$-40\delta_3$

$0{,}8 = (40\delta_2 - 0{,}4) + 20\delta_2$

$0{,}8 = 60\delta_2 - 0{,}4 \rightarrow 60\delta_2 = 1{,}2 \rightarrow \delta_2 = 0{,}02$

Dari urutan pertama pada tiga persamaan, kita dapatkan pada asumsi $\sin\delta = \delta$ .. untuk sudut-sudut yang kecil yaitu :

$\sin\delta = \delta$

$$-0.2 = -20\,\delta_2 - 20\,\delta_3 \quad \ldots\ldots (i)$$
$$1{,}0 = 20\,\delta_2 - 20\,(\delta_3 - \delta_2) \quad \ldots\ldots (ii)$$
$$-0{,}8 = 20\,\delta_3 - 20\,(\delta_2 - \delta_3) \quad \ldots\ldots (iii)$$

$-0{,}2 = -20\delta_2 - 20\delta_3$

$1{,}0 = 20\delta_2 - 20(\delta_3 - \delta_2)$

$0{,}8 = -40\delta_3 + 20\delta_2$

Tambahkan (i) dengan (ii)

$$0{,}8 = -40\,\delta_3 + 20\,\delta_2 \quad \ldots\ldots (iv)$$

(diganti $40\delta_2 - 0{,}4$)

Dari (i),

$$-20\,\delta_3 = 20\delta_2 - 0{,}2 \quad \ldots\ldots (v)$$

$\times 2$

pemecahan untuk (iv) dan (v) $\quad -40\delta_3 = 40\delta_2 - 0{,}4$

$1\ \text{Radian} = \dfrac{360^\circ}{2\pi} = 57{,}3^\circ$

$$\delta_2 = 0.02 \text{ radian} = 1.146^\circ$$
$$\cos\delta_2 = 0.9998 \longrightarrow \cos\delta_2$$
$$\delta_3 = -0.01 \text{ radian} = -0.573^\circ$$
$$\cos\delta_3 = 0.9999 \longrightarrow \cos\delta_3$$
$$\cos(\delta_3 - \delta_2) = \cos(\delta_2 - \delta_3) = \cos(1.719^\circ) = 0.9995$$

$0{,}02\ \text{radian} = 0{,}02 \cdot 57{,}3^\circ = 1{,}146^\circ$

$\rightarrow \cos(1{,}146 - (-0{,}573)) = \cos 1{,}719^\circ$

Mensubstitusikan nilai-nilai sudut dan cosinus-cosinusnya didalam ekspresi-ekpresi pada ~~tenaga-tenaga~~ daya-daya reaktif, Q_1, Q_2, dan Q_3 dapat ditentukan.

$-Q_1 = -40 + 20\cos\delta_2 + 20\cos\delta_3 \rightarrow \cos\delta_2 = 0{,}9998,\ \cos\delta_3 = 0{,}9999$

$$Q_1 = 40 - 20 \times 0.9998 - 20 \times 0.9999 = 0.006 \text{ per unit}$$
$$Q_2 = -20 \times 0.9998 + 40 - 20 \times 0.9995 = 0.014 \text{ per unit}$$
$$Q_3 = -20 \times 0.9999 - 20 \times 0.9995 + 40 = 0.012 \text{ per unit}$$
$$Q_{G1} = Q_1 + Q_{D1} = 0.006 + 0.3 = 0.306 \text{ per unit}$$
$$Q_{G2} = Q_2 + Q_{D2} = 0.014 + 0 = 0.014 \text{ per unit}$$
$$Q_{G3} = Q_3 + Q_{D3} = 0.012 + 0.8 = \underline{0.812} \text{ per unit}$$

$\rightarrow Q_{G1} = Q_1 + Q_{D1}$

Total pembangkitan ~~tenaga~~ daya reaktif = 1,132 per unit. $\rightarrow 0{,}306 + 0{,}014 + 0{,}812 = 1{,}132$

Total ~~tenaga~~ daya reaktif yang diminta = $\underset{Q_{D1}}{\underline{0{,}3}} + \underset{Q_{D3}}{\underline{0{,}8}}$ = 1,10 per unit.

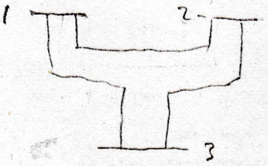
$Q_{D3} \rightarrow$ beban

Oleh karena itu,

kerugian ~~tenaga~~ daya reaktifnya = 1,132 - 1.10

= 0,032 per unit.

Pemecahan untuk ~~tenaga~~ daya aktif dan ~~tenaga~~ daya reaktif didalam saluran :



$$P_{12} = \frac{|V_1|\,|V_2|}{X}\sin(\delta_1 - \delta_2) = \frac{1\times 1}{0.05}\sin(\delta_1 - \delta_2)$$

$$\simeq 20(\delta_1 - \delta_2) \simeq 20(0 - 0.02) = -0.4 \text{ per unit}$$

$$P_{13} = 20(\delta_1 - \delta_3) = 20(0 + 0.01) = 0.2 \text{ per unit}$$

$$P_{23} = 20(\delta_2 - \delta_3) = 20(0.02 + 0.01) = 0.6 \text{ per unit}$$

$$P_{13} = \frac{V_1 \cdot V_3}{X}\sin(\delta_1 - \delta_3)$$

$$P_{23} = \frac{V_2 \cdot V_3}{X}\sin(\delta_2 - \delta_3)$$

$$P_{12} = \frac{V_1 V_2}{X}\sin(\delta_1 - \delta_2)$$

$$Q_{13} = \frac{1}{X}\left[|V_1|^2 - |V_1|\,|V_3|\cos(\delta_1 - \delta_3)\right]$$

$$Q_{13} = 20\,[1^2 - 1\times 1\times\cos 0.573°] = 0.002 \text{ per unit} \rightarrow$$

$Q_{13} = 0{,}002$ pu

$$Q_{12} = \frac{1}{X}\left[V_1^2 - V_1 V_2 \cos(\delta_1 - \delta_2)\right]$$

$$Q_{12} = \frac{1}{X}\left[|V_1|^2 - |V_1|\,|V_2|\cos(\delta_1 - \delta_2)\right]$$

$$Q_{12} = 20\,[1 - 1\times 1\cos 1.46] = 0.004 \text{ per unit} \rightarrow Q_{12}$$

$$Q_{13} = \frac{1}{X}\left[V_1^2 - V_1 V_3 \cos(\delta_1 - \delta_3)\right]$$

$$Q_{23} = \frac{1}{X}\left[|V_2|^2 - |V_2|\,|V_3|\cos(\delta_1 - \delta_3)\right]$$

$$Q_{23} = 20\,[1 - 1\times 1\times\cos(1.46 - 0.573)] = 0.010 \text{ per unit} \rightarrow Q_{23}$$

$$Q_{23} = \frac{1}{X}\left[V_2^2 - V_2 V_3 \cos(\delta_2 - \delta_3)\right]$$

$V_1 = 1$ pu
$V_2 = 1$ pu
$X = j0{,}5$
$\delta_1 = 0$
$\delta_2 = 0{,}02$
$V_3 = 1$ pu
$\delta_3 = -0{,}01$

$V_1 = 1$ pu
$V_2 = 1$ pu
$V_3 = 1$ pu
$\delta_1 = 0$
$\delta_2 = 1{,}146°$
$\delta_3 = -0{,}573$

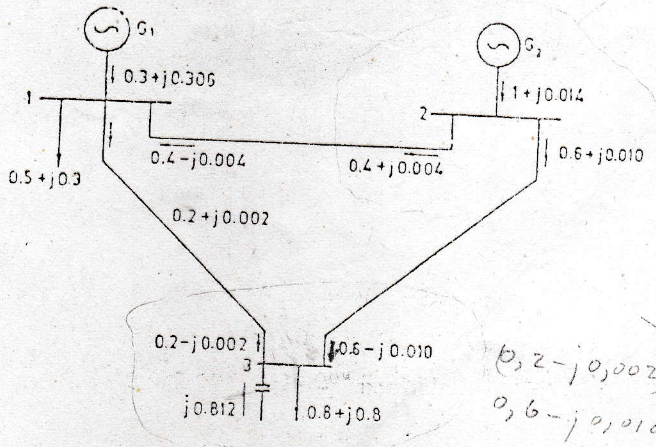
Oleh karena itu, $Q_{12} = Q_{21} = 0{,}004$ per unit

$Q_{13} = Q_{31} = 0{,}002$ per unit

$Q_{23} = Q_{32} = 0{,}010$ per unit

$S_{G2} = 1{,}0 + j0{,}014$
$(0{,}4 + j0{,}004) + (0{,}6 + j0{,}010)$
$= 1 + j0{,}014$

Beban arus ditunjukkan dalam gambar 4.5



$S_{G1} = P_{G1} + jQ_{G1}$
$= 0{,}3 + j0{,}306$ pu

$S_{G2} = P_{G2} + jQ_{G2}$
$= 1 + j0{,}014$ pu

$S_{D1} = P_{D1} + jQ_{D1}$
$= 0{,}5 + j0{,}3$

$S_{D3} = P_{D3} + jQ_{D3}$
$= 0{,}8 + j0{,}8$

$(0{,}2 - j0{,}002) + (0{,}6 - j0{,}010) = 0{,}8 - j0{,}012$

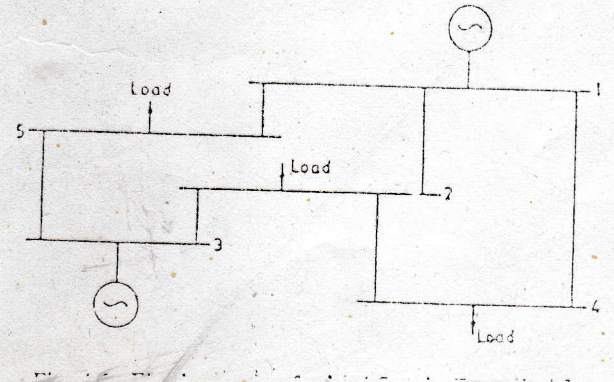
beban $= 0{,}8 + j0{,}8$

Contoh 4.3

suatu sistem lima bus ditunjukkan dalam gambar 4.6 sebagai diagram saluran tunggal. Generator-generator menyuplai ~~tenaga~~ daya yang terletak pada bus 1 dan bus 3 sementara itu yang utama diindikasikan pada bus 2, bus 4, dan bus 5. Impedansi saluran yang berhubungan dengan bus-bus ditunjukkan dalam tabel 4.4. Tabel 4.5 menunjukkan input dari ~~tenaga~~ daya riil dan ~~tenaga~~ daya reaktif ke jaringan pada masing-masing bus sebagai nilai-nilai positif. Beban induktif pada beban bus-busnya ditunjukkan sebagai nilai-nilai negatif. Perkiraan awal tegangan pada bus-bus yang beragam ditunjukkan dalam kolom tegangan. Pada bus ayun, besar sudut dan fase sudut tegangan dipertahankan supaya tetap konstan. Pada bus 3, besar tegangan dipertahankan tetap konstan. Dengan mengasumsikan bahwa penghitungan-penghitungan iterasi mulai start pada bus 2, carilah V_2 untuk iterasi pertamanya.

$$Y_{21} = -y_{12} = -0.392\ 157 + j\,1.568\ 627 \text{ per unit}$$
$$Y_{22} = y_{21} + y_{24} + y_{23}$$
$$= 0.392\ 157 + 0.392\ 157 + 0.588\ 235 - j\,(1.568\ 627 + 1.568\ 627 + 2.352\ 941)$$

gambar 4.6 sistem lima-bus pada beban arus dalam contoh 4.3



$Z = R + jX \rightarrow$ impedansi

$Y = G + jB \rightarrow$ suseptansi / Admitansi Saluran

G = Konduktansi

B = Suseptansi

Tabel 4.4

$Z_{12} = 0,15 + j0,60 \rightarrow Y_{12} = \frac{1}{Z_{12}} = \frac{1}{0,15 + j0,60}$

$= 0,392157 - j1,568627$

Table 4.4 (diketahui)

Lines connecting bus-to-bus	R per unit	X per unit	G per unit	B per unit
1–2	0.15	0.60	0.392157	− 1.568627
1–4	0.20	0.80	0.294118	− 1.176471
1–5	0.10	0.40	0.588235	− 2.352941
2–3	0.10	0.40	0.588235	− 2.352941
2–4	0.15	0.60	0.392157	− 1.568627
3–5	0.10	0.40	0.588235	− 2.352941

Tabel 4.5

Table 4.5 (diketahui)

Bus	P per unit	Q per unit	V per unit	Type of bus
1	—	—	$1.03 \angle 0°$	Swing bus
2	− 0.5	− 0.2	$1.00 \angle 0°$	Inductive load bus, PQ bus
3	1.0	—	$1.03 \angle 0°$	PV bus
4	− 0.3	− 0.1	$1.00 \angle 0°$	Inductive load bus
5	− 0.5	− 0.3	$1.00 \angle 0°$	Inductive load bus

$Y_{22} = 1.372\,549 - j\,5.490\,195$ per unit

$Y_{23} = -y_{23} = -0.588\,235 + j\,2.352\,941$ per unit

$Y_{24} = -y_{24} = -0.392\,157 + j\,1.568\,627$ per unit

$Y_{25} = 0 + j\,0$

$$V_2 = \frac{1}{Y_{22}}\left\{\frac{P_2 - jQ_2}{V_2^*} - \sum_{n=1}^{n=4} Y_{2n}V_n\right\}$$ Rumus

$$V_2 = \frac{1}{Y_{22}}\left\{\frac{P_2 - jQ_2}{V_2^*} - \sum_{n=1}^{n=4} Y_{2n}V_n\right\}$$

$P_2 = -0{,}5$
$Q_2 = 0{,}2$

$P_2 - jQ_2 \rightarrow P_2 = -0{,}5$
$Q_2 = -0{,}2$

Dimana n ≠ . 2 $P_2 - jQ_2 = -0{,}5 - j0{,}2$

$P_2 - jQ_2 = -0{,}5 + j0{,}2$

$$V_2 = \frac{1}{Y_{22}}\left\{ \frac{P_2 - jQ_2}{V_2^*} - \left[V_1 Y_{21} + V_3 Y_{23} + V_4 Y_{24} \right] \right\}$$

$V_2 = 1{,}00\angle$
$V_2^* = 1 + j0$

$$V_2 = \frac{1}{1.352\,549 - j\,5.490\,195} \left\{ \frac{-0.5 + j\,0.2}{1 + j\,0} - [1.03\,(-0.392\,157 + j\,1.568\,627) + 1.03\,(-0.588\,235 + j\,2.352\,941) + (-0.392\,157 + j\,1.568\,627)] \right\}$$

Pemecahannya .

$$V_2 = 0.965\,703 - j\,0.771\,43 \text{ per unit}$$
$$= 0.968\,779 \angle -4.567^\circ \text{ per unit}$$

Penghitungan kembali, V_2 . dengan harga ~~yang benar~~ koreksi dari V_2^*.

$P_2 - jQ_2 = -0{,}5 + j0{,}2 \longrightarrow V_2 = 0{,}965703 - j0{,}77143$ $V_2^* = 0{,}96570 + j0{,}7719$

$$V_2 = \frac{1}{Y_{22}} \left\{ \frac{-0.5 + j\,0.2}{0.965\,703 + j\,0.077\,1431} - [V_1 Y_{21} + V_3 Y_{23} + V_4 Y_{24}] \right\}$$

$V_2^* = 0{,}965703 + j0{,}77143$ pu

Mensubstitusikan harga-harga ~~dari penerima arus~~ admitansi masuk dan pemecahannya :

$$V_2 = 0.941\,321 - j\,0.070\,6869 \text{ per unit}$$
$$V_2 = 0.943\,971 \angle -4.29^\circ \text{ per unit}$$

Ini adalah harga yang benar dari V_2. (harga V_2 iterasi 1)

Contoh 4.4 :

Carilah tegangan dari iterasi pertama yang terletak pada bus 3 dari contoh 4.3 yang dihitung dengan tegangan perkiraan yang original pada bus 2 ditambahkan dengan harga yang didapatkan di dalam contoh 4.3

Admitansi
~~Penerima arus masuknya sendiri-sendiri maupun yang secara~~

admitansi gabungan

Admitansi diri sendiri untuk bus 3 adalah:
~~bersamaan pada bus 3 adalah~~

$$Y_{31} = 0 + j\,0$$
$$Y_{32} = Y_{23} = -\,y_{23} = -\,0.588\,235 + j\,2.352\,941 \text{ per unit}$$
$$Y_{33} = y_{32} + y_{34} + y_{35} + y_{31}$$
$$= 0.588\,235 - j\,2.352\,941 + 0.588\,235 - j\,2.352\,941$$
$$= 1.176\,470 - j\,4.705\,882 \text{ per unit}$$
$$Y_{34} = 0 + j\,0$$
$$Y_{35} = -\,y_{35} = -\,0.588\,235 + j\,2.352\,941 \text{ per unit}$$
$$Q_3 = -\,I_m\,[\,Y_{31}V_1 + Y_{32}V_2 + Y_{33}V_3 + Y_{34}V_4 + Y_{35}V_5\,]\,V_3^*$$

$$Q_3 = -\,I_m\,\{(-\,0.588\,235 + j\,2.352\,941)\,(0.941\,321 - j\,0.070\,6869)$$
$$+ (1.176\,470 - j\,4.705\,882) \times 1.03$$
$$+ (-0.588\,235 + j\,2.352\,941) \times 1.0\,\}\,1.03$$

Pemecahannya $V_3 = 1{,}03 \angle 0$; $P_3 - jQ_3 \rightarrow P_3 = 1$, $Q_3 = 0{,}244795$

$P_3 - jQ_3 = 1 - j\,0{,}244795$

$$Q_3 = 0.244\,795 \text{ per unit}$$
$$V_3 = \frac{1}{Y_{33}}\left\{\frac{P_3 - j\,Q_3}{V_3^*} - [V_1Y_{31} + V_2Y_{32} + V_4Y_{34} + V_5Y_{35}]\right\}$$

Pensubstitusiannya: $V_3 = \dfrac{1}{Y_{33}}\left\{\dfrac{P_3 - jQ_3}{V_3^*} - [V_1Y_{31} + V_2Y_{32} + V_4Y_{34} + V_5Y_{35}]\right\}$

$$V_3 = \frac{1}{1.176\,470 - j\,4.705\,882}\left\{\frac{1 - j\,0.244\,795}{1.03}\right.$$
$$- [(0.941\,321 - j\,0.706\,869) \times (-\,0.588\,235 + j\,2.352\,941)$$
$$\left. + 1\,(-\,0.588\,235 + j\,2.352\,941)]\right\}$$

Pemecahannya,

$$V_3 = 1.141\,499 + j\,0.124\,812$$
$$= 1.148\,303\;\underline{|6.24^\circ}$$

Harga ini pada V_3. harus sekarang ~~dibenarkan~~ dikoreksi untuk diselaraskan dengan besar yang telah ditentukan. Besar V_3. yang tadi dihitung adalah 1,148303 dan problem yang komplek ~~dibenarkan~~ dikoreksi pada V_3. dari ~~besar~~ nilai 1,03 adalah

$V_3 = 1{,}03\angle 0°$

original/asli

$$V_3 = \frac{1.03}{1.148\,303}(1.141\,499 + j\,0.124\,812) \quad \rightarrow V_3 = \frac{V_3}{1{,}148303}(V_3)$$

Riil

V_3 (Riil)

$V_3 = 1{,}148303 + j\,0{,}124812$

$$= 1.023\,897 + j\,0.111\,9534$$

$$= 1.029\,999 \,\underline{|\,6.24°} \text{ per unit.}$$

4.5 Perhitungan iteratif dari Persamaan Aljabar Non Linear

Untuk memecahkan persamaan ganda aljabar non linear, metoda yang digunakan adalah metoda iterasi secara numeric. Bentuk umum SLFE dapat dicari dengan menggunakan satu dari metoda-metoda berikut :

1. Metoda Iteratif-Gauss
2. Metoda Gauss-Siedel
3. Metoda Newton Raphson

Persamaan beban arus adalah dari bentuk :

$$f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0 \quad \rightarrow f_1(x_1, x_2, \ldots x_n) = 0$$
$$\ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots$$
$$f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0 \quad \rightarrow f_n(x_1, x_2, \ldots x_n) = 0.$$

Bentuk yang sama dapat dituliskan dalam bentuk vektor pada umumnya, sebagai berikut :

$$f(x) = 0$$

Solusi dari persamaan-persamaan dapat diperoleh melaui teknik kira-kira, untuk mendapatkan solusi secara numerik seakurat yang dikehendaki.

Langkah-langkah didalam memecahkan problem dengan metoda iretasi adalah :

(i) Tebak solusi awalnya dengan mengira.

(ii) Solusi ini digunakan bersama dengan persamaan yang original untuk menghitung estimasi baru dan estimasi yang lebih akurat.

(iii) Estimasi kedua digunakan dalam mencari estimasi ketiga dan yang selanjutnya.

Beberapa proses dari perkiraan secara berturut-turut biasanya untuk memperoleh solusi secara numeric pada persamaan aljabarnya, persamaan-persamaan yang berbeda, dan yang lainnya, yang dikenal sebagai metoda iteratif. Komputer-komputer digital digunakan untuk menperoleh solusi secara cepat. Daftar instruksi komputer yang menyebutkan serangkaian pengoperasian adalah suatu algoritma. Kualitas algoritma ditetapkan oleh kecepatan penyatuannya.

Metoda Gauss dan Gauss-Siedel pada solusi iteratif dari persamaan aljabar non linear digambarkan didalam kasus sederhana melalui contoh-contoh berikut :

Contoh 4.5

~~Pikirkanlah~~ Persamaan-persamaan non linear dibawah ini adalah :

$$3x_1 + x_1 x_2 - 2 = 0$$
$$3x_2 - x_1 x_2 + 2 = 0$$

Carilah pemecahan persamaan diatas dengan menggunakan metoda iteratif Gauss.

$3x_1 + x_1x_2 - 2 = 0 \rightarrow x_1 = 1$

$3 \cdot 1 + x_2 - 2 = 0 \rightarrow x_2 = -1$

Solusi :

Dengan menggunakan metoda biasa, terlihat bahwa solusi untuk persamaan-persamaan tersebut adalah $x_1 = 1$, $x_2 = -1$. Marilah kita sekarang mencari pemecahannya dengan metoda iterasi.

$$x_1 = 0.6666 - \frac{x_1 x_2}{3}$$
$$x_2 = -0.6666 + \frac{x_1 x_2}{3}$$

$\Rightarrow$ Rumus

Pada awalnya, untuk memulai metoda iterasi dengan mengasumsikan harga pada x_1. dan x_2. .

$$x_1^{(0)} = 0$$
$$x_2^{(0)} = 0$$

$\Longrightarrow$ kondisi awal.

$$x_1^{(1)} = 0,6666 - \frac{0.0}{3} = 0,6666 - 0$$
$$x_2^{(1)} = -0,6666 - \frac{0.0}{3} = -0,6666$$

Kemudian, iterasi 1 :

$$x_1^{(1)} = 0.6666 - 0 = 0.6666$$
$$x_2^{(1)} = -0.6666 + 0 = -0.6666$$

iterasi 2 :

$$x_1^{(2)} = 0,6666 + \frac{\overset{x_1^{(1)}}{0,6666} \times \overset{x_2^{(1)}}{0,6666}}{3} = 0,8147.$$

$$x_2^{(2)} = -0,6666 - \frac{0,6666 \times 0,6666}{3} = -0,8147.$$

iterasi 3 :

$$x_1^{(3)} = 0.6666 + \frac{0.8147 \times 0.8147}{3} = -0.8878$$

$$x_2^{(3)} = -0.6666 - \frac{0.8147 \times 0.8147}{3} = -0.8878$$

Substitusikan harga yang diperoleh dari x_1, dan x_2 dan lanjutkan langkah $x_1^{(4)}$..., $x_2^{(4)}$..., $x_1^{(5)}$..., $x_2^{(5)}$..., dan selanjutnya sampai perolehan hasil akhir didapatkan.

contoh 4.6

Carilah pemecahan contoh 4.5 dengan menggunakan metoda

Gauss-Siedel.

Solusi:

Didalam metoda Gauss-Siedel, penyatuan diperoleh lebih cepat dengan membuat penggunaan iterasi-iterasi yang diperbarui segera setelah semuanya diberikan (ada).

iterasi 1 : sama dengan contoh 4.5

Iterasi 2 :

$$x_1^{(2)} = 0.6666 + \frac{\overset{x_1^{(1)}}{0.6666} \times \overset{x_2^{(1)}}{0.6666}}{3} = 0.8147 \longrightarrow x_1^{(2)}$$

$$x_2^{(2)} = -\,0.6666 - \frac{\overset{x_1^{(2)}}{0.8147} \times \overset{x_2^{(1)}}{0.6666}}{3} = -\,0.8476 \longrightarrow x_2^{(2)}$$

Iterasi 3 :

$$x_1^{(3)} = 0.6666 + \frac{\overset{x_1^{(2)}}{0.8147} \times \overset{x_2^{2}}{0.8476}}{3} = 0.8968 \longrightarrow x_1^{(3)}$$

$$x_2^{(3)} = -\,0.6666 - \frac{\overset{x_2^{3}}{0.8968} \times \overset{x_2^{2}}{0.8476}}{3} = -\,0.9200 \longrightarrow x_2^{(3)}$$

Bahwa kecepatan penyatuan di dalam metoda ini apakah akan meningkat atau sejumlah iterasi yang dibutuhkan akan berkurang, hal ini akan diobservasi.

Faktor akselarasi Proses konvergensi (=penyatuan) dapat ditingkatkan dengan metode-metoda diatas melalui aplikasi faktor akselarasi. Jika, $\Delta x_1^{(v)}$.. dan $\Delta x_2^{(v)}$.. mengindikasikan perubahan didalam iterasi (v-1) th dan iterasi v th, variabel-variabel yang berbeda dapat dituliskan sebagai :

$$\Delta x_1^{(v)} = x_1^{(v)} - x_1^{(v-1)}$$
$$\Delta x_2^{(v)} = x_2^{(v)} - x_2^{(v-1)}$$