|2|

Dasar Logika

2.1 Alasan Logis. Kami mendengar semua kata “logika” dan “logis”. Kamiberbicara tentangtindakanseseorangsebagai"logis," atau"logis" solusi untukmasalah. Sebuah perilaku"logis" adalah perilaku yang "masuk akal". Kesimpulan yang “tidak logis” adalah sebuah kesimpulan yang “tidak masuk akal”. Ketika seseorang menggunakan dalam “pikiran kosong” atau “berfikir keras”, dia adalah pekerja disiplin dari penyebab logis.

Dalam bab ini kita dapat mendiskusikan arti dari sebagian kecil kata dan simbol, penggunaan dalam logika *present-day* dan *matematic*. Kemudian kitadapat memperkenalkan bebrapa metode dan penggunaan dasar-dasar dalam membedakan kebenaran dari argumen yang salah. Kita dapat menyusun beberapa simpler principles dari sebab yang benar.

Walaupun metode dari resapan logika deduktif dari semua bidang pengetahuan manusia. Itu kemunginan menimbulkan bentuk tajam dan jelas dalam pembelajaran matematika.

2.2 Pernyataan. Sebuah percakapan memuat penggunaan kalimat. Beberapa kalimat-kalimat ini adalah bentuk dari pernyataan.

Definisi: Sebuah pernyataan adalah kalimat yang mana yang salah satunya benar atau salah, tapi tidak keduanya.

Itu akan dicatat disini kata “benar” dan “salah” adalahunsur yang takbisadiungkapkanartinya. Setiap pernyataan adalah kalimat, tapi tidak setiap kalimat adalah pernyataan. Sebuah pernyataan adalah kata untuk nilai kebenaran, B jika benar dan S jika salah. Seperti benda menjadi penegasan, penolakan, laporan, pendapat, ucapan, komentar, dan keputusan dari pernyataan. Setiap pernyataan adalah pernyataan yang tegas.

Kalimat “San Fransisco adalah Kalifornia” adalah pernyataan dengan nila kebenaran B. Kalimat “Setiap nomor adalah ganjil” adalah pernyataan dengan nilai kebenaran S.

Semua pernyataan dalam bidang logika adalah salah satu kalimat sederhana atau kalimat campuran. Kalimat sederhana mengandung satu pandang garis sudut tetap bahasa pernyataan bebas. Itu tidak mengandung hubungan kata dari dan, atau, dan tetapi. Semua kalimat campuran adalah bentuk dari dua kalimat lebih. Dan lain-lain jadi kalimat bebas dan mengubah dari hubungan dari dan, atau, tapi, jika ... maka, jika dan hanya jika, salah satu...atau, dan tidak salah satu...atau.

Contoh :

1. Setiap bilangan real adalah ganjil atau genap
2. Saya pergi untuk cek uang dan membeli pakaian pribadi baru.
3. Angin yang kencang dan Saya kedinginan.
4. Saya akan pergi kepameran jika John mengundangku.
5. Seseorang yang tidak bekerja tidak dapat makan.

Itu biasa dalam logika untuk mewakili pernyataan sederhana, dari huruf p, q, r, dan lain-lain. Karena itu jika kita memisalkan p menyatakan pernyataan “Angin yang kencang” dan q menyatakan, “Saya kedinginan”. Kita dapat mengangap pernyataan nomor tiga seperti p dan q.

Latihan (A)

Perhatikan kalimat berikut.Yang mana yang pernyataan.

1. Berapa banyak yang disana?
2. $3 + 2 = 5$.
3. $3 \times 2 = 5$.
4. Beri aku naskah.
5. Tom lebih tua dari Bill
6. Semua sudut kanan mempunyai ukuran yang sama.
7. Dia lapar.
8. Ibu Jones sakit.
9. Dia laki-laki paling populer di sekolah..
10. Jika Saya tidak belajar, Saya akan gagal dipelajaran ini.
11. Jika Saya tingal di Los Angles, Saya tiggal di California.
12. $x + 3 = 5$
13. Pergi jauh!
14. Jendela tidak ditutup.
15. $3 \times 2 \neq 5$
16. Berapa berat badanmu?

Latihan (B)

Dalam setiap latihan berikut ada pernyataan majemuk atau salah satu yang dapat diartikan menjadi satu. Nyatakan komponen sederhana dari setiap kalimat.

1. Saya kepanasan dan lelah.

2. Pemain bisbol makan *Zeppo cereal* dan berjaga-jaga di lapangan bisbol.
3. Tindakannya disengaja baik atau ceroboh.
4. Salah satu pengarang adalah Chopin atau Brahms.
5. Gambar ini tidak persegi maupun persegi panjang.
6. Entah Jones tidak bersalah atau dia berbohong.
7. Dia pintar dan saya tidak.
8. Sue dan Kay cantik.
9. Sue dan Kay tidak suka satu sama lain.
10. Setiap binatang mati atau hidup.
11. Dua garis berpotongan atau dua garis sejajar.
12. Jika objek ini bukan jantan maupun betina, ini bukan binatang.
13. Tiap binatang baik jantan maupun betina.
14. Biaya tidak ada yang murah maupun mahal.
15. Saya akan membeli mobil, tapi harganya mahal.
16. Persegi adalah persegi panjang.

2.3 Konjungsi. Kami melihat bagaimana dua pernyataan dapat dihubungkan untuk membuat pernyataan lain. Beberapabentukini terjadiberulang kali dalamlogikawacanadansangat diperlukan untukkeperluan analisis. Kita akan mendefinisikan dan mendiskusikan bebarapa yang lebih umum dari bab ini.

Definisi: Jika p dan q adalah pernyataan, maka pernyataan dari bentuk p dan q disebut konjungsi dari p dan q. Simbol untuk p dan q adalah "$p \wedge q$".

Ada banyak kata lain dalam mengungkapkan menggunakan konjungsi selain "dan", misalnya "tapi", "meskipun", "namun", "namun demikian".

Contoh

1. Ini siang hari, namun saya tidak bisa melihat matahari.
2. Saya kelaparan, tapi dia cukup makan.
3. Mary pergi dengan George dan Ruth pergi dengan Bill.
4. Beberapa mawar berwarna merah dan beberapa mawar berwarna biru.
5. Beberapa mawar berwarnamerah dan hari ini selasa.

Meskipun definisi untuk konjungsi terdengar cukup sederhana, kami tidak harus menerimanya secara tidak beraturan. Kamudapat mencatat bahwadefinisi kitamembutuhkan waktusingkat bahwa"p danq" akan selalu menjadisebuah pernyataan. Ingat kalimat bukan pernyataan kecualiitubenar atau salah, tetapi tidak keduanya. Meskipun perlu, kemudian, untukmerumuskan beberapaaturanyang dapat kita gunakanuntuk menentukan kapan$p$dan$q$" adalah benardan ketikaitu adalah salah. Tanpaaturan tersebut, definisi kitatidak akan memiliki arti.

Masing-masing pernyataanberikut inidalam bentuk" p dan q ." Periksamana yangbenardan mana yangsalah,dan kemudian mencobauntuk merumuskan aturan umumuntukmemutuskebenarankonjungsi.

1. $2 + 3 = 5\ dan\ 2 \times 3 = 5$
2. 2 angka genap dan 3 angka ganjil.

3. 2 angka genap dan 4 angka genap.
4. 2 angka ganjil dan 4 angka ganjil.
5. Lingkaran memiliki 10 sisi dan segitiga memilika 3 sisi.
6. $\overrightarrow{AB} \cup \{A\} = \overrightarrow{AB} dan \overleftrightarrow{AB} \cup \{A, B\} = \overline{AB}$.

Pelajari contoh sebelumnya, kamu akan menemukan "$pdanq$" dianggap benar hanya ketika "$pdanq$" keduanya benar. Jika salah satu "p" salah atau "q" salah (atau keduanya salah) maka "$pdanq$" salah. Dibawah ini ditunjukkan dengan jelas sebagian dari table kebenaran.

p	q	$p\Delta q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	S

"$pdanq$" benar (B) hanya satu dan lainnya salah. Itu terbukti di table kebenaran tidak dapat ditekankan. Mereka mewakili persetujuan pernyataan nilai-nilai kebenaran telah terbukti berguna untuk ahli ilmu pasti dan ahli logika.

2.4 Disjungsi. Cara lain untuk pernyataan gabungan menggunakan kata sambung "atau" diantara dua pernyataan. Pertimbangkan kalimat berikut :

1. Saya berencana pergi bermain atau kepertunjukkan.
2. Saya berharap melihat Jhon atau Tom di pesta.
3. Guru musik mengatakan kepada anak saya bahwa dia bisa melakukan dengan baik sebagai mahasiswa piano atau seruling.

Dalam kalimat pertama jelas bahwa pembicara akan pergi baik untuk permainan atau pertunjukkan tetapi bahwa dia tidak akan melakukan keduanya. Dalam kalimat kedua tidak jelas jika pembicara akan melihat hanya Jhon atau hanya Tom di pesta. Itu berarti dia mungkin akan melihat keduanya. Dikalimat ketiga, itu jelas bahwa anak harus melakukan dengan satu atau kedua alat musik.

Dengan demikian kita melihat bahwa penggunaan umum dari kata "atau" sering menyebabkan kemenduaan dan makna tidak seragam. Terkadang ini menunjukkan hanya satu pernyataan yang membuat disjungsi benar. Terkadang ini digunakan setidaknya untuk satu dan dua pernyataan mungkin benar. Dalam logika kita tidak bisa menghadapi makna bervariasi. Kita harus setuju tentang apa yang kita maksut ketika kita mengatakan "$p\ atau\ q$". Matematikawan telah sepakat bahwa, kecuali secara eksplisit dinyatakan sebaliknya, dihubungkan "atau" harus menggunakan arti dalam inklusif. Pernyataan dari "$p\ atau\ q$" adalah benar dalam semua kasus keuali ketika p dan q keduanya salah.

Perlu diingat bahwa kami tafsirkan "atau" termasuk yang kita definisi tentang persatuan set.

Definisi: disjungsi dari dua pernyataan p dan q adalah umum. kalimat "p atau q." Itu adalah salah ketika kedua p dan q adalah salah dan benar dalam kasus lain. Simbol inklusif untuk p atau q adalah "p V q."

Tabel kebenaran untuk disjungsi "$p\ atau\ q$" sebagai berikut:

p	q	$p \vee q$
B	B	B
B	S	B
S	B	B
S	S	S

Latihan

Dalam setiap latihan berikut ada dua pernyataan. Gabung dengan pernyataan pertama dari konjungsi dan kemudian pernyataan kedua dari disjungsi. Menentukan kebenaran atau kesalahan dari masing-masing kalimat majemuk.

1. Berlian keras. Putty lunak.
2. Pernyataan benar. Pernyataan salah.
3. Dua garis berpotongan. Garis sejajar
4. Sinar A adalah setengah garis. Sinar A memuat titik puncak.
5. Ada 30 hari dibulan febuari. 5 kurang dari 4.
6. Tidak ada segitiga yang memiliki 4 sisi. Persegi memiliki 4 sisi.
7. $3 + 0 = 3$. $3 \times 0 = 3$.
8. Beberapa binatang adalah anjing. Beberapa anjing mengonggong.
9. A adalah bagian dalam $\angle ABC$. C adalah sisi AB dari $\angle ABC$.
10. Semua wanita tidak baik dalam mengendarai. Nama saya adalah Mudd.
11. Matahari panas. Anjing dapat terbang.
12. -5 kurang dari 2. 4 lebih dari 3.
13. Sudut yang dibentuk oleh dua sinar. Interval termasuk titik ujungnya.
14. $\Delta ABC \cap \angle ABC = \angle ABC$. $\Delta ABC \cup \angle ABC = \Delta ABC$.
15. Sisi sudut bukanlah bagian dari interior sudut. Natal terjadi pada bulan Desember.
16. Suplemen dari sudut lebih besar dari komplemen dari sudut. Ukuran sudut lancip lebih besar dari ukuran sebuah sudut tumpul.

2.5. **Negasi**. Pernyataan dapat dibuat tentang pernyataan lainnya. Salah satu pernyataan yang paling sederhana dan paling berguna memiliki bentuk “p salah”. Setiap orang mungkin telah membuat pernyataan bahwa ia percaya benar hanya memiliki orang lain menunjukkan ketidaksetujuannya dengan mengatakan, "Itu tidak benar”.

Definisi: negasi dari pernyataan "p" adalah pernyataan "$\sim p$". Ini berarti "p salah"; atau "p tidak benar. Simbol untuk tidak p adalah "$\sim p$". Negasi dari pernyataan, bagaimanapun, tidak biasanya dibentuk dengan menempatkan "tidak" di depannya. Hal ini biasanya akan membuat kalimat terdengar aneh. Jadi di mana p melambangkan pernyataan, “Semua orang kikir egois”, beberapa pernyataan, "salah jika semua orang kikir egois”, “Tidak semua orang kikir egois”, "Beberapa orang kikir tidak egois”, “Tidak benar bahwa semua orang kikir egois" dilambangkan "$\sim p$". Negasi dari setiap pernyataan yang benar adalah salah, dan negasi dari pernyataan salah adalah benar. Fakta ini dapat dinyatakan dengan tabel kebenaran.

p	$\sim p$
B	S
S	B

Dari mengembangkan bukti logis, sering diperlukan untuk menyatakan negasi dari pernyataan seperti “Semua orang gemuk bahagia” dan “Beberapa orang gemuk bahagia”. Sebaiknya harus jelas supaya, jika kita dapat menemukan satu orang gemuk tidak bahagia, kita akan membuktikan pernyataan pertama salah. Jadi kita bisa membentuk negasi dengan menyatakan “Beberapa orang gemuk yang tidak bahagia” atau “Ada setidaknya satu orang gemuk yang tidak bahagia”. Tapi kita tidak bisa membentuk negasi dengan pernyataan “Tidak ada orang gemuk bahagia”. Ini adalah kesalahan umum yang dibuat dengan pikiran kosong. Negasi dari “semua” adalah “tidak beberapa” atau “tidak semua”.

Kata “beberapa” dalam penggunaan umum berarti “lebih dari satu”. Namun, dalam logika akan lebih nyaman jika kita setuju itu berarti “satu atau lebih”. Ini kami akan melakukan dalam teks ini. Jadi negasi dari pernyataan kedua di atas akan menjadi “Tidak ada orang gemuk yang bahagia” atau “Setiap orang gemuk tidak bahagia”. Negasi dari “beberapa” adalah “tidak sama sekali” atau “itu tidak benar bahwa beberapa”.

latihan

Dari setiap bentuk negasi dari pernyataan berikut adalah.

1. Emas tidak berat.
2. Fido tidak pernah membentak.
3. Siapapun yang ingin nilai bagus dalam pelajaran ini harus belajar keras.
4. Aspirin mengurangi rasa sakit
5. Sebuah heksagon memiliki tujuh sisi.
6. Salah bahwa segitiga memiliki empat sisi.
7. Tidak setiap direktur bank kaya.

8. Tidak benar bahwa 2 ditambah empat sama dengan 6.
9. Dua ditambah 4 sama dengan 8.
10. Garis tegak lurus membentuk sudut siku-siku.
11. Semua segitiga sama sisi yang pigura sudutnya sama.
12. Semua laki-laki buta tidak dapat melihat.
13. Beberapa laki-laki buta membawa tongkat putih.
14. Semua kotak persegi panjang.
15. Semua kue ini lezat.
16. Beberapa siswa lebih pintar dari yang lain.
17. Setiap orang Eropa tinggal di Eropa.
18. Untuk setiap pertanyaan disitu ada jawaban.
19. Ada setidaknya satu perempuan di kelas.
20. Setiap pemain tingginya 6 kaki.
21. Beberapa pertanyaan tidak dapat dijawab.
22. Beberapa anjing berwarna hijau.
23. Setiap ZEP adalah ZOP.
24. Beberapa bantal lembut.
25. Satu set nol adalah himpunan dari dirinya sendiri.
26. Tidak setiap sudut lancip.

2.6. Negations konjungsi dan disjunctions. Dalam menentukan negasi dari konjungsi atau disjungsi kita harus terlebih dahulu mengingat kondisi kalimat majemuk adalah benar. Untuk membentuk negasi dari, “Ayam adalah unggas dan kucing adalah kucing”, kita harus mengatakan pernyataan tersebut. Kita dapat melakukan ini dengan menyatakan bahwa setidaknya satu dari pernyataan sederhana, kita dapat melakukan ini dengan menyatakan “Ayam bukan unggas atau kucing bukan kucing”. Negasi dari “saya akan belajar bahasa Spanyol dan Perancis” menjadi “saya tidak dapat belajar bahasa spanyol atau bahasa Prancis”.

Ini harus jelas bahwa negasi dari "$\sim(p \wedge q)$" adalah pernyataan "$\sim p \vee \sim q$". Tabel kebenarannya sebagai berikut:

P	q	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$
B	B	B	S	S	S	S
B	S	S	B	S	B	B
S	B	S	B	B	S	B
S	S	S	B	B	B	B

Untuk membentuk negasi dari disjungsinya, “Kami akan menang atau informasi tidak benar” kita tulis “Kami tidak akan menang dan informasi saya benar”. Jadi negasi dari "$p \vee q$" adalah "$\sim(p \vee q)$" dan ini sama dengan “$\sim p \wedge \sim q$”. Tabel kebenarannya sebagai berikut:

P	q	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$
B	B	B	S	S	S	S
B	S	B	S	S	B	S
S	B	B	S	B	S	S
S	S	S	B	B	B	B

Latihan

Berikan negasi dari setiap pernyataan di bawah ini dan tentukan pernyataan tersebut benar atau salah.

1. Sebuah aprikot adalah buah dan wortel adalah sayur.
2. Lincoln dibunuh atau Douglass dibunuh.
3. Beberapa pria suka untuk berburu, yang lain suka memancing.
4. Beberapa nomor adalah ganjil dan beberapa adalah genap.
5. Tidak ada nomor yang ganjil dan semua nomor adalah genap.
6. Semua garis adalah kumpulan titik atau semua sudut adalah sudut siku-siku.
7. Sisi sudut siku-siku tegak lurus dan semua sudut siku-siku kongruen.
8. Persimpangan dua garis sejajar adalah seperangkat nol atau setiap pasangan garis lurus memiliki titik biasanya untuk dua garis.
9. Setiap segitiga memiliki sudut siku-siku dan sudut lancip.
10. Setiap segitiga memiliki sudut siku-siku dan sudut tumpul.
11. Setiap segitiga memiliki sudut siku-siku atau sudut tumpul.
12. Tidak ada segitiga memiliki dua sudut tumpul atau dua sudut siku-siku.
13. Beberapa segitiga memiliki tiga sudut lancip dan beberapa hanya memiliki dua sudut lancip.
14. $\overline{AB}$ menandakan garis dan $\overrightarrow{AB}$ menandakan sinar.
15. Sinar A memiliki satu titik akhir atau memotong dua titik akhir.

2.7. Implikasi logis. Sebagian umum dalam kesimpulan logis adalah “jika-maka”. Semua bukti matematika menggunakan pernyataan bersyarat dari jenis ini. Jika kalimat (klausa), disebut hipotesis atau premis atau diberikan adalah satu kumpulan atau, pernyataan lainnya yang akan membentuk dasar untuk kesimpulan. Kemudian klausa pernyataan segera setelah “jika” juga disebut pendahuluan, dan pernyataan segera setelah “maka” adalah konsekuen.

Berikut adalah beberapa contoh sederhana dari kalimat bersyarat seperti:

1. Jika $5x = 20$, maka $x = 4$.
2. Jika gambar ini persegi panjang, maka ini adalah jajar genjang.

Sebuah pernyataan hipotetis menegaskan bahwa kalimat yang menyatakan tidak lagsung sebagai pernyataan tidak menegaskan bahwa kalimat tersebut benar, tapi hanya sebagai akibat dari kebenaran jika kaimat tersebut benar.

Biasanya dalam logika untuk melambangkan pernyataan menggunakan huruf. Dengan demikian, kita misalkan p untuk melambangkan pernyataan, "Gambar ini adalah persegi panjang" dan q untuk pernyataan "Gambar ini adalah jajar genjang". Kami bisa menyatakan bahwa, "Jika p, maka q" atau "implies q". Kita dapat mengetahui manfaat untuk menggunakan tanda panah untuk "implies". Kita dapat menulis bahwa "$p \rightarrow q$". Seperti pernyataan tersebut disebut implikasi.

Pernyataan "jika" tidak datang di awal pernyataan. Mungkin datang terakhir. Dalam kasus lain, pada premis dimuali dengan kata "jika". Untuk contoh:

1. Seorang pramuka yang baik dapat dipercaya.
2. Apel bukan sayuran.
3. Siswa di kelas ini yang tidak belajar mungkin mengharapkan untuk gagal .

Masing-masing di atas dapat diatur ke "jika-maka" bentuk sebagai berikut:

1. Jika dia seorang pramuka yang baik, maka dia dapat dipercaya.
2. Jika ini apel, maka bukan sayuran.
3. Jika siswa di kelas ini tidak belajar, maka dia akan gagal.

Dalam setiap pernyataan memiliki kata lain yang memiliki arti yang sama dengan "jika p, maka q" adalah "p hanya jika q", p adalah suatu keadaan yang sesuai untuk q", "q, jika p", q, adalah kondisi yang diperlukan untuk p, "Bilamana p, maka q", "andaikan p, maka q".

Andaikan guru kamu membuat pernyataan, ", "Jika tangan kamu megerjakan semua PR, kamu akan lulus pada pelajaran ini". Sekarang kita dapat memisalkan p untuk melambangkan pernyataan. "Tangan kamu megerjakan semua PR", dan q untuk pernyataan, "Kamu akan lulus pada pelajaran ini". "Jika kedua p dan q adalah benar, maka p→ q pasti benar. Misalkan p benar dan q salah; yaitu, tangan kamu megerjakan semua PR namun tetap gagal pada mata pelajaran itu, dengan jelas, maka p→ q adalah salah.

Selanjutnya misalkan p adalah salah. Bagaimana kita harus menyelesaikan tabel kebenaran? Jika p adalah salah dan q adalah benar. Jika tangan kamu tidak megerjakan semua PR, kamu akan lulus pada pelajaran ini. Jika p salah dan q adalah salah, Jika tangan kamu tidak megerjakan semua PR, kamu tidak akan lulus pada pelajaran ini. Pada awalnya pikir orang mungkin merasa bahwa tidak ada nilai kebenaran harus diberikan kepada pernyataan majemuk seperti dalam kondisi seperti itu. Jika Kami melakukannya, kita akan melanggar sifat bahwa pernyataan salah satunya benar atau salah.

Ahli logika telah membuat keputusan benar-benar sewenang-wenang yang p→ q benar.

Ketika p salah, tanpa memperhatikan nilai kebenaran dari q. Jadi, p→ q dipertimbangkan seandaiya salah jika p adalah benar dan q adalah salah. Tabel kebenaran untuk p→ q adalah:

p	q	$p \vee q$
B	B	B
B	S	B
S	B	B
S	S	S

Latihan

Dalam setiap kalimat majemuk berikut menunjukkan premis dan kesimpulan.

1. Kereta akan terlambat jika ada salju.
2. Seseorang tinggal di California jika dia tinggal di San Francisco.
3. Hanya warga yang berumur lebih dari 21 memiliki hak untuk memilih.
4. Empat lebih besar dari tiga.
5. Semua siswa harus mengikuti ujian fisik.
6. Saya tahu dia ada di sana karena saya melihat dia.
7. Dua jalur yang tidak berpotongan sejajar.
8. Semua sudut siku-siku adalah kongruen.
9. Biasanya nomor salah satunya genap atau ganjil.
10. Dia akan dihukum jika ia tertangkap.
11. Setiap jajargenjang adalah segiempat.
12. Pengintai yang baik mematuhi hukum.
13. Burung tidak memiliki empat kaki.
14. Berlian adalah mahal.
15. Mereka yang belajar akan mempelajari mata pelajaran.
16. Sisi sebuah segitiga sama sisi kongruen satu sama lain.
17. Orang yang mencuri pasti akan tertangkap.
18. Untuk menjadi sukses, kita harus bekerja.
19. . Bekerja akan menjadi sukses.
20. kamu harus puas atau uang kamu akan dikembalikan.
21. Dengan penampilan kamu, saya akan menjadi bintang film.

2.8. Modus ponens. Implikasi dengan sendirinya adalah nilai yang kecil. Namun, jika kita tahu "p menyiratkan q" dan bahwa p juga benar, kita harus menerima q sebagai benar. ini dikenal sebagai Aturan Dasar Inference. Ini aturan penalaran disebut modus ponens. Sebagai contoh, perhatikan implikasinya: (a) "Jika hujan, itu adalah berawan. "Juga, dengan implikasinya mempertimbangkan pernyataan (b)" Ini adalah hujan. "Jika kita menerima (a) dan (b) bersama-sama, kita harus menyimpulkan bahwa (c) "Ini adalah berawan."

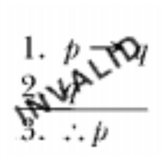
Dalam menerapkan Aturan Inferensi, tidak peduli apa isi dari laporan p dan q adalah. Selama "p menyiratkan q" adalah benar dan p benar, kita secara logis harus menyimpulkan bahwa q benar. Hal ini ditunjukkan dengan membentuk struktur umum:

$$\begin{array}{ll} 1. & p \to q \\ 2. & p \\ \hline 3. & \therefore q \end{array} \qquad \text{atau} \qquad \begin{array}{l} 1.\ p \to q. \quad 2.\ p \\ \hline 3.\ \therefore q \end{array}$$

Simbol ∴ berarti "maka" atau "karena itu". Bentuk tiga langkah tersebut disebut silogisme. Langkah 1 dan 2 disebut asumsi atau tempat, dan langkah 3 disebut kesimpulan. Urutan langkah-langkah 1 dan 2 dapat dibalik dan tidak mengubah validitas silogisme. Jadi silogisme juga bisa ditulis menjadi:

$$\begin{array}{ll} 1. & p \\ 2. & p \to q \\ \hline 3. & \therefore q \end{array} \qquad \text{atau} \qquad \begin{array}{l} 1.\ p. \quad 2.\ p \to q \\ \hline 3.\ \therefore q \end{array}$$

Jenis umum dari penalaran yang tidak valid adalah bahwa menegaskan konsekuen. Strukturnya sebagai berikut:



2.9. Modus tollens. Sebuah silogisme kedua menyangkal konsekuen kesimpulan dan maka menyimpulkan anteseden bersyarat kalimat harus ditolak. Modus penalaran ini disebut *modus tollens*. Penalaran modus Tollen dapat distrukturkan:

$$\begin{array}{l} 1.\ p \to q \\ 2.\ {\sim}q \\ \hline 3.\ \therefore {\sim}p \end{array}$$

Pertimbangkan kalimat bersyarat (a) "Jika hujan, maka berawan". Kemudian pertimbangkan dengan kesimpulan pernyataan (b) "Ini tidak mendung". Jika premis (a) dan (b) ditekan, kita harus menyimpulkan dengan penalaran modus tollens yang (c) "Ini tidak hujan".

Metode modus tollens adalah hasil logis dari penafsiran bahwa $p \to q$ berarti "q adalah kondisi yang diperlukan untuk p". Jadi, jika kita tidak memiliki q, kita tidak dapat memiliki p.

Jenis lain yang umum dari penalaran yang tidak valid adalah bahwa menyangkal anteseden tersebut. Strukturnya sebagai berikut:

INVALID

$$
\begin{array}{l}
1.\ p \to q \\
2.\ \text{not-}p \\
\hline
3.\ \therefore \text{not-}q
\end{array}
$$

Dua prinsip lain logika harus disebutkan di sini. *The Law of the Excluded Middle* menegaskan "$p\ atau \sim p$" sebagai pernyataan logis. "atau" dalam hal ini misalnya digunakan dalam arti terbatas atau eksklusif. Misalnya, “nomor A baik ganjil atau tidak ganjil”. Contoh lain, “Perak lebih berat dari emas atau perak tidak berat daripada emas. Hal ini tidak bisa keduanya”.

Simbol untuk "eksklusif atau" adalah “$\veebar$”. Tabel kebenaran untuk “eksklusif atau” sebagai berikut.

p	q	$p \veebar q$
B	B	S
B	S	B
S	B	B
S	S	S

Aturan untuk menyangkal alternative dinyatakan skematis oleh:

$$
\begin{array}{l}
1.\ p\ atau\ q \\
2.\ \sim q \\
\hline
3.\ \therefore p
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{l}
1.\ p\ atau\ q \\
2.\ \sim p \\
\hline
3.\ \therefore q
\end{array}
$$

Sebagai contoh, jika kita menerima laporan (a) “Nomor k ganjil atau, nomor k genap”. Dan (b) “Nomor k tidak genap”, maka kita harus menyimpulkan bahwa (c) “Nomor k ganjil”. Kami akan menggunakan dua prinsip ini dalam mengembangkan bukti untuk teorema kemudian di buku ini.

Latihan

Dalam latihan berikut disertai kesimpulan yang valid, jika salah satu dapat diberikan dengan metode modus ponens dan modus tollens. Mengamsusikan "atau" dalam latihan berikut untuk menjadi eksklusif atau. (Catatan. Anda tidak diminta untuk menentukan premis apa atau kesimpulan yang benar).

1. Dua laki-laki yang lebih tinggi selalu lebih berat. Bob lebih tinggi dari Jack.
2. Semua segiempat memiliki 4 sisi. Belah ketupat memiliki 4 sisi.
3. Anjing mengonggong tidak menggigit. Anjing saya mengonggong.
4. Segitiga ABC adalah segitiga sama sisi. Segitiga sama sisi adalah sama kaki.
5. Setiap jajar genjang adalah segiempat. Gambar ABCD adalah jajar genjang.
6. Jika $B \in \overline{AC}$, maka $m\overline{AB} + m\overline{CB} = m\overline{AC}$. $B \in \overline{AC}$.
7. Jika $a = b$, maka $a + c = b + c$. $a = b$
8. Jika $a = b$, maka $c = d$. $c = d$.
9. Garis parallel tidak bertemu. Garis *l* dan *m* tidak bertemu.
10. Semua wanita buruk dalam berkendara atau saya salah ingat. Saya tidak salah ingat.
11. Siapapun yang memegang katak akan mendapatkan kutil ditangannya. Saya memegang katak hari ini.
12. Semua orang jahat pemalas. Ini pemalas.
13. Jones tinggal di Dallas atau di Houston. Jones tidak tinggal di Dallas.
14. Semua kotak persegi panjang. Ini bukan persegi panjang.
15. Jika $a = b$, maka $ac = bc$. $ac \neq bc$.
16. Jika $R \in \overleftrightarrow{ST}$, maka $R \in \overline{ST}$. $R \notin \overline{ST}$.
17. Jika $B \in \overleftrightarrow{AC}$, maka $B \in \overline{AC}$. $B \in \overrightarrow{AC}$.

Dari masing-masing berikut ini diberikan pola untuk sampai pada kesimpulan. Tulis pernyataan yang melengkapi pola.

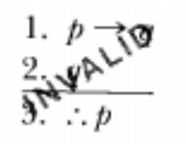
18. (1) Jika $B \in \overleftrightarrow{AC}, maka\ B \in \overline{AC}$. (2) ____
    (3) Maka $B \notin \overleftrightarrow{AC}$
19. (1) Jika $x = 4$, maka $y = 4$. (2) $x = 4$.
    (3) Maka ____
20. (1) Jika $x = y$, maka $x \neq z$. (2) $x = y$.
    (3) Maka ____
21. (1) ____ (2) Jika $a \neq b$, Maka $a = c$.
    (3) Maka $a = c$
22. (1) Ini segitiga lancip atau tumpul. (2) ____
    (3) Ini segitiga tumpul.
23. (1) $S \in \overrightarrow{RT}$ atau $S \in \overline{RT}$. (2) ____
    (3) Maka $S \in \overline{RT}$.
24. (1) ____ (2) l sejajar m
    (3) Maka $l \cap m = \emptyset$.
25. (1) l tidak sejajar m. (2) ____
    (3) $l \cap m \neq \emptyset$
26. (1) $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{BC}$ atau $m\angle ABC \neq 90$. (2) $\overleftrightarrow{AB}$ tidak $\perp \overleftrightarrow{BC}$.
    (3) Maka ____

2.10 Konvers dari Implikasi Banyak pernyataan dapat dinyatakan dalam bentuk konvers. Hal ini dilakukan dengan cara menukar "jika" dan "maka" pernyataan tersebut.

Definisi: Konvers dari $p \rightarrow q$ adalah $q \rightarrow p$.

Sering kita cenderung untuk menerima pernyataan dan, kemudian tanpa sadar itu, menyimpulkan Konvers dari pernyataan tersebut. Konvers dari pernyataan tidak selalu memiliki nilai kebenaran yang sama dengan pernyataan itu. Sebuah contoh nyata adalah pernyataan yang benar "Semua kuda adalah binatang", dan konvers salah "Semua binatang itu kuda". Dibagi menjadi bagian, jika dari pernyataan itu adalah, "Ini adalah kuda", sedangkan kesimpulannya adalah, "Ini adalah binatang".

Konvers dari pernyataan "Semua Huftons adalah radio yang baik" adalah "Jika salah satu radio baik, itu adalah Hufton". Dalam geometri, Konvers dari pernyataan "Garis tegak lurus membentuk sudut siku-siku" adalah "Jika garis membentuk sudut siku-siku, mereka tegak lurus". Dalam hal ini, baik pernyataan dan Konversnya adalah benar. Namun, perhatikan silogisme berikut.



Latihan

Dalam latihan berikut tentukan, jika mungkin, Kebenaran atau kesalahan dari pernyataan yang diberikan. Kemudian tulis Konvers dari setiap pernyataan dan tentukan (jika mungkin) kebenaran atau kesalahan dari konversnya.

1. Wortel adalah sayuran.
2. Setiap warga A.S yang berumur kebih dari 21 tahun memiliki hak pilih.
3. Fords adalah mobil.
4. Setengah-garis sinar.
5. Tidak ada wartawan spellers miskin.
6. Jika dua sudut masing-masing sudut siku-siku, maka keduanya kongruen.
7. Hanya orang bodoh yang menerima tawaranmu.
8. Hanya garis sejajar yang tidak bertemu.
9. Untuk sukses di sekolah salah satunya harus belajar.
10. Hanya garis tegak lurus yang membentuk sudut siku-siku.
11. Berlian keras.
12. Gambar geometri terdiri dari serangkaian titik.
13. Segitiga sama sisi memiliki tiga sisi kongruen.
14. Jika a lebih kecil dari b, maka b lebih besar dari a.
15. Jika $x - y = 1$, maka x lebih besar dari y.
16. Segitiga sama sisi adalah sama kaki.

17. Jika seorang pria tinggal di Los Angeles, dia tinggal di California.
18. Garis sejajar dalam bidang tidak berpotongan.
19. Jika $x = 5$, maka $x^2 = 25$.
20. Jika B diantara A dan C, maka $m\overline{AC} = m\overline{AB} + m\overline{BC}.$

2.11 Kesetaraan Logika. Kami melihat bahwa kebalikan dari implikasi benar tidak harus memiliki nilai kebenaran yang sama tapi tentu saja, itu mungkin. Jika dua pernyataan saling menyiratkan satu sama lain, itu dikatakan kesetaraan logika. Logikanya pernyataan setara memberikan beberapa informasi.

Definisi: Pernyataan p dan q adalah setara jika p dan q mempunyai bebrapa nilai kebenaran dan mungkin dapat digantikan satu sama lain.

Jika p dan q adalah pernyataan setara, kita menyatakan ini dengan menulis $p \leftrightarrow q$. Ini berarti $p \rightarrow q\ dan\ q \rightarrow p$. Tabel kebenaran untuk kesetaraan dapat dikembangkan sebagai berikut:

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$p \leftrightarrow q$
B	B	B	B	B
B	S	S	B	S
S	B	B	S	S
S	S	B	B	B

Berikut ini adalah pernyataan setara.

*p:*Garis *l* sejajar dengan garis *m.*

q: Garis *m* sejajar dengan garis *l.*

Logikanya kalimat setara sering dinyatakan dalam bentuk "jika dan hanya jika". Sedangaan kita mempunyai, "l sejajar dengan *m* jika dan hanya jika *m* sejajar dengan *l*".

Kesetaraan lain yang jelas adalah negasi ganda, karena negasi ganda setara dengan pernyataan positif yang sesuai. Sedangkan, untuk setiap pernyataan *p,* kita memiliki

$$[\sim(\sim p)] \leftrightarrow p.$$

Sebagai contoh jika *p* berari "tiga adalah bilangan prima", maka negasi ganda dari *p* diyatakan "Ini salah bahwa tiga bukan biangan prima". Dua pernyataan setara.

Latihan

Dalam latihan berikut tentukan pasangan yang ekuivalent. Perhatikan bahwa dalam bebrapa soal p dan q adalah pernyataan sederhana; dan lainnya, p dan q adalah implikasi.

1. p: 5 lebih besar dari 3
   q: 3 lebih kecil dari 5.
2. p: $a + 2b = 4$.
   q: $2a + 4b = 8$.
3. p: Garis l tegak lurus dengan garis m.
   q: Garis m tegak lurus dengan garis l.
4. p: Garis l dan m tidak sejajar.
   q: Garis l dan m saling berpotongan.
5. p: Jika itu adalah anjing, maka memiliki 4 kaki.
   q: Jika itu tidak memiliki 4 kaki, maka itu tidak anjing.
6. p: Garis tegak lurus membentuk sudut siku-siku.
   q: Sudut siku-siku membentuk garis tegak lurus.
7. p: Diameter adalah chord.
   p: Chord adalah diameter.
8. p: $x = y$.
   q: $y = x$.
9. p: Untuk angka $a, b, c, a = b$.
   q: Untuk angka $a, b, c,\ a + c = b + c$.
10. p: Hadiah itu mahal.
    p: Tidak benar bahwa hadiah itu mahal.
11. p: Jika dia penduduk asli Spanyol, maka dia penduduk asli Eropa.
    p: Jika dia bukan penduduk asli Eropa, maka dia bukan penduduk asli Spanyol.
12. p: Jika dua garis bertemu di sudut siku-siku, maka dua garis tersebut tegak lurus.
    q: Jika dua garis tidak tegak lurus, maka dua garis tersebut tidak bertemu di sudut siku-siku.
13. p: Titik R dan S adalah sisi berlawanan dari garis l.
    q: Ruas garis RS memotong garis l.
14. p: B diantara A dan C.
    q: $B \in \overline{AC},\ B \neq A, B \neq C$.
15. p: l dan m adalah dua garis dan $A \in l \cap m$.
    q: Garis l dan m berpotongan dititik A.
16. p: $R \in \overleftrightarrow{ST}$.
    q: R terletak di sisi $\overleftrightarrow{ST}$.
17. p: $\angle RST$ adalah sudut lancip dan $\angle ABC$ adalah sudut tumpul.
    q: $m\angle ABC > m\angle RST$.
18. p: Sudut vertikal adalah kongruen.
    q: Jika sebuah sudut tidak sudut vertikal, maka sudut tersebut kongruen.

19. p: Jika hari ini hari sabtu, maka besok hari minggu.
    q: Besok tidak hari minggu, maka hari ini tidak hari sabtu.
20. p: Jika $a < b$, maka $a - b$ adalah negatif.
    q: Jika $a - b$ adalah positif, maka $a > b$.
21. p: l dan m adalah dua garis dan $l \cap m = \emptyset$.
    q: Garis l dan m sejajar satu sama lain.
22. p: Jika r, maka $\sim(\sim s)$.
    q: Jika s, maka $\sim(\sim r)$.
23. p: Jika $\sim(\sim r)$, maka s.
    q: Jika $\sim(\sim s)$, maka r.
24. p: Gambar ini segitiga.
    q: Gambar ini dibentuk oleh gabungan dari tiga ruas garis.

2.12 Empat aturan kontraposisi. Laporan logis setara mungkin diganti satu sama lain setiap kali mereka terjadi pada wacana. satu jenis tertentu kesetaraan memiliki nilai besar dalam studi logika, yaitu, kontraposisi.

Definisi: Pernyataan $\sim q \rightarrow \sim p$ disebut kontraposisi dari pernyataan $p \rightarrow q$.

Ada empat jenis umum dari kontraposisi. Pelajari dari berikut ini empat ekuivalensi akan mengungkapkan bahwa kontrapositif adalah negasi dari kalimat konvers, serta konvers dari negasi kalimat implikasi asli.

1. Jika $p \rightarrow q$ $\quad (p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$
   Jika $\sim q,$ maka $\sim q,$
2. Jika $\sim p, maka \sim q$ $\quad (\sim p \rightarrow \sim q) \leftrightarrow (q \rightarrow p)$
   Jika q maka p
3. Jika p maka $\sim q$ $\quad (p \rightarrow \sim q) \leftrightarrow (q \rightarrow \sim p)$
   Jika q maka $\sim p$
4. Jika $\sim p$ maka q $\quad (\sim p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim q \rightarrow p)$
   Jika $\sim q$ maka p

Mahasiswa harus mempelajari empat jenis sampai dia memenuhi bahwa jika kamu menerima salah satu dari sepasang kontraposisi benar, kamu juga harus meneima kebenaran lainnya. Contoh berkut menggmbarkan aplikasi dari empat jenis.

1. Jika dia bisa memilih, maka dia sudah berumur lebih dari 21 tahun.
   Jika dia tidak berumur lebih dari 21 tahun, maka dia tidak dapat memilih.

2. Jika l dan m tidak tegak lurus, maka l dan m tidak berpotongan dengan sudut siku-siku
   Jika l dan m memotog sudut kanan, maka l dan m garis tegak lurus.
3. Jika dia berkendara, maka dia tidak haus.
   Jika dia haus, maka dia tidak akan berkendara.
4. Jika bilangan dasar tidak genap, maka bilangan dasar adalah ganjil.
   Jika bilangan dasar tidak ganjil, maka bilangan dasar adalah genap.

Kesetaraan dari pernyataan kontraposisi ditunjukkan dari table kebenaran berikut. Bilangan dibawah dari masing-masing kolom menunjukkan urutan dari setiap langkah.

(p	$\rightarrow$	$q)$	$\leftrightarrow$	$(\sim q$	$\rightarrow$	$\sim p)$
B	B	B	B	S	B	S
B	S	S	B	B	S	S
S	B	B	B	S	B	B
S	B	S	B	B	B	B

Latihan

Setiap soal berisi pernyataan kondisional. Dari (a) Konvers, (b) Kontraposisi, dan (c) konvers dari kontraposisi.

1. Jika $T \in \overleftrightarrow{RX}$, maka $T \in \overrightarrow{RX}$.
2. Jika $T \in \overrightarrow{RX}$, maka $T \in \overleftrightarrow{RX}$.
3. Jika $C \in \overleftrightarrow{AB}$, maka $C \in \overline{AB}$.
4. Jika $a + c = b$, maka $a = b$.
5. Jika $a + b = 0$, maka $a = -b$.
6. Jika $a + b = c$, maka c lebih besar dari a.
7. Saya akan lulus dari kursus ini jika saya belajar.
8. Jika dia adalah alien, maka dia bukan wargakota.
9. Garis sejajar tidak akan bertemu.
10. Jika ini tidak Zap, maka ini Zop.
11. Jika gambar ini tidak persegi panjang, maka gambar ini tidak persegi.
12. Jika dia tidak orang Eropa, maka dia tidak penduduk asli Negara Itali.
13. Jika segitga sama sisi, maka sudutnya sama.
14. Warga kota yang baik tidak membuat kekacauan.
    Latihan berikut menentukan kesimpulan yang sah.
15. Warga kota yang baik tidak membuat kekacauan. Saya tidak membuat kekacauan.
    Saya warga kota yang baik.
16. Jika saya belajar, saya akan lulus dari kursus ini. Saya belajar.
    Saya akan lulus dari kursus ini.

17. Jika $x = y$, maka $x^2 = y^2$
    Jika $x^2 = y^2$, maka $x = y$
18. Jika saya tidak belajar, saya tidak akan lulus dari kursus ini.
    Jika saya belajar saya akan lulus dari kursus ini.
19. Jika ini belah ketupat, maka ini tidak trapesium.
    Jika ini trapesium, maka ini tidak belah ketupat.
20. Jika $a \neq b$, maka $c \neq d$; $\quad c \neq d$
    $a \neq b$
21. Jika $c \neq d$ maka $a \neq b$; $\quad c \neq d$
    $a \neq b$
22. Jika $C \notin \overline{AB}$, maka $C \notin \overleftrightarrow{AB}$.
    Jika $C \in \overline{AB}$ maka $C \in \overleftrightarrow{AB}$.
23. Jika l tidak $\parallel m$, maka $l \cap m = titik\ a$
    Jika $l \cap m$ tidak titik a, maka $l \parallel m$
24. Jika $l \parallel m$, $l \cap m = \emptyset$.
    Jika $l \cap m = \emptyset, l \parallel m$.
25. Jika hari terimakasih, bulan November. Ini tidak Desember.
    Ini hari terimakasih

Uji Ringkasan

Dalam masing-masing pernyataan berikut apakah selalu benar (tanda B) atau tidak selalu benar (tanda S).

1. Kesimpulan yang sah dapat dari hasil salah (tidak benar) asumsi dasar.
2. Kebalikan dari “Dalam segitiga RST, jika $m(\overline{RT}) > m(\overline{RS})$, maka $m\angle S > m\angle T$” adalah “Dalam segitiga RST, jika $m\angle S > m\angle T$ maka $m(\overline{RT}) > m(\overline{RS})$”.
3. Kebalikan dari “jika kamu makan jamur payung, kamu akan sakit” adalah “kamu akan sakit jika kamu makan jamur payung”.
4. “Tutup pintunya!" adalah pernyataan.
5. “Ini dingin dan saya membeku” adalah pernyataan.
6. Diberikan p benar, q salah. Maka “p dan q” salah.
7. Diberikan p salah, q benar. Maka “p dan q” salah.
8. Diberikan p benar, q salah. Maka “p atau q” salah.
9. Diberikan p salah, q benar. Maka “p atau q” salah.
10. “p atau q” disebut konjungsi dari p dan q.
11. Jika p salah, maka $\sim p$ benar.
12. Negasi dari pernyataan “Tidak selalu murid pintar” adalah “Tidak selalu murid bodoh”.
13. Negasi dari pernyataan “$a = 2$ dan $b = 3$” adalah “$a \neq 2$ dan $b \neq 3$”.
14. Negasi dari “Beberapa orang buta bisa melihat” adalah “Setidaknya satu orang buta bisa melihat”
15. Negasi “$\sim(p\ atau\ q)$” artinya sama dengan “$\sim p$ atau $\sim q$”.
16. “$\sim(p\ dan\ q)$” berarti sama dengan “$\sim(p\ atau\ q)$”.
17. “$\sim p$ atau $\sim q$” berarti sama dengan “$\sim(p\ dan\ q)$”.
18. “Jika implikasi benar, konversnya juga benar”.
19. Konvers Dari “jika $a \cap t = \emptyset$, maka $a \| t$” adalah “jika $a \| t$, maka $a \cap t = \emptyset$”.
20. Konvers dari pernyataan benar adalah selalu benar.
21. Negasi dari pernyataan salah dapat menyebabkan pernyataan yang benar.
22. “Bulan januari memiliki 32 hari atau 4 kurang dari 5” pernyataan benar.
23. “$\sim(\sim p)$” memilik makna sama dengan “p”.
24. Jika p benar, maka $\sim p$ juga benar.
25. Negasi dari “$\sim A$ adalah B” adalah “Setiap A adalah B”.
26. Negasi dari “Setiap Lak adalah Luk” adalah “Tidak setiap Luk adalah Lak”.
27. $(p \to q) \leftrightarrow (q \to p)$.
28. $\sim(p\ atau\ q) \leftrightarrow (\sim p\ atau \sim q)$.

29. $\sim(p\ dan\ q) \leftrightarrow (\sim p\ dan\ \sim q)$.
30. $(p \to q) \leftrightarrow (\sim p \to \sim q)$.
31. $(\sim p \to \sim q) \leftrightarrow (p \to q)$.
32. $(p \to \sim q) \leftrightarrow (q \to \sim p)$.
33. $(\sim p \to q) \leftrightarrow (\sim q \to p)$.

34. $$\begin{array}{l} p \to q \\ \underline{q \qquad\quad} \\ \quad \therefore p \end{array}$$

35. $$\begin{array}{l} p \to q \\ \underline{p \qquad\quad} \\ \quad \therefore q \end{array}$$

36. $$\begin{array}{l} p \to q \\ \underline{\qquad \sim q} \\ \quad \therefore \sim q \end{array}$$

37. $$\begin{array}{l} p \to q \\ \underline{\qquad \sim q} \\ \quad \therefore p \end{array}$$

38. $$\begin{array}{l} p \to q \\ \underline{\qquad \sim p} \\ \quad \therefore \sim q \end{array}$$

39. $$\begin{array}{l} p \to q \\ \underline{\qquad \sim p} \\ \quad \therefore q \end{array}$$

40. $$\begin{array}{l} \underline{p \leftrightarrow q \qquad\qquad\qquad} \\ \quad \therefore p \to q \text{ dan } q \to p \end{array}$$

41. $$\begin{array}{l} \underline{p \to q \text{ atau } q \to p} \\ \therefore p \leftrightarrow q \end{array}$$

42. $$\begin{array}{l} \underline{\sim p \to q \quad} \\ \therefore \sim q \to p \end{array}$$