Contoh 1

Dicari nilai ln 2 dengan metode interpolasi linier berdasar data ln 1=0 dan ln 6 = 1,7917595. Hitung juga nilai tersebut berdasar data ln 1 dan ln 4 = 1,3862944. Untuk membandingkan hasil yang diperoleh, diketahui nilai eksak dari ln 2 = 0,69314718.

Penyelesaian

Dengan menggunakan Persamaan (5.2), dihitung dengan interpolasi linier nilai ln pada $x = 2$ berdasar nilai ln di $x_0=1$ dan $x_1=6$.

$$f_1(2) = 0 + \frac{1{,}7917595 - 0}{6 - 1}(2 - 1) = 0{,}35835190$$

Besar kesalahan adalah :

$$E_t = \frac{0{,}69314718 - 0{,}35835190}{0{,}69314718} \times 100\% = 48{,}3\ \%$$

Apabila digunakan interval yang lebih kecil, yaitu nilai $x_0=1$ dan $x_1=4$, maka :

$$f_1(2) = 0 + \frac{1{,}3862944 - 0}{4 - 1}(2 - 1) = 0{,}46209813$$

Besar kesalahan adalah :

$$E_t = \frac{0{,}69314718 - 0{,}46209813}{0{,}69314718} \times 100\% = 33{,}3\ \%$$

Contoh 2

Gunakan polinomial order dua dengan data seperti dalam Contoh 1, yaitu :

$$x_0 = 1 \qquad f(x_0) = 0$$

$$x_1 = 4 \qquad f(x_1) = 1{,}3862944$$

$$x_2 = 6 \qquad f(x_2) = 1{,}7917595$$

untuk mencari ln 2

Penyelesaian

Interpolasi polinomial dihitung dengan menggunakan Persamaan (5.3), dan koefisien b_0, b_1, dan b_2 dihitung dengan Persamaan (5.4), (5.5) dan (5.6).

Dengan menggunakan Persamaan (5.4) diperoleh nilai b_0 :

$$b_0 = 0$$

Koefisien b_1 dapat dihitung dengan Persamaan (5.5) :

$$b_1 = \frac{1{,}3862944 - 0}{4 - 1} = 0{,}46209813$$

Persamaan (5.6) digunakan untuk menghitung koefisien b_2 :

$$b_2 = \frac{\dfrac{1{,}7917595 - 1{,}3862944}{6 - 4} - 0{,}46209813}{6 - 1} = -\,0{,}051873116$$

Nilai-nilai tersebut disubstitusikan ke Persamaan (5.3) :

$$f_2(x) = 0 + 0{,}46209813\,(x-1) - 0{,}051873116\,(x-1)\,(x-4)$$

Untuk $x=2$, maka diperoleh nilai fungsi interpolasi :

$$f_2(2) = 0{,}56584436$$

Besar kesalahan adalah :

$$E_t = \frac{0{,}69314718 - 0{,}56584436}{0{,}69314718} \times 100\% = 18{,}4\ \%$$

Contoh 3

Dalam Contoh 2, titik data $x_0=1, x_1=4$ dan $x_2=6$ digunakan untuk memperkirakan ln 2 dengan fungsi parabola. Sekarang dengan menambah titik ke empat yaitu $x_3=5$ dengan nilai $f(x_3=5) = 1{,}6094379$, hitung ln 2 dengan interpolasi polinomial order tiga.

Penyelesaian

Data yang diketahui :

$$x_0 = 1 \qquad f(x_0) = 0$$

$$x_1 = 4 \qquad f(x_1) = 1{,}3862944$$

$$x_2 = 6 \qquad f(x_2) = 1{,}7917595$$

$$x_3 = 5 \qquad f(x_3) = 1{,}6094379$$

Persamaan polinomial order tiga diperoleh dengan memasukkan nilai $n=3$ ke dalam Persamaan (5.7) :

$$f_3(x) = b_o + b_1(x - x_0) + b_2(x - x_0)(x - x_1) + b_3(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2) \qquad (1)$$

Pembagian beda hingga pertama dihitung dengan Persamaan (5.12) :

$$f[x_1, x_0] = \frac{1{,}3862944 - 0}{4 - 1} = 0{,}46209813 \qquad (2)$$

$$f[x_2, x_1] = \frac{1{,}7917595 - 1{,}3862944}{6 - 4} = 0{,}20273255$$

$$f[x_3, x_2] = \frac{1{,}6094379 - 1{,}7917595}{5 - 6} = 0{,}18232160$$

Pembagian beda hingga kedua dihitung dengan persamaan (5.13) :

$$f(x_2, x_1, x_0] = \frac{0{,}20273255 - 0{,}46209813}{6 - 1} = -\,0{,}051873116 \qquad (3)$$

$$f[x_3, x_2, x_1] = \frac{0{,}18232160 - 0{,}20273255}{5 - 4} = -0{,}020410950 \qquad (4)$$

Pembagian beda hingga ketiga dihitung dengan persamaan (5.14) :

$$f[x_3, x_2, x_1, x_0] = \frac{-0{,}020410950 - (-0{,}051873116)}{5 - 1} = 0{,}0078655415$$

Nilai $f[x_1, x_0], f[x_2, x_1, x_0]$ dan $f[x_3, x_2, x_1, x_0]$ adalah koefisien b_1, b_2, dan b_3 dari Persamaan (5.7). Dengan nilai-nilai tersebut dan $b_0 = f(x_0) = 0$, maka Persamaan (5.7) menjadi :

$$f_3(x) = 0 + 0{,}46209813\,(x-1) - 0{,}051873116\,(x-1)\,(x-4)$$

$$+\ 0{,}0078655415\,(x-1)\,(x-4)\,(x-6) \qquad (5)$$

Hasil interpolasi polinomial order 3 di titik $x = 2$ diperoleh dengan memasukkan nilai $x = 2$ ke dalam Persamaan (5) sehingga akhirnya didapat :

$$f_3(2) = 0{,}62876869$$

Besar kesalahan dengan menggunakan interpolasi polinomial order 3 adalah:

$$E_t = \frac{0{,}69314718 - 0{,}62876869}{0{,}69314718} = 9{,}3\ \%$$