan tunggal
$L_{pd}$	dinyatakan dalam mm

- (ii) Untuk komponen struktur dengan penampang persegi pejal dan balok kotak simetris

$$L_{pd} = \frac{\left[ 35.000 + 21.000 \left( \frac{M_1}{M_2} \right) \right] r_y}{f_y} \geq \frac{21.000 r_y}{f_y} \quad (7.5-2)$$

Tidak ada batasan terhadap  $L_b$  untuk komponen struktur dengan penampang melintang bulat, atau bujursangkar, atau penampang yang terlentur terhadap sumbu lemah.

- f) Tahanan komponen struktur harus direncanakan sesuai dengan Butir 7.4.3.3;
- g) Tahanan lentur komponen struktur komposit harus ditentukan berdasarkan distribusi tegangan plastis.

### 7.5.3 Anggapan analisis

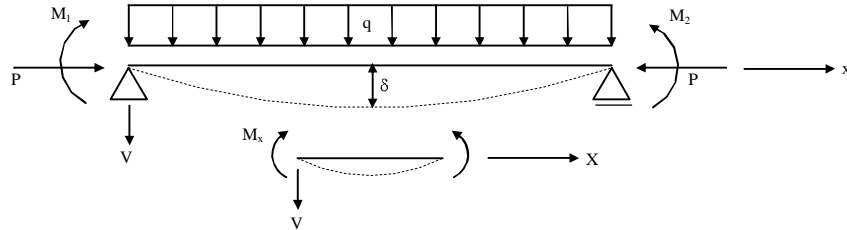
Gaya – gaya-dalam ditetapkan menggunakan analisis plastis kaku.

Dalam analisis plastis harus dapat dianggap bahwa sambungan-sambungan dapat memobilisasikan kekuatan penuhnya atau sebagian dari kekuatan penuhnya, selama kekuatan sambungan-sambungan tersebut direncanakan untuk tujuan ini, dan selama:

- a) untuk sambungan dengan kekuatan penuh, yang kapasitas momen sambungannya tidak kurang dari kapasitas momen penampang komponen-komponen struktur yang disambung, perilaku sambungan harus sedemikian rupa sehingga kapasitas rotasi sambungan pada setiap sendi plastis tidak terlampaui pada saat terjadinya mekanisme;
- b) untuk sambungan dengan sebagian dari kekuatan penuhnya, yang kapasitas momen sambungannya dapat lebih kecil daripada kapasitas momen komponen-komponen struktur yang disambung, perilaku sambungan harus sedemikian rupa sehingga memungkinkan terjadinya semua sendi plastis yang diperlukan untuk terjadinya mekanisme, sedemikian rupa sehingga kapasitas rotasi sambungan pada setiap sendi plastis tidak terlampaui.

## KOMBINASI LENTUR DAN TEKAN

Perhatikan balok diatas dua tumpuan dengan beban terdistribusi, momen-momen dan gaya-gaya aksial dikedua ujungnya, berikut ini,



Kelengkungan  $\frac{1}{\rho} = -\frac{M_x}{EI}$

dan  $M_x = M_p + M_s = M_p + P \cdot v = -\frac{1}{\rho}EI$

dimana  $M_p$  adalah momen orde pertama, dan  $M_s$  adalah momen orde kedua.

Secara umum untuk dua dimensi, kelengkungan dinyatakan sebagai berikut,

$$\frac{1}{\rho} = \frac{v'''}{\left[1 + v'^2\right]^{3/2}}$$

untuk  $v' \ll 1$  maka  $\frac{1}{\rho} \approx v''$  dan diperoleh

$$v'' + \frac{P}{EI}v = -\frac{M_p}{EI}$$

atau  $v^{iv} + \frac{P}{EI}v'' = -\frac{M_p''}{EI}$

Karena  $v'' = -\frac{M_x}{EI} \rightarrow v^{iv} = -\frac{M_x''}{EI}$  maka

$$-\frac{M_x''}{EI} + \frac{P}{EI}\left(-\frac{M_x}{EI}\right) = -\frac{M_p''}{EI}$$

atau  $M_x'' + k^2 M_x = M_p'' = -q(x)$

dimana  $k^2 = \frac{P}{EI}$  dan  $q(x) = -\frac{d^2 M_p(x)}{dx^2}$

Solusi homogen dari persamaan di atas adalah

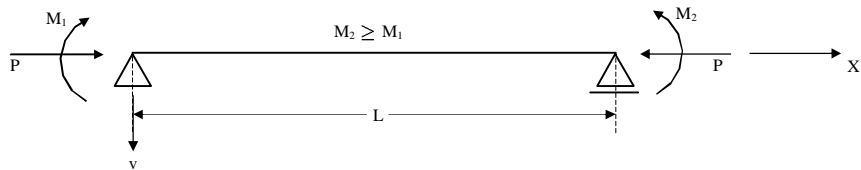
$$M_{xh} = A \sin kx + B \cos kx$$

Dan solusi umumnya

$$\begin{aligned} M_x &= M_{xh} + M_{xk}(q) \\ &= A \sin kx + B \cos kx + M_{xk}(q) \end{aligned}$$

dimana  $k = \sqrt{\frac{P}{EI}}$

**Kasus 1:**



$$M_p = M_1 + \frac{M_2 - M_1}{L} x$$

$$M_p^{ii} = 0$$

Jadi  $M_x = A \sin kx + B \cos kx$

$$x = 0 \rightarrow M_x = M_1 = B$$

$$x = L \rightarrow M_x = M_2 = A \sin kL + B \cos kL$$

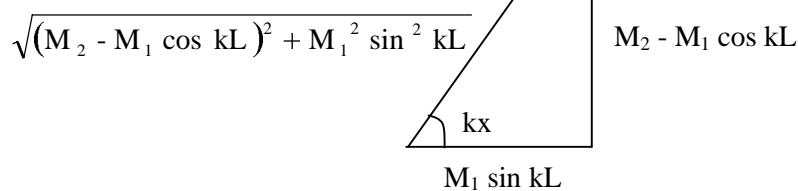
$$A = \frac{M_2 - M_1 \cos kL}{\sin kL}$$

dan  $M_x = (M_2 - M_1 \cos kL) \frac{\sin kx}{\sin kL} + M_1 \cos kx$

Supaya  $M_x$  menjadi maximum maka  $\frac{dM_x}{dx} = 0$

atau  $\frac{dM_x}{dx} = (M_2 - M_1 \cos kL) k \frac{\cos kx}{\sin kL} - k M_1 \sin kx = 0$

$$\tan kx = \frac{M_2 - M_1 \cos kL}{M_1 \sin kL}$$

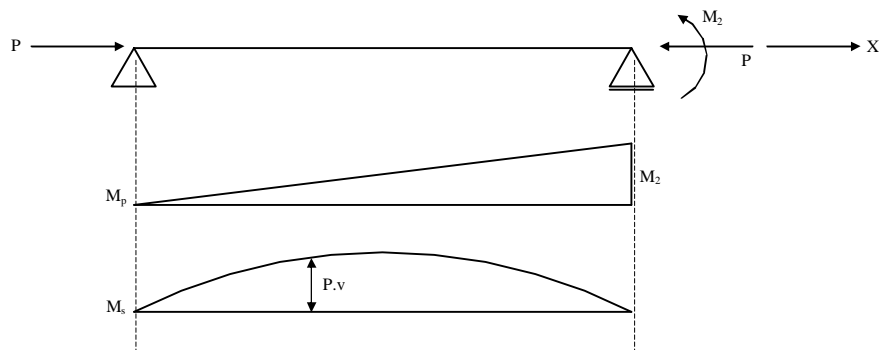


$$\sin kx = \frac{M_2 - M_1 \cos kL}{\sqrt{(M_2 - M_1 \cos kL)^2 + M_1^2 \sin^2 kL}}$$

$$\cos kx = \frac{M_1 \sin kL}{\sqrt{(M_2 - M_1 \cos kL)^2 + M_1^2 \sin^2 kL}}$$

$$\begin{aligned} \text{Jadi } M_{x \max} &= \frac{M_2 - M_1 \cos kL}{\sin kL} \frac{M_2 - M_1 \cos kL}{\sqrt{(M_2 - M_1 \cos kL)^2 + M_1^2 \sin^2 kL}} \\ &\quad + M_1 \frac{M_1 \sin kL}{\sqrt{(M_2 - M_1 \cos kL)^2 + M_1^2 \sin^2 kL}} \\ &= \frac{1}{\sin kL} \sqrt{(M_2 - M_1 \cos kL)^2 + M_1^2 \sin^2 kL} \\ &= \frac{1}{\sin kL} \sqrt{M_2^2 - 2 M_1 M_2 \cos kL + M_1^2} \\ M_{x \max} &= M_2 \sqrt{\left[ 1 - 2 \left( \frac{M_1}{M_2} \right) \cos kL + \left( \frac{M_1}{M_2} \right)^2 \right]} / \sin^2 kL \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

$$\text{Bila } M_1 = 0 \text{ maka } M_{x \max} = \frac{M_2}{\sin kL}$$

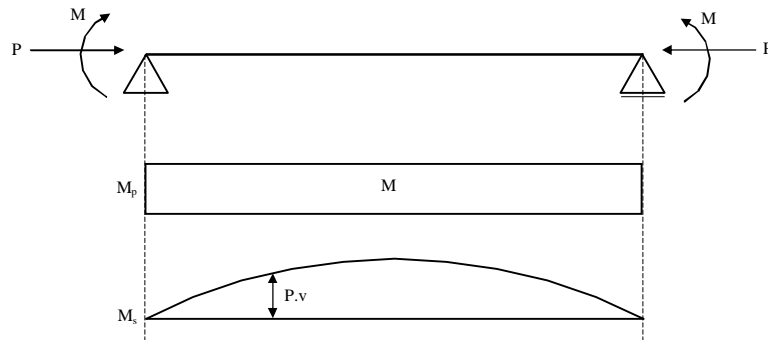


$$\text{Bila } \sin kL = 0 \rightarrow kL = \sqrt{\frac{P}{EI}} L = n\pi \quad n = 1, 2,$$

$$P = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (n = 1)$$

$$\Rightarrow M_{x \max} \rightarrow \infty$$

Bila  $M_2 = M_1 = M$  maka  $M_{x \max} = M \sqrt{\frac{2 - 2 \cos kL}{\sin^2 kL}} \dots\dots\dots (2a)$

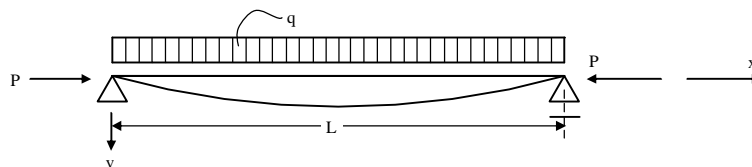


$$= M \sqrt{\frac{2(1 - \cos kL)}{1 - \cos^2 kL}} = M \sqrt{\frac{2}{1 + \cos kL}}$$

$$= M \frac{1}{\cos kL/2} = M \sec kL/2 \dots\dots\dots (2b)$$

Pada saat tekuk  $\frac{kL}{2} = \frac{\pi}{2} \text{ (n=1)} \rightarrow M_{x \max} \rightarrow \infty$

**Kasus 2:**



$$M_p = \frac{1}{2} qx (L - x), M_p^i = \frac{1}{2} qL - qx, M_p^{ii} = -q$$

Solusi khusus,  $M_{xk} = Cx + D$   
 $M_{xk}^i = C$   
 $M_{xk}^{ii} = 0$

Jadi  $0 + k^2 (Cx + D) = -q$   
 $C = 0 ; D = -q/k^2$   
 $\therefore M_{xk} = -q/k^2$

dan  $M_x = A \sin kx + B \cos kx - q/k^2$   
 pada  $x = 0 \Rightarrow M_x = 0 = B - q/k^2 \rightarrow B = q/k^2$   
 $x = L \Rightarrow M_x = 0 = A \sin kL + q/k^2 \cos kL - q/k^2$

$$A = \frac{q}{k^2 \sin kL} (1 - \cos kL)$$

$$\text{dan } M_x = \frac{q(1 - \cos kL)}{k^2 \sin kL} \sin kx + \frac{q}{k^2} \cos kx - \frac{q}{k^2}$$

$$\frac{dM_x}{dx} = 0 = \frac{q(1 - \cos kL)}{k \sin kL} \cos kx - \frac{q}{k} \sin kx$$

$$\tan kx = \frac{1 - \cos kL}{\sin kL}$$

$$\sin kx = \frac{1 - \cos kL}{\sqrt{(1 - \cos kL)^2 + \sin^2 kL}}$$

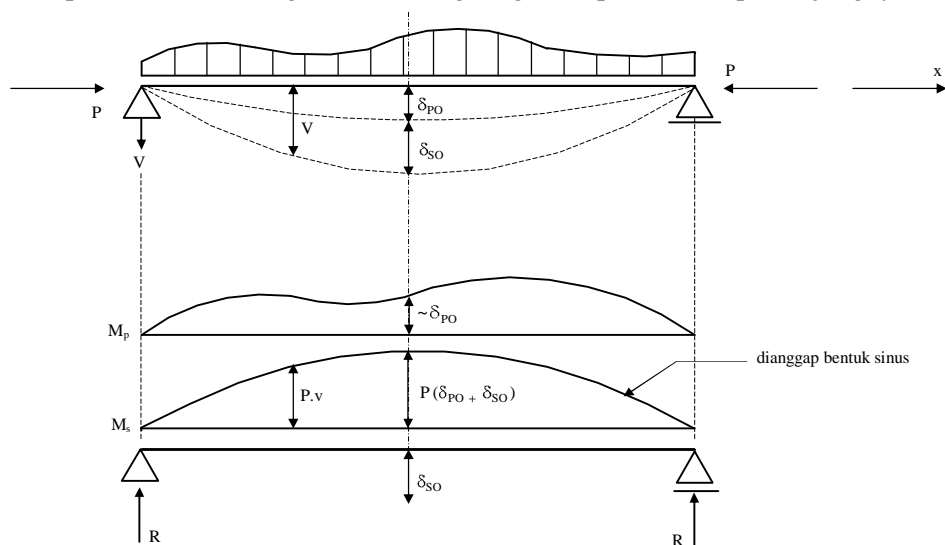
$$\cos kx = \frac{\sin kL}{\sqrt{(1 - \cos kL)^2 + \sin^2 kL}}$$

$$\begin{aligned} M_{x \max} &= \frac{q}{k^2} \left[ \frac{1 - \cos kL}{\sin kL} \frac{1 - \cos kL}{\sqrt{(1 - \cos kL)^2 + \sin^2 kL}} + \frac{\sin kL}{\sqrt{(1 - \cos kL)^2 + \sin^2 kL}} - 1 \right] \\ &= \frac{q}{k^2} \left[ \frac{\sqrt{(1 - \cos kL)^2 + \sin^2 kL}}{\sin kL} - 1 \right] \\ &= \frac{q}{k^2} \left[ \sec \frac{kL}{2} - 1 \right] \end{aligned}$$

$$M_{x \max} = \frac{1}{8} qL^2 \left[ \frac{8}{(kL)^2} (\sec kL / 2 - 1) \right]$$

### Perbesaran Momen

Komponen struktur dengan satu kelengkungan tanpa translasi pada ujungnya



Anggap,  $M_s = P(\delta_{po} + \delta_{so}) \sin \frac{\pi x}{L}$

Reaksi balok konjugate adalah

$$R = \int_0^{L/2} M_s dx = \int_0^{L/2} P(\delta_{po} + \delta_{so}) \sin \frac{\pi x}{L} dx$$

$$= -P(\delta_{po} + \delta_{so}) \frac{L}{\pi} \cos \frac{\pi x}{L} \Big|_0^{L/2}$$

$$= P(\delta_{po} + \delta_{so}) \frac{L}{\pi}$$

Lendutan  $\delta_{so}$  adalah:

$$EI \delta_{so} = P(\delta_{po} + \delta_{so}) \frac{L}{\pi} \frac{L}{2} - \int_0^{L/2} M_s \left( \frac{L}{2} - x \right) dx$$

$$= P(\delta_{po} + \delta_{so}) \frac{L}{\pi} \frac{L}{2} - P(\delta_{po} + \delta_{so}) \int_0^{L/2} \left( \frac{L}{2} \sin \frac{\pi x}{L} - x \sin \frac{\pi x}{L} \right) dx$$

$$= P(\delta_{po} + \delta_{so}) \left[ \frac{L^2}{2\pi} - \frac{L}{2} \frac{L}{\pi} + \int_0^{L/2} x \sin \frac{\pi x}{L} dx \right]$$

$$= P(\delta_{po} + \delta_{so}) \frac{L^2}{\pi^2} \sin \frac{\pi x}{L} \Big|_0^{L/2}$$

$$= P \frac{L^2}{\pi^2} (\delta_{po} + \delta_{so})$$

$$\text{atau } \delta_{so} = (\delta_{po} + \delta_{so}) \frac{P}{\pi^2 EI/L^2} = (\delta_{po} + \delta_{so}) \frac{P}{\underbrace{P_e}_{\alpha}}$$

$$\text{dimana } P_e = \pi^2 EI / L^2 \text{ dan } \alpha = \frac{P}{P_e}$$

$$\text{atau } \delta_{so} = \frac{\alpha}{1 - \alpha} \delta_{po}$$

$$\text{jadi } v = \delta_{po} + \delta_{so} = \delta_{po} + \frac{\alpha}{1 - \alpha} \delta_{po} = \frac{1}{1 - \alpha} \delta_{po}$$



$$\text{dan } M_{x \max} = M_{po} + M_{so} = M_{po} + P(\delta_{po} + \delta_{so})$$

$$= M_{po} + \frac{P \delta_{po}}{1 - \alpha}$$

$$\text{dimana } \alpha = \frac{P}{P_e} = \frac{PL^2}{\pi^2 EI} = \frac{\sigma \lambda^2}{\pi^2 E}$$

$$\text{atau } M_{x \max} = M_{po} \left[ 1 + \frac{P \delta_{po}}{M_{po}} \frac{1}{1 - \alpha} \right]$$

$$= M_{po} \left[ 1 - \alpha + \frac{\alpha \pi^2 EI}{L^2} \frac{\delta_{po}}{M_{po}} \right] \frac{1}{1 - \alpha}$$

$$= M_{po} \left[ 1 + \left( \frac{\pi^2 EI \delta_{po}}{L^2 M_{po}} - 1 \right) \alpha \right] \frac{1}{1 - \alpha}$$

$$M_{x \max} = M_{po} B_1^* \dots\dots\dots (3)$$

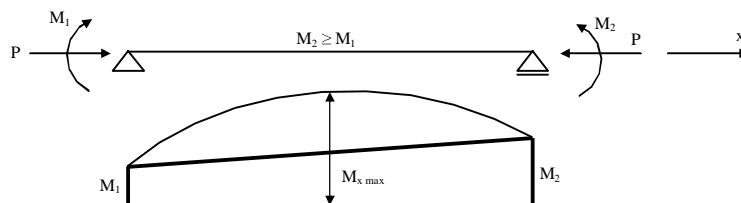
$$\text{dimana } B_1^* = \left[ 1 + \left( \frac{\pi^2 EI \delta_{po}}{L^2 M_{po}} - 1 \right) \alpha \right] \frac{1}{1 - \alpha}$$

$$= \frac{C_m^*}{1 - \alpha}$$

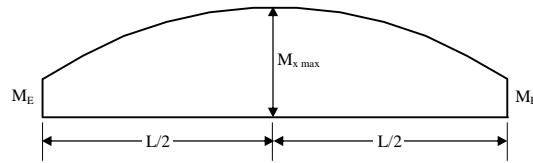
$$\text{dan } C_m^* = 1 + \left( \frac{\pi^2 EI \delta_{po}}{L^2 M_{po}} - 1 \right) \alpha = 1 + \psi \alpha$$

$$\text{dan } \psi = \frac{\pi^2 EI \delta_{po}}{L^2 M_{po}} - 1$$

Perhatikan komponen struktur dengan momen-momen ujung berikut ini



Demikian sehingga  $M_{x \max} > M_2$  dan terjadi diantara kedua tumpuan. Akan di cari  $M_E$  demikian sehingga menjadi



Jadi dari Persamaan (1) dan (2)  $M_{x \max} = \frac{M_2}{\sin kL} \sqrt{\left[1 - 2 \left(\frac{M_1}{M_2}\right) \cos kL + \left(\frac{M_1}{M_2}\right)^2\right]}$

$$= \frac{M_E}{\sin kL} \sqrt{2(1 - \cos kL)} = \frac{M_E}{\cos kL/2}$$

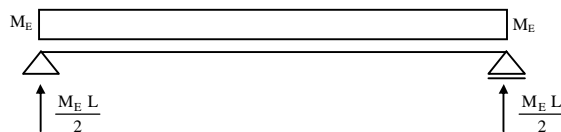
$$M_E = M_2 \sqrt{\frac{1 - 2 \left(\frac{M_1}{M_2}\right) \cos kL + \left(\frac{M_1}{M_2}\right)^2}{2(1 - \cos kL)}}$$

Dari Persamaan (3)

$$M_{x \max} = M_{po} \quad B_1^* = M_E \quad B_1^*$$

dimana  $B_1^* = \left[1 + \left(\frac{\pi^2 EI \delta_{po}}{L^2 M_{po}} - 1\right) \alpha\right] \frac{1}{1 - \alpha}$

Lendutan orde pertama ditengah bentang akibat momen  $M_E$ ,  $\delta_{po}$ , ditentukan sebagai berikut:



$$EI \delta_{po} = M_E \frac{L}{2} \frac{L}{2} - M_E \frac{L}{2} \frac{L}{4} = M_E L^2 / 8$$

Sehingga  $B_1^* = \left[1 + \left(\frac{\pi^2}{8} - 1\right) \alpha\right] \frac{1}{1 - \alpha} = \frac{1 + 0,2337 \alpha}{1 - \alpha}$

$$\alpha = \frac{P}{P_c} = \frac{PL^2}{\pi^2 EI} = \frac{k^2 L^2}{\pi^2} = \left(\frac{kL}{\pi}\right)^2 \rightarrow kL = \sqrt{\pi^2 \alpha}$$

$\alpha$	kL	$\frac{1}{\cos kL/2}$	$B_1^*$
0,1	0,99	1,137	1,137
0,2	1,4050	1,3102	1,3084
0,3	1,7207	1,5333	1,5287
0,4	1,9869	1,8322	1,8225

$$\text{Jadi } M_{x \max} = \frac{M_E}{\cos kL/2} \simeq M_E \frac{1+0,2337 \alpha}{1-\alpha}$$

$$= M_2 \sqrt{\frac{1-2\left(\frac{M_1}{M_2}\right)\cos kL + \left(\frac{M_1}{M_2}\right)^2}{2(1-\cos kL)}} * \left(\frac{1+0,2337 \alpha}{1-\alpha}\right)$$

$$= M_2 \frac{C_m}{1-\alpha} = M_2 B_1$$

$$\text{dimana } C_m = \sqrt{\frac{1-2\left(\frac{M_1}{M_2}\right)\cos kL + \left(\frac{M_1}{M_2}\right)^2}{2(1-\cos kL)}} * \underbrace{(1+0,2337 \alpha)}_{C_m^*} \dots\dots\dots (4)$$

$$B_1 = \frac{C_m}{1-\alpha}$$

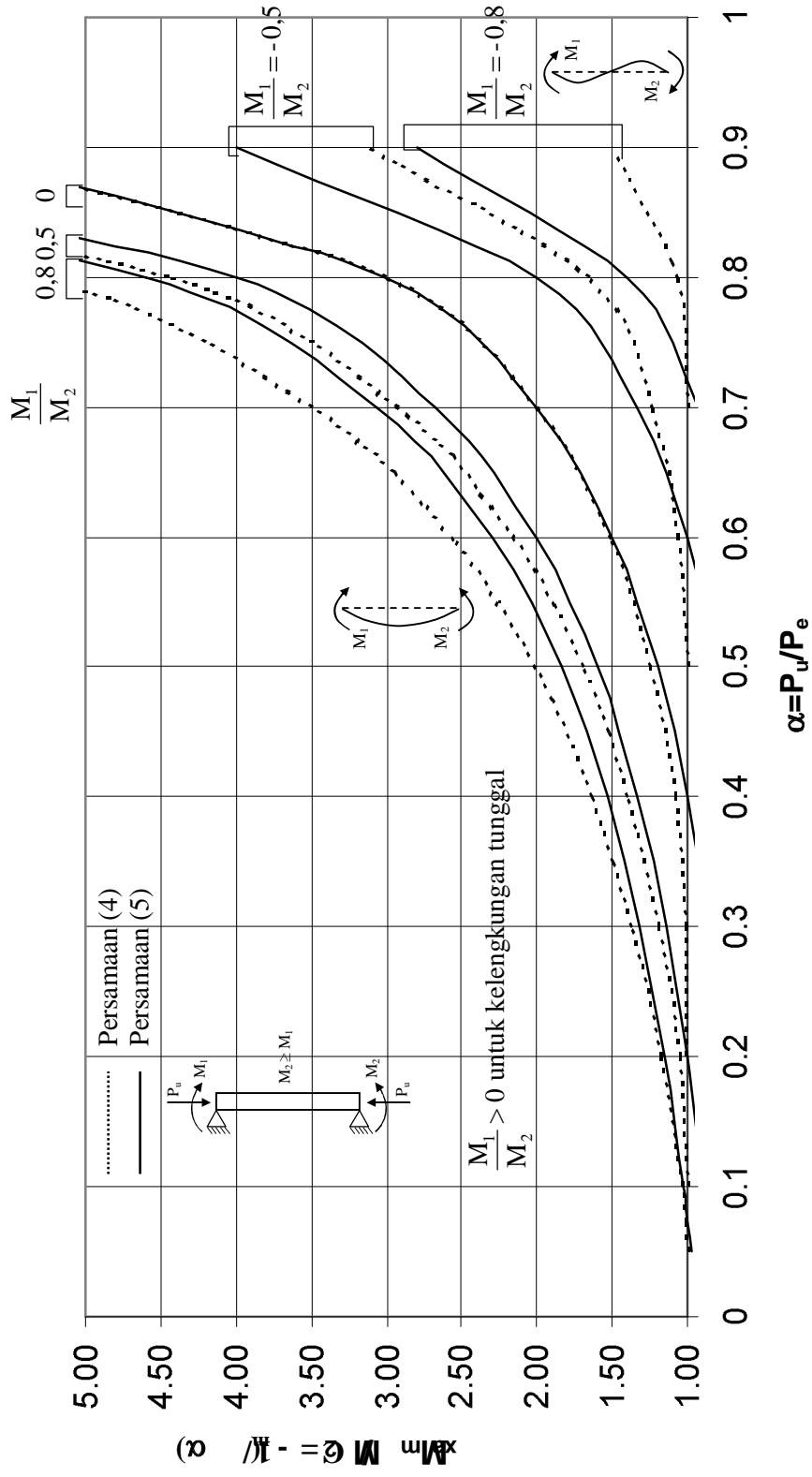
Dalam peraturan digunakan hubungan yang lebih sederhana, yaitu:

$$C_m = 0,6 + 0,4 (M_1 / M_2) \dots\dots\dots (5)$$

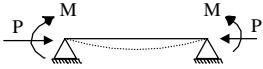

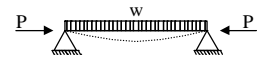
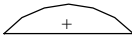
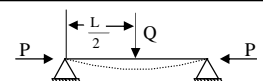

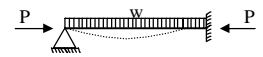
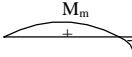
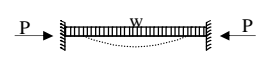
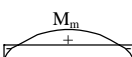
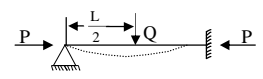
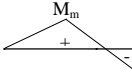
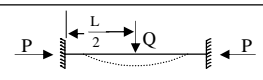
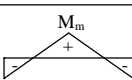
dan ketelitiannya diperlihatkan berikut ini untuk nilai  $\frac{C_m}{1-\alpha}$ :

	$M_1/M_2$	Persamaan (1)					Persamaan (4)					Persamaan (5)				
		0.8	0.5	0	-0.5	-0.8	0.8	0.5	0	-0.5	-0.8	0.8	0.5	0	-0.5	-0.8
$\alpha$	kL															
0.05	0.70	1.00					1.00					0.97				
0.1	0.99	1.05	1.00				1.04	1.00				1.02	0.89			
0.2	1.40	1.19	1.06	1.01			1.19	1.05	1.01			1.15	1.00	0.75		
0.3	1.72	1.39	1.20	1.01			1.38	1.19	1.01			1.31	1.14	0.86		
0.4	1.99	1.65	1.41	1.09			1.64	1.40	1.09			1.53	1.33	1.00		
0.5	2.22	2.03	1.71	1.26	1.01		2.01	1.70	1.25	1.00		1.84	1.60	1.20	0.80	
0.6	2.43	2.60	2.18	1.54	1.08		2.57	2.15	1.52	1.06		2.30	2.00	1.50	1.00	
0.7	2.63	3.55	2.97	2.04	1.25	1.01	3.49	2.92	2.00	1.23	0.99	3.07	2.67	2.00	1.33	0.93
0.8	2.81	5.45	4.55	3.07	1.69	1.10	5.34	4.46	3.01	1.66	1.07	4.60	4.00	3.00	2.00	1.40
0.9	2.98	11.18	9.32	6.23	3.19	1.54	10.89	9.08	6.07	3.11	1.50	9.20	8.00	6.00	4.00	2.80

# $M_{max}/M_2$ vs $P_u/P_e$



**Nilai  $C_m^*$  untuk balok tanpa translasi pada tumpuan**

	Kasus	$C_m^*$ (Momen positif)	$C_m^*$ (Momen negatif)	
1		$1 + 0,2 \alpha$	-	
2		1,0	-	
3		$1 - 0,2 \alpha$	-	
4		$1 - 0,3 \alpha$	$1 - 0,4 \alpha$	
5		$1 - 0,4 \alpha$	$1 - 0,4 \alpha$	
6		$1 - 0,4 \alpha$	$1 - 0,3 \alpha$	
7		$1 - 0,6 \alpha$	$1 - 0,2 \alpha$	

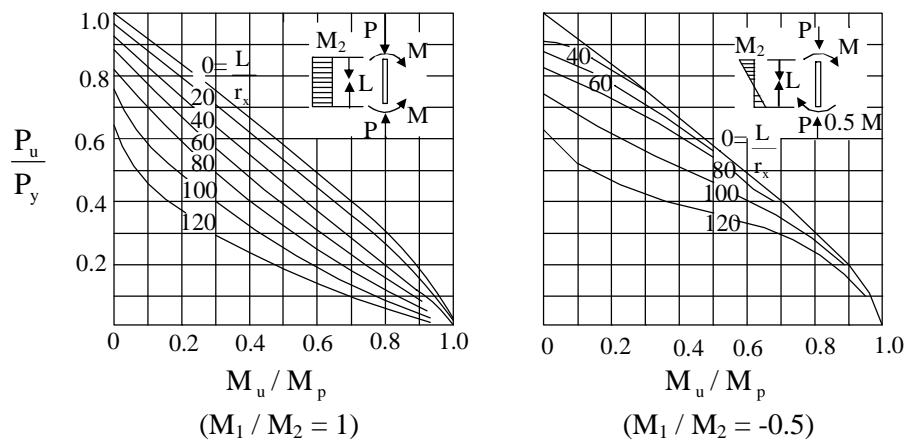
Catatan:  $\alpha = \frac{P_u}{P_e}$

### **Tahanan nominal - Instabilitas pada Bidang Lentur**

Tahanan balok-kolom, dimana tekuk torsi lateral dan tekuk lokal dapat dihindarkan dan lentur terjadi terhadap satu sumbu, akan tercapai bila terjadi instabilitas pada bidang lentur (tanpa torsi).

Persamaan diferensial balok-kolom, termasuk pengaruh orde kedua, menunjukkan bahwa pengaruh gaya normal dan momen tidak dapat disuperposisikan, ini adalah kasus non-linier.

Kurva persamaan interaksi untuk profil-I tertentu tanpa goyangan dengan  $f_y = 230$  MPa,  $f_r = 70$  MPa, dan terlentur terhadap sumbu kuat adalah seperti berikut ini.



Persamaan interaksi menjadi:

$$\frac{P_u}{P_n} + \frac{M_u}{M_n} \leq 1 \quad \text{..... (6)}$$

dimana  $P_u$  adalah gaya tekan terfaktor  
 $P_n$  adalah tahanan nominal sebagai fungsi dari  $\lambda$   
 $M_u$  adalah momen terfaktor termasuk pengaruh orde kedua

$$M_u = M_{po} \quad B_1^* = M_{po} \frac{C_m^*}{1 - \alpha}; \quad M_{po} = M_E = \text{coef} \times M_{p \max}$$

$M_{p \max}$  adalah momen orde pertama terfaktor maksimum

$$\alpha = \frac{P_u}{P_e} = \frac{P_u L^2}{\pi^2 EI}$$

$C_m^* =$  Lihat bahasan sebelumnya

$M_n = M_p$  untuk balok kompak yang terkekang secara lateral.

atau Persamaan (6) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\frac{P_u}{P_n} + \frac{M_u}{M_n} \frac{C_m}{1 - \alpha} \leq 1$$

### Tahanan Nominal – Persamaan Interaksi

Perencanaan balok-kolom dilakukan dengan bantuan persamaan interaksi.

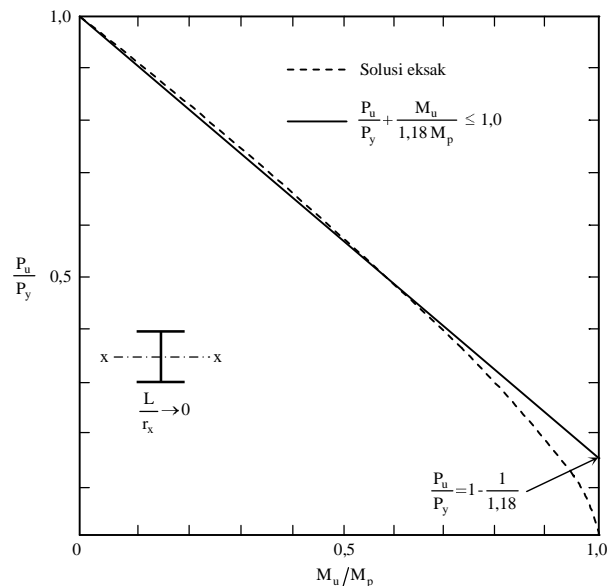
#### **Kasus 1 - Tanpa Instabilitas**

Pada lokasi dimana tidak dapat terjadi instabilitas ( $\lambda \rightarrow 0$ ) berlaku

$$\frac{P_u}{P_y} + \frac{M_u}{1,18 M_p} \leq 1,0$$

dan 
$$\frac{M_u}{M_p} \leq 1,0$$

dimana 
$$P_y = A_g \sigma_y$$



Perbandingan antara solusi eksak (termasuk tegangan sisa) dengan pendekatan Kasus 1.

#### **Kasus 2 - Instabilitas pada Bidang Lentur**

$$\frac{P_u}{P_n} + \frac{M_E}{M_p (1 - \alpha)} \leq 1$$

dimana  $P_n$  adalah tahanan nominal sebagai fungsi dari  $\lambda$

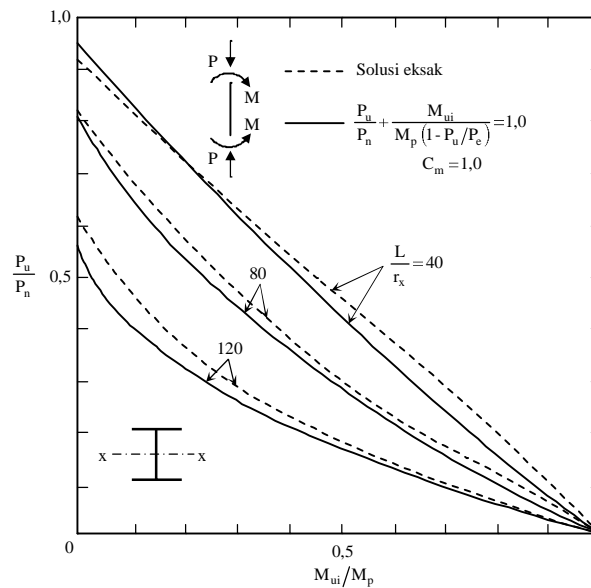
$$M_E = C_m M_{ui}$$

$$C_m = \text{coef} \times C_m^*; \quad C_m^* = 1 + \psi \alpha$$

$$P_e = \pi^2 EI / L^2$$

$$\alpha = P_u / P_e$$

$M_{ui}$  adalah momen orde pertama terfaktor maksimum pada arah - i.



Perbandingan antara solusi eksak (termasuk tegangan sisa) dengan pendekatan Kasus 2.

### Kasus 3 - Instabilitas akibat Tekuk Torsi Lateral

$$\frac{P_u}{P_n} + \frac{C_m M_{ui}}{M_n (1 - P_u/P_e)} \leq 1$$

### Kasus 4 - Lentur Dua Arah

$$\frac{P_u}{P_n} + \frac{M_{ux} C_{mx}}{M_{nx} (1 - P_u/P_{ex})} + \frac{M_{uy} C_{my}}{M_{ny} (1 - P_u/P_{ey})} \leq 1$$

#### • Cara Perencanaan LRFD

1) Untuk  $\frac{P_u}{\phi_c P_n} \geq 0,2$

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left( \frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1,0$$

2) Untuk  $\frac{P_u}{\phi_c P_n} < 0,2$

$$\frac{P_u}{2\phi_c P_n} + \left( \frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1,0$$



dimana  $P_u$  adalah gaya aksial terfaktor  
 $P_n$  adalah tahanan minimum sebagai fungsi dari  $\lambda$   
 $M_u$  adalah momen terfaktor termasuk pengaruh orde kedua  
 $M_n$  adalah tahanan lentur dengan memperhatikan semua pengaruh instabilitas, bila ada,  
 $\phi_c$  adalah faktor tahanan tekan = 0,85  
 $\phi_b$  adalah faktor tahanan lentur = 0,9  
 $M_{ux} = B_{1x} M_{ntx} + B_{2x} M_{\ell tx}$  adalah momen terfaktor dalam arah-x termasuk pengaruh orde kedua  
 $M_{nx}$  adalah tahanan lentur dalam arah-x  
 $M_{uy}, M_{ny}$  serupa  $M_{ux}, M_{nx}$  untuk arah-y

### Koefisien Perbesaran Momen - LRFD

#### Komponen struktur pada rangka tak bergoyang

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - P_u / P_{e1}} \geq 1,0$$

- a) Untuk komponen struktur pada rangka tak bergoyang dengan beban transversal diantara kedua tumpuannya,

$$C_m = \text{coef} \times C_m^* \text{ dan } C_m^* = 1 + \psi \frac{P_u}{P_{e1}} = 1 + \psi \alpha$$

$$C_m = 1 \text{ bila kedua tumpuan tak terkekang terhadap rotasi} \\ = 0,85 \text{ bila kedua tumpuan terkekang terhadap rotasi}$$

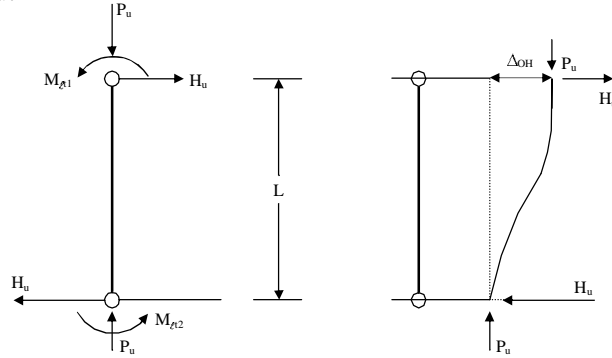
- b) Untuk komponen struktur pada rangka tak bergoyang tanpa beban-beban transversal, tapi dengan momen ujung-ujung  $M_1, M_2$  dengan  $M_2 \geq M_1$

$$C_m = 0,6 + 0,4 M_1 / M_2 \text{ bila } M_1 \text{ dan } M_2 \text{ menyebabkan kelengkungan tunggal} \\ C_m = 0,6 - 0,4 M_1 / M_2 \text{ bila } M_1 \text{ dan } M_2 \text{ menyebabkan kelengkungan ganda}$$

$P_{e1}$  adalah tahanan tekan kolom yang ditinjau, dalam keadaan tak bergoyang.

## Komponen struktur pada rangka bergoyang

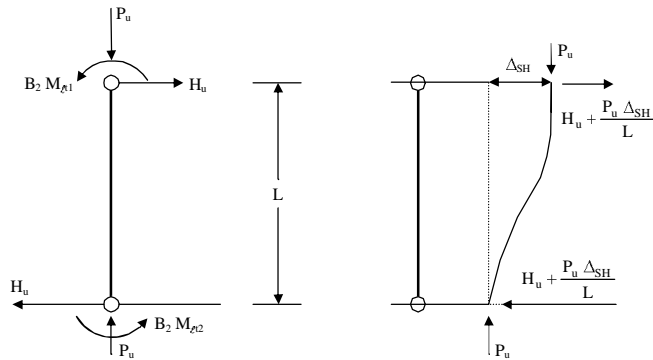
Berikut diberikan faktor perbesaran untuk rangka bergoyang bila pengaruh P-Δ tidak ditinjau.



$$M_{\ell 1} + M_{\ell 2} = H_u L$$

dan  $\Delta_{OH} = f_h H_u \rightarrow f_h = \frac{\Delta_{OH}}{H_u}$

Bila pengaruh P - Δ di tinjau maka  $M_{\ell 1} \rightarrow B_2 M_{\ell 1}$  dan  $M_{\ell 2} \rightarrow B_2 M_{\ell 2}$  serta  $\Delta_{OH} \rightarrow \Delta_{SH}$  (lihat gambar berikut).



$$B_2 (M_{\ell 1} + M_{\ell 2}) = H_u L + P_u \Delta_{SH} \dots\dots\dots (7)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{SH} &= f_h \left( H_u + \frac{P_u \Delta_{SH}}{L} \right) \\ &= \frac{\Delta_{OH}}{H_u} \left( H_u + \frac{P_u \Delta_{SH}}{L} \right) \\ &= \Delta_{OH} + \frac{P_u \Delta_{SH}}{L H_u} \Delta_{OH} \end{aligned}$$

$$\Delta_{SH} = \Delta_{OH} \frac{L H_u}{L H_u - P_u \Delta_{OH}}$$

Dari Persamaan (7) di peroleh

$$B_2 L H_u = H_u L + P_u \Delta_{OH} \frac{L H_u}{L H_u - P_u \Delta_{OH}}$$

$$B_2 = \frac{L H_u - P_u \Delta_{OH} + P_u \Delta_{OH}}{L H_u - P_u \Delta_{OH}}$$

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{P_u \Delta_{OH}}{L H_u}}$$

Untuk suatu kolom yang berada diantara dua lantai diafragma maka

$$P_u \rightarrow \sum P_u \text{ dan } H_u \rightarrow \sum H_u$$

Sehingga

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u \Delta_{OH}}{\sum H_u L}}$$

Sebagai alternatif dapat di hitung

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{\sum P_{e2}}}$$

$$\text{dan } M_u = B_1 M_{nt} + B_2 M_{et}$$

dimana  $M_{nt}$  adalah momen yang timbul hanya akibat beban gravitasi tanpa ada goyangan

$M_{et}$  adalah momen akibat goyangan dan gaya-gaya lateral lainnya.

Nilai  $M_u$  juga dapat diperoleh dari analisis P -  $\Delta$  dimana semua pengaruh non-linieritas langsung di perhitungkan.

$\sum P_u$  adalah jumlah gaya aksial tekan terfaktor akibat beban gravitasi untuk seluruh kolom pada satu tingkat yang ditinjau,

$\sum P_{e2}$  adalah jumlah tahanan tekan seluruh kolom pada satu tingkat yang ditinjau, dalam keadaan bergoyang,

$\sum H_u$  adalah jumlah gaya horizontal terfaktor yang menghasilkan  $\Delta_{OH}$  pada tingkat yang ditinjau,

L adalah tinggi tingkat.