AAN BURHANUDIN

TEGANGAN – REGANGAN DAN KEKUATAN STRUKTUR

Pendahuluan

Dalam perencanaan struktur, semua elemen harus diberikan ukuran tertentu.

Ukuran harus diproporsikan ***cukup kuat*** untuk memikul gaya yang mungkin terjadi.

Setiap elemen struktur juga harus ***cukup kaku*** sehingga tidak melengkung atau berubah bentuk (berdeformasi) berlebihan pada saat struktur dipakai.

Setiap elemen struktur juga tidak boleh terlalu langsing, sehingga tidak kehilangan ***kestabilan*** akibat adanya gaya tekan.

Jadi perencananaan struktur meliputi penentuan proporsi elemen struktur yang memenuhi *kekuatan, kekakuan* dan *stabilitas* setiap elemen struktur

Tegangan

Apabila kita perhatikan suatu penampang, umumnya gaya-gaya yang bekerja pada luasan sangat kecil (*infinitesimal areas*) pada penampang tersebut bervariasi dalam besar maupun arah. Gaya dalam merupakan resultan dari gaya-gaya pada luasan sangat kecil ini. Intensitas gaya menentukan kemampuan suatu material terutama dalam memikul beban (kekuatan) disamping mempengaruhi sifat-sifat kekakuan maupun stabilitas. Intensitas gaya dan arahnya yang bervariasi dari titik ke titik dinyatakan sebagai *tegangan*. Karena perbedaan pengaruhnya terhadap material struktur, biasanya tegangan diuraikan menjadi komponen yang tegak lurus dan sejajar dengan arah potongan suatu penampang

Tegangan Normal dan Geser

Tegangan normal (aksial): intensitas gaya pada suatu titik yang tegak lurus atau normal terhadap penampang, yang didefinisikan sbb:

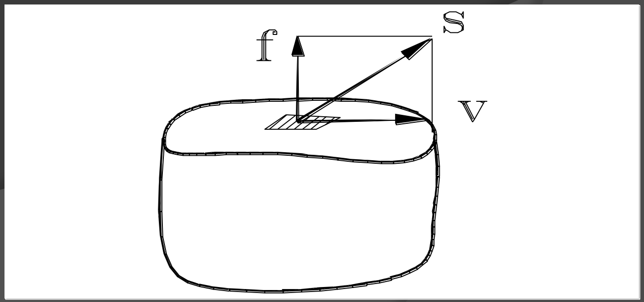
$$\sigma = f = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

dimana F adalah gaya yang bekerja dalam arah tegak lurus atau normal terhadap penampang, dan A adalah luas penampang

Tegangan geser: intensitas gaya pada suatu titik yang sejajar terhadap penampang, yang didefinisikan sbb:

$$\tau = v = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta V}{\Delta A}$$

dimana V adalah gaya yang bekerja dalam arah sejajar terhadap penampang, dan A adalah luas penampang



Satuan Gaya

- Satuan tegangan adalah *satuan gaya / satuan luas*.
- Dalam sistem internasional (SI) satuan tegangan adalah:
  - Pa = pascal = Newton/meter2 = N/m2
  - 1 kPa = 1 kilopascal = 103 Pa
  - 1 MPa = 1 megapascal = 106 Pa = 106 N/m2 = 1 N/mm2

Besaran Penampang untuk Tegangan

Untuk analisis tegangan diperlukan beberapa besaran penampang yang diuraikan dibawah ini:

Luas: $A = \int_A dA$

Titik berat: Titik tangkap gaya berat pada benda. Titik ini didefinisikan sebagai berikut:

$$\bar{x} = \frac{\int_A x \, dA}{A} \quad \text{dan} \quad \bar{y} = \frac{\int_A y \, dA}{A}$$

Untuk penampang yang merupakan kombinasi beberapa penampang yang sudah diketahui titik beratnya:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i A_i}{A} \quad \text{dan} \quad \bar{y} = \frac{\sum y_i A_i}{A}$$

Apabila *x* atau *y* diukur dari suatu sumbu yang berimpit dengan sumbu berat , maka:

$$\int_A x \, dA = 0 \quad \text{dan} \quad \int_A y \, dA = 0$$

Besaran Penampang untuk Tegangan (2)

Statis momen:

Statis momen terhadap suatu sumbu:

$$Q = \int_A y\, dA$$

Untuk penampang yang sudah diketahu titik beratnya:

$$Q = A\,\bar{y}$$

Momen inersia:

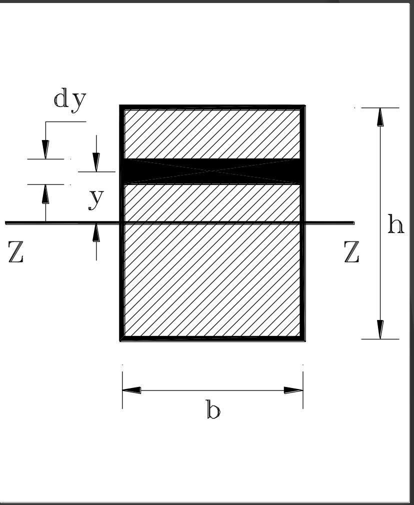
Momen inersia suatu benda adalah ukuran inersia rotasi benda tersebut. Momen inersia besar berarti benda tidak mudah untuk dibuat berotasi pada sumbunya, walaupun tidak ada hambatan lain.

Jika y merupakan posisi yang diukur dari pusat penampang, maka momen inersia terhadap pusat penampang adalah

$$I = \int_A y^2 .dA$$

Contoh Momen Inersia

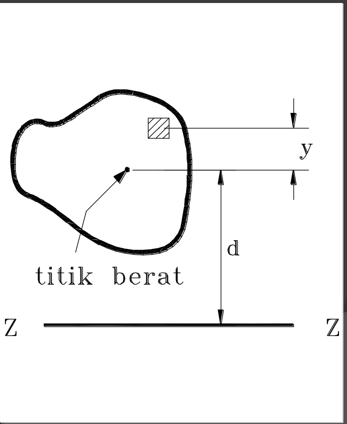
Momen inersia penampang persegi:



$$I_{zz} = I_o = \int_A y^2\, dA = \int_{-h/2}^{h/2} y^2\, b\, dy = b \left.\frac{y^3}{3}\right|_{-h/2}^{h/2} = \frac{bh^3}{12}$$

$$I_{zz} = \frac{b^3 h}{12}$$

Momen inersia terhadap suatu titik berjarak d da
penampang:



$$I_{zz} = \int_A (d+y)^2\, dA$$

$$I_{zz} = d^2 \int_A dA + 2d \int_A y dA + \int_A y^2 dA$$

$$= Ad^2 + 2d \underbrace{\int_A y dA}_{=0} + I_0$$

$$I_{zz} = Ad^2 + I_o$$

Momen Inersia Penampang Majemuk

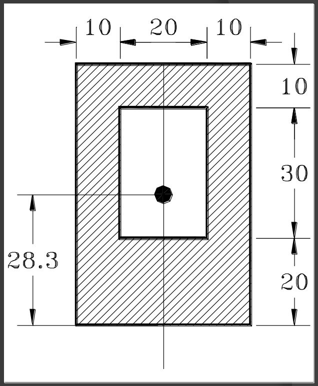
Untuk penampang yang dibentuk dari beberapa penampang yang sudah diketahui karakteristiknya, momen inersia merupakan penjumlahan momen inersia terhadap titik berat penampang gabungan.

$$I_{zz} = \sum \left(A d^2 + I_o \right)_i$$

dimana d_i adalah jarak dari titik berat komponen penampang ke titik berat penampang gabungan.

Momen Inersia Penampang Berlubang

Daerah	A (mm2)	y (mm) dari dasar	Ay
Persegi luar Lubang	40 . 60 = 2400 -20 . 30 = - 600	30 35	72 000 -21 000
Jumlah	1800		51 000



Posisi titik berat dari dasar penampang: $\bar{y} = \frac{\sum Ay}{\sum A} = \frac{51000}{1800} = 28.3\,mm$

Inersia untuk daerah persegi luar:

$$I_o = \frac{bh^3}{12} = \frac{40(60)^3}{12} = 72.10^4 \;\; mm^4$$

$$Ad^2 = 2400(30 - 28.3)^2 = 0.69.10^4 \;\; mm^4$$

Inersia untuk daerah lubang (besaran inersia negatif):

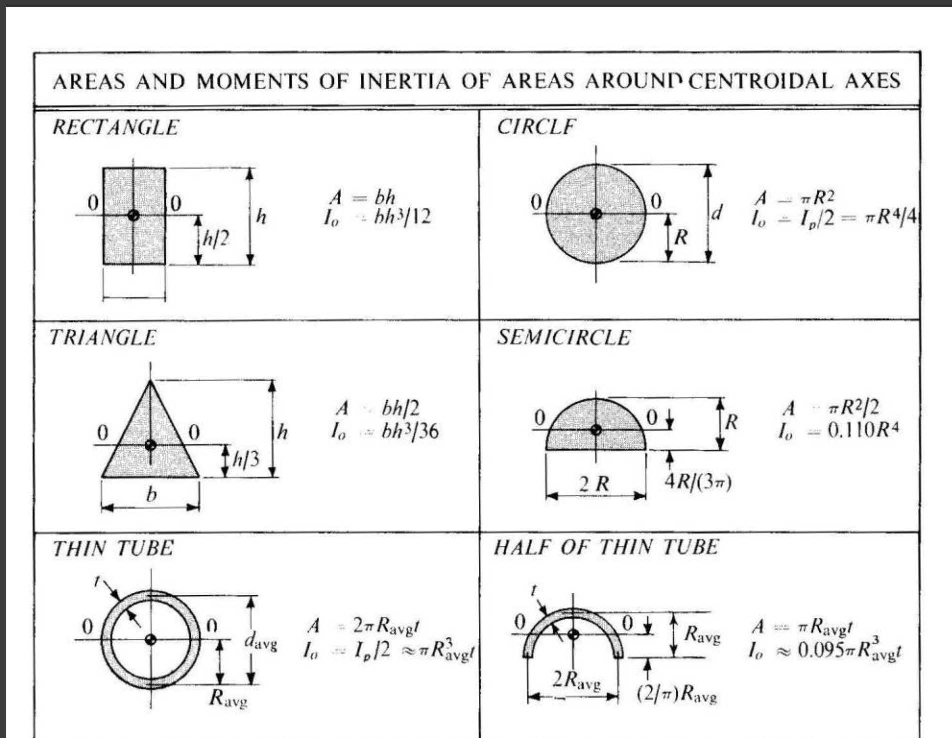
$$I_o = -\frac{bh^3}{12} = -\frac{20(30)^3}{12} = -4.50.10^4 \;\; mm^4$$

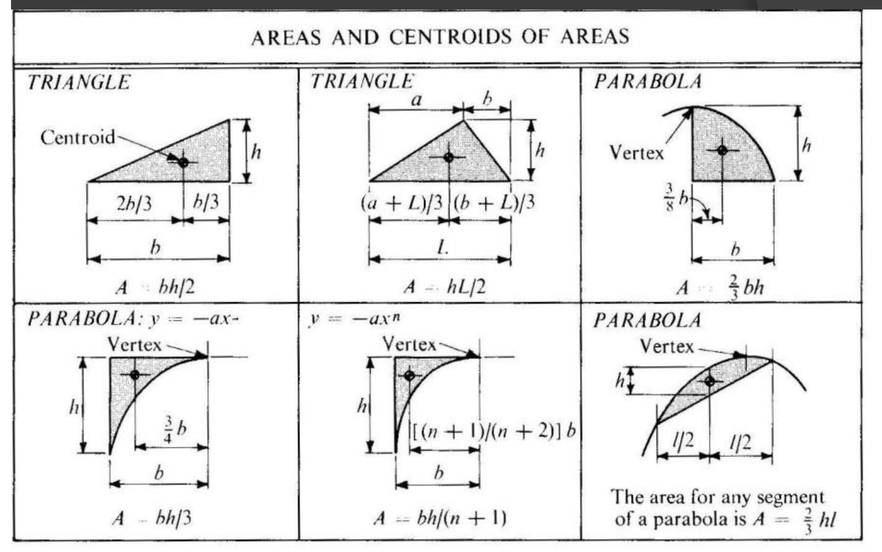
$$Ad^2 = -600(35 - 28.3)^2 = -2.69.10^4 \;\; mm^4$$

Untuk penampang persegi berlubang:

$$I_{zz} = \sum\left(Ad^2 + I_o\right)_i = (72 + 0.69 - 4.50 - 2.69).10^4 = 65.50.10^4\,mm^4$$

Karakteristik Penampang

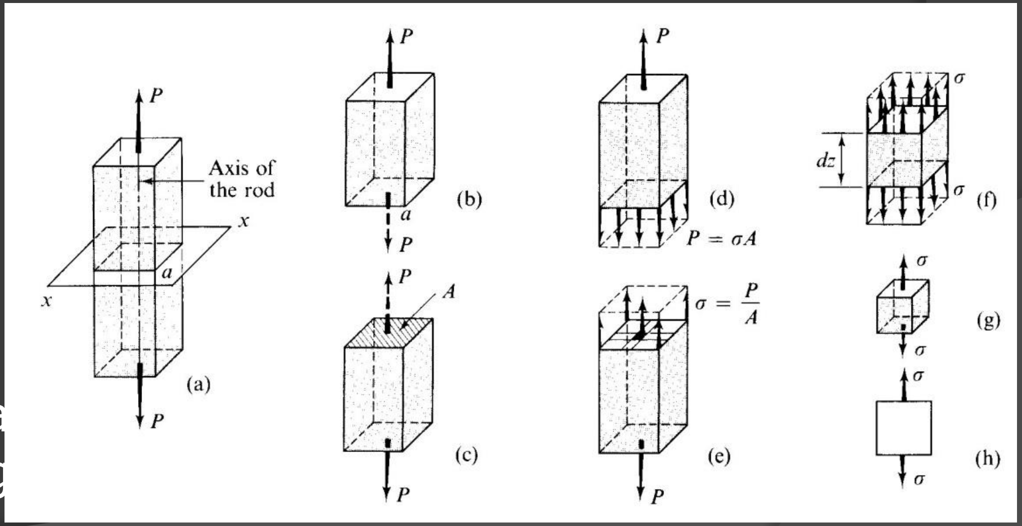




Tegangan Normal Akibat Gaya Aksial

Pada batang-batang yang menahan gaya aksial saja, tegangan yang bekerja pada potongan yang tegak lurus terhadap sumbu batang adalah tegangan normal saja, tegangan geser tidak terjadi. Arah potongan ini juga memberikan tegangan normal maksimum dibandingkan arah-arah potongan lainnya. Apabila potongan dibuat cukup jauh dari ketidak teraturan (perubahan ukuran, sambungan), ternyata tegangan terdistribusi secara seragam, sehingga untuk memenuhi keseimbangan besarnya tegangan menjadi:

$$f = \frac{F}{A} \quad \text{atau} \quad \frac{gaya\,aksial}{luas} \quad \left[\frac{N}{m^2}\right]$$



Perjanjian tanda disamakan dengan gaya aksial, yaitu positif(+) untuk tegangan ta dan negatif(-) untuk tegang tekan.

Tegangan Geser Langsung Rata-rata

Tidak sama dengan kasus tegangan aksial, kenyataannya tegangan geser yang terjadi tidak terdistribusi seragam. Persamaan diatas hanya pendekatan yang merupakan tegangan geser rata-rata. Tegangan geser (besar dan distribusinya) yang berhubungan dengan gaya geser pada balok akan kita pelajari pada sub-bab selanjutnya. Dengan asumsi tegangan terdistribusi merata pada penampang, diperoleh hubungan tegangan geser:

$$v = \frac{V}{A} \quad \text{atau} \quad \frac{gaya\,geser}{luas} \quad \left[\frac{N}{m^2}\right]$$

Regangan

- Dari hasil pengamatan, diketahui bahwa suatu material yang mengalami tegangan pada saat yang sama juga mengalami perubahan panjang/volume. Perubahan panjang/volume ini sering dinyatakan dalam regangan yang didefinisikan sbb:

  $$\varepsilon = \frac{\Delta}{L}$$

  dimana Δ adalah perubahan panjang yang dialami oleh bagian specimen sepanjang L.
- Dalam kondisi pembebanan sehari-hari, sebagian besar material struktur menunjukkan perilaku yang memenuhi hukum Hooke, dimana dinyatakan tegangan berbanding lurus dengan regangan (hubungan linear):

  $$f = E\varepsilon \quad \text{atau} \quad E = \frac{f}{\varepsilon}$$

  dimana E adalah suatu konstanta yang disebut *modulus elastisitas* atau *modulus Young.*

Tegangan Aksial Akibat Momen Lentur

Pembahasan disederhanakan untuk balok yang memenuhi asumsi-asumsi dibawah ini:

- Balok lurus dengan penampang konstan dan paling sedikit satu sumbu simetri
- Momen lentur diaplikasikan pada bidang yang berimpit dengan sumbu simetri dan melalui titik berat penampang.
- Bidang potongan yang tegak lurus terhadap sumbu balok, tetap lurus setelah momen bekerja. Akibatnya regangan pada suatu titik pada penampang berbanding lurus dengan jaraknya ke garis netral.
- Hukum Hooke berlaku, yaitu tegangan berbanding lurus dengan regangan.

Garis Netral

Garis netral adalah suatu garis pada penampang dengan tegangan, *f* = 0.

Dari asumsi-asumsi diatas diperoleh: tegangan lentur berbanding lurus dengan jaraknya dari garis netral, sehingga tegangan pada suatu titik berjarak *y* dari garis netral:

$$f = -\frac{y}{c} f_{\max}$$

Karena tidak ada gaya aksial yang bekerja, keseimbangan gaya arah horizontal terpenuhi bila resultan tegangan = 0

$$F = \int_A f\,dA = \int_A \left(-\frac{y}{c} f_{\max} \right) dA = -\frac{f_{\max}}{c} \int_A y\,dA = 0$$

Garis Netral (2)

Karena $c \neq 0$ dan $f_{max} \neq 0$, maka $\int_A y \; dA = 0$

dari definisi, $\int_A y \; dA = \bar{y}A$, dimana $\bar{y}$ adalah jarak dari garis referensi (garis netral) ke titik berat penampang. Karena $A \neq 0$

maka $\int_A y \; dA = \bar{y}A = 0$ berarti $\bar{y} = 0$.

Jadi garis netral melalui titik berat penampang.

Persamaan Tegangan Aksial Akibat Momen Lentur

Momen luar diimbangi oleh momen dalam yang merupakan resultan tegangan lentur.

$$M = \int_A f.dA.y = \int_A \left(-\frac{y}{c} f_{\max} \right) dA.y = -\frac{f_{\max}}{c} \int_A y^2\, dA$$

Integral $\int_A y^2 .dA = I$ adalah besaran penampang yang disebut momen inersia terhadap titik berat penampang.

Jadi persamaan tegangan lentur menjadi:

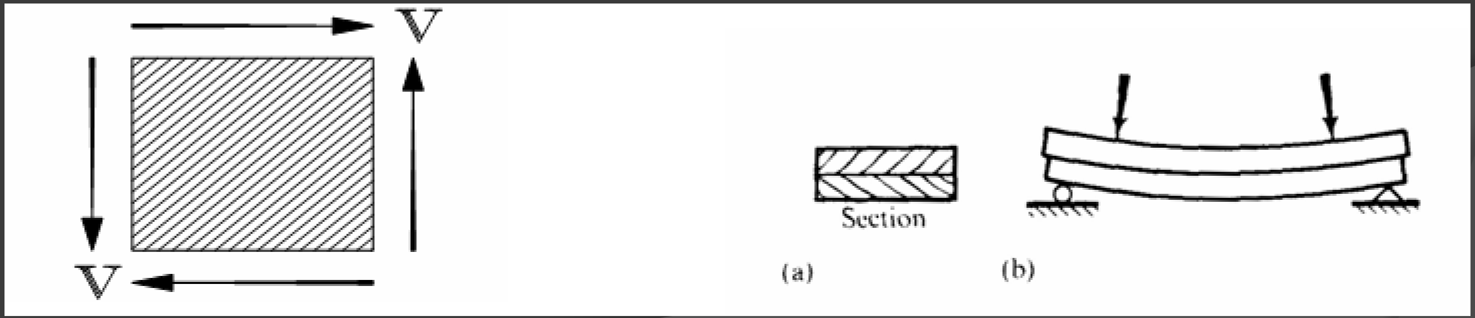
$$M = \frac{f_{\max}}{c} I \quad \text{atau} \quad f_{\max} = \frac{M\,c}{I}$$

Tegangan lentur pada sembarang titik yang berjarak *y* dari garis netral:

$$f = -\frac{M\,y}{I}$$

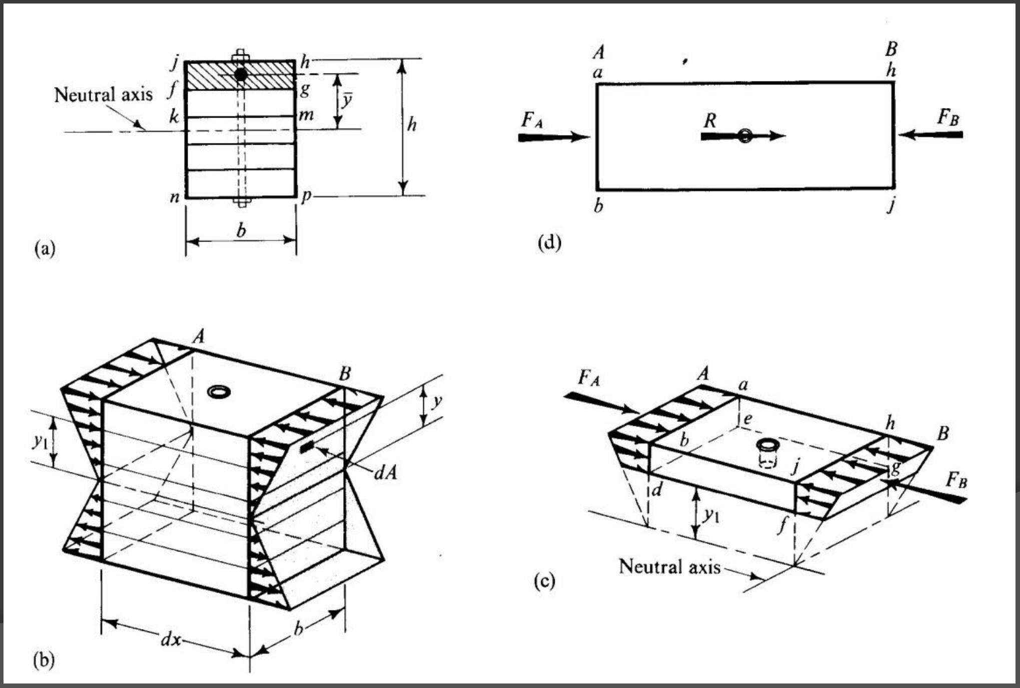
Tegangan Geser pada Balok

Dengan memperhatikan suatu potongan kecil pada arah longtudinal balok, terlihat bahwa persyaratan keseimbangan momen pada elemen persegi ini hanya bisa tercapai apabila ada gaya geser dalam arah sejajar sumbu balok yang besarnya sama dan arahnya melawan momen kopel akibat gaya geser tegak lurus sumbu. Dari keseimbangan gaya, gaya geser tegak lurus sumbu mengimbangi gaya-gaya pada arah tegak lurus sumbu, sedangkan gaya geser sejajar sumbu bersifat mengimbangi selisih tegangan lentur dari dua penampang balok bersebelahan. Gaya geser pada arah sejajar sumbu balok berfungsi menyatukan penampang balok agar bekerja sebagai satu kesatuan.



Tegangan Geser Akibat Tegangan Lentur

Tegangan lentur pada suatu penampang tidak sama besarnya dengan tegangan lentur pada penampang lainnya. Apabila dibuat potongan dalam arah horizontal, keseimbangan terpenuhi dengan adanya tegangan geser pada irisan horizontal tadi yang mengimbangi perbedaan besarnya tegangan lentur.



Tegangan Geser Akibat Tegangan Lentur (2)

Resultant tegangan lentur pada daerah *fghj*:

$$F_B = \int_{\substack{luas\\fghj}} \frac{M_B\, y}{I}\, dA = \frac{M_B}{I} \int_{\substack{luas\\fghj}} y\, dA = \frac{M_B\, Q}{I}$$

dimana Q adalah statis momen daerah *fghj* terhadap garis netral.

Resultant tegangan lentur pada daerah *abde*:

$$F_A = \int_{\substack{luas\\abde}} \frac{M_A\, y}{I}\, dA = \frac{M_A}{I} \int_{\substack{luas\\abde}} y\, dA = \frac{M_A\, Q}{I}$$

dimana Q adalah statis momen daerah *abde* terhadap garis netral yang sama besarnya dengan untuk daerah *fghj* karena penampang prismatis (tidak berubah dari titik ke titik lainnya sepanjang balok).

Tegangan Geser Akibat Tegangan Lentur (3)

Besarnya tegangan geser (*v)* diperoleh dari persamaan keseimbangan gaya-gaya arah horizontal:

Berdasarkan hubungan momen dan geser:

$$F_B - F_A - R = 0$$

$$\frac{M_B Q}{I} - \frac{M_A Q}{I} - v.b.dx = 0$$

$$v = \frac{(M_B - M_A)}{dx}\frac{Q}{I\,b}$$

Berdasarkan hubungan momen dan geser:

$$\frac{(M_B - M_A)}{dx} = \frac{dM}{dx} = V$$

Jadi:

$$\boldsymbol{v = \frac{V\,Q}{I\,b}}$$

Tegangan Geser Balok Persegi Panjang

Besarnya tegangan geser pada garis berjarak *y1* dari garis netral adalah:

$$v = \frac{VQ}{I\,b} = \frac{V}{I\,b}\int_{\substack{daerah\\ fghj}} y\,dA = \frac{V}{I\,b}\int_{y_1}^{h/2} b\,y\,dy$$

$$= \frac{V}{I}\left|\frac{y^2}{2}\right|_{y_1}^{h/2} = \frac{V}{2I}\left[\left(\frac{h}{2}\right)^2 - y_1^2\right]$$

Persamaan ini menunjukkan distribusi tegangan geser berbentuk parabola. Tegangan geser maximum diperoleh jika *y1* = 0:

$$v_{\max} = \frac{V\,h^2}{8\,I} = \frac{V\,h^2}{8\frac{bh^3}{12}} = \frac{3}{2}\frac{V}{bh} \qquad v_{\max} = \frac{3}{2}\frac{V}{A}$$

Perhatikan bahwa tegangan geser maximum untuk penampang persegi

jauh lebih besar dari tegangan geser rata-rata

$$v = \frac{V}{A}$$

Tegangan Ijin

Salah satu karakteristik material struktur adalah kemampuan memikul gaya aksial tarik. Besarnya beban yang menimbulkan keruntuhan disebut *beban batas (ultimate load). Tegangan batas (ultimate stress)* dapat dihitung dengan membagi beban batas dengan luas penampang specimen.

Untuk keperluan perencanaan *tegangan ijin* ditentukan jauh lebih kecil dari *tegangan batas* karena beberapa alasan:

- Besarnya beban yang bekerja pada struktur tidak dapat diketahui dengan akurat.
- Material struktur tidak seragam. Specimen yang diuji tidak selalu sama dengan material yang dipasang.
- Ada hal-hal yang tidak dapat diuji dengan cepat, misalnya kelelahan material akibat beban berubah besar/arah.
- Proses pembentukan elemen struktur menimbulkan ketidak sempurnaan ukuran, kelurusan, tegangan sisa dan lain-lain.
- Kesulitan menentukan besarnya tegangan secara akurat pada struktur yang rumit.
- Kesalahan-kesalahan pada saat konstruksi.

Faktor Keamanan

Untuk memperhitungkan adanya ketidak sempurnaan seperti diatas, peraturan perencanaan mengharuskan diterapkannya suatu *faktor keamanan*:

$$Faktor\ keamanan = Safety\ factor = sf = \frac{tegangan\ batas}{tegangan\ ijin}$$

Berdasarkan metode ini disyaratkan, tegangan yang direncanakan, yang merupakan hasil perkiraan dari analisa tidak boleh melebihi besarnya tegangan ijin:

$$Tegangan\ rencana \leq tegangan\ \ ijin$$

$$f \leq f_i$$

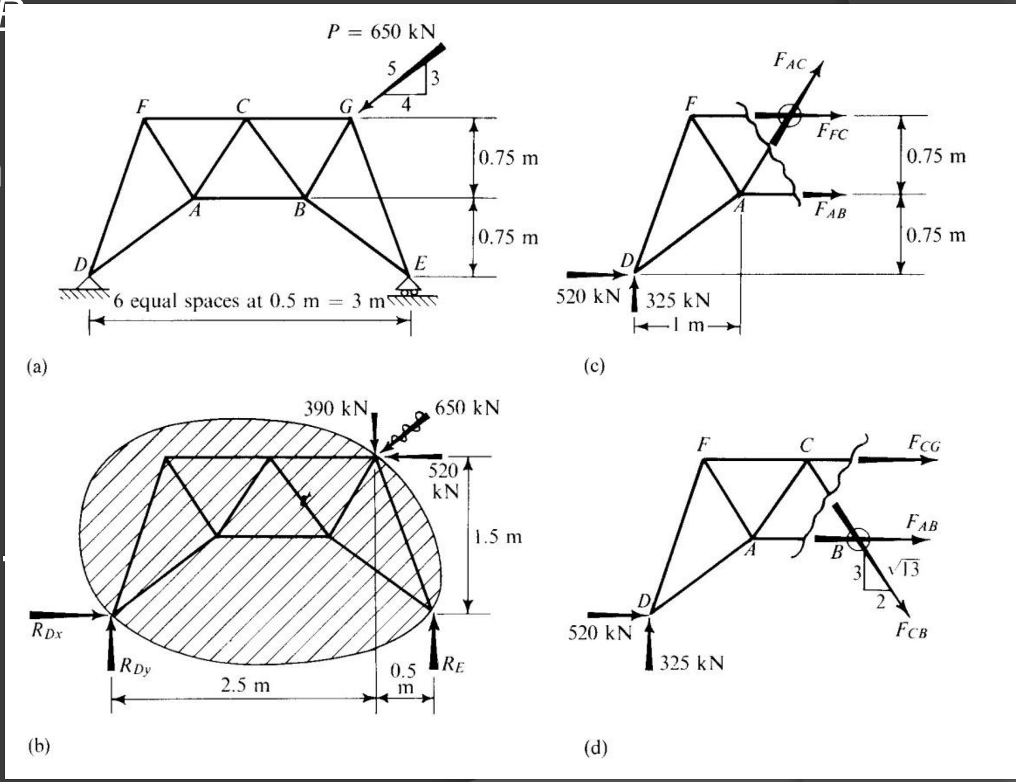
$$v \leq v_i$$

dimana: tegangan batas (*fu , vu*) diperoleh dari pengujian di lab, sedangkan faktor keamanan ditentukan pada peraturan perencanaan berdasarkan konsensus masyarakat, sehingga tegangan ijin (*fi , vi*) bisa ditentukan.

Contoh Perhitungan 1

Pilih ukuran batang *FC* dan *CB* dari struktur rangka batang dibawah ini. Tegangan batas material adalah 225 MPa, dan faktor keamanan adalah 1.6.

Karena yang diminta hanya merencanakan dua batang saja, metode potongan dipergunakan untuk perhitungan gaya-gaya dalam.



Contoh 1 (2)

Reaksi perletakan:

$$\sum P_x = 0; \quad R_{Dx} - 520 = 0; \quad R_{Dx} = 520\,kN$$

$$\sum M_E = 0; \quad + R_{DY}(3) - 390(0.5) - 520(1.5) = 0; \quad R_{DY} = 325\,kN$$

$$\sum M_D = 0; \quad + R_E(3) + 520(1.5) - 390(2.5) = 0; \quad R_E = 65\,kN$$

Check:

$$\sum P_y = 0; \quad 325 - 390 + 65 = 0 \quad OK.$$

Potongan dikiri garis sejajar *FA*:

$$\sum M_A = 0; \quad F_{FC}(0.75) + 325(1) - 520(0.75) = 0; \quad F_{FC} = +86.7\,kN$$

Potongan dikiri garis sejajar *AC*:

$$\sum P_y = 0; \quad -(F_{CB})_Y + 325 = 0; \quad (F_{CB})_Y = +325\,kN$$

$$F_{CB} = \frac{\sqrt{13}}{3}(F_{CB})_Y = +391\ kN$$

Contoh 1 (3)

Tegangan ijin:

$$f_i = \frac{f_u}{SF} = \frac{225}{1.6} = 140\,MPa = 140000\frac{kN}{m^2}$$

Luas penampang yang diperlukan:

$$A_{FC} = \frac{F_{FC}}{f_i} = \frac{86.7}{140000} = 0.000620\,m^2 = 620\,mm^2$$

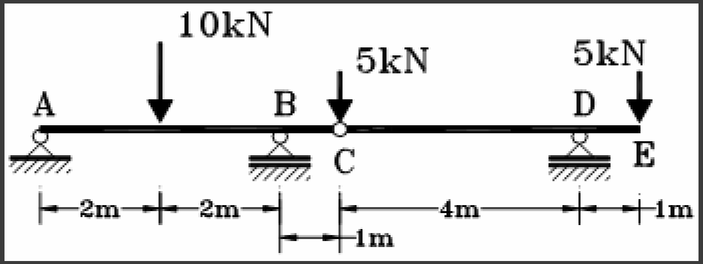
(pergunakan batang 12.5 mm X 50 mm)

$$A_{CB} = \frac{F_{CB}}{f_i} = \frac{391}{140000} = 0.002790\,m^2 = 2790\,mm^2$$

(pergunakan 2 batang 30 mm X 50 mm)

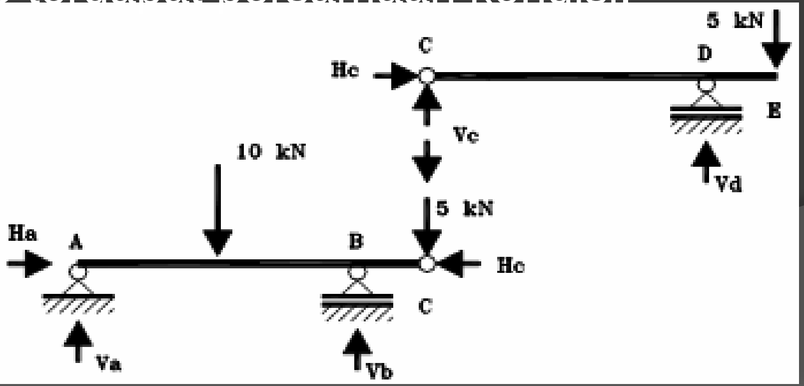
Contoh 2

Struktur balok dibawah ini terbuat dari kayu kelas II dengan tegangan ijin lentur *fl* = 10 MPa dan tegangan ijin geser *vl* = 1 MPa. Tentukanlah dimensi balok persegi yang memenuhi syarat kekuatan. Pilihlah penampang balok dengan tinggi sebesar dua kali lebar balok (*h = 2b*)



Jawab:

Perhitungan dapat disederhanakan dengan memisahkan struktur pada titik C, karena di titik C terdapat persamaan kondisi.



Contoh 2 (2)

Perhitungan reaksi perletakan bisa dimulai dari sub-struktur yang hanya memiliki tiga komponen reaksi yang belum diketahui yaitu segmen CDE.

$$\sum M_C = 0; \qquad 5(5) - 4(V_D) = 0; \qquad V_D = 6.25\,kN$$

$$\sum V = 0; \qquad V_C + V_D - 5 = 0; \qquad V_C = -1.25\,kN$$

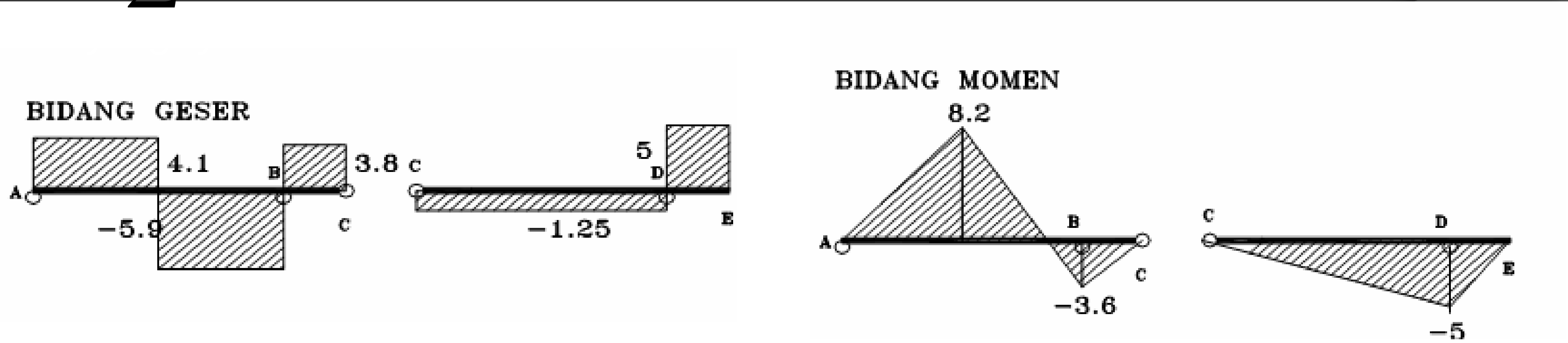
$$\sum H = 0; \qquad H_C = 0$$

Untuk perhitungan segmen ABC, reaksi-reaksi di C diterapkan sebagai beban dengan arah dibalik.

$$\sum M_A = 0; \qquad 10(2) - 4(V_B) + 5(5 + V_c) = 0; \qquad R_B = 9.7\,kN$$

$$\sum V = 0; \qquad V_A + V_B - 10 - 5 - V_C = 0; \qquad V_A = 4.1\,kN$$

$$\sum H = 0; \qquad H_A = 0$$



Contoh 2 (3)

Untuk perencananaan, karena akan dipakai balok prismatis, cukup diperiksa terhadap momen dan geser dengan harga mutlak terbesar:

$$M_{\max} = 8.2\ kN.m$$

$$V_{\max} = 5.9\, kN$$

Menentukan ukuran penampang berdasarkan momen:

$$f_{\max} = \frac{M\,c}{I} = \frac{M\,\frac{h}{2}}{\frac{1}{12}bh^3} = \frac{6M}{bh^2} = \frac{6M}{(0.5h)h^2} = \frac{12M}{h^3}$$

syarat kekuatan: $\boldsymbol{f_{max} \leq f_i}$

$$\frac{12(8.2\,kN.m)}{h^3} \leq 10\,MN/m^2$$

$$h^3 \geq \frac{12(8.2\,kN.m)}{10\,000\,kN/m^2} = 0.00984\,m^3$$

$$h \geq 0.22\ m$$

Contoh 2 (4)

Periksa ukuran berdasarkan tegangan geser:

$$v_{max} = \frac{3}{2}\frac{V}{A} = \frac{3}{2}\ \frac{5.9\,kN}{11\,(22)cm^2} = \frac{3}{2}\ \frac{5900\ N}{110(220)mm^2} = 0.37\ MPa$$

$$v_{max} < v_i = 1\,MPa \quad Ok.$$

Jadi ukuran balok 11 X 22 cm2