

NILAI UANG DAN BUNGA

PERTEMUAN 02 : MK. EKONOMI TEKNIK

Dosen pengampu:

Baju Arie Wibawa, ST, MT



DASAR-DASAR NILAI UANG

1

Kondisi

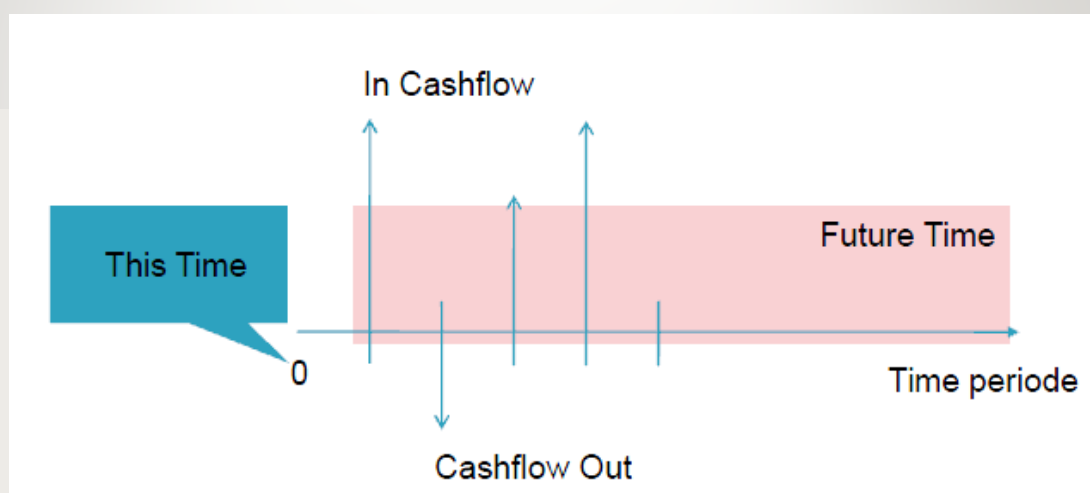
- Nilai uang **tidak sama** dengan nominal uang
- Nilai uang berkaitan erat dengan **waktu** (Time Value of money)
- Dengan nominal yang sama, nilai uang saat ini lebih berharga dari pada nilai uang tersebut pada masa yang akan datang
- Sehingga nilai uang terhadap waktu akan **selalu berubah** (mengalami penurunan)

Contoh

- Nominal uang Rp 1.000 pada 10 tahun yang lalu dapat digunakan untuk membeli 1 kg gula (nilai uang **Rp 1.000 = 1 kg gula**)
- Nominal uang Rp 1.000 saat ini hanya dapat membeli 100 gr gula (nilai uang **Rp 1.000 = 100 gr gula**)
- Sehingga apabila diinginkan membeli 1 kg gula saat ini maka akan dibutuhkan nominal uang sebesar **Rp.10.000**
- Sehingga Rp 1.000 pada 10 tahun yang lalu sama dengan Rp 10.000 pada saat ini (**equivalensi**)

- Cashflow terjadi apabila ada **perpindahan uang tunai** dari satu pihak ke pihak lain baik cash- in maupun cash-out.
- Cashflow senantiasa terjadi pada **akhir periode bunga**.
- Cashflow dapat disajikan dalam ilustrasi grafis pada garis skala waktu yang disebut **Diagram Casflow**

Diagram Cash Flow



Compounding

- Compounding atau pemajemukan adalah suatu proses matematis penambahan bunga (i) pada induk (P) sehingga terjadi penambahan jumlah induk secara nominal pada periode mendatang (F)
- Nilai ekuivalen pada periode mendatang disebut dengan istilah **future worth (FW)** dari nilai sekarang (P)

Discounting

- Discounting adalah suatu proses matematis untuk mengetahui nilai sekarang (P) dari sejumlah uang yang nilainya beberapa periode mendatang diketahui (F)
- Nilai sekarang dari suatu jumlah uang periode mendatang (F) disebut dengan istilah **present worth (PW)**

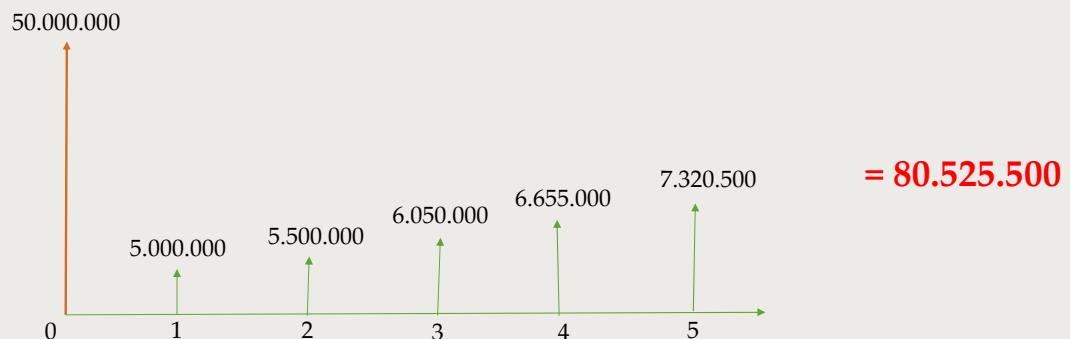
Mencari F bila diketahui P

$$F = P (1 + i)^N$$



Latihan 1

- Anda menyimpan 50.000.000 dalam rekening tabungan dengan pembayaran bunga majemuk (i) 10% per tahun.
- Berapa yang anda peroleh dalam lima tahun?



	0	1	2	3	4	5
Uang disimpan	50.000.000					
Bunga Angsuran		5.000.000	5.500.000	6.050.000	6.655.000	7.320.500
Cash flow	50.000.000	55.000.000	60.500.000	66.550.000	73.205.000	80.525.500

Bunga

- Equivalensi nominal uang Rp 1.000, 10 tahun yang lalu pada saat ini adalah Rp.10.000
- Pertambahan nominal Rp 9.000 untuk equivalensi pada kasus tersebut dapat disebut sebagai BUNGA yang terjadi selama 10 tahun
- Sehingga 3 hal yang harus diketahui untuk melakukan equivalensi adalah;
 - jumlah awal (induk),
 - periode/ masa dan
 - tingkat bunga

Time Value of Money

Konsep nilai uang terhadap waktu

Sejumlah uang yang nilainya dipengaruhi oleh perjalanan waktu,
Dimana nilai gunanya/efektifnya sama, padahal nilai nominalnya tidak sama

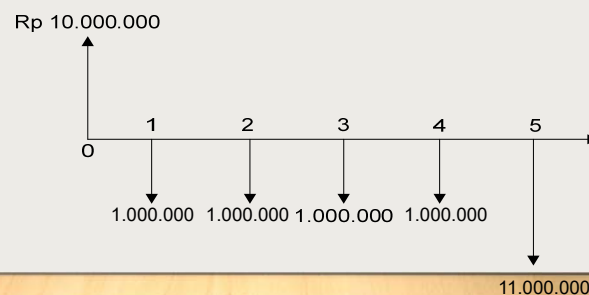
EKIVALENSI

Ilustrasi ➔ Pinjaman yang berbunga

Contoh : Pokok pinjaman : Rp 10.000.000,-
Jangka waktu : 5 tahun
Suku bunga : 10 % / tahun

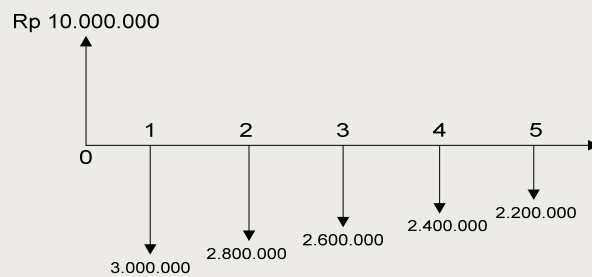
1. Tiap tahun dibayar bunganya saja, kemudian pada tahun terakhir dibayarkan pokok pinjaman

Tahun	Bunga	Jumlah	Angsuran	Sisa
0	0	0	0	10.000.000
1	1.000.000	11.000.000	1.000.000	10.000.000
2	1.000.000	11.000.000	1.000.000	10.000.000
3	1.000.000	11.000.000	1.000.000	10.000.000
4	1.000.000	11.000.000	1.000.000	10.000.000
5	1.000.000	11.000.000	11.000.000	0



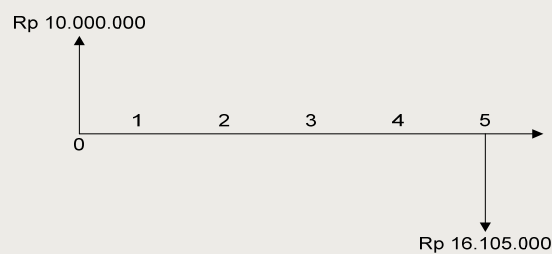
2. Tiap tahun dibayarkan bunganya dan angsuran sama rata dari pokok pinjaman

Tahun	Bunga	Jumlah	Angsuran	Sisa
0	0	0	0	10.000.000
1	1.000.000	11.000.000	3.000.000	8.000.000
2	800.000	8.800.000	2.800.000	6.000.000
3	600.000	6.600.000	2.600.000	4.000.000
4	400.000	4.400.000	2.400.000	2.000.000
5	200.000	2.200.000	2.200.000	0



3. Tiap tahun tidak dibayarkan apa-apa, baru pada tahun terakhir dibayarkan pokok pinjaman beserta seluruh bunga-bunganya

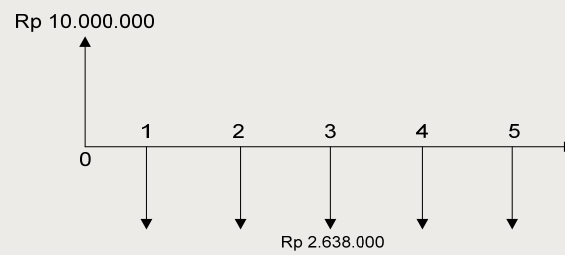
Tahun	Bunga	Jumlah	Angsuran	Sisa
0	0	0	0	10.000.000
1	1.000.000	11.000.000	0	11.000.000
2	1.100.000	12.100.000	0	12.100.000
3	1.210.000	13.310.000	0	13.310.000
4	1.331.000	14.641.000	0	14.641.000
5	1.464.100	16.105.100	16.105.100	0



4. Tiap tahun dibayarkan suatu angsuran yang sama besar

Tahun	Bunga	Jumlah	Angsuran	Sisa
0	0	0	0	10.000.000
1	1.000.000	11.000.000	2.638.000	8.362.000
2	836.200	9.198.200	2.638.000	6.560.200
3	656.020	7.216.220	2.638.000	4.578.220
4	457.822	5.036.042	2.638.000	2.398.042
5	239.804	2.637.846	2.638.000	(154)

Catatan : $A/P ; 10 \% ; 5 = 0,26380$



PERHITUNGAN NILAI DENGAN RUMUS

2

Tingkat Bunga

- Tingkat bunga adalah rasio dari bunga yang dibayarkan terhadap induk dalam suatu periode waktu dan biasanya dinyatakan dalam prosentase dari induk (ANZI,1972)
- Periode waktu yang biasanya digunakan untuk menyatakan tingkat bunga adalah 1tahun
- Ada 2 jenis bunga yang biasa digunakan yaitu bunga sederhana dan bunga majemuk.

TABEL SIMULASI ANGSURAN KREDIT KARYAWAN

Jumlah Pinjaman	CICILAN PER BULAN (Rp.)		
	1 Tahun	2 Tahun	3 Tahun
5,000,000	495,833	285,417	215,278
10,000,000	991,667	570,833	430,556
15,000,000	1,487,500	856,250	645,833
20,000,000	1,983,333	1,141,667	861,111
25,000,000	2,479,167	1,427,083	1,076,389
30,000,000	2,975,000	1,712,500	1,291,667
35,000,000	3,470,833	1,997,917	1,506,944
40,000,000	3,966,667	2,283,333	1,722,222
45,000,000	4,462,500	2,568,750	1,937,500
50,000,000	4,958,333	2,854,167	2,145,833
55,000,000	5,454,167	3,139,583	2,368,056
60,000,000	5,950,000	3,425,000	2,733,333
65,000,000	6,445,833	3,710,417	2,798,611
70,000,000	6,941,667	3,995,833	3,013,889
75,000,000	7,437,500	4,281,250	3,229,167
80,000,000	7,933,333	4,566,667	3,444,444
85,000,000	8,429,167	4,852,083	3,659,722
90,000,000	8,925,000	5,137,500	3,875,000
95,000,000	9,420,833	5,422,917	4,090,278
100,000,000	9,841,667	5,708,333	4,305,556

Danamon Kredit Tanpa Agunan

JUMLAH PINJAMAN	ANGSURAN BULANAN		
	12	24	36
5,000,000	501,167	292,833	223,389
10,000,000	1,002,333	585,667	446,778
15,000,000	1,503,500	878,500	670,167
20,000,000	2,004,667	1,171,333	893,556
25,000,000	2,505,833	1,464,167	1,116,944
30,000,000	3,007,000	1,757,000	1,340,333
35,000,000	3,438,167	1,979,833	1,493,722
40,000,000	3,929,333	2,262,667	1,707,111
45,000,000	4,420,500	2,545,500	1,920,500
50,000,000	4,911,667	2,828,333	2,133,889
55,000,000	5,402,833	3,111,167	2,347,278
60,000,000	5,894,000	3,394,000	2,560,667
65,000,000	6,385,167	3,676,833	2,774,056
70,000,000	6,876,333	3,959,667	2,987,444
75,000,000	7,367,500	4,242,500	3,200,833
80,000,000	7,858,667	4,525,333	3,414,222
85,000,000	8,349,833	4,808,167	3,627,611
90,000,000	8,841,000	5,091,000	3,841,000
95,000,000	9,332,167	5,373,833	4,054,389
100,000,000	9,823,333	5,656,667	4,267,778
110,000,000	10,805,667	6,222,333	4,694,556
120,000,000	11,788,000	6,788,000	5,121,333
130,000,000	12,770,333	7,353,667	5,548,111
140,000,000	13,752,667	7,919,333	5,974,889
150,000,000	14,735,000	8,485,000	6,401,667
160,000,000	15,717,333	9,050,667	6,828,444
170,000,000	16,699,667	9,616,333	7,255,222
180,000,000	17,682,000	10,182,000	7,682,000
190,000,000	18,664,333	10,747,667	8,108,778
200,000,000	19,646,667	11,313,333	8,535,556
225,000,000	22,102,500	12,727,500	9,602,500
250,000,000	24,558,333	14,141,667	10,669,444
275,000,000	27,014,167	15,555,833	11,736,389
300,000,000	29,470,000	16,970,000	12,803,333

BUNGA 1.89%

<div>  <div> <p>JANGAN BAYAR SEBELUM MOTOR DATANG</p> <p>www.MT27.co.id</p> <p>021 - 741 80 54</p> <p>DP BELUM DI POTONG DISKON</p> </div>  </div>							
MERK	UANG	ANGSURAN PER BULAN					
TYPE	MUKA	10 X	16 X	22 X	26 X	32 X	34 X
NEW VARIO 125	2.700	1.976	1.353	1.071	957	848	810
ESP CBS MMC	3.000	1.942	1.330	1.052	941	833	796
17.700.000	3.500	1.883	1.290	1.020	913	808	772
	4.000	1.824	1.250	987	885	783	748
	4.500	1.765	1.210	955	857	757	724
	5.000	1.706	1.170	923	829	732	700
** Daftar Harga, Stock & Fitur Bisa Berubah Sewaktu-Waktu	5.500	1.650	1.131	892	802	709	677
	6.000	1.594	1.092	861	775	685	655

1. Bunga Sederhana

Bunga sederhana dihitung dari induk tanpa memperhitungkan bunga yang telah diakumulasikan pada periode sebelumnya

$$F_n = P_o (1 + i \cdot n)$$

F_n = nilai induk/investasi pada periode ke n

P_o = nilai induk

i = tingkat bunga per periode

n = jumlah periode

Latihan 1

- Ibu Eko meminjam uang sebesar Rp.100.000 di koperasi dengan bunga sederhana sebesar 10% per tahun
- Berapa nilai pinjaman pada tahun ke-3?

$$\begin{aligned}
 F_n &= P_o (1 + i.n) \\
 &= 100.000 (1 + 0,1 \times 3) \\
 &= 100.000 (1 + 0,3) \\
 &= 100.000 \times 1,3 \\
 &= 130.000
 \end{aligned}$$

- Ibu Eko meminjam uang sebesar Rp.100.000 di koperasi dengan bunga sederhana sebesar 10% per tahun
- Bagaimana perkembangan kewajiban pengembalian pinjaman uang Ibu Eko tersebut selama 3 tahun?

Tahun ke	Induk	Bunga (10%)	Jumlah	$F_n = P_o (1 + i.n)$
1	2	3 (10% x 2)	4 = 2 + 3	
0	100.000	0	100.000	
1	100.000	100.000 (10%) = 10.000	110.000	
2	100.000	100.000 (10%) = 10.000	120.000	
3	100.000	100.000 (10%) = 10.000	130.000	

Latihan 2

- Dhurra meminjam uang sebesar Rp. 800.000 di koperasi dengan bunga sederhana sebesar 15% per tahun.
- Berapa nilai pinjaman Dhurra pada tahun ke-12?

- Dhurra meminjam uang sebesar Rp. 800.000 di koperasi dengan bunga sederhana sebesar 15% per tahun.
- Bagaimana perkembangan kewajiban pengembalian pinjaman uang Dhurra tersebut selama 3 tahun?

2. Bunga Majemuk

- Bunga majemuk dihitung berdasarkan besarnya induk ditambah dengan besarnya bunga yang terakumulasi pada periode sebelumnya (bunga ber bunga)

$$F_n = P_o (1 + i)^n$$

Latihan 1

- Ibu Eko meminjam uang sebesar Rp.100.000 di koperasi dengan bunga majemuk sebesar 10% per tahun.
- Berapa nilai pinjaman Ibu Eko pada tahun ke-3?

$$\begin{aligned}
 F_n &= P_o (1 + i)^n \\
 &= 100.000 (1 + 0,1)^3 \\
 &= 100.000 (1,1)^3 \\
 &= 100.000 \times 1,331 \\
 &= 131.100
 \end{aligned}$$

- Ibu Eko meminjam uang sebesar Rp.100.000 di koperasi dengan bunga majemuk sebesar 10% per tahun.
- Bagaimana perkembangan kewajiban pengembalian pinjaman uang Ibu Eko tersebut selama 3 tahun?

Tahun ke	Induk	Bunga (10%)	Jumlah	$F_n = P_o (1 + i)^n$
1	2	3 (10% x 2)		
0	100.000	0	100.000	
1	100.000	100.000 (10%) = 10.000	110.000	
2	110.000	110.000 (10%) = 11.000	121.000	
3	121.000	121.000 (10%) = 12.100	133.100	

Latihan 2a

- Adib meminjam uang sebesar Rp. 800.000 di koperasi dengan bunga sederhana sebesar 16% per tahun.
- Berapa nilai pinjaman Adib pada tahun ke-6?

Latihan 2b

- Adib menginginkan memiliki uang sebesar Rp. 20.000.00.000 di koperasi pada tahun 2022. bunga pinjaman sebesar 12% per tahun.
- **Berapa uang yang harus ditabung Adib pada tahun ini?**

Latihan 3a

- Elicia meminjam uang sebesar Rp. 1.200.000 di koperasi dengan bunga sederhana sebesar 12% per tahun.
- **Berapa nilai pinjaman Adib pada tahun ke-10?**

Latihan 3b

- Elicia meminjam uang sebesar Rp. 1.200.000 di koperasi dengan bunga sederhana sebesar 12% per tahun.
- Berapa nilai pinjaman Adib pada tahun ke-10?

- Dhurra meminjam uang sebesar Rp. 800.000 di koperasi dengan bunga sederhana sebesar 15% per tahun.
- Bagaimana perkembangan kewajiban pengembalian pinjaman uang Dhurra tersebut selama 3 tahun?

3a

PERHITUNGAN NILAI DENGAN TABEL (Future Value dan Present Value)

Dari Rumus No.

$$1. F = P(1+i)^n \Rightarrow \text{Future Value (harga y.a.d.)}$$

$$2. P = \frac{F}{(1+i)^n} \Rightarrow \text{Present Value (harga sekarang)}$$

$$3. A = \frac{F i}{(1+i)^n - 1} \Rightarrow \text{Sinking Fund (penanaman sejumlah uang)}$$

$$4. A = \frac{P i (1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \Rightarrow \text{Capital Recovery (pemasukkan kembali modal)}$$

$$5. F = \frac{A[(1+i)^n - 1]}{i} \Rightarrow \text{Future Value dari Annual}$$

$$6. P = \frac{A[(1+i)^n - 1]}{i(1+i)^n} \Rightarrow \text{Present Value dari Annual}$$

Alternative solution: dengan tabel

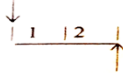
TABEL 1. FAKTOR BUNGA PADA BUNGA KOMPON

T a h u n	UNIT		TAHUNAN				T a h u n
	F.V.	P.V.	S.P.F.	C.R.F.	F.V.	P.V.	
	F/P	P/F	A/F	A/P	F/A	P/A	
	1	2	3	4	5	6	
	1	2	3	4	5	6	
1	1.010	0.9901	1.00000	1.01000	1.000	0.990	1
2	1.020	0.9803	0.49751	0.50751	2.010	1.970	2

Contoh Penggunaan Tabel

Uang sebesar Rp.1000,- sekarang. Berapa besarnya 2 tahun kemudian bila bunga 1 %?

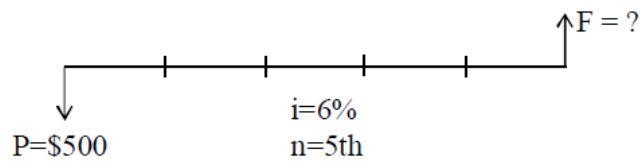
Rp. 1000,-



? 2 tahun yang akan datang = $1000((F/P, 1, 2) = \text{Rp. 1020,-}$

CONTOH

Seseorang mendepositokan uangnya di Bank sebesar \$500. Berapa uang tersebut setelah 5 Tahun bila suku bunga $i=6\%$



$$F = P(1 + i)^n = \$500 (1 + 0,06)^5 = \$669.112$$

TABEL 1. FAKTOR BUNGA PADA BUNGA KOMPON
6%

Tahun	UNIT		TAHUNAN				Tahun
	F.V. F/P	P.V. P/F	S.F.F. A/F	C.R.F. A/P	F.V. F/A	P.V. P/A	
	1	2	3	4	5	6	
1	1.060	0.9434	1.00000	1.06000	1.000	0.943	1
2	1.124	0.8900	0.48544	0.54544	2.060	1.833	2
3	1.191	0.8396	0.31411	0.37411	3.184	2.673	3
4	1.262	0.7921	0.22859	0.28859	4.375	3.465	4
5	1.338	0.7473	0.17740	0.23740	5.637	4.212	5
6	1.419	0.7050	0.14336	0.20336	6.975	4.917	6
7	1.504	0.6651	0.11914	0.17914	8.394	5.582	7
8	1.594	0.6274	0.10104	0.16104	9.897	6.210	8
9	1.689	0.5919	0.08702	0.14702	11.491	6.802	9
10	1.791	0.5584	0.07587	0.13587	13.181	7.360	10
11	1.898	0.5268	0.06679	0.12679	14.972	7.887	11
12	2.012	0.4970	0.05928	0.11928	16.870	8.384	12
13	2.133	0.4688	0.05296	0.11296	18.882	8.853	13
14	2.261	0.4423	0.04758	0.10758	21.015	9.295	14
15	2.397	0.4173	0.04296	0.10296	23.276	9.712	15
16	2.540	0.3936	0.03895	0.09895	25.673	10.106	16
17	2.693	0.3714	0.03544	0.09544	28.213	10.477	17
18	2.854	0.3503	0.03236	0.09236	30.906	10.828	18
19	3.026	0.3305	0.02962	0.08962	33.760	11.158	19
20	3.207	0.3118	0.02718	0.08718	36.786	11.470	20
21	3.400	0.2942	0.02500	0.08500	39.993	11.764	21
22	3.604	0.2775	0.02305	0.08305	43.392	12.042	22
23	3.820	0.2618	0.02128	0.08128	46.996	12.303	23
24	4.049	0.2470	0.01968	0.07968	50.816	12.550	24
25	4.292	0.2330	0.01823	0.07823	54.865	12.783	25
26	4.549	0.2198	0.01690	0.07690	59.156	13.003	26
27	4.822	0.2074	0.01570	0.07570	63.706	13.211	27
28	5.112	0.1956	0.01459	0.07459	68.528	13.406	28
29	5.418	0.1846	0.01358	0.07358	73.640	13.591	29
30	5.743	0.1741	0.01265	0.07265	79.058	13.765	30
31	6.088	0.1643	0.01179	0.07179	84.802	13.929	31
32	6.453	0.1550	0.01100	0.07100	90.890	14.084	32
33	6.841	0.1462	0.01027	0.07027	97.343	14.230	33
34	7.251	0.1379	0.00960	0.06960	104.184	14.368	34
35	7.686	0.1301	0.00897	0.06897	111.435	14.498	35
40	10.286	0.0972	0.00646	0.06646	154.762	15.046	40
45	13.765	0.0727	0.00470	0.06470	212.744	15.456	45
50	18.420	0.0543	0.00344	0.06344	290.336	15.762	50
55	24.650	0.0406	0.00254	0.06254	394.172	15.991	55
60	32.988	0.0303	0.00188	0.06188	533.128	16.161	60
65	44.145	0.0227	0.00139	0.06139	719.083	16.289	65
70	59.076	0.0169	0.00103	0.06103	967.932	16.385	70
75	79.057	0.0126	0.00077	0.06077	1300.949	16.456	75
80	105.796	0.0095	0.00057	0.06057	1746.600	16.509	80
85	141.579	0.0071	0.00043	0.06043	2342.982	16.549	85
90	189.465	0.0053	0.00032	0.06032	3141.075	16.579	90
95	253.546	0.0039	0.00024	0.06024	4209.104	16.601	95
100	339.302	0.0029	0.00018	0.06018	5638.368	16.618	100

Alternative solution: dengan tabel

$$F = P(F/P, i, n) = \$500 (F/P, 0.06, 5) = \$500 \cdot (1.338) = \$669$$

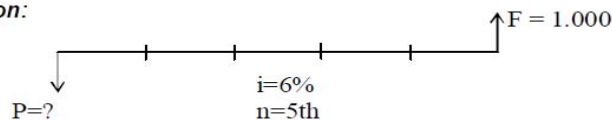
See table

CONTOH

Jika kita menginginkan di tabungan kita setelah 5 Tahun, uangnya menjadi \$1.000. berapa uang yang harus depositokan sekarang bila suku bunga $i=6\%$

Jika kita menginginkan ditabungan kita setelah 5 Tahun, uangnya menjadi \$1.000. berapa uang yang harus depositokan sekarang bila suku bunga $i=6\%$

Solution:



$$P = F(1+i)^{-n} = \$1.000 (1+0.06)^{-5} = \$747,26$$

TABEL 1. FAKTOR BUNGA PADA BUNGA KOMPON
6%

T a h u n	UNIT		TAHUNAN				T a h u n
	F.V. F/P	P.V. P/F	S.F.F. A/F	C.R.F. A/P	F.V. F/A	P.V. P/A	
	1	2	3	4	5	6	
1	1.060	0.9434	1.00000	1.06000	1.000	0.943	1
2	1.124	0.8900	0.48544	0.54544	2.060	1.833	2
3	1.191	0.8396	0.31411	0.37411	3.184	2.673	3
4	1.262	0.7921	0.22859	0.28859	4.375	3.465	4
5	1.338	0.7473	0.17740	0.23740	5.637	4.212	5
6	1.419	0.7050	0.14336	0.20336	6.975	4.917	6
7	1.504	0.6651	0.11914	0.17914	8.394	5.582	7
8	1.594	0.6274	0.10104	0.16104	9.897	6.210	8
9	1.689	0.5919	0.08702	0.14702	11.491	6.802	9
10	1.791	0.5584	0.07587	0.13587	13.181	7.360	10
11	1.898	0.5268	0.06679	0.12679	14.972	7.887	11
12	2.012	0.4970	0.05928	0.11928	16.870	8.384	12
13	2.133	0.4688	0.05296	0.11296	18.882	8.853	13
14	2.261	0.4423	0.04758	0.10758	21.015	9.295	14
15	2.397	0.4173	0.04296	0.10296	23.276	9.712	15
16	2.540	0.3936	0.03895	0.09895	25.673	10.106	16
17	2.693	0.3714	0.03544	0.09544	28.213	10.477	17
18	2.854	0.3503	0.03236	0.09236	30.906	10.828	18
19	3.026	0.3305	0.02962	0.08962	33.760	11.158	19
20	3.207	0.3118	0.02718	0.08718	36.786	11.470	20
21	3.400	0.2942	0.02500	0.08500	39.993	11.764	21
22	3.604	0.2775	0.02305	0.08305	43.392	12.042	22
23	3.820	0.2618	0.02128	0.08128	46.996	12.303	23
24	4.049	0.2470	0.01968	0.07968	50.816	12.550	24
25	4.292	0.2330	0.01823	0.07823	54.865	12.783	25
26	4.549	0.2198	0.01690	0.07690	59.156	13.003	26
27	4.822	0.2074	0.01570	0.07570	63.706	13.211	27
28	5.112	0.1956	0.01459	0.07459	68.528	13.406	28
29	5.418	0.1846	0.01358	0.07358	73.640	13.591	29
30	5.743	0.1741	0.01265	0.07265	79.058	13.765	30
31	6.088	0.1643	0.01179	0.07179	84.802	13.929	31
32	6.453	0.1550	0.01100	0.07100	90.890	14.084	32
33	6.841	0.1462	0.01027	0.07027	97.343	14.230	33
34	7.251	0.1379	0.00960	0.06960	104.184	14.368	34
35	7.686	0.1301	0.00897	0.06897	111.435	14.498	35
40	10.286	0.0972	0.00646	0.06646	154.762	15.046	40
45	13.765	0.0727	0.00470	0.06470	212.744	15.456	45
50	18.420	0.0543	0.00344	0.06344	290.336	15.762	50
55	24.650	0.0406	0.00254	0.06254	394.172	15.991	55
60	32.988	0.0303	0.00188	0.06188	533.128	16.161	60
65	44.145	0.0227	0.00139	0.06139	719.083	16.289	65
70	59.076	0.0169	0.00103	0.06103	967.932	16.385	70
75	79.057	0.0126	0.00077	0.06077	1300.949	16.456	75
80	105.796	0.0095	0.00057	0.06057	1746.600	16.509	80
85	141.579	0.0071	0.00043	0.06043	2342.982	16.549	85
90	189.465	0.0053	0.00032	0.06032	3141.075	16.579	90
95	253.546	0.0039	0.00024	0.06024	4209.104	16.601	95
100	339.302	0.0029	0.00018	0.06018	5638.368	16.618	100

Alternative solution: dengan tabel

$$P = F(P/F, i, n) = \$1.000 (P/F, 0.06, 5) = \$1.000 \cdot (0.7473) = \$747,3$$

See table

Latihan 3a

- Agus meminjam uang sebesar Rp. 12.000.000 di BPR dengan bunga sebesar 9% per tahun.
- Berapa nilai pinjaman Agus pada tahun ke-15?

Latihan 3a

- Brevi meminjam uang sebesar Rp. 50.000.000 di Bank Mandiri dengan bunga sebesar 7% per tahun.
- Berapa nilai pinjaman Brevi pada tahun ke-20?

Latihan 3a

- Evo ingin memiliki motor senilai Rp. 35.000.000 di tahun ke-5 dengan bunga sebesar 8% per tahun.
- Berapa nilai tabungan Evo yang harus ditabung sekarang?

3b

PERHITUNGAN NILAI DENGAN TABEL (Future/Presnt Value dari Annual)

Dari Rumus No.

$$1. F = P(1+i)^n \Rightarrow \text{Future Value (harga y.a.d.)}$$

$$2. P = \frac{F}{(1+i)^n} \Rightarrow \text{PresentValue (harga sekarang)}$$

$$3. A = \frac{F i}{(1+i)^n - 1} \Rightarrow \text{Sinking Fund (penanaman sejumlah uang)}$$

$$4. A = \frac{P i (1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \Rightarrow \text{Capital Recovery (pemasukkan kembali modal)}$$

$$5. F = \frac{A[(1+i)^n - 1]}{i} \Rightarrow \text{Future Value dari Annual}$$

$$6. P = \frac{A[(1+i)^n - 1]}{i (1+i)^n} \Rightarrow \text{Present Value dari Annual}$$

FAKTOR PEMAJEMUKAN DERET SERAGAM (mencari F bila diketahui A)

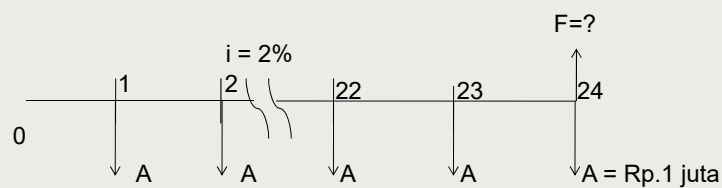
CONTOH:

Aceng Fikri menabung Rp.1 juta tiap bulan selama 24 bulan dengan bunga 2% perbulan, Berapa uang yang dimiliki Aceng Fikri pada bulan ke-24?

1. Gbr Diagram aliran Kas
2. Dengan tabel yang tersedia

JAWAB

Diagram Aliran Kas



2. Dengan tabel yang tersedia.

Lihat tabel :

Pastikan $i = 2\%$

$$\begin{aligned}
 F &= A (F/A, i\%, N) \\
 &= \text{Rp. 1 juta } (F/A, 2\%, 24) \\
 &= \text{Rp. 1 juta } (30,4219) \\
 &= \text{Rp. 30,4219 juta}
 \end{aligned}$$

2%	
n	Compound amount factor FIA i, n
1	1,0000

24	30,4219

FAKTOR NILAI SEKARANG DERET SERAGAM (mencari P bila diketahui A)

CONTOH:

Investor TAKETAMA menawarkan apartemen dengan pembayaran kredit. Apartemen yg ditawarkan dengan membayar uang muka Rp. 1 juta dan dengan angsuran yg sama sebesar Rp. 10 juta setiap bulannya selama 100 bulan, Bunga berlaku 1% perbulan. Berapa Harga rumah bila dibayar kontan saat ini.

Lihat table:

Pastikan $i = 1\%$

1%

$$\begin{aligned}
 P &= A (P/A, i\%, N) \\
 &= \text{Rp. 10 Juta } (P/A, 1\%, 100) \\
 &= \text{Rp. 10 Juta } (63,0289) \\
 &= \text{Rp. 630.289.000,-}
 \end{aligned}$$

n	Present Worth factor PIA i, n
1	0,9901

100	63,0289

Jadi harga apartemen saat ini adalah harga uang muka ditambah harga saat ini

$$= \text{Rp. 630.289.000} + \text{Rp. 1 juta}$$

$$= \text{Rp. 631.289.000,-}$$

SOAL:

Aris menabung Rp. 500.000 setiap bulan selama 15 bulan dengan bunga 3% perbulan, Berapa uang yang dimiliki Aris pada bulan ke-15?

1. Gbr Diagram aliran Kas
2. Dengan tabel yang tersedia

FAKTOR NILAI SEKARANG DERET SERAGAM (mencari P bila diketahui A)

CONTOH:

Pengembang menawarkan rumah tinggal type 36/70 melalui pembayaran secara kredit. Rumah yg ditawarkan dengan DP 5 juta dan dengan angsuran yg sama sebesar Rp. 5 juta setiap bulannya selama 60 bulan, Bunga berlaku 2% perbulan.

Berapa Harga rumah bila dibayar kontan saat ini ?

PERHITUNGAN NILAI DENGAN TABEL
(Annual Value dari Present/Future)

3b

Dari Rumus No.

$$1. F = P(1+i)^n \Rightarrow \text{Future Value (harga y.a.d.)}$$

$$2. P = \frac{F}{(1+i)^n} \Rightarrow \text{Present Value (harga sekarang)}$$

$$3. A = \frac{Fi}{(1+i)^n - 1} \Rightarrow \text{Sinking Fund (penanaman sejumlah uang)}$$

$$4. A = \frac{Pi(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \Rightarrow \text{Capital Recovery (pemasukkan kembali modal)}$$

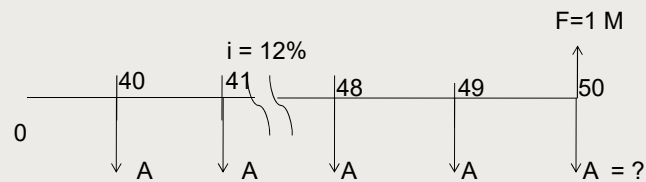
$$5. F = \frac{A[(1+i)^n - 1]}{i} \Rightarrow \text{Future Value dari Annual}$$

$$6. P = \frac{A[(1+i)^n - 1]}{i(1+i)^n} \Rightarrow \text{Present Value dari Annual}$$

FAKTOR SINKING FUND DERET SERAGAM
 (mencari A bila diketahui F)
CONTOH:

Saat ini Aceng Fikri usianya 40 tahun, Ia berencana membeli rumah mewah 10 tahun ke depan. Harga rumah mewah pada saat si Aceng berusia 50 tahun diperkirakan seharga 1 M. Untuk memenuhi keinginanya ia menabung mulai sekarang. Jika ia menabung dengan jumlah yg sama tiap tahunnya dan bunga Bank 12%. Berapa Rupiah Aceng fikri harus menabung tiap tahunnya?

1. Gbr Diagram aliran Kas
2. Dengan tabel yang tersedia

JAWAB**Diagram Aliran Kas**

2. Dengan tabel yang tersedia.

Lihat tabel :

Pastikan $i = 12\%$

$$\begin{aligned}
 A &= F (A/F, i\%, N) \\
 &= \text{Rp. 1 Milyar } (A/F, 12\%, 10) \\
 &= \text{Rp. 1 Milyar } (0,0570) \\
 &= \text{Rp. 57.000.000,-}
 \end{aligned}$$

n	Sinking fund factor A/F i, n	12%
1	1	
	
	
	
10	0,0570	

SOAL:

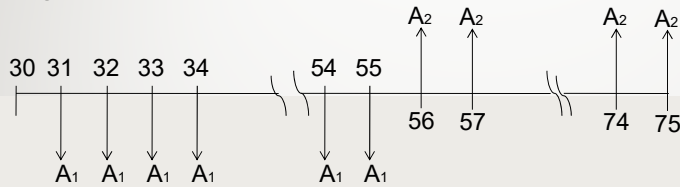
Saat ini Syndhu usianya 25 tahun, Ia berencana membeli rumah mewah 20 tahun ke depan. Harga rumah mewah pada saat Sindhu berusia 45 tahun diperkirakan seharga 1,8 Milyar. Untuk memenuhi keinginanya, Syndhu menabung mulai sekarang. Jika ia menabung dengan jumlah yg sama tiap tahunnya dan bunga Bank 9%. Berapa Rupiah Synddhu harus menabung tiap tahunnya?

1. Gbr Diagram aliran Kas
2. Dengan tabel yang tersedia

CONTOH:

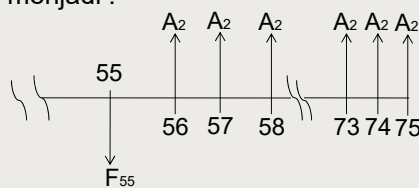
Pengusaha muda bernama Sentot Ali Basa yg saat ini berusia 30 tahun merencanakan tabungan hari tua sampai berusia 55 tahun. Ia berharap agar tabungan itu bisa dinikmati selama 20 tahun, mulai umur 56 tahun sampai umur 75 tahun. Ia juga merencanakan akan mengambil uang yang jumlahnya sama tiap tahun selama 20 tahun tsb. Ia merencanakan akan menabung mulai akhir tahun depan. Bila ia akan menabung dengan jumlah Rp.300.000 pertahun dan bunga yg diperoleh 15 % per tahun berapakah yang bisa dia ambil tiap tahun pada saat usianya antara 56-75 tahun ?

Diagram Aliran Kas



$A_1 = \text{Rp.}300.000,-$ $i = 15\%$ $A_2 = ?$

Langkah-1 adalah mengubah nilai-nilai A_1 ke nilai F pada tahun ke-55 sehingga aliran kas menjadi :



Dimana,

$$\begin{aligned} F_{55} &= A_1 (F/A, i\%, N) \\ &= \text{Rp. } 300.000 (F/A, 15\%, 25) \\ &= \text{Rp. } 300.000 (212,793) \\ &= \text{Rp. } 63.837.900 \end{aligned}$$

Selanjutnya, F_{55} ini adalah nilai P dari nilai-nilai A_2 sehingga nilai A_2 dapat dihitung sebagai berikut :

$$\begin{aligned} A_2 &= P (A/P, i\%, N) \\ &= F_{55} (A/P, 15\%, 20) \\ &= \text{Rp. } 63.837.900 (0,15976) \\ &= \text{Rp. } 10.198.742 \end{aligned}$$

Perhitungan juga bisa menggunakan rumus :

$$\begin{aligned} A_2 &= A_1 (F/A, 15\%, 25) (A/P, 15\%, 20) \\ &= \text{Rp. } 300.000 (212,793) (0,15976) \\ &= \text{Rp. } 10.198.742 \end{aligned}$$

SOAL ke-2

CONTOH:

Investor KOPI TONGWAN menawarkan Gudang dengan pembayaran kredit. Gudang yg ditawarkan dengan membayar uang muka Rp. 1 juta dan dengan angsuran yg sama sebesar Rp. 15 juta setiap bulannya selama 100 bulan, Bunga berlaku 1% perbulan. Berapa Harga rumah bila dibayar kontan saat ini.

JAWABAN

Lihat tabel

Pastikan $i = 1\%$

$$\begin{aligned}
 P &= A (P/A, i\%, N) \\
 &= \text{Rp. 15 Juta } (P/A, 1\%, 100) \\
 &= \text{Rp. 15 Juta } (63,0289) \\
 &= \text{Rp. 945,433,500}
 \end{aligned}$$

Jadi harga apartemen saat ini adalah harga uang muka ditambah harga saat ini
 $= \text{Rp. 945,433,500} + \text{Rp. 1 juta}$
 $= \text{Rp. 946,433,500 ,-}$

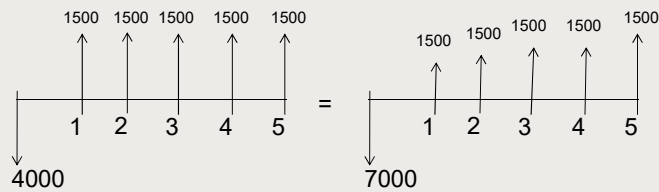
1%	
n	Present Worth factor PIA i, n
1	0,9901

100	63,0289

DERET GRADIEN ARITMATIK

CONTOH:

Carilah nilai i yang mengakibatkan 2 aliran kas pada diagram menjadi ekuivalen.



Solusi : Konversi semua aliran kas kedalam deret seragam, diperoleh persamaan :

$$-4000 (A/P, i, 5) + 1500 = -7000 (A/P, i, 5) + 1500 (A/G, i, 5) \text{ atau}$$

$$3000 (A/P, i, 5) = 500 (A/G, i, 5)$$

$$\text{Atau } (A/G, i, 5) = 6 (A/P, i, 5)$$

DERET GRADIEN ARITMATIK

Interpolasi nilai i antara 12% dan 15%

Sehingga nilai i harus dicari interpolasi :

Pada $i = 12\%$, nilai

$$(A/G, 12\%, 5) - 6 (A/P, 12\%, 5) = 0,1102$$

Pada $i = 15\%$, nilai

$$(A/G, 15\%, 5) - 6 (A/P, 15\%, 5) = -0,067$$

$$i = 0,12 + (0,15 - 0,12)(0,1102) / (0,1102 + 0,0670)$$

$$i = 0,1386$$

$$i = 13,86\%$$

Jadi Diagram tsb ekuivalen pada bunga sekitar **13,86%**



Baju Arie Wibawa, ST, MT.
Kaprodri Arsitektur
Fakultas Teknik
Universitas PGRI Semarang
E-mail: *bayu.ariwibawa@gmail.com*

BUNGA NOMINAL DAN EFEKTIF

3

Bunga Nominal dan Bunga Efektif

- Jenis bunga efektif dan nominal digunakan apabila periode pemajemukan suatu induk/ investasi kurang dari satu tahun misalnya setiap bulan, setiap tiga bulan, dsb
- Nominal interest rate per year (r) is the annual interest rate without considering the effect of any compounding
- $r = i \times m$

Bunga Efektif

- **Effective interest rate per year (i_{eff})** is the annual interest rate taking into account the effect of any compounding during the year
- $i_{eff} = (1 + i)^m - 1$
- atau $i_{eff} = (1 + r/m)^m - 1$

Contoh kasus

- Jika bank simpanan membayarkan bunga 1,5% setiap tiga bulan, berapa tingkat bunga nominal dan bunga efektifnya per tahun?

Penyelesaian

- Bunga nominal

$$(r) = i \times m = 1,5\% \times 4 = 6\%$$

- Bunga efektif (I_{eff}) = $(1 + i)^m - 1$

$$= (1 + 0,015)^4 - 1$$

$$= 0,061 = 6,1\%$$

- atau

$$I_{\text{eff}} = (1 + r/m)^m - 1$$

$$= (1 + 0,06/4)^4 - 1$$

$$= 0,061 = 6,1\%$$

Perbandingan

Jumlah pemajemukan / tahun (m)	Tingkat bunga (r)	Tingkat bunga efektif (leff)
1	15	$(1 + 0,15/1)^1 - 1 = 15\%$
2	15	$(1 + 0,15/2)^2 - 1 = 15,5625\%$
12	15	$(1 + 0,15/12)^{12} - 1 = 16,0755\%$
365	15	$(1 + 0,15/365)^{365} - 1 = 16,1798\%$

Pemajemukan Kontinyu

- Bunga efektif akan meningkat bila frekuensi pemajemukan per tahun bertambah
- Frekuensi pemajemukan bunga per tahun dapat terjadi sejumlah tak terhingga

$$i_{eff} = \lim_{m \rightarrow \infty} \left[1 + \frac{r}{m} \right]^m - 1$$

$$i_{eff} = \lim_{m \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{r}{m} \right)^{\frac{m}{r}} \right]^r - 1 \quad i_{eff} = e^r - 1$$