# III. TEGANGAN DALAM BALOK

## 3.1. Pengertian Balok Melentur

Balok melentur adalah suatu batang yang dikenakan oleh beban-beban yang bekerja secara transversal terhadap sumbu pemanjangannya. Beban-beban ini menciptakan aksi internal, atau resultan tegangan dalam bentuk tegangan normal, tegangan geser dan momen lentur.

Beban samping (*lateral loads*) yang bekerja pada sebuah balok menyebabkan balok melengkung atau melentur, sehingga dengan demikian mendeformasikan sumbu balok menjadi suatu garis lengkung.

## 3.2. Tipe-Tipe Lenturan

1. Lenturan Murni (*Pure Bending*)
   Lenturan dihasilkan oleh kopel dan tidak ada gaya geser transversal yang bekerja pada batang. Balok dengan lenturan murni hanya mempunyai tegangan normal (tegangan lentur tarik dan tekan).

2. Lenturan Biasa (*Ordinary Bending*)

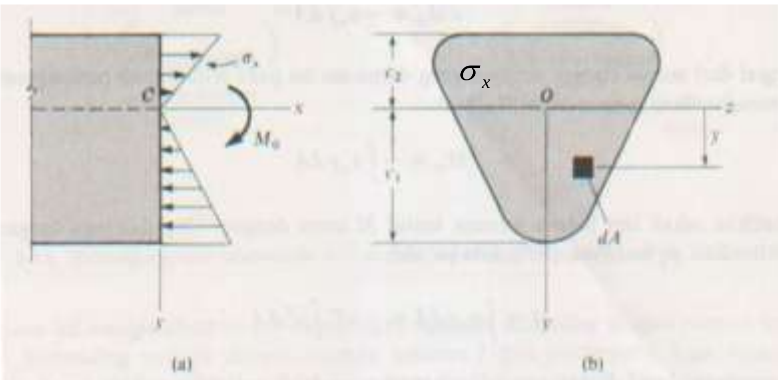
   Lenturan dihasilkan oleh gaya-gaya yang bekerja pada batang dan tidak terdapat kopel. Balok dengan lenturan biasa mempunyai tegangan normal dan tegangan geser.

## 3.3. Tegangan Normal pada Balok

Suatu tegangan $\sigma_x$ bekerja dalam arah normal terhadap penampang sebuah balok dari regangan normal $\in_x$ . Tiap serat longitudinal dari sebuah balok hanya dikenakan beban tarik dan tekan (yaitu, serat-serat dalam tegangan uniaksial). Sehingga diagram tegangan-regangan bahan akan memberikan hubungan sebanding antara ( $\sigma_x$ ) dan ( $\in_x$). Jika bahannya elastis dengan suatu diagram tegangan-regangan linier, maka dapat digunakan Hukum Hooke untuk tegangan uniaksial $\left(\sigma = E_{\in}\right)$ dan diperoleh :

$$\sigma_x = E \in_x = -E_{Ky}$$

Jadi, tegangan normal yang bekerja pada penampang berubah secara linier terhadap jarak y dari permukaan netral. Jenis distribusi tegangan ini digambarkan pada Gambar 3.1, yaitu tegangan relatif (tekan) di bawah permukaan netral apabila kopel $M_o$ bekerja dalam arah yang ditunjukkan. Kopel ini menghasilkan suatu kelengkungan positif K dalam balok, meskipun menyatakan suatu momen lentur negatif M.




Gambar 3.1. Penyebaran tegangan normal pada sebuah balok dari bahan elastis linier

Tegangan normal pada suatu balok digambarkan oleh persamaan berikut:

$$\sigma = \frac{My}{I}$$

Dimana,

$\sigma$ : tegangan normal

$M$ : momen lentur pada penampang

$y$ : jarak dari sumbu netral ke tegangan normal

$I$ : momen inersia

Pada *fiber* terluar balok nilai koordinat y dinotasikan dengan simbol c, sehingga tegangan normal maksimumnya menjadi:

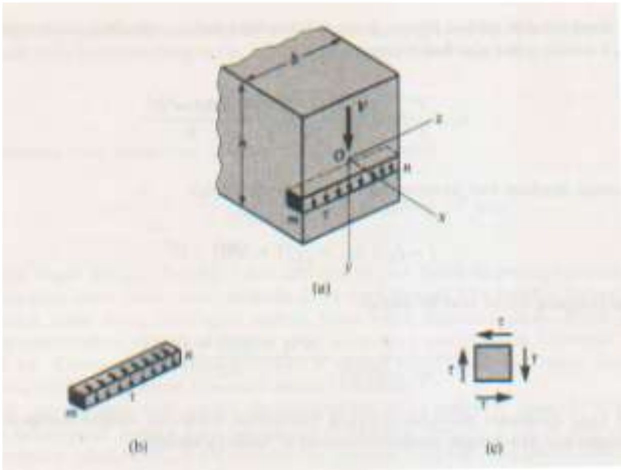
$$\sigma_{maks} = \frac{Mc}{I} \quad \text{atau} \quad \sigma_{maks} = \frac{M}{I/c}$$

I/c disebut modulus penampang yang umumnya dinotasikan dengan simbol Z. Sehingga tegangan lentur maksimum digambarkan oleh persamaan:

$$\sigma_{maks} = \frac{M}{Z}$$

## 3.4. Tegangan Geser pada Balok

Apabila sebuah balok dikenakan pelenturan tak merata, maka momen lentur *M* dan gaya lintang *V* kedua-duanya bekerja pada penampang. Tegangan normal ($\sigma_x$) yang berhubungan dengan momen-momen lentur diperoleh dari rumus lentur. Kasus sederhana dari sebuah balok berpenampang empat persegi panjang yang lebarnya b dan tingginya h (Gambar 2), dapat dimisalkan bahwa tegangan geser $\tau$ bekerja sejajar dengan gaya lintang *V* (yaitu, sejajar dengan bidang-bidang vertikal penampang). Dimisalkan juga bahwa distribusi tegangan geser sama rata sepanjang arah lebar balok. Kedua penjelasan ini akan memungkinkan untuk menentukan secara lengkap distribusi tegangan geser yang bekerja pada penampang.



Gambar 3.2. Tegangan-tegangan geser dalam sebuah balok berpenampang segi empat persegi panjang

Tegangan geser pada semua *fiber* dengan jarak $y_o$ dari sumbu netral diberikan dengan formula:

$$\tau = \frac{V}{Ib}\int_{y_0}^{c} yda$$

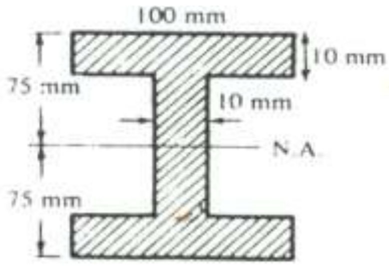
Dimana, $\tau$ = tegangan geser V = gaya geser

b = lebar penampang balok I = momen-area kedua

yda = momen-area pertama

## Contoh-Contoh Soal Dan Pembahasannya

1. Tentukan tegangan lentur maksimum yang terjadi pada balok di bawah ini.

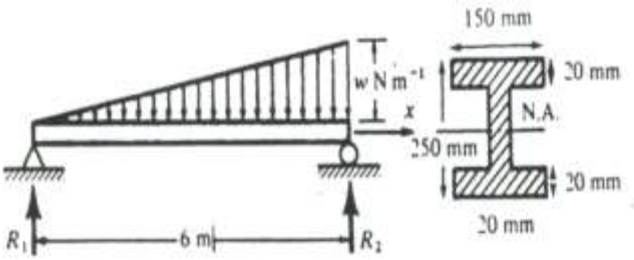



Jawab:

$$I = \tfrac{1}{12}(100)(150)^3 - 2\left[\tfrac{1}{12}(45)(130)^3\right] = 11.6\times10^6\, mm^4$$

$$\sigma = \frac{M}{I/C} = \frac{M}{Z} = \frac{5\times10^3\left(10^3\right)}{1.55\times1^5} = 32.3MPa$$

2. Tentukan beban maksimum yang dapat diaplikasikan, jika besarnya tegangan yang terjadi adalah 125 MPa. Berat balok diabaikan.




Jawab:

$R_1$ = w N dan $R_2$ = 2w N

$$V = w - \tfrac{1}{2}(x/6)wx = w - \tfrac{1}{12}wx^2$$

$w - \tfrac{1}{12}wx^2 = 0$ dimana $x = \sqrt{12} = 3.46m$

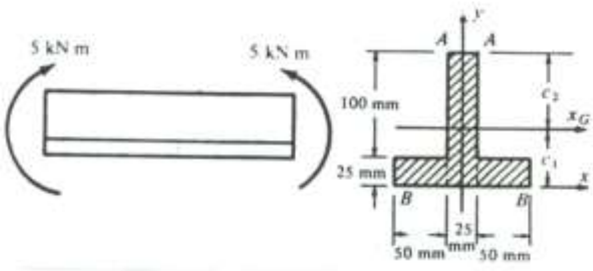
$$M = wx - \tfrac{1}{2}(x/6)w\frac{x^2}{3} = wx - \tfrac{1}{36}wx^3$$

$$M_{x=3.46} = 3.46x - \tfrac{1}{36}w(3.46)^3 = 2.31wNm$$

$$I_x = \frac{150(250)^3}{12} - 2\left[\frac{65(210)^3}{12}\right] = 95\times10^6\,mm^4$$

$$\sigma = \frac{My}{I} \Rightarrow 125\times10^6 = \frac{(2.31w)(0.125)}{95\times10^6\left(10^{-12}\right)} \Rightarrow w = 41kNm$$

3. Tentukan tegangan tarik dan tegangan tekan maksimum serta lokasinya masing-masing.




Jawab:

$$\bar{y} = \frac{\int y\,da}{A}$$

$$\bar{y} = \frac{125(25)(6.25) + 2[50(25)(12.5)]}{125(25) + 2[25(50)]} = 40.3mm$$

$$I_x = \tfrac{1}{3}(25)(125)^3 + 2\left[\tfrac{1}{3}50(25)^3\right] = 16.8\times10^6\,mm^4$$

$$I_x = I_{xG} + A\left(\bar{y}\right)^2$$

$$16.8\times10^6 = I_{xG} + 5625(40.3)^2 \Rightarrow I_{xG} = 7.7\times10^6\,mm^4$$

$c_1$=40.3 mm $\quad$ $c_2$=84.7 mm

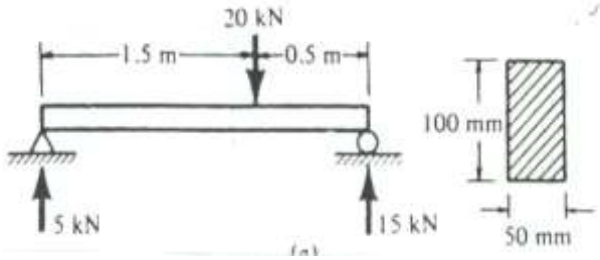
Tegangan tarik maksimum terjadi di sepanjang B-B

$$\sigma = Mc_1/I = 5\times10^3\left(10^3\right)(40.3)/7.7\times10^6 = 26.2\,MPa$$

Tegangan tekan maksimum terjadi di sepanjang A-A

$$\sigma = Mc_2/I = 5\times10^3\left(10^3\right)(-84.7)/7.7\times10^6 = -55MPa$$

4. Tentukan tegangan geser maksimum dalam balok dan tentukan pula tegangan geser pada titik 25 mm di bawah balok pada 1 m ke kanan dari reaksi sebelah kiri.



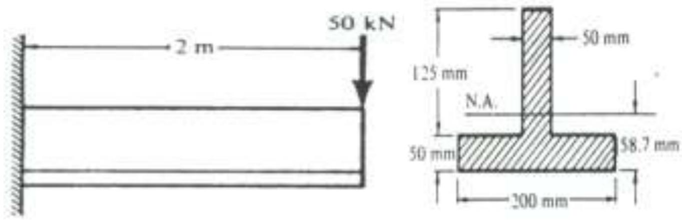

Jawab:

$$\tau_{av} = 20\times10^3 / 0.1(0.05) = 4MPa$$

92 $\tau_{maks} = (3/2)(4) = 6MPa$

$$\tau = \frac{V}{2I}\left(\frac{h^2}{4} - y_o{}^2\right) = \frac{5\times10^3}{2(4.167\times10^6)}\left(\frac{100^2}{4} - 25^2\right) = 1.125MPa$$

5. Tentukan tegangan geser maksimum dalam balok dan tentukan pula tegangan geser pada titik 25 mm di bawah permukaan balok yang berbatasan dengan dinding penopang.




Jawab:

$$\tau = \frac{V}{Ib}\int_{y_o}^{c} yda$$

Momen pertama daerah arsiran pada sumbu netral:

$$50(116.3)(58.15) = 3.38\times10^5\,mm^3$$

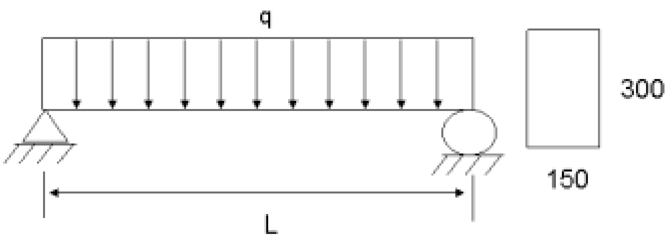
Tegangan geser pada sumbu netral dimana b = 50 mm

$$\tau = \frac{50\times10^3}{50\left(4\times10^6\right)}\left(3.38\times10^5\right) = 8.45MPa$$

Tegangan geser pada titik 25 mm di bawah permukaan:

$$\tau = \frac{50\times10^3}{50\left(40\times10^6\right)}\left(1.3\times10^5\right) = 3.25MPa$$

6. Tentukan panjang batang maksimum yang diperbolehkan untuk sebuah balok sederhana berpenampang empat persegi panjang 150 mm x 300 mm yang dikenakan suatu beban tersebar merata q = 8 kN/m, jika tegangan lentur ijinnya 8.2 MPa.




Diketahui: b = 150 mm q = 8 kN/m

h = 300 mm $\sigma$ = 8.2 MPa

Ditanya: L

Jawab:

$$M = \tfrac{1}{2}qLx - \tfrac{1}{2}qx^2$$

$$M_{maks} = \tfrac{1}{2}qL\left(\tfrac{1}{2}L\right) - \tfrac{1}{2}q\left(\tfrac{1}{2}L\right)^2 = \tfrac{1}{4}qL^2 - \tfrac{1}{8}qL^2 = \tfrac{1}{8}qL^2$$

$$\sigma_{maks} = \frac{M_{maks}}{z} = \frac{\tfrac{1}{8}qL^2}{\tfrac{1}{6}bh^2} = \frac{3qL^2}{4bh^2} = \overline{\sigma}$$

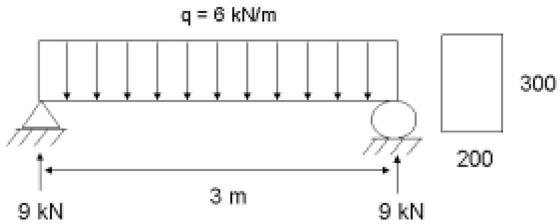
$$L^2 = \frac{4\overline{\sigma}bh^2}{3q} = \frac{4\left(8.2\times10^6\right)\left(0.15\times\left(0.3^2\right)\right)}{3\left(8\times10^3\right)} = 18.45 \Rightarrow L = 4.3m$$

7. Sebuah balok sedehana yang panjangnya 3 m memiliki penampang empat persegi panjang berukuran 200 mm x 300 mm. Pada balok tersebut dikenakan beban tersebar merata q = 6 kN/m. Jika berat balok diabaikan, hitung:

   a. Tegangan lentur maksimum

b. Tegangan geser maksimum

c. Tegangan pada jarak 1 m dari sumbu normal




Diketahui: L = 3 mh = 300 mm

b = 200 mm   q = 6 kN/m

Ditanya: a. $\sigma_{maks}$

b. $\tau_{maks}$

c. $\tau_{(1\ m)}$

Jawab:

a. Tegangan lentur maksimum

$$\sigma_{maks} = \frac{M}{z} = \frac{6.75\times10^{3}}{\left[0.2(0.3)^{2}\right]/16} = 2.25\times10^{6}\,Pa$$

b. Tegangan geser maksimum

$$\tau_{maks} = \frac{3}{2}\frac{V}{bh} = \frac{3}{2}\frac{9\times10^{3}}{(0.2)(0.3)} = 0.225\times10^{6}\,Pa$$

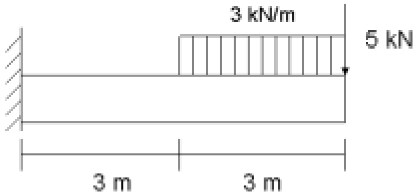
c. Tegangan pada jarak 1 m dari sumbu normal

$$V_{x=1} = 9-6(1) = 3kN$$

$$I = \tfrac{1}{12}bh^{3} = \tfrac{1}{12}(0.2)(0.3)^{3} = 4.5\times10^{-4}\,mm^{4}$$

$$\tau = \frac{V}{2I}\left(\frac{h^{2}}{4} - y_{o}^{\;2}\right) = \frac{3\times10^{3}}{2\left(4.5\times10^{-4}\right)}\left(\frac{0.3^{2}}{4} - 0.025^{2}\right) = 72.9kPa$$

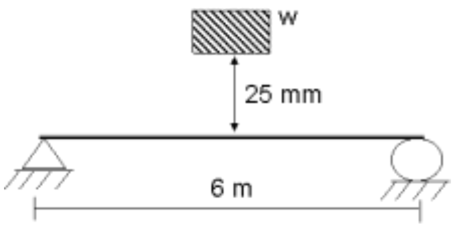
8. Suatu balok kantilever berpenampang bulat dengan diameter 100 mm menahan beban seperti pada gambar. Tentukan tegangan lentur maksimumnya.




Jawab:

$$R_1 = 15 + 9 = 24kN$$
$$M = 15(6) + 9(4.5) = 130.5kNm$$
$$I = \frac{\pi D^4}{64} = \frac{\pi\left(100 \times 10^{-3}\right)^4}{64} = 4.906 \times 10^{-6} m^4$$
$$Jadi : \sigma = \frac{Mc}{I} = \frac{\left(130.5 \times 10^3\right)\left(50 \times 10^{-3}\right)}{4.906 \times 10^{-6}} = 1.33GPa$$

9. Sebuah beban w sebesar 5 Kn dijatuhkan ke tengah-tengah balok diatas dua tumpuan dari ketinggian h = 25 mm. Balok tersebut mempunyai panjang 6 m, ketebalan 150 mm, momen inersia I = 12 x $10^{-6}$ $mm^4$ dan modulus elastisitas 200 $GN/m^2$.
   a. Tentukan besarnya defleksi maksimum
   b. Tentukan besarnya tegangan lentur maksimum




Jawab:

$$\Delta st = \frac{wL^3}{48EI} = \frac{5000 \times 6^3}{48\left(200 \times 10^9\right)\left(12 \times 10^{-6}\right)} = 9.4mm$$

a. Tentukan besarnya defleksi maksimum

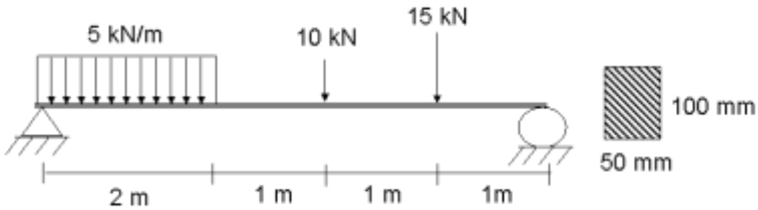
$$\Delta = \Delta st + \sqrt{\Delta st^2 + 2h\Delta st}$$
$$\Delta = 9.4 + \sqrt{9.4^2 + 2(25)(9.4)} = 33mm$$

b. Tentukan besarnya tegangan lentur maksimum

$$P = \frac{2w}{\Delta}(h+\Delta) = \frac{2(5000)}{33}(25+33) = 17575.8N$$

$$\sigma_{maks} = \frac{Mc}{I} = \frac{\frac{1}{2}PLc}{I} = \frac{\frac{1}{2}(17575.8)(6)\left(\frac{0.150}{2}\right)}{12\times10^{-6}} = 330MPa$$

10. Tentukan tegangan lentur maksimum dan tegangan geser maksimum pada balok dengan pembebanan seperti pada gambar di bawah ini.




Jawab:

$$\sum F_V = 0 \rightarrow R_A + R_B = 5(2) + 10 + 15 = 35kN$$
$$\sum M_B = 0 \rightarrow 5R_A - 5(2)(4) - 10(2) - 15(1) = 0$$
$$5R_A = 75 \rightarrow R_A = 15kN$$
$$R_B = 20kN$$

| | |
|---|---|
| 0 < x < 2 | V = 15 – 5x |
| | M = 15x – 5/2 $x^2$ |
| 2 < x < 3 | V = 15 – 5(2) = 5 kN |
| | M = 15x – 10(x – 1) |
| 3 < x < 4 | V = 15 – 5(2) – 10 = -5 kN |
| | M = 15x – 10(x – 1) - 10(x – 3) |

$4 < x < 5$ V = 15 – 5(2) – 10 -15= -20 kN

M = 15x – 10(x – 1) - 10(x – 3) - 15(x – 4)

$M_{maks}$ = 25 kNm

$$I = \tfrac{1}{12}(50)(100)^3 = 4.2 \times 10^6\, mm^4$$

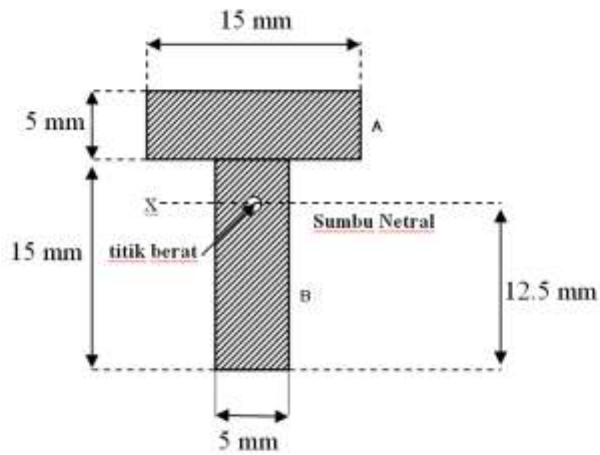
a. $$\sigma_{maks} = \frac{M_{maks} y}{I} = \frac{25 \times 10^3 \times 10^3 \times 50}{4.2 \times 10^6} = 297.6 MPa$$

b. $$\tau_{maks} = \frac{3}{2}\frac{V}{bh} = \frac{3}{2}\left(\frac{15 \times 10^3}{50 \times 100}\right) = 4.5 MPa$$

## Latihan Soal

1. Sebuah balok kayu dengan potongan penampang lebar 200 mm dan tinggi 300 mm mengalami momen lentur (M) 25 kNm. Hitunglah tegangan lentur maksimum ($\sigma_{maks}$) pada balok tersebut.

2. Gambar di bawah ini adalah potongan penampang balok yang terbuat dari dua lembaran kayu (5 $\times$15 mm). Balok ini digunakan sebagai bentangan sederhana dengan panjang (L= 2 m) dan mendukung beban (w = 100 kN/m) termasuk beratnya sendiri. Hitunglah momen inersia dan tegangan lentur maksimum ($\sigma_{maks}$) pada balok tersebut.

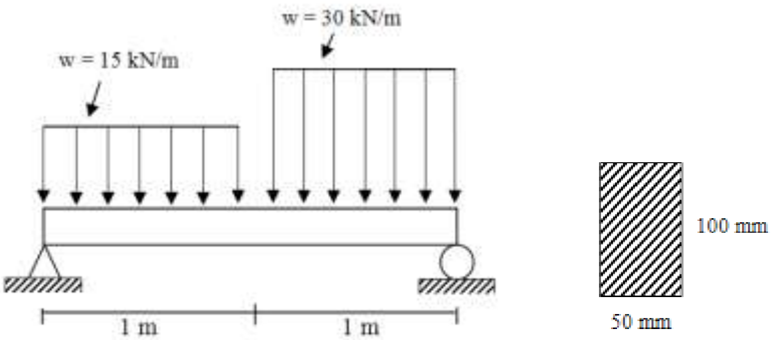



3. Suatu balok terbuat terbuat dari batang kayu dengan penampang segi empat. Panjang balok 3 m (dianggap sebagai panjang tekuk), dan hubungan kedua ujung balok adalah hubungan jepit. Bila ukuran penampang balok adalah 4 x 8 cm. Berapa beban kritis yang sanggup didukung kolom agar tidak terjadi tekukan? Dengan beban kritis tersebut , berapa tegangan yang timbul pada balok? E kayu = 100 kN/cm$^2$ ?

4. Suatu balok yang panjangnya 2 m dengan penampang segi empat mengalami pembebanan seperti pada Gambar di bawah ini. Tentukan:
   a) Tegangan normal maksimum dan lokasinya

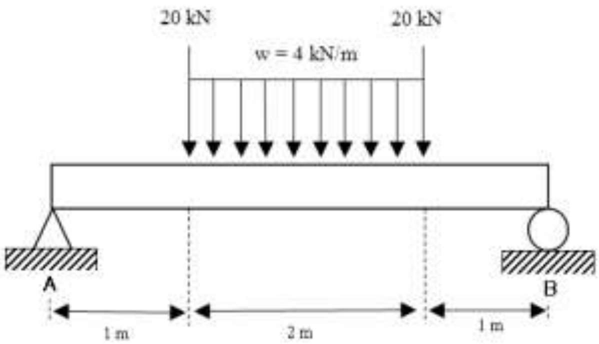
b) Tegangan geser maksimum dan lokasinya

c) Tegangan geser pada jarak 0.5 m dari ujung kiri dan 20 mm dari penampang atas balok.




Ukuran penampang balok

5. Suatu balok kantilever berpenampang bulat dengan diameter 80 mm menahan beban seperti pada gambar di bawah ini. Tentukan tegangan lentur maksimumnya.




**Pada saat orang kebanyakan sibuk membangun karir, orang yang akan kaya raya sibuk membangun jaringan. (Rich Dad)**