

1.1 Latarbelakang sejarah geometri. Geometri adalah studi tentang sifat dan pengukuran tokoh terdiri dari titik dan garis. Ini adalah ilmu yang sangat tua dan tumbuh dari kebutuhan masyarakat. Geometri Kata berasal dari kata Yunani geo, yang berarti "bumi," dan metrein, yang berarti "untuk mengukur." Orang-orang Mesir awal dan Babilonia (4000-3000 SM) mampu mengembangkan koleksi aturan praktis untuk mengukur sederhana geometris angka dan untuk menentukan sifat mereka.

Aturan-aturan ini diperoleh secara induktif selama berabad-abad . Mereka tidak didukung oleh bukti logis. Aplikasi dari prinsip-prinsip ini ditemukan di gedung Piramida dan Sphinx besar.

Sistem irigasi yang dibuat oleh orang Mesir awal menunjukkan bahwa mereka memiliki pengetahuan yang memadai tentang geometri karena dapat diterapkan dalam pengukuran tanah.

Orang Babilonia menggunakan geometris angka di ubin, dinding, dan dekorasi kuil mereka.

Dari Mesir dan Babilonia pengetahuan geometri dibawa ke Yunani. Dari orang-orang Yunani kita telah mendapatkan beberapa kontribusi terbesar untuk kemajuan matematika. Para filsuf Yunani belajar geometri tidak hanya untuk manfaat utilitarian berasal tapi untuk estetik dan keuntungan budaya diperoleh. Orang-orang Yunani awal berkembang pada makmur perdagangan laut. Perdagangan laut ini membawa mereka tidak hanya kekayaan, tetapi juga pengetahuan dari negeri-negeri lain. Maskapai warga kaya Yunani memiliki waktu yang cukup untuk perdebatan modis dan studi tentang berbagai topik yang menarik budaya karena mereka memiliki budak untuk melakukan sebagian besar pekerjaan rutin mereka. Biasanya teori dan konsep dibawa kembali dengan mengembalikan pelaut dari negeri-negeri asing membuat topik

Dengan demikian orang-orang Yunani menjadi terampil dalam seni logika dan pemikiran kritis. Di antara orang-orang Yunani lebih menonjol kontribusi untuk kemajuan ini adalah Thales dari Miletus (640-546 SM), Pythagoras, seorang ofThales pupil (580? -500 SM), Plato (429-348 SM), Archimedes (287-212 SM), dan Euclid (sekitar 300 SM).

Euclid, yang adalah seorang guru matematika di University of Alexandria, menulis risalah komprehensif pertama pada geometri. Dia berhak teksnya "Elements." Sebagian besar prinsip sekarang muncul dalam sebuah teks modern adalah hadir di Euclid 's "Elemen." Karyanya telah menjabat sebagai model untuk sebagian besar buku-buku berikutnya yang ditulis pada geometri.

1.2. Mengapa belajar geometri ? Mahasiswa memulai studi teks ini mungkin bertanya, "Apa itu geometri? Apa yang bisa saya harapkan untuk mendapatkan dari ini Studi? "

Banyak lembaga terkemuka pendidikan tinggi telah mengakui bahwa positif manfaat yang bisa didapat oleh semua orang yang mempelajari cabang matematika. ini adalah terbukti dari fakta bahwa mereka membutuhkan.

Belajar geometri sebagai prasyarat untuk materi di sekolah-sekolah. merupakan bagian penting dari pelatihan yang sukses insinyur, ilmuwan, arsitek, dan juru gambar. Tukang kayu, ahli mesin, tukang pateri, pemahat batu, seniman, dan desainer semua menerapkan fakta geometri diperdagangan mereka. Dalam kursus ini siswa akan belajar banyak tentang geometris tokoh-tokoh seperti garis, sudut, segitiga, lingkaran, dan desain dan pola berbagai jenis.

Salah satu tujuan yang paling penting berasal dari studi geometri adalah membuat siswa menjadi lebih kritis dalam mendengarkan, membaca, dan berpikir. Dalam mempelajari geometri dia memimpin jauh dari praktek penerimaan yang buta pernyataan dan ide-ide dan diajarkan untuk berpikir jernih dan kritis sebelum membentuk kesimpulan.

Ada banyak yang kurang langsung bermanfaat bagi siswa geometri yang mungkin mereka dapatkan. Di antaranya seseorang harus mencakup pelatihan dalam penggunaan yang tepat dari bahasa Inggris dan dalam kemampuan untuk menganalisis situasi baru atau masalah menjadi bagian dasar, dan memanfaatkan ketekunan, keaslian, dan penalaran logis dalam memecahkan masalah. Penghargaan terhadap ketertiban dan keindahan geometris bentuk yang berlimpah dalam karya manusia dan ciptaan alam akan menjadi produk sampingan dari studi geometri. Mahasiswa juga harus mengembangkan kesadaran akan kontribusi matematika dan matematika untuk kami budaya dan peradaban.

1.3. Himpunan-himpunan dan simbol-simbol. Gagasan "himpunan" sangat penting dalam matematika. Semua matematika dapat dikembangkan dengan memulai dengan himpunan.

Kata "bidang" digunakan untuk menyampaikan gagasan koleksi benda-benda, biasanya dengan beberapa karakteristik umum. Benda-benda ini mungkin potongan perkakas di sebuah ruangan, siswa yang terdaftar di kelas geometri, kata-kata dalam bahasa Inggris, butiran pasir di pantai, dll. Benda-benda ini mungkin dapat juga dibedakan dari objek lembaga atau akal kita, seperti titik, garis, angka, dan kemungkinan berbagai pikiran. Fitur penting dari konsep bidang adalah bahwa koleksi benda yang dianggap sebagai satu kesatuan. Hal ini harus diperlakukan secara keseluruhan.

Dengan kata lain yang menyampaikan konsep bidang adalah "kelompok," "banyak," "kelas," "kumpulan", "kawanan," dan "kawanan."

Ada tiga cara untuk menentukan sebuah himpunan. Salah satunya adalah untuk memberikan aturan yang dapat ditentukan oleh suatu objek tertentu adalah anggota himpunan. Metode ini menentukan himpunan yang disebut aturan metode. Metode kedua adalah untuk memberikan daftar lengkap yang ditetapkan anggota himpunan. Ini disebut metode daftar. Metode ketiga yang sering digunakan untuk himpunan bilangan real adalah untuk grafik himpunan pada garis bilangan. Para anggota bidang disebut unsur-unsurnya. Jadi "anggota" dan "elemen" dapat digunakan bergantian.

Ini adalah kebiasaan untuk menggunakan tanda kurung {} mengelilingi elemen dari suatu himpunan. Misalnya, {1, 3, 5, 7} berarti himpunan yang anggotanya adalah angka ganjil 1, 3, 5, dan 7. {Tom, Dick, Harry, Bill} mungkin mewakili anggota dari vokal kuartet. Sebuah huruf kapital sering digunakan untuk nama atau merujuk ke bidang. Dengan demikian, kita bisa menulis $A = \{1, 3, 5, 7\}$ and $B = \{\text{Tom, Dick, Harry, Bill}\}$.

Himpunan A mungkin berisi jumlah terbatas elemen, atau jumlah tak terbatas elemen. Sebuah himpunan berhingga yang berisi tidak ada anggota adalah himpunan kosong atau

null. Simbol untuk satu himpunan null \emptyset atau $\{\}$. Dengan demikian, {bahkan nomor berakhiran 5} = \emptyset . Satu himpunan dengan sejumlah tertentu * anggotanya adalah seperangkat himpunan terbatas. Dengan demikian, {5} adalah himpunan terbatas yang 5 adalah satu-satunya elemen. Ketika set mengandung banyak unsur, adalah kebiasaan untuk menempatkan di dalam kurung deskripsi anggota dari himpunan, misal {warga Amerika Serikat}. Satu himpunan dengan jumlah tak terbatas elemen disebut himpunan tak terbatas. Dengan angka alami 1, 2, 3, . . . bentuk sebuah himpunan tak terhingga. {0, 2,4,6, . . .} Berarti himpunan semua bilangan ganjil bahkan negatif, juga merupakan himpunan tak terhingga.

Dalam matematika kita menggunakan tiga titik (...) Dalam dua cara yang berbeda dalam daftar elemen dari suatu himpunan. misalnya

Aturan	Daftar
1. {bilangan bulat lebih besar dari 10 dan kurang dari 100} Di sini titik-titik. . . berarti "dan seterusnya sampai dan termasuk. "	{11, 12, 13, . . . , 99}
2. {bilangan bulat lebih besar dari 10} Di sini titik-titik. . . berarti "dan seterusnya tanpa batas."	{11, 12, 13, ...}

Untuk melambangkan gagasan bahwa 5 adalah unsur himpunan A, kita akan menulis $5 \in A$. Jika 6 adalah bukan anggota himpunan A, kita menulis $6 \notin A$, baca "6 bukan merupakan elemen dari himpunan A. "

Latihan

Dalam latihan 1-12 itu diberikan:

$A = \{1,2,3,4,5\}$.	$B = \{6, 7, 8, 9, 10\}$.
$C = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$.	$D = \{2,4,6, \dots\}$.
$E = \emptyset$.	$F = \{0\}$.
$G = \{5,3,2,1,4\}$.	$H = \{1, 2, 3, \dots\}$.

1. Berapa banyak elemen yang di C? di E?
2. Berikan aturan yang menjelaskan H.
3. Apakah E dan F mengandung unsur-unsur yang sama?
4. Apakah A dan G mengandung unsur-unsur yang sama?
5. Unsur-unsur apa yang umum untuk mengatur himpunan A dan himpunan C?
6. Unsur-unsur apa yang umum untuk mengatur himpunan B dan himpunan D?
7. Manakah dari himpunan yang terbatas?
8. Manakah dari himpunan yang tak terbatas?
9. Unsur-unsur apa yang umum untuk A dan B?
10. Unsur-unsur apa yang baik dalam A atau C atau keduanya?
11. Masukkan dalam ruang kosong berikut simbol yang benar \in atau \notin .

(a) $3 \in A$ (b) $3 \in D$ (c) $0 \in F$
 (d) $0 \in E$ (e) $\in H$ (f) $1002 \in D$

12. Berikan aturan yang menjelaskan F.

13-20. Gunakan metode daftar untuk menggambarkan setiap himpunan berikut.

Contoh. {bilangan bulat lebih besar dari 3 dan kurang dari 9}

Solusi. {4,5,6,7,8}

13. {hari dalam seminggu yang dimulai dengan huruf T nama}
14. {bahkan nomor antara 29 dan 39}
15. {bilangan bulat yang tidak negatif atau positif}
16. {bilangan bulat positif}
17. {bilangan bulat lebih besar dari 9}
18. {bilangan bulat kurang dari aku}
19. {bulan tahun dimulai dengan huruf J}
20. {bilangan bulat positif habis dibagi 3}
- 21-28. Gunakan metode aturan untuk menggambarkan setiap set berikut.

Contoh. {California, Colorado, Connecticut}

Solusi. {negara anggota Amerika Serikat yang namanya mulai dengan huruf C}

- | | |
|--|------------------------------|
| 21. {a, e, i, o, u} | 22. {a, b, c, ..., z} |
| 23. {merah, oranye, kuning, hijau, biru, ungu} | 24. {} |
| 25. {2, 4, 6, 8, 10} | 26. {3, 4, 5, ..., 50} |
| 27. {-2, -4, -6, ...} | 28. {-6, -4, -2, 0, 2, 4, 6} |

1.4. Hubungan antara himpunan-himpunan. Dua himpunan adalah sama jika dan hanya jika mereka memiliki elemen yang sama. Kesamaan antara himpunan A dan B ditulis $A = B$. Ketidaksamaan dua himpunan ditulis $A \neq B$. Sebagai contoh, membiarkan A menjadi {bilangan bulat antara $1\frac{1}{2}$ dan $6\frac{3}{4}$ } dan membiarkan himpunan B menjadi {bilangan bulat antara $1\frac{3}{5}$ dan $6\frac{5}{6}$ }. Maka $A = B$ karena unsur-unsur dari kedua himpunan adalah sama: 2, 3, 4, 5, dan 6. Di sini, kemudian, adalah contoh dari dua himpunan yang sama yang dijelaskan dalam dua cara yang berbeda. Kita bisa menulis {hari dalam seminggu} atau {Minggu, Senin, Selasa, Rabu, Kamis, Jumat, Sabtu} sebagai dua cara menggambarkan himpunan yang sama.

Seringkali beberapa himpunan adalah bagian dari satu himpunan yang lebih besar. himpunan dari mana semua lainnya himpunan diambil dalam sebuah diskusi yang diberikan disebut himpunan universal. universal himpunan, yang dapat berubah dari diskusi diskusi, sering dilambangkan dengan Surat U. Dalam berbicara tentang set anak perempuan di kelas geometri tertentu, universal yang mengatur U mungkin semua siswa di kelas, atau bisa juga semua anggota organisasi siswa sekolah tertentu, atau semua siswa di semua sekolah, dan sebagainya.

Representasi skematik untuk membantu menggambarkan sifat dan operasi dengan himpunan dapat dibentuk dengan menggambar diagram Venn (lihat Gambar. I.la dan I.lb).

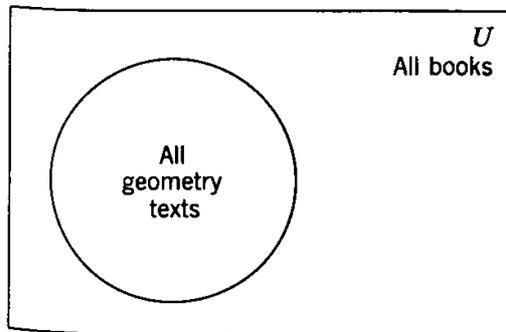
Di sini, titik dalam persegi panjang mewakili unsur-unsur dari himpunan universal. Set dalam himpunan universal yang diwakili oleh titik di dalam lingkaran encloser! oleh persegi panjang.

Kita akan sering mungkin tertarik dalam hubungan antara dua atau lebih set. Pertimbangkan set A dan B di mana

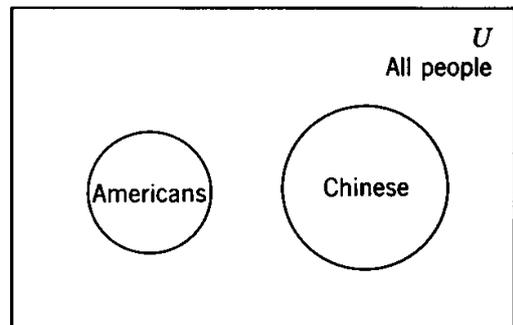
$$A = \{2, 4, 6\}$$

dan

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$



(a)



(b)

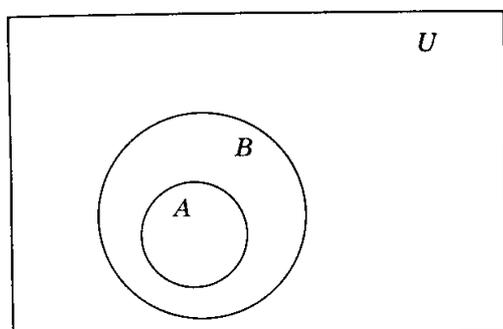
Gambar 1.1

Definisi: Himpunan A adalah himpunan bagian dari himpunan B jika dan hanya jika, setiap elemen himpunan A adalah elemen dari himpunan B. Jadi, di atas ilustrasi A adalah subset OFB. Kami menulis hubungan ini $A \subset B$ atau $B \supset A$. Dalam ilustrasi ada lebih elemen dalam B daripada di A. Hal ini dapat ditunjukkan oleh diagram Venn Gambar. 1.2. Perhatikan, bagaimanapun, bahwa definisi kita tentang bagian tidak menetapkan itu harus berisi elemen yang lebih sedikit daripada set diberikan. Subset dapat memiliki persis elemen yang sama dengan himpunan. Dalam kasus seperti itu, dua set adalah sama dan masing-masing adalah bagian dari yang lain. Dengan demikian, set apapun adalah bagian dari dirinya sendiri. **Ilustrasi**

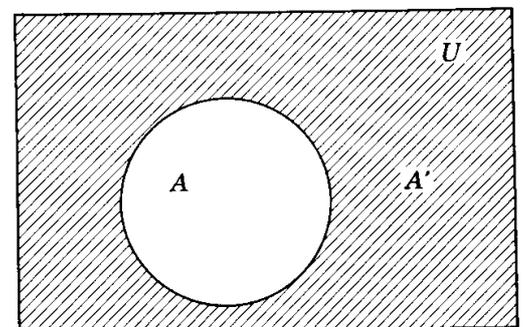
(a) Diberikan $A = \{1, 2, 3\}$ and $B = \{1, 2\}$. Then $B \subset A$.

(b) Diberikan $R = \{\text{bilangan bulat}\}$ dan $S = \{\text{bilangan bulat ganjil}\}$. Kemudian $S \subset R$.

(c) Diberikan $C = \{\text{bilangan bulat positif}\}$ dan $D = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$. kemudian $C \subset D$, dan $D \subset C = C \subset D$



Gambar. 1.2. $A \subset B$.



Gambar. 1.3.

Ketika A adalah himpunan bagian dari satu himpunan universal U, adalah wajar untuk memikirkan himpunan terdiri dari semua elemen U yang tidak A. Himpunan ini disebut komplemen A dan dilambangkan dengan A' . Jadi, jika U merupakan himpunan bilangan bulat dan Sebuah himpunan bilangan bulat negatif, maka A' adalah himpunan bilangan bulat non-negatif, yaitu, $A' = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$. Daerah yang diarsir pada Gambar. 1.3 mengilustrasikan A' .

1.5. Operasi pada himpunan. Kami selanjutnya akan membahas dua metode untuk menghasilkan himpunan baru dari yang diberikan himpunan.

Definisi: Persimpangan dua himpunan P dan Q adalah himpunan semua elemen milik kedua P dan Q.

Perpotongan himpunan P dan Q dilambangkan dengan $P \cap Q$ dan dibaca "P persimpangan Q" atau "P cap Q."

Ilustrasi:

(a) Jika $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ dan $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, kemudian $A \cap B = \{2, 4\}$.

(b) Jika $D = \{1, 3, 5, \dots\}$ dan $E = \{2, 4, 6, \dots\}$, Maka $D \cap E = \emptyset$.

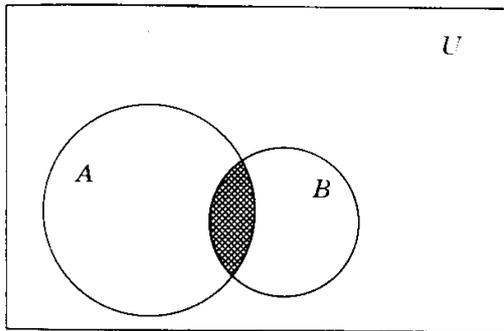
Ketika dua himpunan tidak memiliki unsur yang sama mereka dikatakan menguraikan himpunan atau himpunan saling eksklusif.

(c) Jika $F = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ dan $G = \{0, -2, -4, -6, \dots\}$, kemudian $F \cap G = \{0\}$.

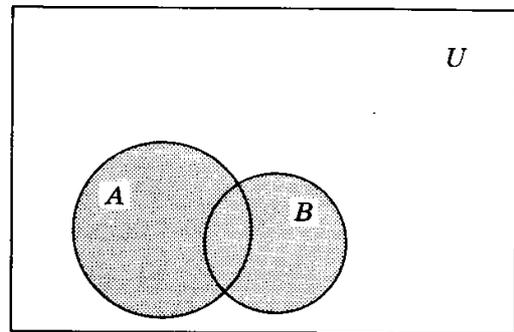
(d) Diberikan A adalah himpunan semua bujangan dan B adalah himpunan semua laki-laki. kemudian $A \cap B = A$. Berikut A adalah himpunan bagian dari B.

Perawatan harus diambil untuk membedakan antara himpunan yang anggota utamanya adalah angka nol dan himpunan nol (melihat b dan c di atas). Mereka memiliki cukup berbeda dan arti yang berbeda. Dengan demikian $\{0\} \neq \emptyset$. Himpunan nol kosong dari setiap elemen. Nol adalah angka dan dapat menjadi anggota dari suatu himpunan. Null set adalah subset dari semua set.

Persimpangan dua himpunan dapat digambarkan oleh diagram Venn. Daerah yang diarsir pada Gambar. 1.4 merupakan $A \cap B$.



Gambar. 1.4. Sebuah $A \cap B$.



Gambar. 1.5. $A \cup B$.

Definisi: Penyatuan dua himpunan P dan Q adalah himpunan semua elemen yang milik atau P Q atau milik kedua P dan Q.

Persatuan himpunan P dan Q dilambangkan oleh $P \cup Q$ dan dibaca "P serikat Q" atau "P cup Q." Daerah yang diarsir pada Gambar. 1.5 merupakan diagram Venn dari $A \cup B$.

Ilustrasi:

(a) Jika $A = \{1, 2, 3\}$ dan $B = \{1, 3, 5, 7\}$, maka $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7\}$.

Catatan. Elemen individual serikat tercantum hanya sekali.

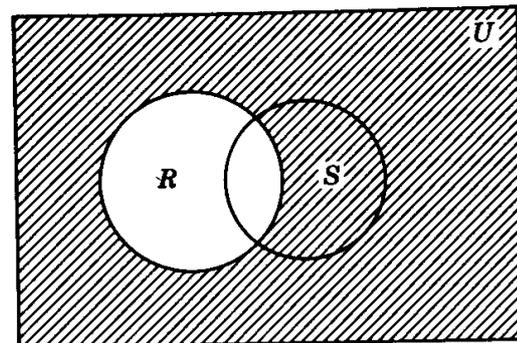
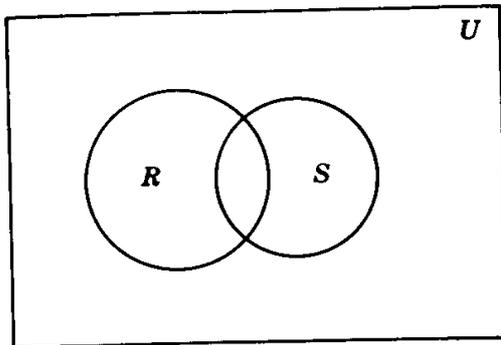
(b) Jika $A = \{\text{seluruh bahkan nomor antara } 2\frac{1}{2} \text{ dan } 5\}$ dan $B = \{\text{bilangan bulat antara } 3\frac{3}{4} \text{ dan } 6\frac{1}{2}\}$, maka $A \cup B = \{4, 5, 6\}$ dan $A \cap B = \{4\}$.

(c) Jika $P = \{\text{semua bujangan}\}$ dan $Q = \{\text{semua laki-laki}\}$, maka $P \cup Q = Q$.

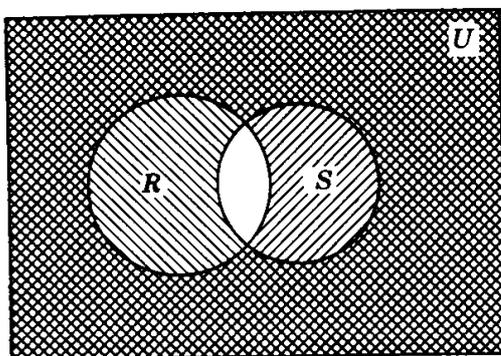
Contoh. Menggambar diagram Venn untuk menggambarkan $(R \cap S) \cup T$ pada gambar.
solusi

(a) Warna R' .

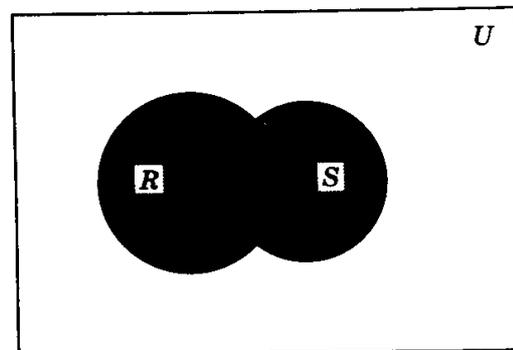
(b) Tambahkan warna untuk S' . $R' \cap S'$ diwakili oleh daerah umum untuk daerah memotong



(a) R'



(b) $R' \cap S'$



(c) $(R' \cap S')'$

kekanan dan daerah memotong ke kanan. $(R' \cap S')$ adalah semua daerah di U yang tidak di $R' \cap S'$.

(c) Solusinya adalah berbayang pada gambar terakhir.

Kami mencatat bahwa $(R' \cap S')' = R \cup S$.

Latihan

1. Misalkan $A = \{2, 3, 5, 6, 7, 9\}$ dan $B = \{3, 4, 6, 8, 9, 10\}$.

(a) Berapakah $A \cap B$? (b) Berapakah $A \cup B$?

2. Membiarkan $R = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$ dan $S = \{0, 2, 4, 6, \dots\}$.

(a) Berapakah $R \cap S$? (b) Berapakah $R \cup S$?

3. Membiarkan $P = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ dan $Q = \{3, 6, 9, 12, \dots\}$.

(a) Berapakah $P \cap Q$? (b) Berapakah $P \cup Q$?

4. $(\{1, 3, 5, 7, 9\} \cap \{2, 3, 4, 5\}) \cup \{2, 4, 6, 8\} = ?$

5. Sederhanakan: $\{4, 7, 8, 9\} \cup (\{1, 2, 3, \dots\} \cap \{2, 4, 6, \dots\})$.

6. Pertimbangkan himpunan berikut.

$A = \{\text{siswa di kelas geometri}\}$.

$B = \{\text{siswa laki-laki di kelas your geometry}\}$.

$C = \{\text{siswi kelas geometri}\}$.

$D = \{\text{anggota tubuh siswa sekolah Anda}\}$.

Apa (a) $A \cap B$; (b) $A \cup B$; (c) $B \cap C$; (d) $B \cup C$; (e) $A \cap D$; (f) $A \cup D$?

7. Dalam laporan berikut P dan Q merupakan himpunan-himpunan. Menunjukkan yang mana dari pernyataan berikut yang benar dan mana yang palsu.

- (a) $P \cap Q$ selalu terkandung dalam P .
- (b) $P \cup Q$ selalu terkandung dalam Q .
- (c) P selalu terkandung dalam $P \cup Q$.
- (d) Q selalu terkandung dalam $P \cup Q$.
- (e) $P \cup Q$ selalu terkandung dalam P .
- (f) $P \cap Q$ selalu terkandung dalam Q .
- (g) P selalu terkandung dalam $P \cap Q$.
- (h) Q selalu terkandung dalam $P \cap Q$.
- (i) Jika $P \supset Q$, maka $P \cap Q = P$.
- (j) Jika $P \supset Q$, maka $P \cap Q = Q$.
- (k) Jika $P \subset Q$, maka $P \cup Q = P$.
- (l) Jika $P \subset Q$, maka $P \cup Q = Q$.

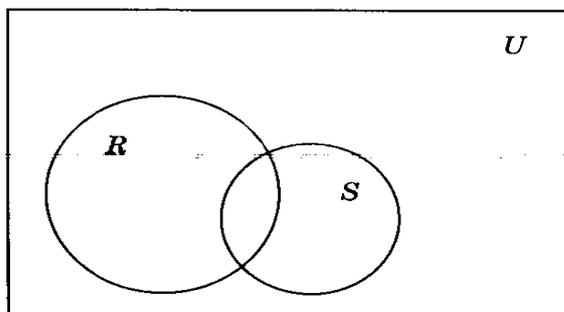
8. Apa solusi yang ditetapkan untuk laporan $a + 2 = 2$, yaitu, himpunan semua solusi, pernyataan $a + 2 = 2$?

9. Apa solusi yang ditetapkan untuk laporan $a + 2 = a + 4$?

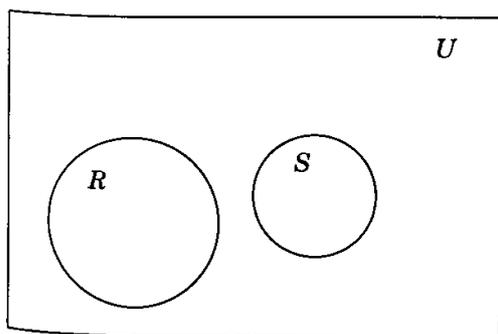
10. Misalkan D adalah himpunan pasangan terurut (x, y) yang $x + y = 5$, dan biarkan E menjadi himpunan pasangan memerintahkan (x, y) yang $x - y = 1$. Berapakah $D \cap E$?

11-30. Salin angka dan menggunakan warna untuk menggambarkan himpunan berikut.

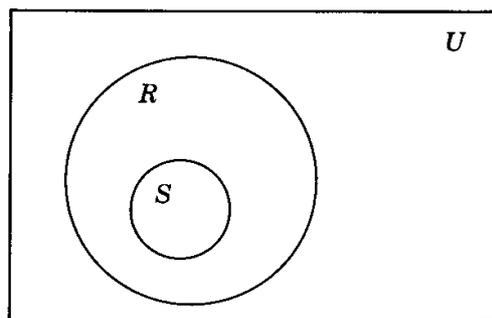
- 11. $R \cup S$.
- 12. $R \cap S$.
- 13. $(R \cap S)'$.
- 14. $(R \cup S)'$.
- 15. R' .
- 16. S' .
- 17. $(R')'$.
- 18. $R' \cup S'$.
- 19. $R' \cap S'$.
- 20. $(R' \cap S')'$.
- 21. $R \cup S$.
- 22. $R \cap S$.
- 23. $R' \cap S'$.
- 24. $R' \cup S'$.
- 25. $R \cup S$.
- 26. $R \cap S$.
- 27. $R' \cap S'$.
- 28. $R' \cup S'$.
- 29. $R' \cup S'$.
- 30. $R \cup S$.



Exs. 11-20.



Exs. 21–24.



Exs. 25–30.

1.6. Perlu untuk definisi. Dalam mempelajari geometri kita belajar untuk membuktikan pernyataan dengan proses penalaran deduktif. Kita belajar untuk menganalisis masalah dalam hal apa data yang diberikan, apa hukum dan prinsip-prinsip dapat diterima benar dengan pikiran hati-hati, logis, dan akurat, kita belajar untuk memilih solusi untuk masalah ini. Tapi sebelum pernyataan dalam geometri dapat dibuktikan, kita harus setuju pada definisi dan sifat dari bidang geometri. Itu perlu bahwa istilah yang kami gunakan di bukti geometris memiliki arti yang sama persis dengan kita masing-masing.

Paling dari kita tidak merenungkan makna kata-kata yang kita dengar atau baca selama perjalanan sehari. Namun, seringkali, refleksi yang lebih kritis mungkin menyebabkan kita bertanya-tanya apa yang kita telah mendengar atau membaca.

Penyebab umum untuk kesalahpahaman dan argumen, tidak hanya dalam geometri tetapi dalam semua lapisan masyarakat, adalah kenyataan bahwa kata yang sama mungkin telah berbeda makna bagi orang yang berbeda.

Karakteristik definisi apa yang baik dimiliki? Kapan kita yakin definisi adalah salah satu yang baik? Tidak ada satu orang dapat menetapkan bahwa definisinya untuk kata yang diberikan adalah benar. Yang penting adalah bahwa orang-orang berpartisipasi dalam diskusi diberikan sepakat tentang makna kata dalam tanya, setelah mereka mencapai kesepakatan, tidak ada salah satu kelompok dapat mengubah definisi kata tanpa memberitahu yang lain.

Ini akan terutama benar dalam kursus ini. Setelah kami sepakat definisi dinyatakan dalam ayat ini, kita tidak bisa mengubahnya sesuai diri kita sendiri. Di sisi lain, tidak ada yang suci tentang definisi yang akan mengikuti. mereka mungkin baik ditingkatkan pada, selama setiap orang yang menggunakan mereka dalam teks ini setuju untuk itu.

Definisi yang baik dalam geometri memiliki dua sifat penting:

1. Kata-kata dalam definisi harus lebih sederhana dari kata yang didefinisikan dan harus dipahami dengan jelas.
2. Definisi harus pernyataan reversibel.

Jadi, misalnya, jika "sudut kanan" didefinisikan sebagai "sudut yang mengukur adalah 90," diasumsikan bahwa arti dari setiap istilah dalam definisi yang jelas dan bahwa:

1. Jika kita memiliki sudut siku-siku, kita memiliki sudut yang ukurannya adalah 90.
2. Sebaliknya, jika kita memiliki sudut yang ukurannya adalah 90, maka kita memiliki hak,
Dengan demikian, kebalikan dari definisi yang baik adalah selalu benar, meskipun

sebaliknya, laporan lain yang belum tentu benar. Pernyataan di atas dan yang berbicara dapat ditulis, "Sebuah sudut adalah sudut yang tepat jika, dan hanya jika, ukurannya adalah 90. Ungkapan "jika dan hanya jika" akan digunakan begitu sering dalam teks ini bahwa kita akan menggunakan singkatan "IFF" berdiri untuk seluruh frase.

1.7. Perlu untuk istilah terdefinisi. Ada banyak kata yang digunakan saat ini yang sulit untuk didefinisikan. Mereka hanya dapat didefinisikan dalam hal lainnya sama konsep terdefinisi. Misalnya, "garis lurus" sering didefinisikan sebagai garis "tidak ada bagian yang melengkung." Definisi ini akan menjadi jelas jika kita bisa mendefinisikan kata melengkung. Namun, jika kata melengkung kemudian didefinisikan sebagai garis "ada bagian yang lurus," kita tidak memiliki pemahaman yang benar dari definisi kata "lurus." Definisi tersebut disebut "lingkaran definisi." Jika kita mendefinisikan garis lurus sebagai salah satu memperluas tanpa perubahan arah, kata "arah" harus dipahami. Dalam mendefinisikan matematika istilah, kita mulai dengan istilah terdefinisi dan mempekerjakan sesedikit mungkin dari istilah-istilah yang digunakan sehari-hari dan memiliki makna umum untuk pembaca.

Dalam menggunakan istilah terdefinisi, diasumsikan bahwa kata begitu dasar bahwa maknanya diketahui semua. Karena tidak ada kata-kata yang lebih mudah untuk mendefinisikan istilah, tidak ada upaya dilakukan untuk mendefinisikannya. Kamus harus sering resor untuk "mendefinisikan" kata dengan baik daftar kata lain, yang disebut sinonim, yang memiliki sama (atau hampir sama) yang berarti sebagai kata didefinisikan atau menggambarkan kata.

Kami akan menggunakan tiga istilah geometris terdefinisi dalam buku ini. Mereka adalah: titik, garis lurus, dan pesawat. Kami akan resor untuk sinonim dan deskripsi kata-kata ini dalam membantu siswa untuk memahami mereka.

1.8. Titik dan garis. Sebelum kita dapat membahas berbagai tokoh geometris sebagai himpunan titik, kita akan perlu mempertimbangkan sifat titik. Apa gunanya titik? Setiap orang memiliki beberapa pemahaman tentang istilah tersebut. Meskipun kita bisa menggambarkan titik dengan menandai sebuah titik kecil pada selembar kertas atau di papan tulis, itu pasti tidak titik. Jika hal itu mungkin untuk membagi penanda, kemudian membagi lagi titik-titik kecil, dan seterusnya tanpa batas, kita masih akan tidak ada benarnya. Kami akan, bagaimanapun, mendekati kondisi yang sebagian besar kami menetapkan dengan sebuah titik. Euclid berusaha untuk melakukan hal ini dengan mendefinisikan titik sebagai sesuatu yang memiliki posisi tapi ada dimensi. Namun, kata-kata "posisi" dan "dimensi" juga konsep dasar dan hanya dapat digambarkan dengan menggunakan definisi melingkar. Kami menyebutkan titik dengan huruf kapital dicetak di samping itu, sebagai titik "A" pada Gambar. 1.6. Geometris angka lainnya dapat didefinisikan dalam hal set poin yang memuaskan kondisi juga membatasi tertentu. Kita semua akrab dengan garis-garis, tetapi tidak ada yang melihatnya. Sama seperti kita bisa

merupakan titik dengan penanda atau titik, kita dapat mewakili garis dengan memindahkan ujung pensil tajam di selembar kertas. Hal ini akan menghasilkan pendekatan untuk arti yang diberikan kepada kata "garis." Euclid mencoba untuk mendefinisikan garis seperti itu yang hanya memiliki satu dimensi. Di sini, sekali lagi, ia menggunakan

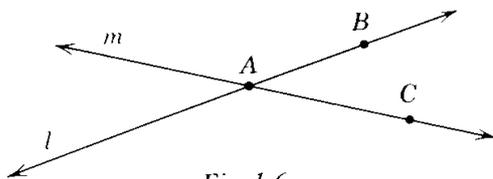


Fig. 1.6.

Gambar. 1.6.

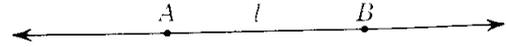


Fig. 1.7.

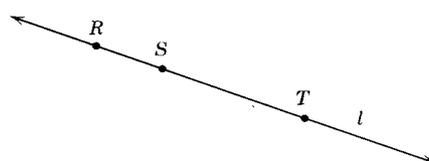
Gambar. 1.7.

kata terdefinisi dimensi dalam definisi nya. Meskipun kita tidak bisa mengartikan "garis," kami mengakui itu sebagai satu himpunan poin. Pada halaman 11, kami membahas "garis lurus" salah satunya memperpanjang dan tidak merubah arah, atau upaya harus jelas. Namun, kata "lurus" adalah sebuah abstraksi yang umumnya digunakan dan umumnya dipahami sebagai hasil dari pengamatan dari benda-benda fisik. Jalur ini diberi nama dengan label dua titik di atasnya dengan huruf besar atau satu huruf kecil didekatnya. Garis lurus pada Gambar. 1.7 dibaca "garis AB" atau "garis l." Garis AB sering ditulis "AE." Dalam buku ini, kecuali dinyatakan sebaliknya, ketika kita menggunakan istilah "garis", kita akan memiliki konsep sebuah garis lurus.

Jika $B \in l$, $A \in l$, dan $A \neq B$, kita mengatakan bahwa l adalah garis yang berisi A dan B. Dua titik menentukan garis (lihat Gambar. 1.7). Jadi $AB = BA$.

Dua garis lurus berpotongan hanya satu titik. Pada Gambar. 1.6, $AB \cap AC = \{A\}$. Apa itu $AB \cap BC$?

Jika kita menandai tiga poin R, S, dan T (Gbr. 1.8) semua pada baris yang sama, kita melihat bahwa $RS = IT$. Tiga atau lebih titik **collinear** jika dan hanya jika mereka memiliki baris yang sama.

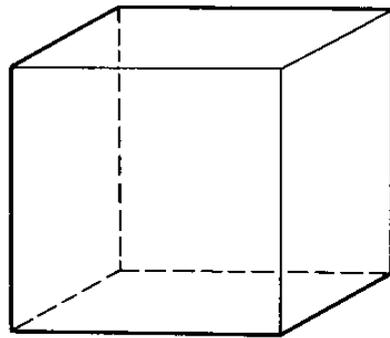


Gambar. 1.8.

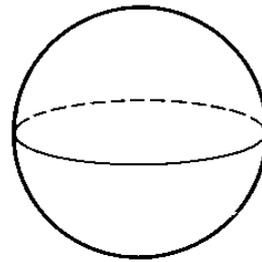
1.9. Padatan dan pesawat. Contoh umum padatan ditunjukkan pada Gambar. 1.9. Geometris benda padat ditunjukkan pada Gambar. 1.10 memiliki enam wajah yang halus dan datar. Wajah ini adalah subset dari permukaan pesawat atau hanya pesawat.

permukaan dari papan tulis atau dari atas meja adalah contoh dari permukaan pesawat. Sebuah pesawat dapat dianggap sebagai satu himpunan titik.

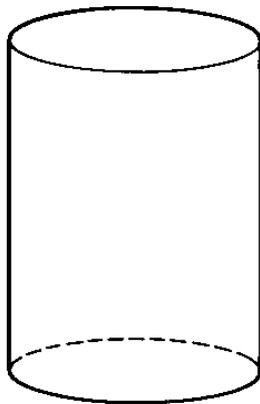
Definisi. Satu set poin, yang semuanya terletak pada bidang yang sama, dikatakan menjadi coplanar. Poin D, C, dan E pada Gambar. 1.10 adalah coplanar. Sebuah pesawat dapat bernama dengan menggunakan dua titik atau satu titik di pesawat. Dengan demikian, Gambar. 1.11



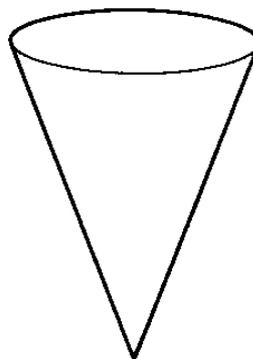
Cube



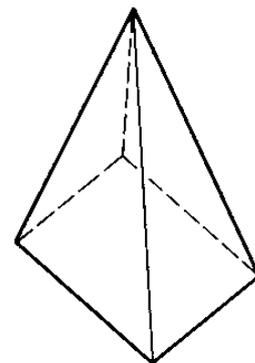
Sphere



Cylinder



Cone



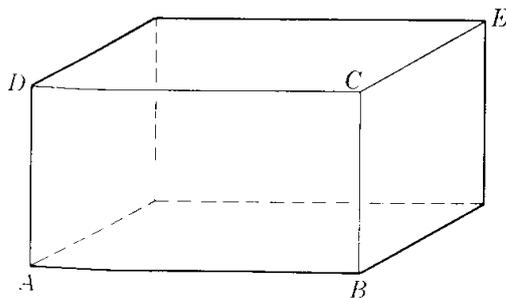
Pyramid

Gambar 1.9.

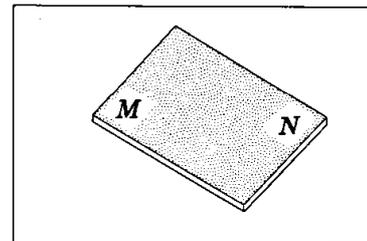
menggambarkan pesawat MN atau pesawat M. Kita bisa berpikir pesawat sebagai dibuat tidak terhingga dari jumlah titik dari sebuah permukaan untuk membentuk ketebalan tetapi memiliki panjang dan lebar yang tak terbatas.

Dua garis terbang pada pesawat yang sama yang bersimpangan himpunan nol dikatakan menjadi garis paralel. Jika garis l sejajar dengan garis m , maka $l \cap m = \emptyset$. Dalam Gambar. 1.10, AB sejajar dengan DC dan AD sejajar dengan BC .

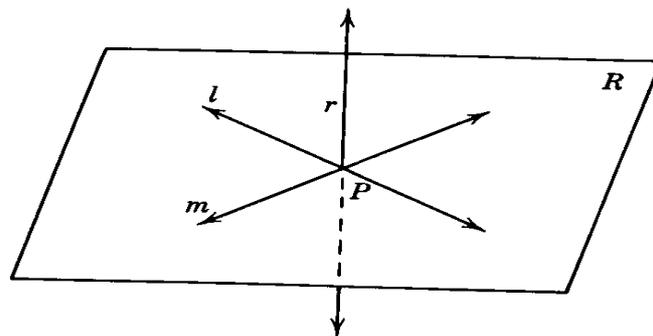
Gambar-gambar dari Gambar. 1.12 dan Gambar. 1.13 menggambarkan berbagai kombinasi titik, garis, dan pesawat.



Gambar 1.10.



Gambar 1.11.

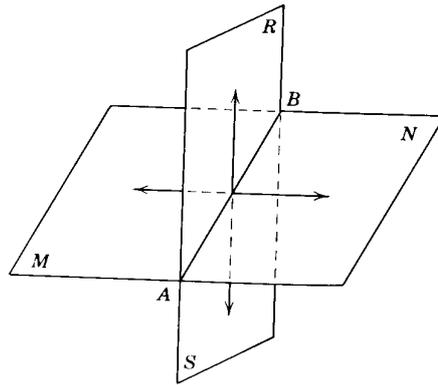


Gambar.1.12.

- Garis r memotong pesawat R .
- Pesawat R berisi garis l dan m .
- Pesawat R melewati garis l dan m .
- Pesawat R tidak melewati garis R .
- Pesawat MN dan Pesawat RS berpotongan di AB .
- Pesawat MN dan Pesawat RS baik melewati AB .
- AB terletak pada kedua bidang.
- AB terkandung dalam pesawat MN dan RS .

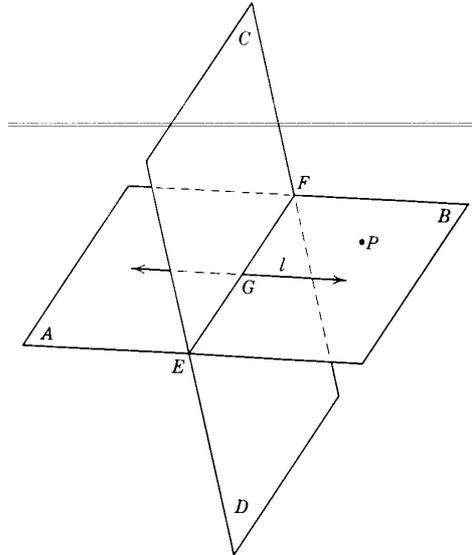
latihan

1. Berapa banyak titik yang disebuah garis?
2. Berapa banyak garis dapat melewati suatu titik tertentu?
3. Berapa banyak garis dapat melewati dua titik yang berbeda?
4. Berapa banyak pesawat dapat melewati dua titik yang berbeda?



Gambar 1.13.

5. Dapatkah garis selalu melewati setiap titik yang berbeda?
6. Sama dengan nomor 5
7. Bisakah dua sebuah pesawat yang memotong satu titik ?
8. Dapatkah tiga pesawat berpotongan disebuah garis lurus?
- 9- 17. Lihat gambar dan menunjukkan salah satu yang mengikuti pernyataan yang benar atau salah.
9. Pesawat AB memotong pesawat CD digaris l.
10. Pesawat AB melewati garis l.
11. Pesawat AB melewati EF.
12. Pesawat CD melewati EF.
13. $P \in$ pesawat CD.
14. $(\text{pesawat AB}) \cap (\text{pesawat CD}) = EF$
15. $l \cap EF = G$.
16. $(\text{pesawat CD}) \cap l = G$.
17. $(\text{pesawat AB}) \cap EF = EF$.
- 18-38. Buatlah gambar (jika mungkin) yang menggambarkan situasi yang digambarkan.
18. l dan m dua garis dan $l \cap m = \{P\}$.
19. l dan m adalah dua garis, $P \in l$, $R \in l$, $S \in m$ dan $RS \neq PR$
20. $C \notin AB$, dan $A \neq B$
21. $R \in ST$



Gambar soal no. 9-17

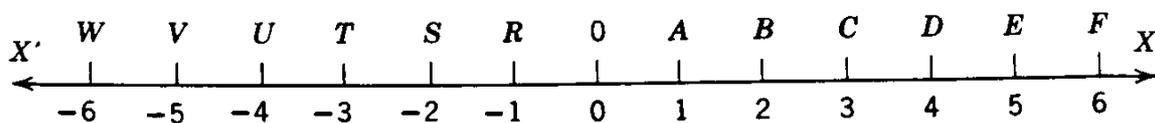
22. r dan s adalah dua garis, dan $r \cap s = \emptyset$.
23. r dan s adalah dua garis, dan $r \cap s \neq \emptyset$.
24. $P \notin KL$, $P \notin l$, dan $l \cap KL = \emptyset$.
25. R , S , dan T adalah tiga poin dan $T \in (RT \cap ST)$.
26. r dan s dua garis, $A \neq B$, dan $\{A, B\} \subset (r \cap s)$.
27. P , Q , R , dan S adalah empat titik, $Q \in PR$, dan $R \in QS$.
28. P , Q , R , dan S adalah empat titik **noncollinear**, $Q \in PR$, dan $Q \in PS$
29. A , B , dan C adalah tiga titik **noncollinear**, A , B , dan D tiga **collinear** titik, dan A , C , dan D adalah tiga poin **collinear**.
30. l , m , dan n adalah tiga garis, dan $P \in (m \cap n) \cap l$.
31. l , m , dan n adalah tiga garis, $A \neq B$, dan $\{A, B\} \subset (L \cap M) \cap n$.
32. l , m , dan n adalah tiga garis, $A \neq B$, dan $\{A, B\} = (L \cap M) \cap (n \cap m)$.
33. A , B , dan C adalah tiga titik **collinear**, C , D , dan E adalah tiga **noncollinear** titik, dan $E \in AB$.
34. $(\text{pesawat RS}) \cap (\text{pesawat MN}) = AB$.
35. $(\text{pesawat AB}) \cap (\text{pesawat CD}) = \emptyset$.
36. garis $l \subset$ pesawat AB. garis $m \subset$ pesawat CD. $l \cap m = \{P\}$.
37. $(\text{pesawat AB}) \cap (\text{pesawat CD}) = l$. garis $m \in$ pesawat CD. $l \cap m = \emptyset$.
38. $(\text{pesawat AB}) \cap (\text{pesawat CD}) = t$. garis $m \in$ pesawat CD. $l \cap m \neq \emptyset$.

1.10. Bilangan real dan garis bilangan. Angka-angka pertama anak belajar secara adalah menghitung atau bilangan natural, misalnya, $\{1, 2, 3, \dots\}$. alam jumlahnya tak terbatas; yaitu, diberi nomor apapun, bagaimanapun besar, selalu ada nomor lain yang lebih besar (tambahkan 1 ke nomor yang diberikan). Angka-angka ini dapat diwakili oleh titik-titik pada

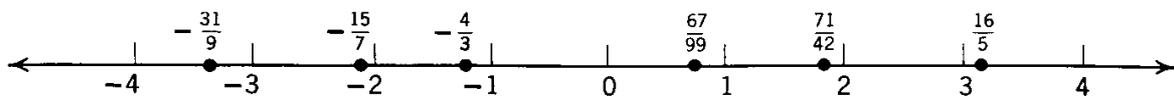
garis. Tempatkan titik 0 pada garis X'X (Gambar. 1.14). Titik 0 akan membagi garis menjadi dua bagian. Selanjutnya, biarkan A menjadi satu titik di X'X di sebelah kanan O. Kemudian, di sebelah kanan A, menandai spasi sama titik B, C, D, . . . Untuk setiap bilangan bulat positif akan ada tepat satu titik ke kanan titik O. Sebaliknya, masing-masing titik akan hanya mewakili satu positif seluruh nomor.

Dengan cara yang sama, titik-titik R, S, T, . . . dapat ditandai di sebelah kiri titik 0 sampai mewakili angka negatif secara keseluruhan.

Jarak antara titik yang mewakili bilangan bulat berturut-turut dapat dibagi menjadi dua bagian, pertiga, perempat, dan sebagainya, tanpa batas. Tingkatan diulang akan memungkinkan untuk mewakili semua fraksi positif dan negatif dengan titik pada garis. Catatan Gambar. 1,15 untuk beberapa nomor yang mungkin ditugaskan untuk titik pada garis.



Gambar .1.14.



Gambar. 1.15.

Kami sekarang telah memperluas titik-titik pada garis untuk mewakili semua nyata rasional nomor.

Definisi: Sebuah bilangan rasional adalah salah satu yang dapat dinyatakan sebagai hasil bagi bilangan bulat.

Hal ini dapat ditunjukkan bahwa setiap hasil bagi dari dua bilangan bulat dapat dinyatakan sebagai mengulangi desimal atau desimal yang berakhir, dan setiap desimal tersebut dapat ditulis setara menunjukkan hasil bagi dari dua bilangan bulat. Sebagai contoh, $13/27 = 0,481481. . .$ dan $1,571428571428. . . = 1117$ adalah bilangan rasional.

Bilangan rasional membentuk satu himpunan yang sangat besar, di antaranya dua bilangan rasional salah satunya sepertiga bilangan rasional. Dimana, ada jumlah tak terbatas titik bilangan rasional pada setiap garis skala tertentu. Namun, bilangan rasional masih tidak benar-benar mengisi garis skala.

Definisi: Sebuah bilangan irasional adalah salah satu yang tidak dapat dinyatakan sebagai hasil bagi dua bilangan bulat (atau sebagai desimal berulang atau mengakhiri).

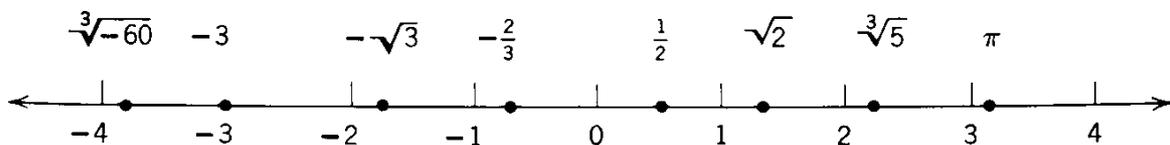
Contoh bilangan irasional adalah $\sqrt{2}$, $-\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{5}$, dan π . Kira-kira lokasi bilangan rasional dan irasional pada garis skala yang ditunjukkan pada Gambar. 1.16.

Persatuan himpunan bilangan rasional dan irasional membentuk himpunan bilangan real. Garis yang mewakili semua bilangan real disebut nyata garis nomor. Jumlah yang dipasangkan dengan titik pada garis bilangan disebut koordinat titik itu.

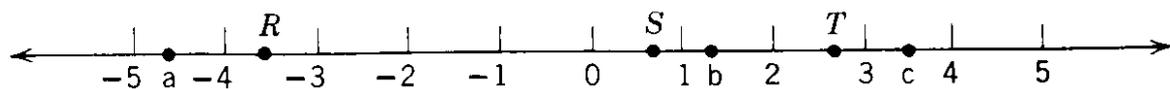
Kita meringkas dengan menyatakan bahwa garis bilangan real terdiri dari tak terbatas himpunan titik yang memiliki karakteristik sebagai berikut.

1. Setiap titik pada garis dipasangkan dengan tepat satu bilangan real.
2. Setiap bilangan real dapat dipasangkan dengan tepat satu titik pada garis.

Dimana, memberi dua himpunan, adalah sangat mungkin untuk memasangkan setiap elemen setiap himpunan dengan tepat satu unsur yang lain, dua himpunan yang dikatakan memiliki satu ke-satu korespondensi. Kami hanya menunjukkan bahwa ada satu ke-satu korespondensi. Kita hanya menunjukkan dimana sebuah satu ke-satu korespondensi antara himpunan bilangan real dan himpunan titik-titik pada garis.



Gambar.1.16.



Gambar.1.17.

1.11. Perintah dan garis bilangan. Semua dari kita pada satu waktu atau yang lain terlibat dalam perbandingan ukuran bilangan real. Simbol sering digunakan untuk menunjukkan ukuran relatif bilangan real. Pertimbangkan hal berikut.

simbol	makna
$a = b$	a sama dengan b
$a \neq b$	a tidak sama dengan b
$a > b$	a lebih besar dari b
$a < b$	a kurang dari b
$a \geq b$	adalah baik lebih besar dari b atau sama dengan b
$a \leq b$	adalah baik kurang dari b atau sama dengan b

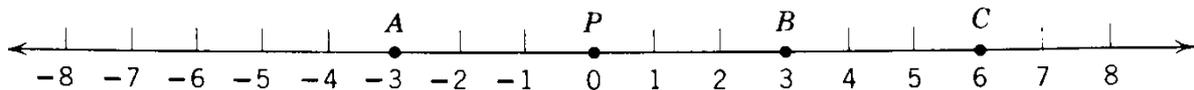
Perlu dicatat bahwa $a > b$ dan $b < a$ memiliki arti yang sama persis; yaitu, jika lebih dari b, maka b adalah kurang dari.

Garis bilangan adalah perangkat yang nyaman untuk memvisualisasikan pemesanan real nomor. Jika $b > a$, titik mewakili jumlah b akan terletak di kanan titik pada garis bilangan yang mewakili nomor (lihat Gambar. 1.17). Sebaliknya, jika titik S berada di kanan titik R, maka nomor yang ditugaskan untuk S harus lebih besar dari itu ditugaskan untuk R. Dalam gambar, $b < c$ dan $c > a$.

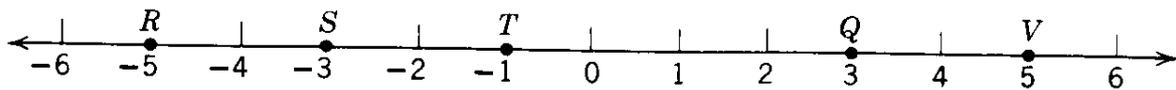
Ketika kita menulis atau besaran $a = b$ itu berarti mudah bahwa a dan b berbeda nama untuk nomor yang sama. Dengan demikian, titik yang merupakan jumlah yang sama pada garis bilangan harus identik.

1.12. Jarak antara titik. Seringkali dalam pelajaran geometri, kita akan berkaitan dengan "jarak antara dua titik." Pertimbangkan garis bilangan Gambar. 1.18 dimana titik A, P, B, C, masing-masing mewakili bilangan bulat -3,0,3,6. Kami mencatat dimana A dan B adalah jarak yang sama dari P, yaitu 3. Berikutnya mempertimbangkan jarak antara B dan C. Sedangkan koordinat berbeda dan sebelumnya dua kasus, jelas bahwa jarak antara titik diwakili oleh angka 3.

Bagaimana kita bisa sampai pada aturan untuk menentukan jarak antara dua titik? Kita bisa menemukan jarak diantara dua titik pada garis skala dengan pengurangan



Gambar. 1.18.



Gambar .1.19.

jumlah yang lebih kecil diwakili oleh dua poin dari yang lebih besar. Dengan demikian, pada Gambar. 1.19:

$$\text{Jarak dari T menuju V} = 5 - (-1) = 6.$$

$$\text{Jarak dari S menuju T} = (-1) - (-3) = 2.$$

$$\text{Jarak dari Q menuju R} = 3 - (-5) = 8.$$

Cara lain kita bisa menyatakan aturan di atas bisa menjadi: "pengurangan koordinat titik kiri dari titik ke kanan." Namun, aturan ini akan sulit untuk berlaku jika koordinat diungkapkan oleh tempat bagian a dan b. Kita akan perlu menemukan beberapa cara untuk selalu melewati sebuah nomor yang positif dan berhubungan dengan perbedaan koordinat titik. Untuk melakukan ini kita menggunakan simbol $|$. Simbol $|x|$ disebut kebenaran nilai dari x. Dalam pelajaran aljabar nilai kebenaran dari sejumlah x didefinisikan sebagai berikut.

$$|x| = x \text{ jika } x \geq 0$$

$$|x| = -x \text{ jika } x < 0$$

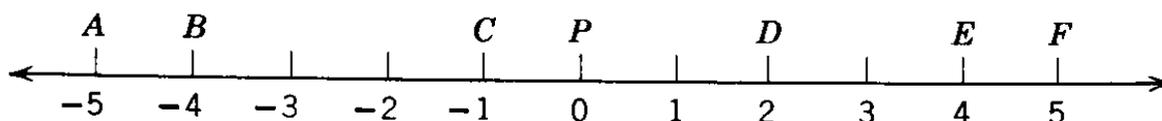
Pertimbangkan ilustrasi berikut dengan contoh sebelumnya.

kolom 1	kolom 2
$131 = 3$	$31/01 = 3$
$15 - (-1) = 101 = 0$	$1(-1) - (5) = 1-05 = 0$
$1(-1) - (-3) = 121 = 2$	$1(-3) - (-1) = 1-21 = 2$
$13 - (-5) = 181 = 8$	$1(-5) - (+3) = 1-81 = 8$

Dengan demikian, kami mencatat bahwa untuk mencari jarak antara dua titik kita hanya perlu pengurangan koordinat lain dan kemudian mengambil nilai kebenaran dari perbedaan. Jika a dan b adalah koordinat dua titik, titik bisa dinyatakan dengan jarak $|a - b|$ atau $|b - a|$.

latihan

1. Apakah koordinat B? D?
2. Apa titik terletak setengah jalan antara B dan D?
3. Apa yang koordinat titik 7 kesatuan di sebelah kiri D



Gambar soal 1-8

4. Apakah koordinat titik 3 kesatuan di sebelah kanan C?
5. Apa yang koordinat titik tengah antara C dan F?
6. Apa yang koordinat titik tengah antara D dan F?
7. Apakah koordinat titik tengah antara C dan E?
8. Apa yang koordinat titik tengah antara A dan C?
- 9-16. Mari a, b, c, d, e, f, p mewakili koordinat titik A, B, C, D, E, F, P, berturut-turut. Tentukan nilai-nilai determinan berikut.

- | | | |
|-------------|-------------|-------------|
| 9. $e-p$ | 10. $b-p$ | 11. $b-c$ |
| 12. $ d-b $ | 13. $ e-d $ | 14. $ d-f $ |
| 15. $ c-d $ | 16. $ a-c $ | 17. $ a-e $ |

18-26. Mengevaluasi berikut.

- | | | |
|-------------------|-----------------------|----------------------|
| 18. $ -1 + 2 $ | 19. $ -3 + -4 $ | 20. $ -8 - -3 $ |
| 21. $ -4 - -6 $ | 22. $ -3 \times 3 $ | 23. $2 -4 $ |
| 24. $ -4 ^2$ | 25. $ 2 ^2 + -2 ^2$ | 26. $ 2 ^2 - -2 ^2$ |

1.13. Segmen. Setengah garis. Sinar. Mari kita pertimbangkan bahwa bagian dari garis antara dua titik pada garis.

Definisi: Bagian dari garis AB antara A dan B, bersama-sama dengan titik A dan B, disebut segmen AB (Gbr. 1.19a). Secara simbolis tertulis \overline{AB} . titik A dan B disebut titik akhir dari AB. Jumlah yang memberitahu seberapa jauh itu dari A ke B disebut ukuran (atau panjang) dari AB. Dalam teks ini kita akan menggunakan simbol m_{AB} berarti panjang AB.



Gambar. 1.19a. Segmen AB.

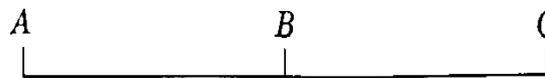
Siswa harus berhati-hati untuk mengenali perbedaan antara arti dari simbol \overline{AB} dan m_{AB} . Yang pertama mengacu pada sebuah bentuk geometris mencari, yang kedua untuk sebuah nomer.

Definisi: B adalah antara A dan C (lihat Gambar 1.20.) Jika, dan hanya jika, A, B, dan C adalah poin yang berbeda pada baris yang sama dan $mAB + mBC = mAC$. Menggunakan tanda yang sama berarti bahwa nama yang digunakan di sebelah kiri ($mAB + mBC$) dan nama yang digunakan di sebelah kanan tanda persamaan (mAC) adalah dua nama yang berbeda untuk nomor yang sama.



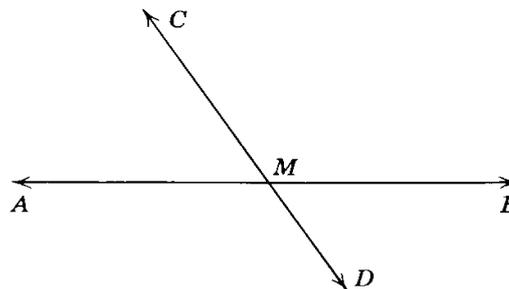
Gambar. 1.20. $mAB + mBC = mAC$.

Definisi: A titik B adalah titik tengah AC jika B adalah antara A dan C dan $mAB = mBC$. Titik tengah bisa dikatakan membagi dua ruas (lihat Gambar. 1.21).



Gambar. 1.21. $mAB = mBC$.

Sebuah garis atau ruas yang melewati titik tengah dari kedua ruas membagi ruas. Jika, pada Gambar. 1.22, M adalah titik tengah AB, maka CD membagi AB.



Gambar. 1.22.

Definisi: Himpunan yang terdiri dari titik-titik antara A dan B disebut ruas yang terbuka atau jarak yang bertautan A dan B. Hal ini ditunjukkan dengan simbol AB .

Definisi: Untuk dua titik yang berbeda A dan B, bentuk $\{A\} \cup (AB)$ disebut setengah ruas yang terbuka. Hal ini ditunjukkan dengan symbol AB . Ruas terbuka dan ruas setengah terbuka diilustrasikan pada Gambar. 1.23.

Setiap titik pada garis membagi garis menjadi dua bagian. Pertimbangkan garis l melalui titik A dan B (Gambar. 1.24a).

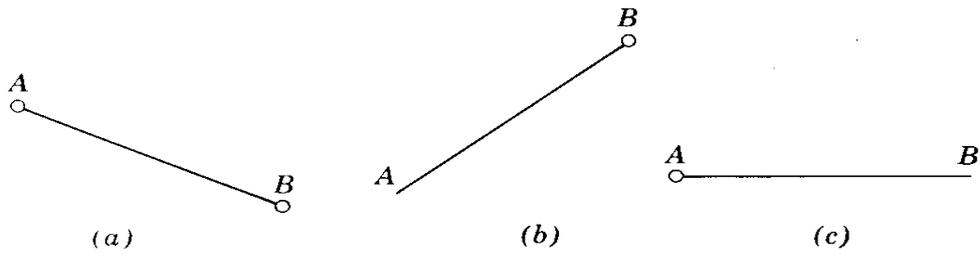
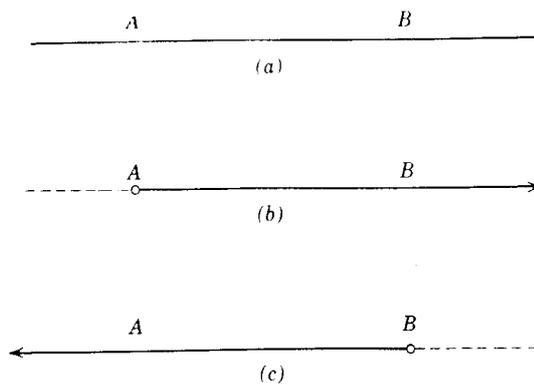


Fig. 1.23. (a) \overline{AB} (b) \overline{AB} (c) \overline{AB} .

Definisi: Jika A dan B adalah titik-titik garis l, maka himpunan titik-titik dari l yang berada di sisi yang sama dari A seperti B adalah garis tengah dari A melewati B (Gbr. 1.24b).

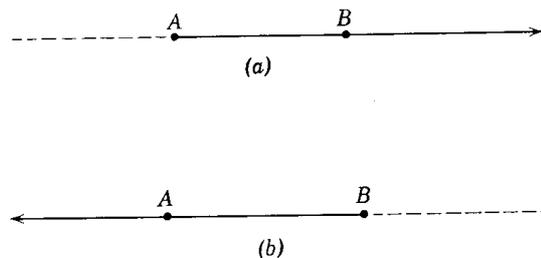
Simbol untuk garis tengah dari A melewati B adalah \overline{AB} dan dibaca "garis tengah AB." Panah menunjukkan bahwa garis tengah mencakup semua titik garis pada sisi yang sama dari A adalah B. Simbol untuk garis tengah dari B melalui A (Gbr. 1.24c) adalah \overline{BA} . Catatan bahwa A bukan merupakan unsur \overline{AB} . Demikian pula, B bukan milik \overline{BA} .



Gambar. 1.24. (a) garis AB. (b) setengah garis AB. Setengah garis BA.

Definisi: Jika A dan B adalah titik dari garis l, maka himpunan titik l yang terdiri dari titik A dan semua titik yang berada di sisi yang sama dari A seperti B adalah sinar dari A melalui B. Titik A disebut titik akhir sinar AB.

Simbol untuk sinar A melewati B adalah \overrightarrow{AB} (Gambar. 1.25a) dan dibaca "sinar AB." Simbol untuk sinar dari B melalui A (Gambar. 1.25b) adalah \overrightarrow{BA} .

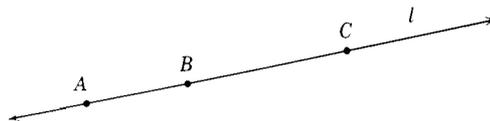


Gambar. 1.25. (a) sinar AB. (b) sinar.BA.

Definisi: BA dan BC disebut sinar berlawanan jika dan hanya jika A, B, dan C adalah collinear titik dan B antara A dan C (Gambar. 1.26).

Akan terlihat bahwa titik A dan B pada Gambar. 1.26 menentukan bentuk sembilan geometris

AB, AB, AB, AB, AB, AB, BA, BA, sinar berlawanan AB. dan sinar berlawanan BA. Persatuan BA dan BC adalah BC (atau AC). Persimpangan BA dan AB adalah AB.

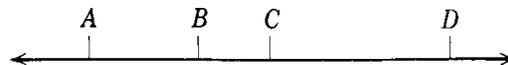


Gambar. 1.26.

latihan

1-12. Mengingat: A, B, C, D adalah collinear dan C adalah titik tengah AD.

- I. Apakah C membagi AD?
2. Apakah B, C, dan D collinear?
3. Apakah BC melewati A?
4. Apakah $mAB + mBC = mAC$?
5. Apakah C antara A dan B?



Gambar.1-12.

6. Apakah CA dan CD sinar yang berbeda?
7. Apakah $C \in BD$?
8. Apakah $CA \cap BD$?
9. Apakah $BA \cap BD$?
10. Apakah $AB \cup BC$?
- II. Apakah $AB \cup BC$?
12. Apakah $CB \cap JD$?
- 13-32. Buatlah gambar (jika mungkin) yang menggambarkan situasi yang digambarkan dalam

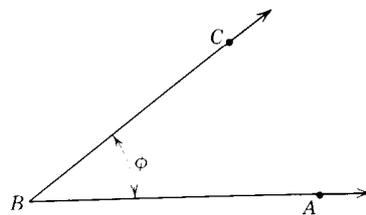
berikut latihan.

13. B adalah antara A dan C, dan C adalah antara A dan D.
14. A, B, C, dan D adalah empat poin collinear, A adalah antara C dan D, dan D adalah antara A dan B.
15. $R \in ST$ dan $R \notin ST$
16. PQ C RS
17. QP C RG
18. $B \in AC$ dan C adalah anantara A dan D

19. $PQ = PR \cup PQ$
20. $T \in RS$ dan $S \in RT$
21. $PQ = PR \cup PG$
22. $AB \cap CD = \{E\}$.
23. PQ PR dan PS adalah tiga garis tengah, dan $QR \cap PS \neq \emptyset$
24. PQ PR dan PS adalah tiga garis tengah, dan $QR \cap PS = \emptyset$
26. $PQ = PR \cup PQ$
27. $PQ = PQ \cup QR$
28. P , Q , dan R adalah tiga titik collinear, $P \in QR$, dan $R \in PQ$.
29. l , m dan n adalah 3garis nyata, $l \cap m = \emptyset$, $m \cap n = \emptyset$.
30. l , m dan n adalah 3garis nyata, $l \cap m = \emptyset$, $m \cap n = \emptyset$, $l \cap n \neq \emptyset$.
31. $R \in KL$ dan $L \in RH$
32. $D \in JK$ dan $F \in DK$

1.14 Segitiga. Dilihat pada gambar. 1.27 adalah mewakili sebuah segitiga.

Definisi: sebuah segitiga adalah pusat dari dua sinar yang mempunyai titik akhir yang sama,. Sinar bisa disebut sisi segitiga dan titik akhir disebut puncak dari segitiga.

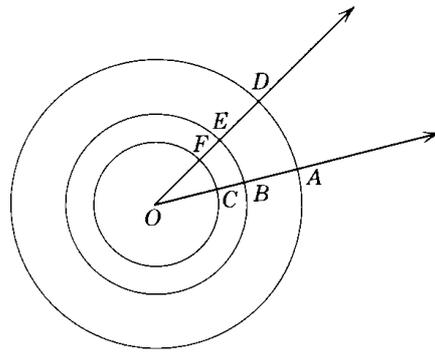


Gambar. 1.27.

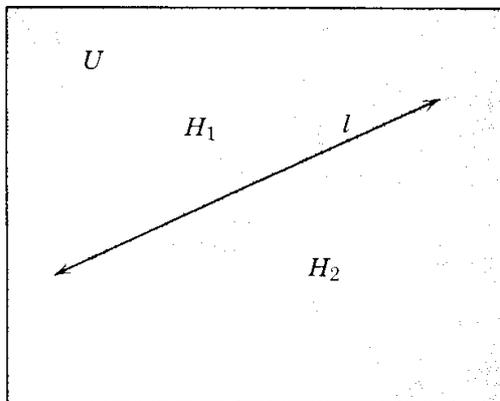
Simbol dari segitiga adalah \triangle ; jamak \triangle . Dimana tiga ruang disebut sebuah segitiga.: (1) dengan 3 huruf besar, huruf tengah berisi puncak dan dua titik lainnya yang berada di sudut sebuah segitiga, sebagai $\triangle ABC$. (2) dengan sebuah segitiga huruf kapital yang berada di puncak jika itu adalah jelas sebuah arti segitiga, sebagai $\triangle B$ dan (3) sebuah huruf kecil bagian dalam sebuah segitiga, kemajuan di karya matematika, huruf kecil sebagai nama sebuah segitiga biasanya huruf Yunani, sebagai $\triangle \phi$. Pelajar akan menemukan huruf dari alphabet Yunani di lampiran dari buku.

Pelajar harus mencatat sisi-sisi segitiga secara tak terbatas dengan panjang dalam dua arah. Ini karena sisi sebuah segitiga adalah sinar tidak ruas, digambar 1.28, $\angle AOD$, $\angle BOE$, dan $\angle COF$ semua mengarah sama segitiga, $\angle O$.

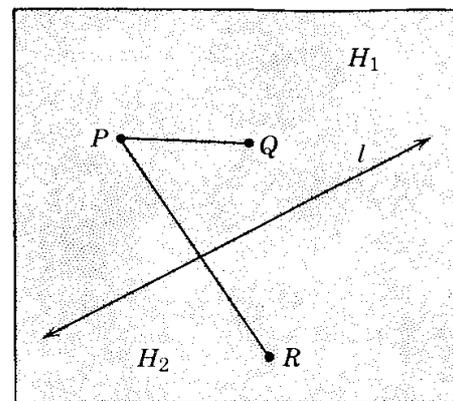
1.15 Pemisahan dari Bidang. Pemisah titik garis dalam dua garis tengah, Dalam cara serupa, kami bisa berpikir dari garis pemisah bidang U kedalam dua



Gambar.1.28.



Gambar.1.29.



Gambar.1.30.

Setengah bidang H_1 dan H_2 (Gambar. 1.29). Dua himpunan poin H_1 dan H_2 bisa disebut sisi (atau setengah bidang) dari garis l . Garis l disebut tepi masing-masing setengah bidang. Perhatikan bahwa setengahbidang tidak mengandung poin dari tepi; bahwa, l tidak terletak pada salah satu dari dua setengah bidang. Kita bisa menulis fakta ini sebagai $H_1 \cap l = \emptyset$ dan $H_2 \cap l = \emptyset$. Sebuah setengahbidang bersama dengan tepi disebut sebuah setengah bidang. Sebuah bidang $U = H_1 \cup l \cup H_2$.

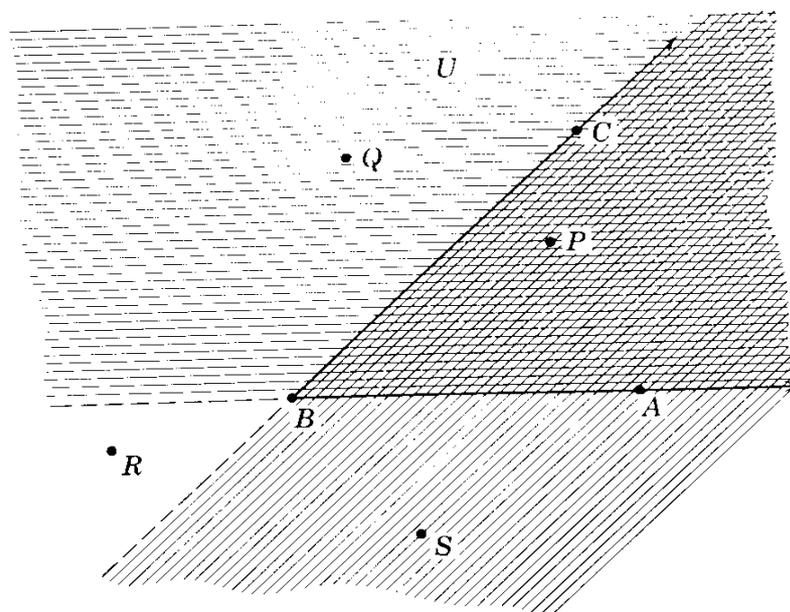
Jika dua poin P dan Q bidang U terletak pada setengah bidang yang sama, mereka disebut berada pada sisi yang sama dari garis l yang membagi bidang menjadi setengah bidang. Dalam hal ini $PQ \cap l = \emptyset$. Jika P terletak pada satu setengah bidang U dan R (Gbr. 1.30), mereka terletak di atas sisi l yang berlawanan. dimana $PR \cap l \neq \emptyset$.

1.16. Interior dan eksterior dari segitiga. Pertimbangkan $\triangle ABC$ (Gbr. 1.31) berada di bidang U . Garis AB memisahkan bidang menjadi dua setengah bidang, salah satunya mengandung C . Garis BC juga memisahkan bidang menjadi dua setengah bidang, salah satu

yang berisi A. persimpangan dua setengah bidang ini adalah interior yang $\angle ABC$.

Definisi: Pertimbangkan $\triangle ABC$ berada di bidang U . Bagian dalam sebuah segitiga adalah himpunan semua titik dari bidang di sisi yang sama dari AB sebagai C dan sisi yang sama dari BC sebagai A . Eksterior $\angle ABC$ adalah himpunan semua titik U yang tidak terletak pada interior segitiga atau di segitiga sendiri. Sebuah cek dari definisi akan terlihat pada Gambar. 1.31, titik P berada di dalam $\angle ABC$; titik Q, R , dan S berada di luar sudut.

1.17. Ukuran segitiga. Kami akan perlu untuk mengekspresikan "ukuran" dari sebuah segitiga dalam beberapa cara. Segitiga biasanya diukur dalam hal satuan derajat.



Gambar.1.31.

Definisi: Untuk setiap sudut yang sesuai dengan tepat satu bilangan real r diantaranya 0 dan 180. Jumlah nomer r disebut ukuran atau ukuran derajat dari sebuah sudut.

Sementara kita akan membahas lingkaran, jari-jari, dan busur panjang lebar dalam Bab 7. Itu diasumsikan bahwa siswa memiliki pemahaman berdasarkan persyaratan. Dengan demikian, untuk membantu siswa lebih baik untuk memahami arti dari istilah kami akan menyatakan bahwa jika lingkaran dibagi menjadi 360 busur yang sama dan jari-jari digambar dua titik berturut-turut divisi, sudut yang terbentuk di pusat oleh ini Jari-jari memiliki ukuran satu derajat. Ini adalah sudut satu derajat. simbol untuk derajat adalah $^\circ$. sudut ini cukup kecil.

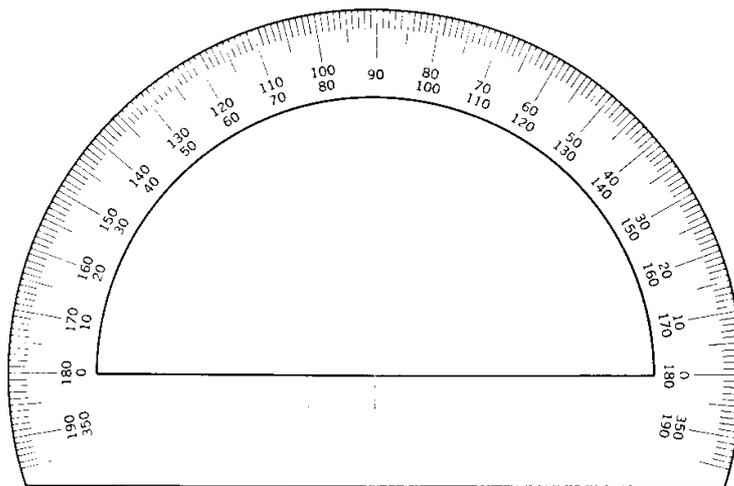
Kami mendapatkan gambaran tentang "ukuran" dari sudut satu derajat ketika kita menyadari bahwa, jika pada Gambar. 1,32 (tidak gambar untuk skala), BA dan BC masing-masing 57 inci panjang nyadan AC adalah salah satu inci yg paling panjang, maka $\angle ABC$ memiliki ukuran sekitar satu.

Kita bisa menggambarkan ukuran sudut ABC tiga cara:
 Ukuran $\angle ABC$ adalah 1.
 $m\angle ABC = 1$.
 $\angle ABC$ adalah (satu derajat sudut).



Gambar. 1.32.

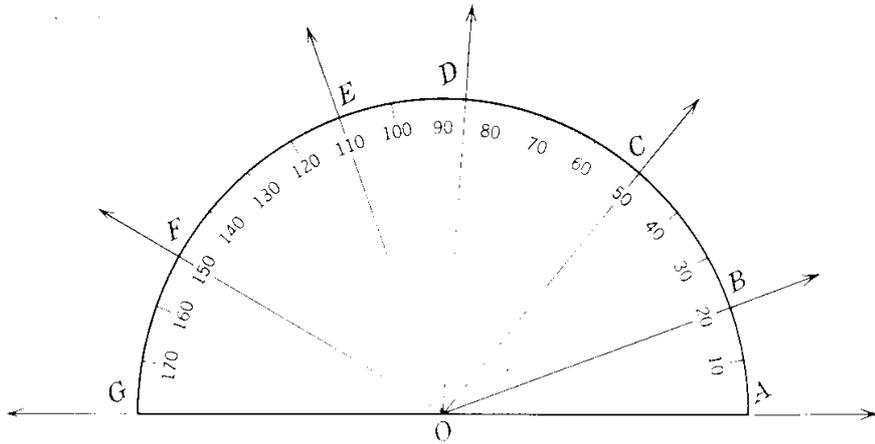
Hanya satu penggaris yang bisa digunakan untuk bisa mengukur sudut bisa ditemukan (Gambar. 1.33).



Gambar. 1.33. Sebuah busur derajat.

Jadi, pada Gambar. 1,34, kita akan menunjukkan langkah-langkah erkiraan sudut sebagai berikut:

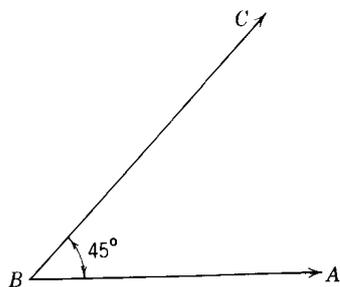
$m\angle AOB = 20$	$m\angle COD = 86-50 $ atau $ 50-86 = 36$
$m\angle AOD = 86$	$m\angle DOF = 150-86 $ atau $ 86-150 = 64$
$m\angle AOF = 150$	$m\angle BOE = 110 - 20 $ atau $120-110 = 10$



Gambar.1.34

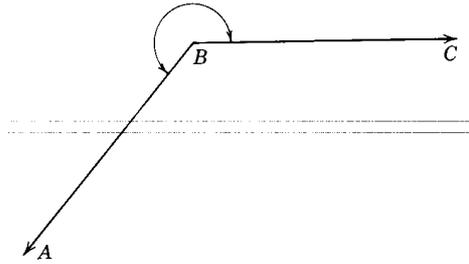
Pembaca harus mencatat bahwa ukuran sudut bernilai mutlak benar antara nomor yang sesuai dengan sisi sudut. Oleh karena itu, dengan demikian, itu hanyalah nomer dan tidak lebih.

Express mengukur dari sudut, katakanlah, 30 derajat. Namun, kami akan selalu menunjukkan dalam sebuah diagram ukuran sudut oleh memasukkan nomor dengan tanda di bagian dalam sudut (lihat Gambar. 1.35). Nomor 45 adalah angka derajat sudut.



Angka itu sendiri disebut ukuran sudut. Dengan mendefinisikan ukuran sudut sebagai angka, kami membuatnya tidak perlu menggunakan kata derajat atau menggunakan simbol untuk derajat dalam mengungkapkan ukuran sudut.

Dalam menggunakan busur derajat, kita membatasi diri untuk sudut yang tidak lebih besar dari 180. Ini akan meneluarkan sebuah ukuran sudut $\angle ABC$ diilustrasikan pada Gambar. 1.36. Sementara kita tahu bahwa sudut dapat terjadi ketika yang lebih besar dari 180, mereka tidak akan muncul dalam teks ini. Oleh karena itu $\angle ABC$ sedemikian angka akan menunjuk ke sudut dengan ukuran yang lebih kecil. penelitian dari sudut yang menunjukkan yang lebih besar dari 180 akan dilakukan kemajuan dalam matematika

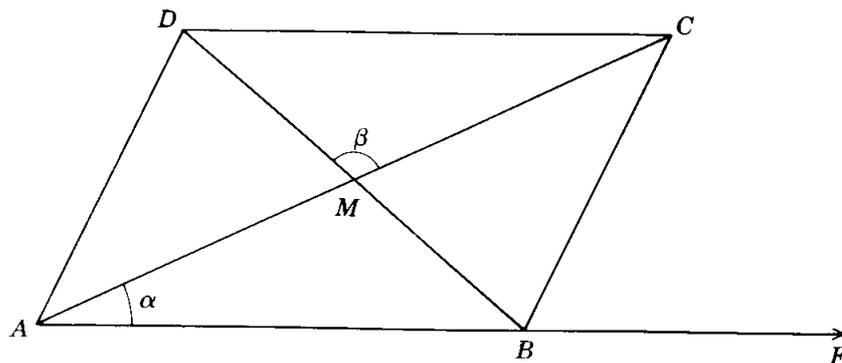


Gambar. 1.36.

Mahasiswa mungkin bertanya-tanya tentang keberadaan sudut yang dimana ukuran adalah 0. Kami akan menganggap bahwa sebuah sudut ada ketika dua sisi sudut sama. Anda akan mencatat bahwa bagian sebuah sudut adalah himpunan kosong, \emptyset

Latihan (A)

1. Nama sudut yang dibentuk oleh MD dan MC dalam tiga cara yang berbeda.
2. Nama $\angle \alpha$ empat cara penjumlahan.
3. Berikan tiga cara tambahan untuk nama DM.



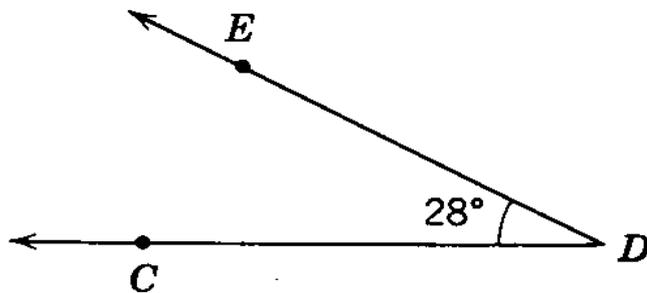
Eks.1-10

4. Nama dua sisi dari $\angle FBC$.
5. Apakah $\angle ABD \cap \angle DBC$?
6. Apakah $\angle AMD \cap \angle BMC$?
7. Sebutkan tiga sudut yang sisi-sisinya adalah pasang sinar berlawanan.
8. Apakah $\angle AC \cap BD$?
9. Apakah $MA \cup MD$?
10. Apakah $MA \cup MD$?
- 11-20. gambarlah (jika mungkin) gambar yang menggambarkan situasi yang digambarkan dalam masing-masing berikut ini.
11. L adalah garis. $PQ \cap l = \emptyset$.
12. L adalah garis. $PQ \cap l \neq \emptyset$
13. L adalah garis. $PQ \cap l \neq \emptyset$. $PQ \cap l = \emptyset$
14. L adalah garis. $PQ \cap l = \emptyset$. $PR \cap l \neq \emptyset$
15. L adalah garis. $PQ \cap l = \emptyset$. $PR \cap l \neq \emptyset$

16. L adalah garis. $PQ \cap l = \emptyset$. $QR \cap l = \emptyset$. $PR \cap l \neq \emptyset$
 17. L adalah garis. $PQ \cap l = \emptyset$. $QR \cap l \neq \emptyset$. $PR \cap l = \emptyset$
 18. L adalah garis yang memisahkan bidang U menjadi setengah bidang H_1 dan H_2 . $PQ \cap l \neq \emptyset$, $P \in H_1$, $Q \in H_2$.
 19. L menentukan dua setengah bidang h_1 dan h_2 . $R \in l$, $S \in l$, RS
 20. L menentukan dua setengah bidang h_1 dan h_2 .

Latihan (B)

21. Gambarlah dua sudut dalam yang tidak memiliki titik kesamaan.
 22. tunjukan ukuran sudut dalam tiga cara yang berbeda.

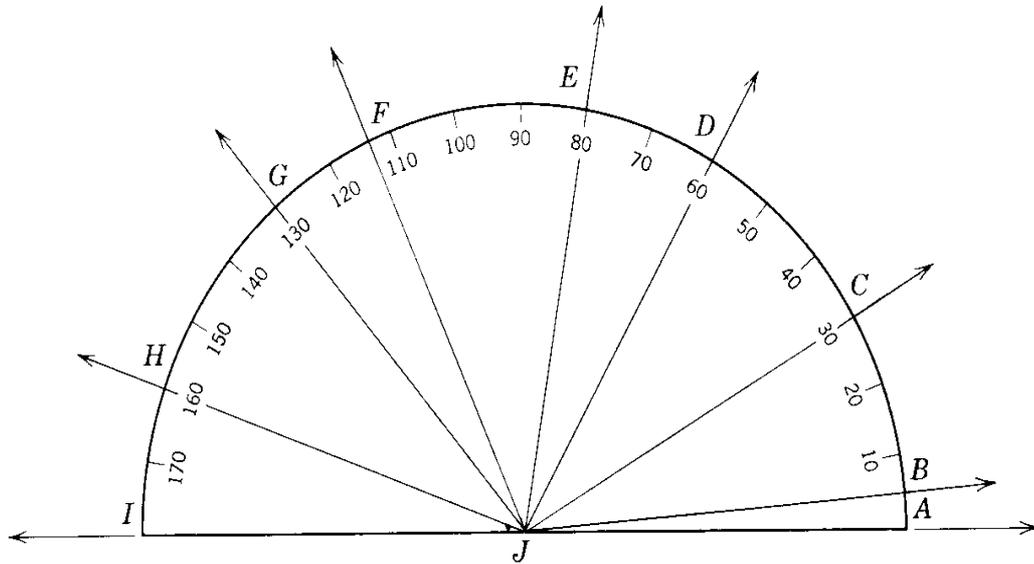


Ex. 22.

23. Dengan menggunakan busur derajat, gambarlah sudut yang mengukur 55. nama sudut $\angle KTR$.

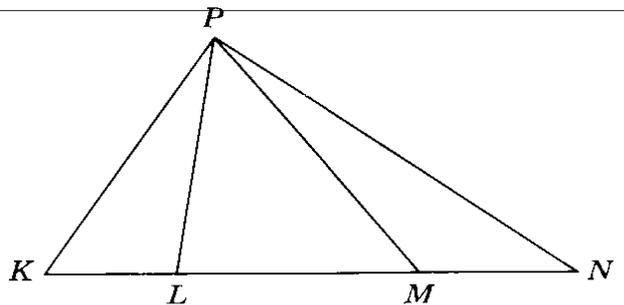
24. Temukan kebenaran nilai dari masing-masing sebagai berikut:

- | | | |
|---------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| (a) $m\angle AJC$. | (d) $m\angle DJB$. | (g) $m\angle HJC + m\angle fJE$. |
| (b) $m\angle CJE$. | (e) $m\angle BJF$. | (h) $m\angle HJB - m\angle fJD$. |
| (c) $m\angle HJC$. | (f) $m\angle CJD + m\angle GJD$. | (i) $m\angle DJG - m\angle BJC$. |



Ex. 24.

25. Gambarlah $\angle BAC$ sehingga $m(\angle BAC) = 4$ inci. Pada A menarik AC sehingga $m\angle BAC = 63$. Pada B menarik ED sehingga $m\angle ABD = 48$. Label titik di mana sinar berpotongan dengan K. Artinya, $AC \cap Bb = \{K\}$. Dengan bantuan busur derajat temukan $m\angle AKB$.



Ex. 26.

26. Selesaikanlah:

- (a) $m\angle KPL + m\angle LPI - m\angle$.
- (b) $m\angle MPN + m\angle LPM = m\angle$.
- (c) $m\angle KPM - m\angle LPM = m\angle$.
- (d) $m\angle KPN - m\angle MPN = m\angle$.

27. Dengan bantuan busur derajat menggambar sudut 70° disebut $\angle RST$. Lokasi titik P di bagian dalam $\angle RST$ sehingga $m(\angle SP \cup S7) = 25$.

Apakah $m\angle PSR$?

28. Dengan bantuan busur derajat gambarlah $\angle ABC$ sehingga $m\angle ABC = 120$. Lokasi titik P di bagian luar $\angle ABC$ sehingga $B \in PC$. Cari nilai kebenaran $m(\angle BP \cup BA)$.

1.18. Jenis sudut. Dua sudut dikatakan sudut yang berdekatan jika mereka memiliki puncak yang sama, sebuah sisi yang sama, dan kedua sisi berlawanan mendekat di setengah bidang ditentukan oleh garis yang berisi sisi. Sinar tidak biasa untuk kedua sudut sering disebut sisi luar dari dua sudut yang berdekatan. Pada Gambar. 1.37 $\angle AOB$ dan $\angle BOG$ adalah sudut yang berdekatan. OB terletak di garis dalam $\angle AOC$.

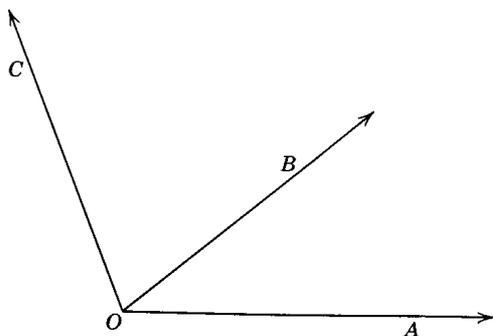


Fig. 1.37. Adjacent \angle S.

Pasangan sudut **nonadjacent** terbentuk ketika dua garis berpotongan disebut sudut vertikal. Pada Gambar. 1.38 $\angle \alpha$ dan $\angle \alpha'$ adalah sudut vertikal dan begitu juga $\angle \beta$ dan $\angle \beta'$

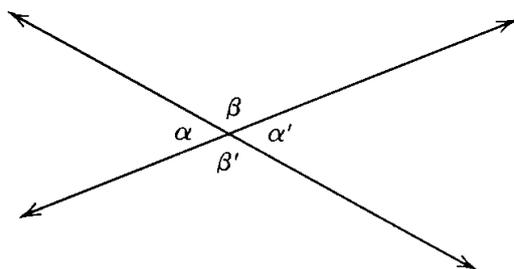


Fig. 1.38. $\angle \alpha$ and $\angle \alpha'$ are vertical \angle S.

Sebagai ukuran sudut meningkat dari 0-180 mengikuti jenis sudut: sudut lancip, sudut kanan, sudut tumpul, dan sudut lurus (lihat Gambar. 1.39).

Definisi: Sebuah sudut adalah sudut lancip jika memiliki ukuran kurang dari 90. Sudut adalah sudut siku-siku jika memiliki ukuran 90. Sebuah sudut adalah sudut tumpul jika ukurannya lebih dari 90 dan kurang dari 180. Sebuah sudut adalah sudut lurus jika ukurannya sama dengan 180.

Sebenarnya, definisi untuk sudut lurus tidak memiliki kekerasan. karena kita mendefinisikan sudut sebagai "penyatuan dua sinar yang memiliki titik akhir yang sama," kita tahu bahwa definisi harus merupakan pernyataan reversibel. Oleh karena itu, kita harus menyimpulkan bahwa setiap penyatuan dua sinar yang memiliki sama

titik akhir akan menghasilkan sudut. Padahal kita tahu bahwa BC U BA adalah AC. pada dasarnya sudut lurus adalah garis lurus. kita tahu itu tidak benar. Sudut bukanlah sebuah garis.

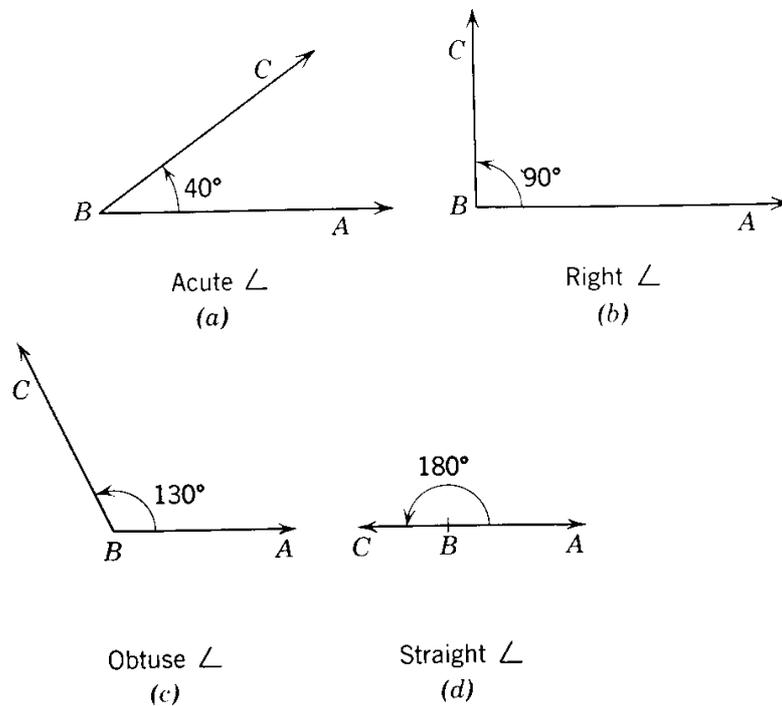


Fig. 1.39.

Namun, karena istilah "sudut lurus" cukup sering digunakan untuk mewakili sebuah gambar diilustrasikan pada Gambar. 1.39d, kami akan mengikuti praktek yang ada dalam buku ini. Beberapa tulisan menyebut gambar sebuah sepasang linear. *

Definisi: Jika A, B, dan C adalah collinear dan A dan C busur di sisi berlawanan dari B, maka RA U BC adalah disebut sudut lurus dengan B puncak dan H "dan BC sisi.

Definisi: Sebuah sudut dihedral dibentuk oleh penyatuan dua setengah bidang dengan tepi yang sama. Setiap setengah bidang disebut wajah sudut (lihat Gambar. 1.40). Sudut dihedral akan dipelajari dalam Bab 14.

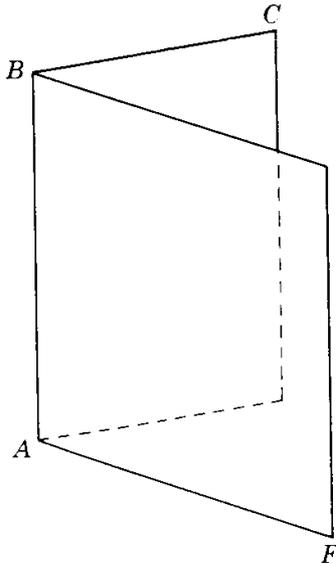


Fig. 1.40. Dihedral angle.

1.19. Sudut yang kongruen. Segmen kongruen.

Sebuah konsep umum dalam kehidupan sehari-hari adalah bahwa ukuran dan ukuran komparatif. Kita sering berbicara tentang dua hal yang memiliki ukuran yang sama. kata "kongruen" digunakan dalam geometri untuk mendefinisikan apa berdasarkan berbicara tentang "memiliki ukuran yang sama dan gambar yang sma". kongruen bisa digunKn untuk yang lainnya.

Definisi: sudut bidang kongruen jika mereka memiliki ukuran yang sama. bagian yang kongruen jika mereka memiliki ukuran yang sama. Dengan demikian, jika kita tahu bahwa $m\angle A = m\angle C$, kita bisa menyebut AB dan CD kongruen, bahwa AB kongruen ke CD atau CD kongruen dengan AB. Sekali lagi, jika kita tahu bahwa $m\angle ABC = m\angle RST$, kita dapat mengatakan bahwa $\angle ABC$ dan $\angle RST$ adalah sudut yang kongruen, $\angle ABC$ adalah kongruen dengan $\angle RST$, atau bahwa $\angle RST$ kongruen dengan $\angle ABC$.

Simbol-simbol yang kita telah digunakan sejauh ini dalam mengekspresikan kesetaraan tindakan antara bahian garis atau antara sudut agak rumit. untuk mengatasi ini, matematikawan telah menemukan simbol baru untuk keselarasan. itu simbol untuk "kongruen dengan" adalah \cong . Dengan demikian, artinya sama.

$$m\angle A = m\angle C$$

$$m\angle ABC = m\angle RST$$

$$AB \cong CD$$

$$\angle ABC \cong \angle RST$$

Definisi: garis-bagi sudut adalah sinar yang titik akhirnya adalah puncak dari sudut dan yang membagi sudut menjadi dua sudut yang kongruen. Sinar BD Gambar. 1.41 membagi, atau garis-bagi sudut, $\angle ABC$ jika D berada dibagian dalam $\angle ABC$ dan $\angle ABD \cong \angle DBC$.

1.20. Garis tegak lurus dan sudut kanan. Pertimbangkan empat angka

ditunjukkan pada Gambar. 1.42. Mereka adalah contoh representasi dari sudut kanan dan garis tegak lurus.

Definisi: Dua garis tegak lurus jika mereka berpotongan untuk membentuk sebuah sudut kanan. sinar dan bagian dikatakan tegak lurus satu sama lain jika garis yang tegak lurus satu sama lain.

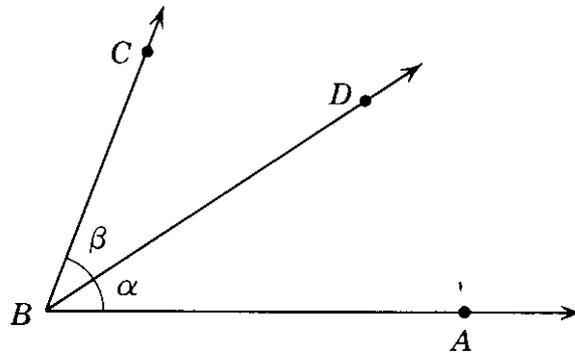


Fig. 1.41. Angle bisector.

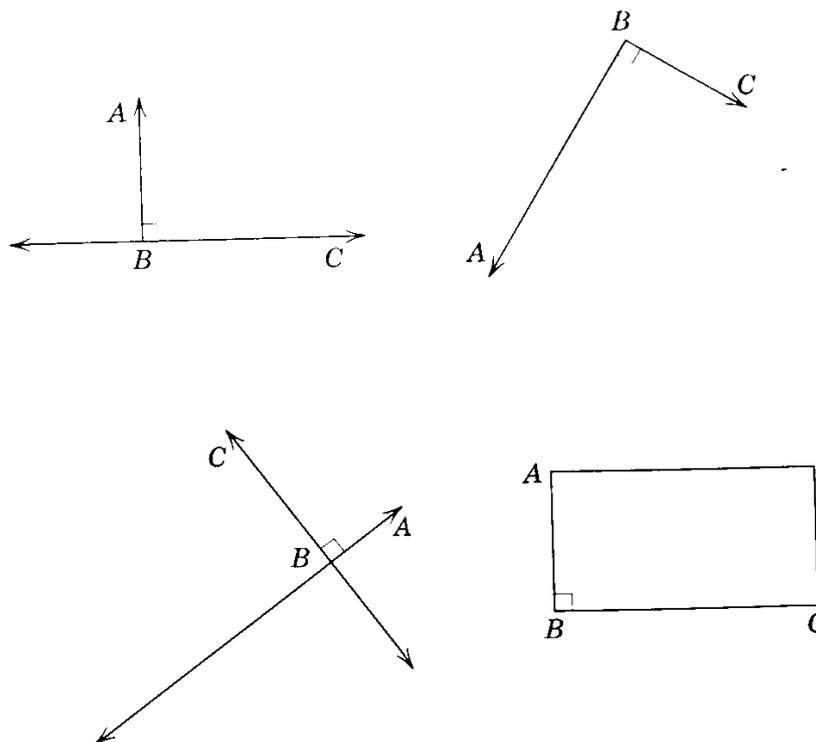


Fig. 1.42. Perpendicular lines.

Simbol untuk garis tegak lurus \perp . Simbol juga dapat dibaca "tegak lurus untuk". Sebuah sudut kanan biasanya ditunjuk dengan menempatkan sudut persegi tanda \square di mana kedua sisi sudut bertemu. Kaki tegak lurus dengan garis adalah titik di mana tegak lurus memenuhi garis. Dengan demikian, B adalah kaki dari tegak lurus gambar 1.42

Sebuah garis, sinar, atau bagian tegak lurus terhadap bidang jika itu tegak lurus

untuk setiap garis di bidang yang melewati kaki. Gambar. 1.43, $PQ \perp AQ$, $PQ \perp QB$.

1.21. Jarak dari titik ke garis. Jarak dari titik ke sebuah garis adalah ukuran dari bagian tegak lurus dari titik ke garis.

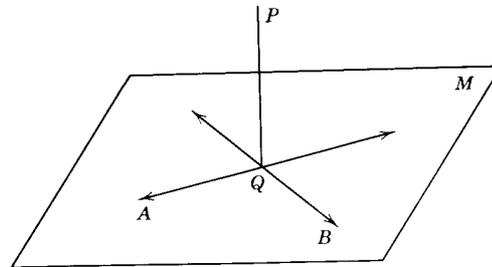


Fig. 1.43.

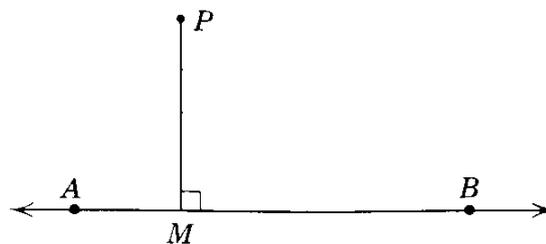


Fig. 1.44. Distance from point to line

Gambar. 1,44. Jarak dari titik ke garis

Jadi, pada Gambar. 1.44, ukuran PM adalah jarak dari titik P ke AB.

Dalam Bab 9, kita akan membuktikan bahwa jarak tegak lurus adalah jarak terpendek dari titik ke garis.

1.22. Pelengkap dan tambahan sudut. Dua sudut disebut pelengkap sudut jika jumlah kuran mereka adalah 90. Pelengkap sudut juga dapat didefinisikan sebagai dua sudut jumlah yang sama dengan ukuran sudut kanan. Pada Gambar. 1.45 $\angle \alpha$ dan $\angle \beta$ saling melengkapi sudut. Masing-masing adalah komplemen dari yang lain. Sudut adalah komplemen dari $\angle \beta$; dan $\angle \beta$ adalah komplemen dari $\angle \alpha$.

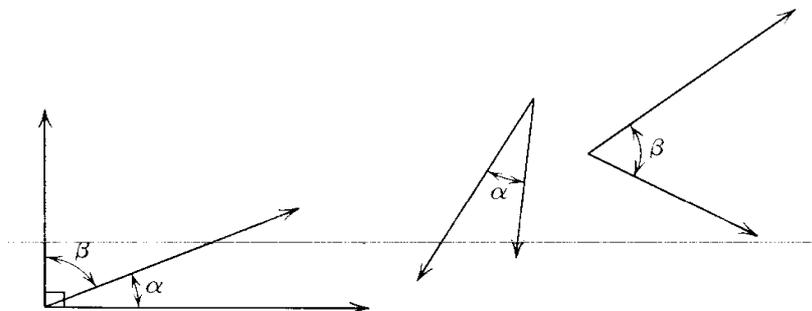


Fig. 1.45. Complementary \angle s.

Sudut adalah tambahan sudut jika jumlah ukuran mereka adalah 180. Kami juga bisa mengatakan sudut tambahan dua sudut yang jumlah ukurannya adalah sama dengan ukuran sudut lurus. Pada Gambar. 1.46 $\angle\alpha$ dan $\angle\beta$ adalah sudut-sudut tambahan. Sudut adalah suplemen $\angle\beta$ dan $\angle\beta$ adalah suplemen $\angle\alpha$.

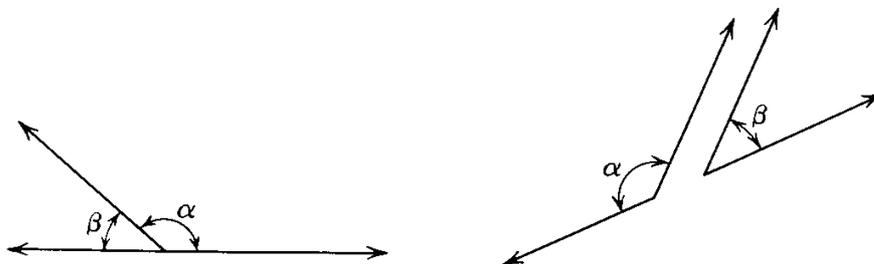


Fig. 1.46. Supplementary \angle s.

1.23 Segitiga. Jenis segitiga . Persatuan ketiga segmen AB, BC, dan AC disebut segitiga jika dan hanya jika A, B, dan C tiga titik noncollinear. Simbol untuk segitiga adalah Δ (jamak Δ_s). Dengan demikian, pada Gambar. 1,47, $\Delta ABC = AB \cup BC \cup AC$.

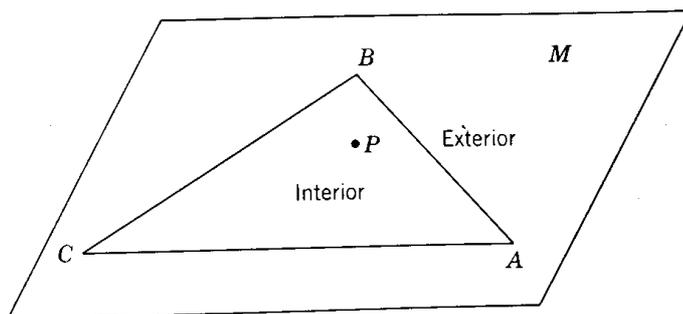
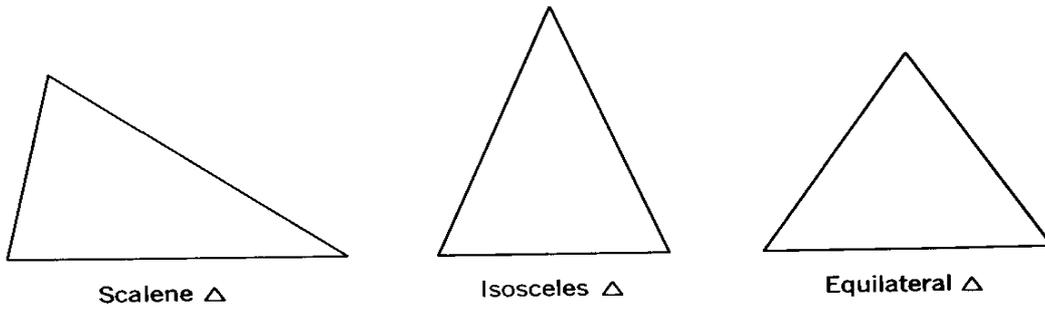


Fig. 1.47.

Setiap titik noncollinear disebut puncak segitiga, dan masing-masing dari segmen garis adalah sisi segitiga. Segitiga ABC, $\angle ACB$, dan $\angle CAB$ disebut sudut dalam atau hanya sudut segitiga. Pada Gambar. 1.47. A, B, dan C adalah simpul dari ΔABC ; AB, BC, dan CA adalah sisi ΔABC sudut C berlawanan sisi AB; AB adalah yang berlawanan $\angle C$. Sisi AC dan BC dikatakan termasuk $\angle C$. sudut C dan $\angle A$ meliputi sisi CA.

Titik P terletak di bagian dalam segitiga jika dan hanya jika terletak di bagian dalam masing-masing sudut segitiga. Setiap segitiga memisahkan titik dari bidang ke tiga bagian: segitiga itu sendiri, dalam segitiga dan eksterior segitiga. Eksterior segitiga adalah himpunan titik-titik dari bidang segitiga yang tidak unsur segitiga atau dalamnya. Dengan demikian, eksterior $\Delta ABC = [(\text{dalam } \Delta ABC) \cup \Delta ABC]$

Himpunan segitiga dapat diklasifikasikan menjadi tiga himpunan bagian dengan membandingkan sisi Δ (Gambar. 1.48). Sebuah segitiga adalah sisi tak sama panjang jika dan hanya jika tidak memiliki dua sisi yang kongruen. Sebuah segitiga sama kaki jika dan hanya jika memiliki dua sisi yang kongruen.



Segitiga sama sisi jika dan hanya jika memiliki tiga sisi kongruen. Bagian-bagian dari sebuah segitiga sama kaki diberi label pada Gambar. 1.49. Pada gambar $AC \cong BC$. Kadang-kadang sisi kongruen disebut kaki segitiga. Sudut A, BC berlawanan, dan sudut B, berlawanan AC, disebut dasar sudut segitiga sama kaki. Sisi AB adalah dasar segitiga. sudut C, sebaliknya dasar adalah sudut puncak. Himpunan segitiga juga dapat diklasifikasikan menjadi empat bagian, menurut jenis sudut yang Δ , mengandung (Gambar. 1.50). Sebuah segitiga adalah Ijika dan hanya jika segitiga akut. Sebuah segitiga adalah segitiga tumpul IFF memiliki satu

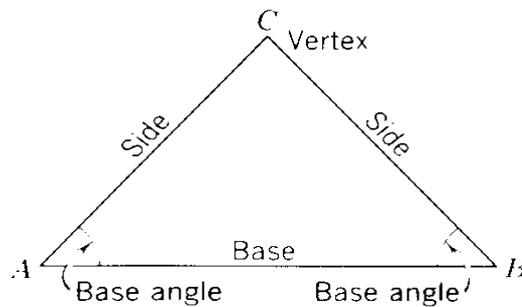


Fig. 1.49. Isosceles triangle.

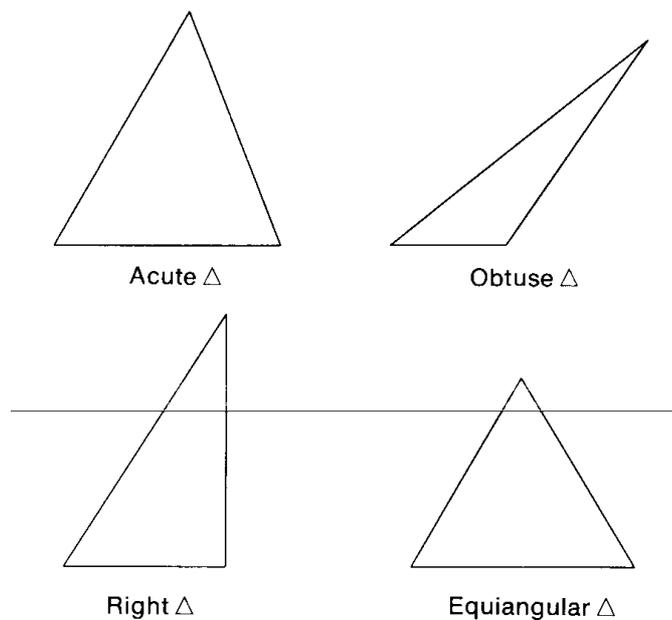


Fig. 1.50.

sudut tumpul. Sebuah segitiga adalah segitiga siku-siku jika dan hanya jika memiliki satu sudut yang tepat. Sisi yang membentuk sudut kanan segitiga adalah kaki segitiga disebut; dan sisi yang berlawanan sudut yang tepat adalah disebut miring. Pada Gambar. 1.51, AB dan BC adalah kaki dan AC adalah sisi miring dari segitiga siku-siku. Sebuah segitiga adalah pigura yg sudutnya sama jika dan hanya jika memiliki tiga sudut kongruen.

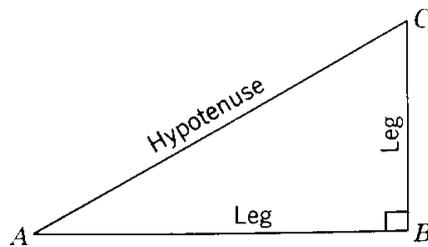
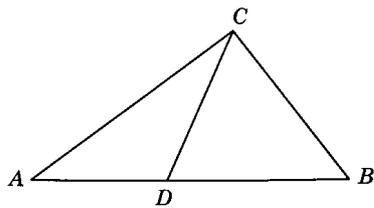


Fig. 1.51. Right triangle.

Latihan

1. Gunakan busur derajat dan penggaris, membangun segitiga ABC dengan $m\angle B = 4^\circ$, $m\angle A = 110^\circ$, dan $m\angle C = 25^\circ$. c Berikan dua nama untuk jenis segitiga.



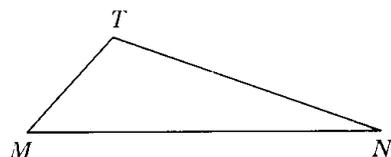
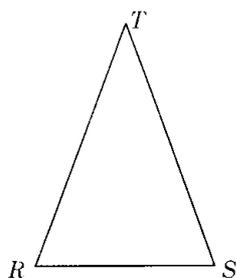
Ex. 2.

2. Pada gambar untuk Ex. 2, apa sisi umum untuk Δ_s ADC dan BDC? Simpulan apa yang umum untuk dua Δ_s ?

3-12. Nyatakan jenis segitiga masing-masing berikut ini tampaknya (a) sesuai dengan sisi dan (b) menurut ke sudut segitiga. (Jika perlu, gunakan penggaris untuk membandingkan panjang sisi dan sudut persegi selambar kertas untuk membandingkan sudut).

3. ΔRST .

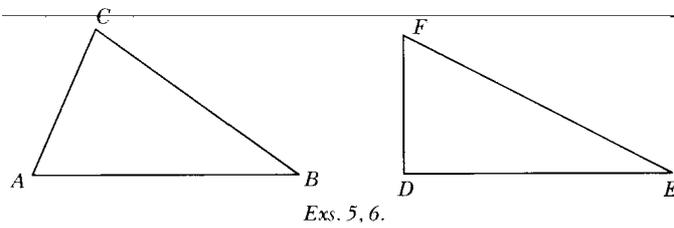
4. ΔMNT .



Exs. 3, 4.

5. $\triangle ABC$

6 $\triangle DEF$



7. $\triangle GHK$.

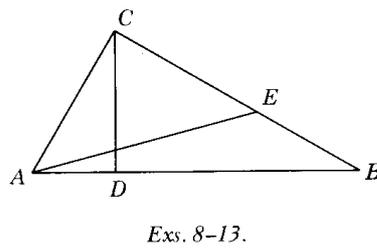
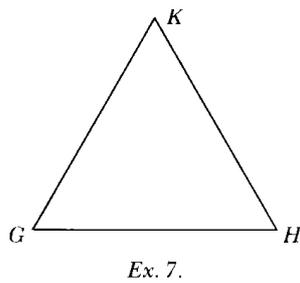
8. $\triangle ABC$.

9. $\triangle ADC$.

10. $\triangle BDC$.

11. $\triangle AEC$.

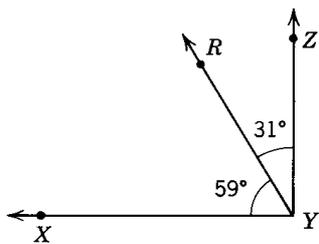
12. $\triangle ABE$



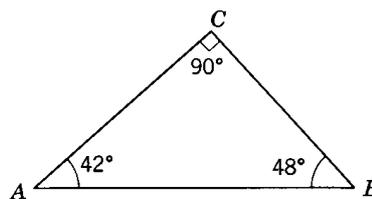
13. Pada gambar untuk EXS. 8 sampai 13, menunjukkan dua pasang tegak lurus baris.

14-16. Nama sepasang sudut komplementer di setiap berikut diagram.

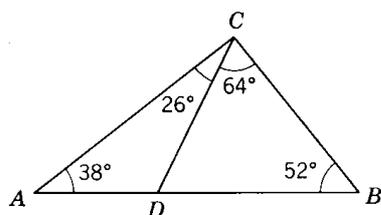
17. Katakan mengapa $\angle A$ dan $\angle F3$ adalah sudut komplementer.



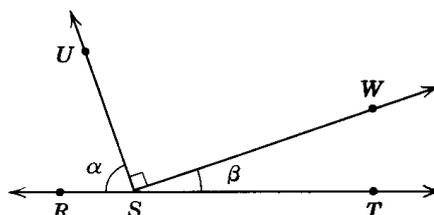
Ex. 14.



Ex. 15.



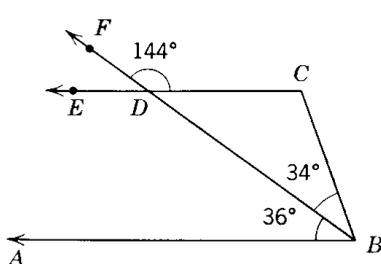
Ex. 16.



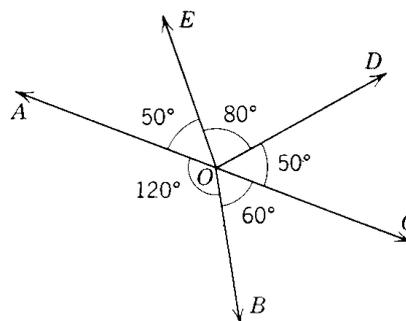
Ex. 17.

18-20. Nama sepasang sudut tambahan di masing-masing diagram-diagram berikut.

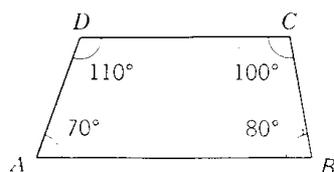
21-23. Nama dua pasang sudut yang berdekatan di setiap gambar berikut.



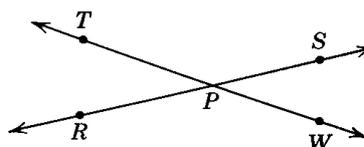
Ex. 18.



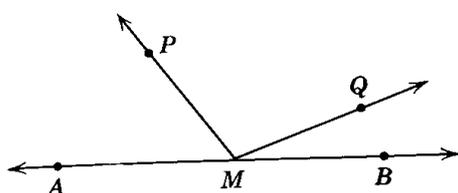
Ex. 19.



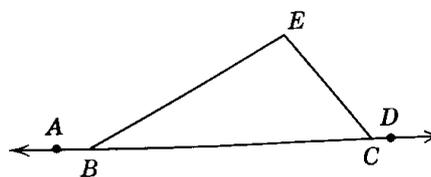
Ex. 20.



Ex. 21.



Ex. 22.



Ex. 23.

24. Cari ukuran komplement dari setiap sudut yang mengukur adalah

(a) 30, (b) 45, (c) 80, (d) a.

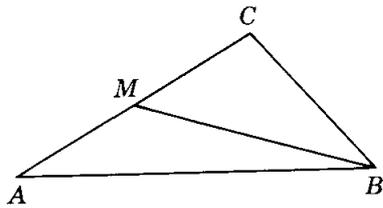
25. Cari ukuran dari suplemen setiap sudut yang mengukur adalah

(a) 30, (b) 45, (c) 90, (d) a.

Dalam latihan 26-31, apa kesimpulan tentang keselarasan dapat diambil dari data yang

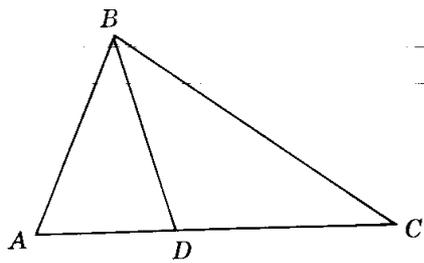
diberikan?

26. M adalah titik tengah dari AC.



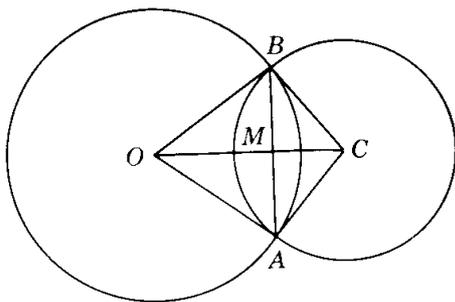
Ex. 26.

27. BD membagi $\angle ABC$.



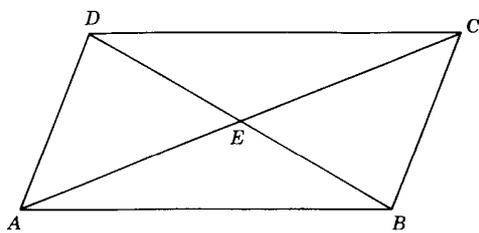
Ex. 27.

28. OC membagi $\angle ACB$.



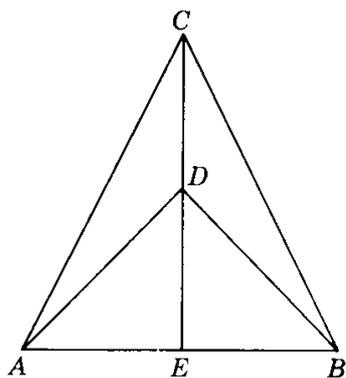
Ex. 28.

29. AC dan ED membagi dua satu sama lain.



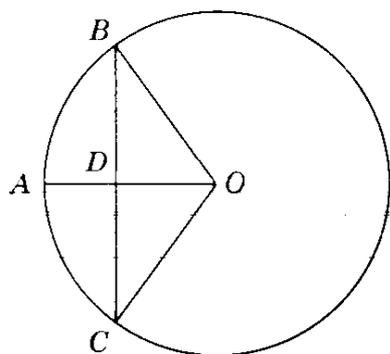
Ex. 29.

30. DE membagi $\angle ADB$.



Ex. 30.

31. D adalah titik tengah dari BC



Ex. 31.

1.24. Mendasarkan kesimpulan pengamatan atau pengukuran. kuno matematikawan sering menguji kebenaran atau kesalahan dari pernyataan langsung observasi atau pengukuran. Meskipun ini merupakan metode penting dari memperoleh pengetahuan, tidak selalu salah satu yang handal. Mari kita berikut ini contoh mencoba untuk membentuk kesimpulan tertentu dengan metode observasi atau pengukuran.

1. Menggambar beberapa segitiga. Dengan menggunakan busur derajat, menentukan ukuran

setiap sudut segitiga. Tentukan jumlah dari langkah-langkah dari tiga sudut masing-masing segitiga. Apa kesimpulan yang Anda pikir Anda mungkin menarik tentang jumlah dari ukuran tiga sudut dari setiap segitiga yang diberikan?

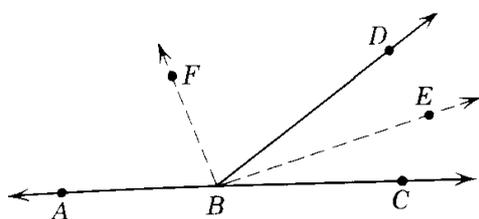


Fig. 1.52.

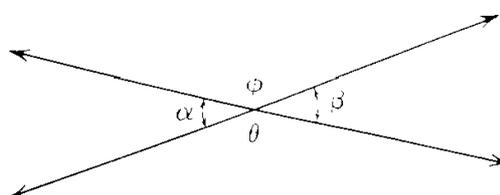


Fig. 1.53.

2. Pada gambar. 1.52, $\angle ABD$ dan $\angle CBD$ adalah sudut yang berdekatan tambahan. menarik BF membagi dua $\angle ABD$ dan BE membagi dua $\angle CBD$. Tentukan ukuran $\angle EBF$. Apa kesimpulan yang mungkin Anda menarik dari percobaan ini?

3. Gambarlah dua garis berpotongan seperti pada Gambar. 1.53. Mengukur α dan β . Juga mengukur θ dan ϕ . Berikan mungkin kesimpulan tentang sudut vertikal.

Jika sudut segitiga dari Contoh 1 diukur seksama, pelajar akan menemukan bahwa jumlah dari ukuran tiga sudut dari setiap segitiga akan selalu membagi dua 180. Apakah pelajar, sebagai akibat dari pengukuran tersebut, dibenarkan dalam menyatakan dengan tegas bahwa jumlah dari langkah-langkah dari tiga sudut segitiga apapun adalah 180?

Mari kita mempertimbangkan implikasi membuat kesimpulan seperti itu. pertama segitiga harus ditarik untuk mengukur sudut. Lebar garis yang mewakili sisi segitiga ini akan bervariasi tergantung pada kehalusan instrumen gambar. Busur derajat dengan mana sudut diukur secara kasar dibagi ulu derajat saja. Dengan demikian busur tidak bisa menunjukkan perbedaan dari $\frac{1}{10}$ gelar yang mungkin ada di antara jumlah tersebut langkah-langkah dari sudut dari dua segitiga. Tidak peduli bagaimana sisi baik segitiga dapat ditarik atau seberapa akurat alat ukur, akan selalu ada kemungkinan bahwa, jika akurasi pengukuran yang meningkat, kesalahan kecil dalam jumlah sudut mungkin terdeteksi.

Sebuah kesalahan kedua dalam menyatakan sebagai kebenaran mutlak jumlah dari ukuran sudut dari setiap segitiga adalah 180 adalah asumsi bahwa apa yang mungkin benar untuk sejumlah kasus harus benar untuk semua kasus. Ini adalah tidak dapat diandalkan praktek. Kami akan lebih aman dalam menyatakan bahwa hasil pengalaman memimpin kami kita untuk percaya bahwa mungkin jumlah sudut segitiga apapun sama 180.

Dengan cara yang sama kita akan dibenarkan dalam menyatakan dalam Contoh 2 yang muncul bahwa garis bagi sudut dua sudut suplementer yang berdekatan tegak lurus satu sama lain. Dalam contoh 3, kita bisa menyatakan bahwa tampak bahwa pasang sudut tidak berdekatan terbentuk, ketika dua garis berpotongan, kongruen.

Dalam penelitian selanjutnya dalam teks ini kita akan membuktikan bahwa masing-masing di atas jelas kesimpulan adalah kebenaran sebenarnya, tapi, sampai kita lakukan membuktikan bahwa mereka, kita hanya bisa negara apa yang tampaknya menjadi kenyataan.

Kesimpulan tidak dapat diandalkan berdasarkan pengamatan atau terbatas atau tidak akurat pengukuran yang umum juga dalam situasi non matematika. untuk sebagai contoh, perhatikan kecenderungan untuk mengasosiasikan sadisme dengan orang-orang dari seluruh bangsa karena pemimpin mereka bersalah karakteristik sadis atau, di sisi lain, untuk atribut glamor dengan wanita dari bangsa tertentu karena sejumlah wanita cantik dirayakan dalam sejarah bangsa itu.

Sering, kecakapan atletik dari seluruh bangsa dinilai oleh catatan dari kelompok yang sangat kecil dari atlet milik bangsa itu.

Pelajar dapat menambahkan lebih banyak contoh ke daftar ini.

1.25. Metode induktif penalaran. Dalam contoh terakhir penalaran yang digunakan dalam mencapai kesimpulan dikenal sebagai penalaran induktif. Sebuah kesimpulan umum ditarik dengan menyelidiki sejumlah kasus tertentu. Ini adalah metode penelitian. Penalaran induktif telah membuat kontribusi besar ke peradaban. Di dalamnya kita mengamati,

langkah-langkah, studi hubungan, menghitung, dan menarik kesimpulan. Ini kesimpulan sementara yang disebut hipotesis. Kami akan menggunakan banyak hipotesis dalam teks ini. Hipotesis menunjukkan pernyataan yang mungkin benar berdasarkan pengamatan dari sejumlah kasus. Semakin halus alat ukur dan lebih berhati-hati pengamatan dan pengukuran, semakin besar kemungkinan bahwa hipotesis tersebut benar. Pra-pemilu nasional dilakukan dengan mengamati perwakilan yang baik penampang dari berbagai daerah bangsa. Para ahli telah mampu membuat prediksi yang sangat akurat dengan mengamati kurang dari $\frac{1}{10}$ persen semua pemilih yang berhak dalam pemilihan nasional.

1.26. Metode deduktif penalaran. Hasil penalaran induktif dengan mengamati milik umum tertentu dalam jumlah terbatas kasus dan menyimpulkan bahwa properti ini umum untuk semua kasus. Dengan demikian, hasil dari spesifik ke yang umum. Namun, teori mungkin tahan selama beberapa ribu kasus dan kemudian gagal di satu berikutnya. Kita tidak pernah bisa benar-benar yakin bahwa kesimpulan berdasarkan penalaran induktif selalu benar.

Sebuah metode yang lebih meyakinkan dan kuat dari penarikan kesimpulan disebut penalaran deduktif. Ketika penalaran deduktif, salah satu hasil dari umum ke spesifik tersebut. Satu dimulai dengan jumlah terbatas yang berlaku umum asumsi dasar dan dengan proses pembangunan langkah logis membuktikan lainnya fakta. Dengan demikian, kita dapat membangun di atas asumsi diterima dan diturunkan fakta dengan cara yang akan memungkinkan kita akhirnya untuk membuktikan kesimpulan yang diinginkan. Fakta-fakta terbukti adalah diistilahkan teorema.

Semua penalaran deduktif melibatkan penerimaan kebenaran pernyataan tertentu (atau pernyataan), yang disebut asumsi. Asumsi ini tidak perlu jelas bagi pembaca atau membutuhkannya menjadi fakta yang berlaku umum, tetapi harus diterima untuk tujuan membuktikan argumen tertentu. Mengubah asumsi dasar umumnya akan mengubah kesimpulan yang dihasilkan. Di mencoba untuk membuktikan argumen tertentu, asumsi awalnya diterima dapat menyebabkan kontradiksi lainnya yang diterima asumsi atau fakta membuktikan lain. Dalam acara ini, kebenaran asumsi asli harus dipertanyakan; atau mungkin, kebenaran asumsi yang diterima kemudian dapat diragukan.

Ketika asumsi tertentu diterima, kesimpulan tertentu pasti ikuti. Kesimpulan ini mungkin salah jika asumsi yang mereka berbasis palsu. Hal ini penting, maka, bahwa kita membedakan antara validitas dan kebenaran. Perhatikan pernyataan berikut: (1) Semua manusia pemberani. (2) Francis Jones adalah seorang laki-laki. (3) Francis Jones berani. Pernyataan 3 adalah kesimpulan yang valid asumsi 1 dan 2, namun hal ini tidak perlu benar. Jika salah satu pernyataan 1 atau pernyataan 2 adalah palsu, ada kemungkinan bahwa pernyataan 3 juga tidak benar. Hal ini diperlukan dalam mencari kebenaran kesimpulan yang kebenaran dasar tempat di mana mereka didasarkan diperhatikan secara seksama.

Kedua induksi dan deduksi adalah metode berharga penalaran dalam studi geometri. Kebenaran geometris baru dapat ditemukan oleh penalaran induktif. Penalaran deduktif dapat digunakan untuk membuktikan bahwa seperti penemuan yang benar.

Setelah mencoba, dalam latihan berikutnya, keterampilan kami di penalaran deduktif, kita akan mempelajari secara lebih dalam Bab 2 apa yang merupakan "logis" penalaran. Kami akan lebih siap untuk mengenali ketika kita telah membuktikan kami teorema. Siswa tidak perlu terlalu khawatir pada tahap ini jika ia gagal untuk memberikan jawaban yang benar untuk latihan berikut.

Latihan (A)

Dalam latihan berikut menyediakan kesimpulan yang valid jika dapat diberikan. Jika tidak ada kesimpulan yang jelas, menjelaskan mengapa.

1. Anjing ibu Jones 'menyalak setiap kali orang asing memasuki halaman rumahnya. Bu Jones ' anjing menggonggong.
2. Air dalam kolam ikan membeku setiap kali suhu di bawah 32° Fahrenheit. Suhu oleh kolam ikan adalah 30° Fahrenheit.
3. Semua mahasiswa mahasiswa harus mengambil kelas orientasi. Mary Smith adalah mahasiswa mahasiswa.
4. Semua anggota tim basket lebih dari 6 meter. Pat Black lebih dari 6 meter.
5. Mahasiswa akan dimasukkan ke pertandingan bisbol gratis. Henry Brown dirawat di pertandingan bisbol gratis.
6. Tim ayah selalu membeli permen ketika ia pergi ke toko obat. Tim ayah membeli beberapa permen.
7. Setiap orang yang lahir di Amerika Serikat adalah warga negara Amerika Serikat. Smith lahir di kota Carpenteria. Carpenteria dalam Amerika Serikat.
8. Semua segiempat memiliki empat sisi. Sebuah belah ketupat memiliki empat sisi.
9. Hanya siswa yang belajar secara teratur akan melewati geometri. Bill Smith tidak belajar secara teratur.
10. Maria dalam kelas bahasa Inggris .Semua mahasiswa di perguruan tinggi yang terdaftar di beberapa Kelas bahasa Inggris.
11. Pemain Baseball makan Zeppo sereal dan waspada pada berlian. Aku makan Zeppo sereal.
12. Kelas geometri pertama dan periode ketiga diberi tes yang sama. Siswa di kelas periode pertama melakukan lebih baik dibandingkan dengan periode ketiga kelas. Dick terdaftar di kelas periode pertama dan Stan berada di kelas periode ketiga.
- 13-22. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut untuk memeriksa membaca dan kemampuan penalaran Anda
13. Mengapa bukan manusia, yang tinggal di Winston-Salem, dimakamkan di sebelah barat Mississippi River?
14. Beberapa bulan memiliki 30 hari, beberapa memiliki 31 hari. Berapa banyak 28 hari ?
15. Di tangan saya ada dua koin AS yang berjumlah 55 sen. Salah satunya adalah tidak nikel. Tempatkan bahwa dalam pikiran. Apakah dua koin?
16. petani A memiliki 17 domba. Semua kecuali 9 meninggal. Berapa banyak dia telah meninggalkan?
17. Dua orang bermain catur. Mereka memainkan lima pertandingan dan setiap orang menang jumlah yang sama permainan. Bagaimana Anda mengetahui ?
18. Jika Anda hanya memiliki satu pertandingan dan memasuki sebuah ruangan di mana ada lampu, pemanas minyak, dan beberapa kayu bakar, yang akan Anda menyalakan pertama?
19. Ambil dua buah apel dari tiga apel dan apa yang Anda miliki?
20. Apakah legal di Carolina utara bagi seorang pria untuk menikahi adik janda nya?
21. arkeolog yang mengatakan ia menemukan koin emas ditandai 46 SM adalah baik berbohong atau bercanda. Mengapa?
22. Seorang wanita memberikan pengemis 50 sen. Wanita itu adalah adik pengemis itu, tapi pengemis bukan saudara perempuan. bagaimana mungkin?

Latihan (B)

Setiap latihan berikut termasuk asumsi yang salah. Mengabaikan kepalsuan dari asumsi dan menulis kesimpulan yang Anda kemudian dipaksa untuk menerima.

1. Diberikan dua orang, laki-laki lebih tinggi adalah lebih berat. Bob adalah lebih tinggi dari Jack.
2. anjing Barking tidak menggigit. Anjing saya menyalak.
3. Ketika seseorang berjalan di bawah tangga, kemalangan akan menyimpannya. Bapak Grimes berjalan di bawah tangga kemarin
4. Semua wanita adalah sopir miskin. Jerry Wallace adalah seorang wanita.
5. Siapapun yang menangani katak akan mendapatkan kutil di tangannya. Aku ditangani katak hari ini.
6. Dari dua paket, yang lebih mahal adalah lebih kecil. Mary Natal kali ini adalah lebih besar dari Ruth.

Dalam latihan berikut, menunjukkan yang mana dari kesimpulan berikut logis mengikuti dari asumsi yang diberikan.

7. Asumsi: Semua anggota suku Ooga yang berkulit gelap. Tidak orang berkulit gelap memiliki mata biru.

Kesimpulan:

- (A) Tidak ada suku Ooga memiliki mata biru.
- (B) Beberapa suku berkulit gelap adalah anggota suku Ooga.
- (C) Beberapa orang dengan mata biru tidak berkulit gelap.
- (D) Beberapa suku Ooga memiliki mata biru.

8. Asumsi: Hanya mahasiswa berprestasi mendapatkan beasiswa. Semua luar biasa siswa mendapatkan publisitas.

Kesimpulan:

- (A) Semua siswa yang mendapatkan publisitas mendapatkan beasiswa.
- (B) Semua siswa yang mendapatkan beasiswa mendapatkan publisitas.
- (C) Hanya siswa dengan publisitas mendapatkan beasiswa.
- (D) Beberapa siswa yang tidak mendapatkan publisitas mendapatkan beasiswa.

9. Asumsi: Beberapa sayuran yang dimasak lezat. Semua sayuran yang dimasak yang bergizi.

Kesimpulan:

- (A) Beberapa sayuran yang lezat.
- (B) Jika sayuran tidak bergizi, itu bukan sayuran yang dimasak.
- (c) Beberapa sayuran lezat yang tidak dimasak.
- (D) Jika sayur bukanlah sayuran yang dimasak, tidak bergizi.