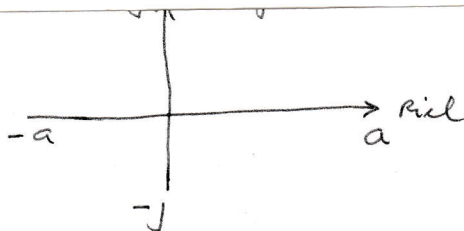


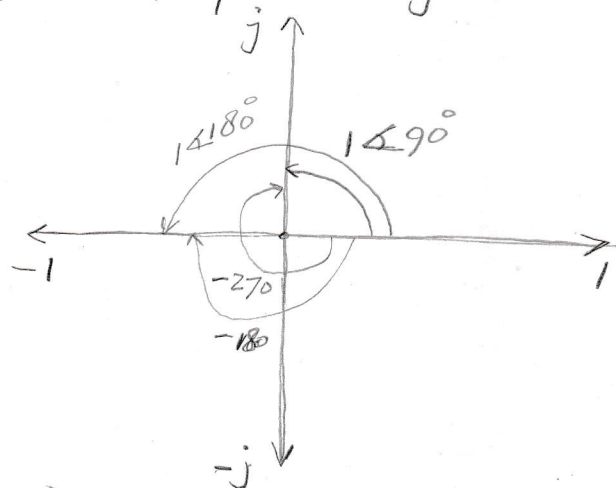
$$a = ar + jai$$



Operator: j

operator j digunakan untuk menentukan besarnya impedansi: misalnya: $Z = R + jX$, dimana j merupakan operator 1 dengan sudut $90^\circ \rightarrow (1 \angle 90^\circ)$.

Pertalian operator j adalah perputaran 1 sebesar sudut 90°



$$\begin{aligned} j &= 1 \angle 90^\circ \text{ sama dg } 1 \angle -270^\circ \\ &= 1 \cdot \cos 90^\circ + j 1 \sin 90^\circ \\ &= \underline{0 + j} \quad j = \sqrt{-1} \end{aligned}$$

Arang: untuk j^2

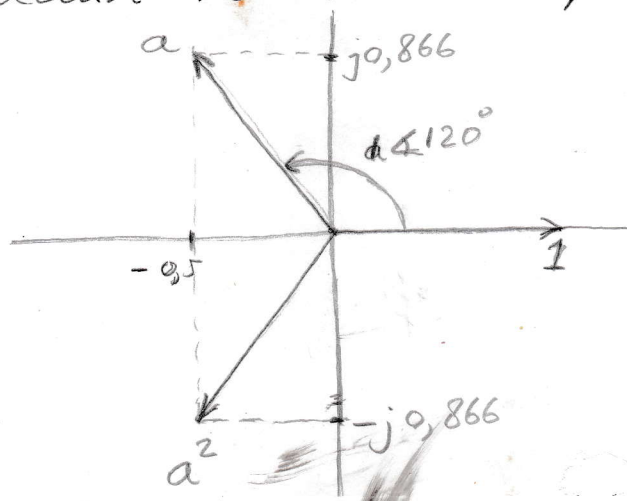
$$\begin{aligned} j^2 &= j \cdot j \\ &= 1 \angle 90^\circ \cdot 1 \angle 90^\circ \\ &= 1 \angle 180^\circ \text{ sama dg } 1 \angle -180^\circ \\ &= 1 \cos 180^\circ + j 1 \sin 180^\circ \\ &= -1 + j \cdot 0 = \underline{\underline{-1}} \end{aligned}$$

Soal PR:

Hitung: j^3 dan j^4 ; j^5 dan $j + j^2$; $j - j^2$

operator: a

Pada sistem tiga fase masing-masing fase berbeda sudut 120° , sudut 120° ini merupakan operator a .



$$\begin{aligned}
 a &= 1 \angle 120^\circ \\
 &= 1 \cos 120^\circ + j 1 \sin 120^\circ \\
 &= 1 \cdot -0,5 + j 1 \cdot 0,866 \\
 &= -0,5 + j 0,866
 \end{aligned}$$

Jawab untuk $a^2 \rightarrow ?$

$$\begin{aligned}
 a^2 &= a \cdot a \\
 &= 1 \angle 120 \cdot 1 \angle 120 = 1 \angle 240^\circ \\
 &= 1 \cos 240^\circ + j 1 \sin 240^\circ \\
 &= 1 \cdot -0,5 + j 1 \cdot -0,866 \\
 &= -0,5 - j 0,866
 \end{aligned}$$

Soal PR :

Hitung untuk :

$$a^3 \rightarrow ?$$

$$a^4 \rightarrow ?$$

$$1 + a + a^2 \rightarrow ?$$

$$1 + a \rightarrow ?$$

$$1 - a \rightarrow ?$$

$$1 + a^2 \rightarrow ?$$

$$1 - a^2 \rightarrow ?$$

$$1 + a^3 + a^3 \rightarrow ?$$

$$1 + a^2 + a^4 \rightarrow ?$$

Gangguan: Hubung singkat:

- 1 ϕ ke tanah
- 2 ϕ (antar Kawat)
- 3 ϕ (ke tiga Kawat)



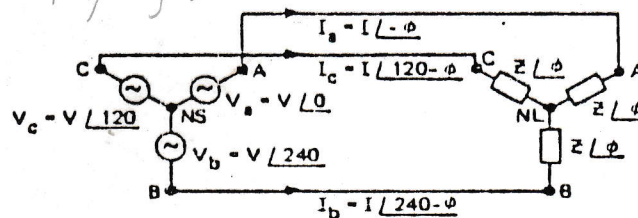
Gangguan hubung singkat pada sistim tenaga listrik dapat berupa gangguan hubung singkat 3 fasa dengan atau tanpa tanah, dua fasa dengan atau tanpa tanah dan gangguan hubung singkat satu fasa yang selanjutnya dinyatakan gangguan tanah.

Sedang bila ditinjau dari frekwensi gangguannya maka urutan sering terjadinya gangguan ialah gangguan satu fasa ketanah, hubung singkat 2 fasa dan tanah, hubung singkat 2 fasa baru terakhir hubung singkat tiga fasa, dan karena sistimnya umumnya merupakan tiga fasa ataupun akhirnya menjadi 3 fasa, maka gangguan-gangguan tersebut kecuali hubung singkat 3 fasa menyebabkan terjadinya ketidak seimbangan arus-arus maupun tegangan pada saat terjadi gangguan.

Pada sistim 3 fasa seimbang besar arus (I) pada ketiga fasanya sama dan dipisahkan dengan sudut 120° . Demikian juga tegangan fasa (V_f) dan tegangan antar fasa masing-masing sama dan tergeser 120° , sedang besarnya tegangan antar fasa (V) sama dan $\sqrt{3}$ kali tegangan fasa.

Rangkaian sumber tiga fasa dengan beban tiga fasa serta vektor arus maupun vektor tegangannya dapat dilihat pada gambar 1.

istim 3 ϕ \rightarrow besar arus I ke 3 ϕ dg $\angle 120^\circ$
 Tegang fasa (V_f) dg $\angle 120^\circ$
 Tegang fasa-fasa = $\sqrt{3} \cdot$ tegang fasa ($\sqrt{3} V_f$)



Phase-phase voltages:

$$V_{ab} = V_b - V_a = \sqrt{3} V / 210$$

$$V_{bc} = V_c - V_b = \sqrt{3} V / 90$$

$$V_{ca} = V_a - V_c = \sqrt{3} V / 330$$

Gambar 1

Pada sistim 3 fasa seimbang seperti gambar 1, arus dan tegangannya tidak berubah bila titik neutral pembangkit NS dan beban NL ditanahkan atau dihubungkan, karena tidak ada beda tegangan antara NS dan NL. Dengan demikian impedansi penghubung NS dan NL tidak akan berpengaruh.

Caranya hal diatas untuk menyelesaikan perhitungan arus pada sistim 3 fasa seimbang dapat dilakukan dengan sistim satu fasa dengan menggunakan tegangan fasa dan impedansi pada fasa tersebut.

Tetapi pada sistim yang tidak seimbang tidak demikian halnya, yaitu bila WL dan NS dihubungkan maka akan berpengaruh.

Sesungguhnya tiga fasa yang betul-betul seimbang hanyalah dalam teori saja. Dalam kenyataannya sistim 3 fasa dalam keadaan normal hanyalah mendekati seimbang, tetapi untuk keperluan praktis maka untuk menganalisa sistim 3 fasa ini dianggap seimbang.

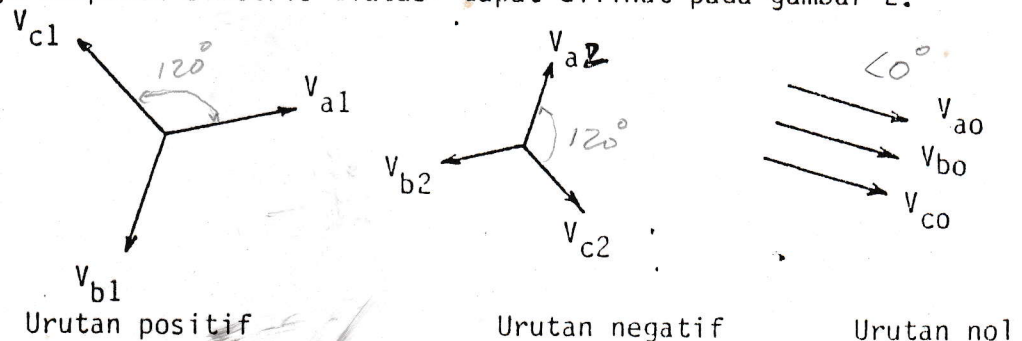
Tetapi lain halnya pada saat terjadi gangguan, telah diuraikan diatas justru gangguan yang tidak seimbang yang lebih sering terjadi, dalam hal ini tingkat ketidak seimbangannya tidak dapat diabaikan. Dalam hal ini analisisnya dapat digunakan komponen simetris. Caranya ialah dengan menguraikan fasor 3 fasa tidak seimbang menjadi tiga pasang fasor yang seimbang yaitu fasor urutan positif, urutan negatif dan urutan nol. Ketiga sistim yang seimbang ini dapat diselesaikan secara terpisah dan hasilnya dapat dikombinasikan dimana penyambungannya tergantung jenis ketidak seimbangannya atau jenis gangguannya.

Sistim seimbang pada komponen simetris

Ketiga sistim seimbang pada komponen simetris ialah terdiri dari :

- Komponen urutan positif (dinyatakan dengan indeks 1), terdiri dari 3 buah fasor yang mempunyai kebesaran sama dan dipisahkan dengan sudut 120° dan mempunyai urutan fasor sama dengan fasor aslinya.
- Komponen urutan negatif (dinyatakan dengan indeks 2), terdiri dari 3 buah fasor yang mempunyai kebesaran yang sama dan dipisahkan dengan sudut 120° , dan mempunyai urutan fasor berlawanan dengan fasor aslinya.
- Komponen urutan nol (dinyatakan dengan indeks 0), terdiri dari 3 buah fasor yang mempunyai kebesaran sama dan dipisahkan dengan sudut 360° atau 0° , atau dapat dinyatakan sefasa.

Ketiga komponen simetris diatas dapat dilihat pada gambar 2.



Gambar 2

Gambar 2 diatas menyatakan ketiga sistim komponen simetris dari tegangan, tetapi hal diatas dapat berlaku pula untuk ketiga sistim komponen simetris dari arus.

Hubungan antara komponen simetris dan besaran fasa

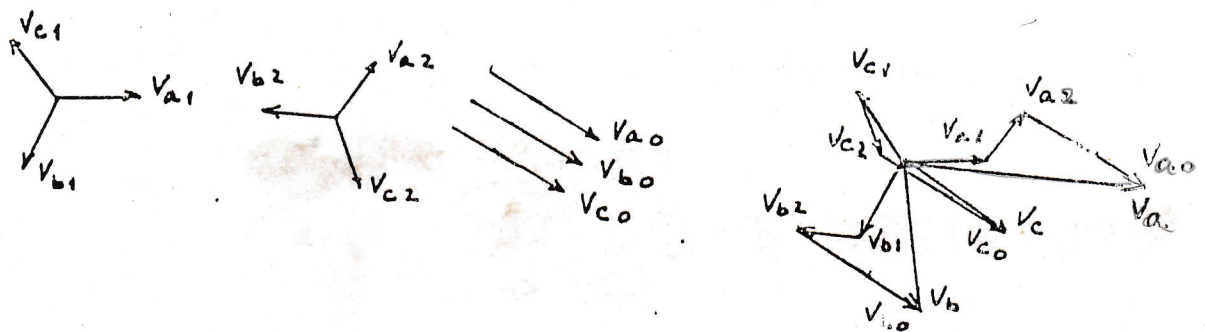
Untuk mentransformasi dari komponen simetris ke besaran fasa digunakan rumus-rumus dibawah :

$$V_a = V_{a1} + V_{a2} + V_{a0}$$

$$V_b = V_{b1} + V_{b2} + V_{b0} \dots\dots\dots (1)$$

$$V_c = V_{c1} + V_{c2} + V_{c0}$$

Ketiga fasor tersebut dapat dilukiskan seperti pada gambar .: 3



Gambar 3

Tetapi besaran diruas kanan tidak kesemuanya bebas, tetapi mempunyai hubungan seperti dibawah :

$$V_{b1} = a^2 V_{a1}, \quad V_{b2} = a V_{a2}$$

$$V_{c1} = a V_{a1}, \quad V_{c2} = a^2 V_{a2}$$

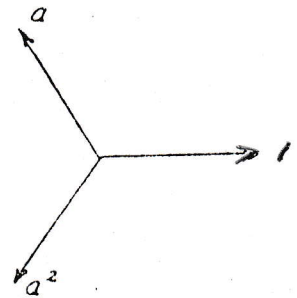
$$V_{b0} = V_{c0} = V_{a0}$$

Dimana :

$$a = 1 \angle 120^\circ, \quad a^2 = 1 \angle 240^\circ$$

$$a^2 + a + 1 = 0$$

Lihat gambar 4



Gambar 4

Bila ketentuan diatas disubsitusikan pada persamaan 1 maka akan didapat

$$\begin{cases} V_a = V_{a1} + V_{a2} + V_{a0} \\ V_b = a^2 V_{a1} + a V_{a2} + V_{a0} \dots\dots\dots (2) \\ V_c = a V_{a1} + a^2 V_{a2} + V_{a0} \end{cases}$$

Sedang untuk persamaan arus ialah sebagai berikut :

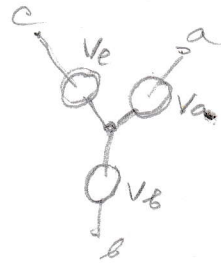
$$\begin{cases} I_a = I_{a1} + I_{a2} + I_{a0} \\ I_b = a^2 I_{a1} + a I_{a2} + I_{a0} \dots\dots\dots (3) \\ I_c = a I_{a1} + a^2 I_{a2} + I_{a0} \end{cases}$$

Persamaan di atas menunjukkan bahwa bila tegangan atau arus pada komponen simetris dari satu fasa telah diketahui, maka tegangan atau arus fasa untuk ketiga fasanya dapat dihitung.

Dengan dihitung secara aljabar atau matrix dari persamaan 2 dan 3 akan didapat hubungan dari tegangan dan arus pada komponen simetris terhadap besaran tegangan dan arus fasanya, yaitu seperti persamaan dibawah :

Mementukan nilai: V_{a1} , V_{a2} dan V_{a0} secara aljabar: 83

Tidak diketahui bahwa:



$$\begin{aligned}
 \text{Pers 2} \quad & \left\{ \begin{aligned} V_a &= V_{a1} + V_{a2} + V_{a0} \\ V_b &= a^2 V_{a1} + a V_{a2} + V_{a0} \\ V_c &= a V_{a1} + a^2 V_{a2} + V_{a0} \end{aligned} \right. + \\
 & V_a + V_b + V_c = V_{a1} + V_{a2} + V_{a0} + a^2 V_{a1} + a V_{a2} + V_{a0} \\
 & \quad + a V_{a1} + a^2 V_{a2} + V_{a0} \\
 & \quad \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\
 & V_a + V_b + V_c = (1 + a^2 + a) V_{a1} + (1 + a + a^2) V_{a2} + 3V_{a0} \\
 & \quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\
 & V_a + V_b + V_c = 3V_{a0}
 \end{aligned}$$

sehingga $\rightarrow V_{a0} = \frac{1}{3}(V_a + V_b + V_c)$

Mementukan nilai V_{a1} .

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{aligned} V_a &= V_{a1} + V_{a2} + V_{a0} \\ V_b &= a^2 V_{a1} + a V_{a2} + V_{a0} \\ V_c &= a V_{a1} + a^2 V_{a2} + V_{a0} \end{aligned} \right. \cdot \begin{matrix} 1 \\ a \\ a^2 \end{matrix} \left| \begin{aligned} V_a &= V_{a1} + V_{a2} + V_{a0} \\ a V_b &= a^3 V_{a1} + a^2 V_{a2} + a V_{a0} \\ a^2 V_c &= a^3 V_{a1} + a^4 V_{a2} + a^2 V_{a0} \end{aligned} \right. + \\
 & \quad \quad \quad \uparrow \quad \quad \quad \downarrow \\
 & V_a + a V_b + a^2 V_c = (1 + a^3 + a^3) V_{a1} + (1 + a^2 + a^4) V_{a2} + \\
 & \quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\
 & \quad \quad \quad (1 + a + a^2) V_{a0}
 \end{aligned}$$

$$V_a + a V_b + a^2 V_c = 3V_{a1}$$

sehingga $\rightarrow V_{a1} = \frac{1}{3}(V_a + a V_b + a^2 V_c)$

Mementukan nilai V_{a2}

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{aligned} V_a &= V_{a1} + V_{a2} + V_{a0} \\ V_b &= a^2 V_{a1} + a V_{a2} + V_{a0} \\ V_c &= a V_{a1} + a^2 V_{a2} + V_{a0} \end{aligned} \right. \cdot \begin{matrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{matrix} \left| \begin{aligned} V_a &= V_{a1} + V_{a2} + V_{a0} \\ a^2 V_b &= a^4 V_{a1} + a^3 V_{a2} + a^2 V_{a0} \\ a V_c &= a^2 V_{a1} + a^3 V_{a2} + a V_{a0} \end{aligned} \right. + \\
 & \quad \quad \quad \uparrow \quad \quad \quad \downarrow \\
 & V_a + a^2 V_b + a V_c = (1 + a^4 + a^2) V_{a1} + (1 + a^3 + a^3) V_{a2} + (1 + a + a^2) V_{a0} \\
 & \quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\
 & V_a + a^2 V_b + a V_c = 3V_{a2} \Rightarrow V_{a2} = \frac{1}{3}(V_a + a^2 V_b + a V_c)
 \end{aligned}$$

Penjabaran secara matrik:

(89)

$$V_a = V_{a1} + V_{a2} + V_{a0}$$

$$V_b = a^2 V_{a1} + a V_{a2} + V_{a0}$$

$$V_e = a V_{a1} + a^2 V_{a2} + V_{a0}$$

Dalam bentuk matrik:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix}$$

Diinverskan (invers matrik) didapat:

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_e \end{bmatrix}$$

Persamaan Tegangan didapat:

$$V_{a0} = \frac{1}{3}(V_a + V_b + V_e)$$

$$V_{a1} = \frac{1}{3}(V_a + a V_b + a^2 V_e)$$

$$V_{a2} = \frac{1}{3}(V_a + a^2 V_b + a V_e)$$

Persamaan tersebut berlaku juga untuk persamaan arus.

$$I_a = I_{a1} + I_{a2} + I_{a0}$$

$$I_b = a^2 I_{a1} + a I_{a2} + I_{a0}$$

$$I_e = a I_{a1} + a^2 I_{a2} + I_{a0}$$

atau persamaan arus urutan positif, negatif dan nol.

$$I_{a0} = \frac{1}{3}(I_a + I_b + I_e)$$

$$I_{a1} = \frac{1}{3}(I_a + a I_b + a^2 I_e)$$

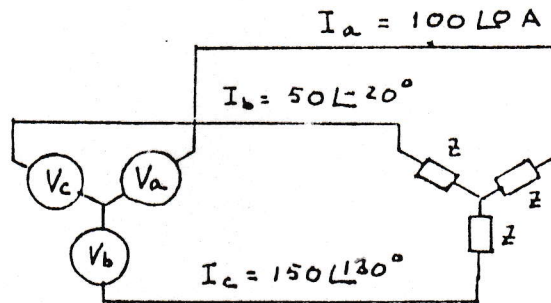
$$I_{a2} = \frac{1}{3}(I_a + a^2 I_b + a I_e)$$

Soal: PR: Buktikan persamaan: I_{a0} , I_{a1} , dan I_{a2} tsb diatas.

Contoh :

Suatu sistim tiga fasa dengan arus pada ketiga fasanya tidak seimbang seperti terlihat pada gambar 5.

Tentukan arus-arus urutan positif, negatif dan nol, dan gambarkanlah ketiga fasor tersebut serta fasor arus I_a , I_b dan I_c dengan cara menjumlahkan dari fasor arus urutan positif, negatif dan nol.



$$I_a = 100 \angle 0^\circ \text{ A}$$

$$I_b = 50 \angle -20^\circ \text{ A}$$

$$I_c = 150 \angle 130^\circ \text{ A}$$

$$I_{a1} = (I_a + aI_b + a^2I_c)/3$$

$$= (100 \angle 0^\circ + 1 \angle 120^\circ \cdot 50 \angle -20^\circ + 1 \angle 240^\circ \cdot 150 \angle 130^\circ)/3$$

$$+ 1 \angle 240^\circ \cdot 150 \angle 130^\circ)/3$$

$$I_{a1} = (100 \angle 0^\circ + 50 \angle 100^\circ + 150 \angle 10^\circ)/3$$

$$= (100 - 8,68 + j 49,24 + 147,72 + j 26,08)/3$$

$$= (239,04 + j 75,32)/3 = 83,54 \angle 17,49^\circ \text{ A.}$$

$$I_{a2} = (I_a + a^2I_b + aI_c)/3$$

$$= (100 \angle 0^\circ + 1 \angle 240^\circ \cdot 50 \angle -20^\circ + 1 \angle 120^\circ \cdot 150 \angle 130^\circ)/3$$

$$= (100 + 50 \angle 220^\circ + 150 \angle 250^\circ)/3$$

$$= (100 - 38,30 - j 32,13 - 51,3 - j 140,95)/3$$

$$= (10,4 - j 173,08)/3 = 57,80 \angle -86,58^\circ \text{ A}$$

$$I_{a0} = (I_a + I_b + I_c)/3$$

$$= (100 + 50 \angle -20^\circ + 150 \angle 130^\circ)/3$$

$$= (100 + 46,98 - j 17,10 - 96,42 + j 114,91)/3$$

$$= (50,56 + j 97,81)/3 = 36,7 \angle 62,66^\circ \text{ A}$$

Fasor diagram arus urutan positif, urutan negatif dan nol serta arus I_a , I_b dan I_c dapat dilihat seperti pada gambar 6.

