BAHAN AJAR

Geometri Dasar

Dosen Pengampu : Suhito

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG
TAHUN AKADEMIK 2011/2012

BAHAN AJAR

GEOMETRI DASAR

KODE : MAT109

Penulis
DRS. SUHITO, MPd
NIP.130604210

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG (UNNES)
2010/2011

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT atas segala limpahan rakhmat Nya, sehingga buku ajar ”Geometri – Dasar” ini, dapat terselesaikan secara baik. Buku ajar ini dapat dipakai sebagai buku wajib untuk mahasiswa S1 Jurusan Matematika dalam menambah wawasan tentang geometri, khususnya geometri Euclid di ruang berdimensi satu, dan dua. Pada kesempatan yang baik ini, penulis menyampaikan penghargaan dan terima kasih kepada semua pihak yang telah memberikan sumbangan pemikiran.

Geometri sebagai salah satu cabang matematika, memuat materi-materi yang dapat diajarkan kepada peserta didik untuk meningkatkan penataan nalar khususnya penataan nalar secara deduktif. Ketajaman penalaran dapat membantu memperjelas dan menyelesaikan perrmasalah dalam kehidupan sehari-hari yang dihadapi siswa. Berdasarkan pengamatan penulis, masih sering dijumpai kesalahan-kesalahan yang mendasar yang dilakukan oleh beberapa guru dalam mengajarkan geometri kepada peserta didik. Oleh karena itu melalui buku ajar, kesalahan kesalahan tersebut secara bertahap dapat diatasi.

Dalam buku ajar ini, memuat materi-materi yang perlu dipelajari oleh mahasiswa S1 prodi matematika/prodi pendidikan matematika. Melalui buku ajar ini,diharapkan dapat meningkatkan pemahaman mahasiswa tentang pengertian obyek geometri yang abstrak, relasi antara obyek geometri, operasi antara obyek geometri. Disamping itu, keterampilan mahasiswa S1 Matematika dalam hal mengambar bangun datar khususnya segitiga, persegi panjang, jajar genjang, trapesium, serta melukis/ menggambar garis tinggi, garis berat, dan garis bagi pada segitiga, diharapkan dapat meningkat melalui latihan soal/penyelesaian tugas-tugas baik tugas individual maupun tugas kelompok.

Semoga buku ajar ini bermanfaat dan memenuhi fungsinya dalam mendukung tercapainya tujuan nasional, khususnya dalam mencapai tujuan pembelajaran matematika di sekolah.

Semarang,

2010

Penulis.

DAFTAR ISI

BAB I PENDAHULUAN

A. Deskripsi

Buku ajar ini disusun sebagai salah satu buku wajib yang harus dipelajari mahasiswa matematika agar dapat memberi kemampuan memahami konsep-konsep dan teorema dalam geometri melalui pendekatan geometrik-deduktif. Lingkup materi bahan ajar ini meliputi konsep-konsep dan teorema esensial dalam geometri di ruang berdimensi satu (R), berupa pemahaman konsep-konsep dan teorema dasar yang terdapat dalam aljabar dan geometri dasar antara lain konsep variabel, kalimat terbuka, persamaan, himpunan penyelesaian, teorema Pythagoras, kesebanguan/ kekongruwenan segitiga, dalil de Ceva, dalil Steward.

Agar kemampuan yang diharapkan dapat dicapai oleh mahasiswa, perlu dikembangkan pengalaman belajar antara lain melalui diskusi kelompok, dan tugas kelompok.

B. Prasyarat

Agar mudah mempelajari bahan ajar ini diperlukan prasyarat berupa pemahaman konsep-konsep dan teorema dasar yang terdapat dalam aljabar dan geometri yang telah diperoleh mahasiswa di jenjang pendidikan dasar dan menengah.

C. Petunjuk Belajar

Strategi perkuliahan adalah heuristik dengan metode tanya-jawab, diskusi kelompok dilanjutkan dengan presentasi kelompok, pemberian tugas terstruktur baik tugas individual maupun tugas kelompok, serta pendekatan mengajar yang digunakan adalah deduktif.

Langkah-langkah kegiatan pembelajaran.

1. Tahap Pendahuluan/ Kegiatan Awal
   - 1.1 Mempersiapkan kondisi mental mahasiswa untuk belajar
   - 1.2 Memahami arti penting/manfaat materi ajar yang akan dipelajari untuk meningkatkan minat belajar agar memperoleh kebermaknaan belajar.
2. Tahap Kegiatan Inti
   - 2.1 Melakukan kegiatan tanya-jawab
   - 2.2 Melakukan kegiatan inkuari/pengamatan
   - 2.3 Melakukan interaksi belajar

2.4 Melakukan diskusi kelompok
2.5 Melakukan presentasi hasil kerja kelompok

3. Tahap Penutup/ Kegiatan Akhir
3.1 Membuat rangkuman
3.2 Menerima tugas terstruktur/ tugas rumah baik yang bersifat individual
maupun kelompok.

D. Kompetensi dan Indikator

D.1 Kompetensi Dasar

1. Memahami ciri-ciri pokok matematika
2. Memahami pengertian geometri
3. Memahami obyek-obyek geometri
4. Memahami penalaran dalam geometri
5. Memahami terema-teorema geometri bidang

D.2 Indikator Pencapaian Kompetensi

Mahasiswa dapat:

01. Menjelaskan ciri-ciri pokok matematika
02. Menjelaskan pengertian geometri
03. Menjelaskan obyek-obyek geometri
04. Menjelaskan relasi antara obyek geometri di ruang berdimensi dua
05 Menjelaskan penalaran dalam geometri
06. Menjelaskan beberapa bangun datar segiempat
07. Menjelaskan teorema Pythagoras
08. Menjelaskan dalil menelaas, dalil de ceva
09 Menjelaskan kesejajaran pada bangun datar
10. Menjelaskan segibanyak beraturan
11. Menjelaskan kekongruenan pada segitiga
12. Menjelaskan keliling dan luas daerah bangun datar
03 Melukis garis tinggi, garis berat, garis bagi suatu segitiga

BAB II
GEOMETRI DAN OBYEK GEOMETRI

A. Kompetensi dan Indikator

A.1 Kompetensi

1. Memehami pengertian matematika
2. Memahami ciri-ciri pokok matematika
3. Memahami pengertian geometri
4. Memahami obyek-obyek geometri
5. Memahami hubungan antara obyek geometri

A.2 Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Menjelaskan pengertian matematika
2. Menjelaskan ciri-ciri pokok matematika
3. Menjelaskan pengertian geometri
4. Menjelaskan titik, garis, ruas garis, bidang, dan ruang
5. Menjelaskan hubungan antara titik, garis, dan bidang
6. Menjelaskan pengertian beberapa bangun geometri

B. Materi Pokok dan Uraian Materi

Materi Pokok

Geometri dan obyek geometri di ruang berdimensi satu dan dua

Sub Materi Pokok

1. Matematika dan ciri-ciri pokok matematika
2. Pengertian geometri dan obyek geometri
3. Pengertian Titik, Garis, Ruas garis, Bidang, Ruang
4. Hubungan titik, garis, dan bidang
5 Pengertian sudut
6. Beberapa bangun geometri dasar

Geometry With Applications and Problem Solving Stanley R. Clemens, Phares G. O'Daffer and Thomas J. Cooney

Uraian Materi

B.1 Matematika dan Ciri Pokok Matematika

Pada hakekatnya, matematika merupakan sistem aksomatis deduktif formal. Sebagai sistem aksiomatis, matematika memuat komponen-komponen dan aturan komposisi/ pengerjaan yang dapat menjalin hubungan secara funsional antar komponen. Komponen-komponen dalam sistem matematika dapat dikelompokkan menjadi 2 (dua), yakni kelompok pernyataan dan kelompok pengertian. Di dalam kelompok pernyataan terdapat pernyataan pangkal yang disebut aksioma, Aksioma ini merupakan landasan berpikir matematik. Berdasarkan alasan inilah, matematika merupakan sistem aksiomatik. Herman Hudoyo (1988 : 78) mengemukakan bahwa " aksioma-aksioma yang digunakan untuk menyusun sistem matematika akan menentukan bentuk sistem matematika itu sendiri.

Matematika sebagai sistem yang deduktif formal, mengandung arti bahwa matematika harus dikembangkan berdasarkan atas pola berpikir/ penalaran deduktif dan setiap prinsip, teorema, sifat, dall dalam matematika harus dibuktikan kebenarannya secara formal berdasarkan kebenaran konsistensi. Jika pernyataan-pernyataan itu telah dibuktikan kebenarannya, maka pernyataan tersebut dapat diterima sebagai komponen sistem matematika. Walaupun kita ketahui bahwa tidak semua prinsip dalam matematika dibentuk atau ditemukan melalui pola pikir deduktif tetapi terdapat prinsip dalam matematika diperoleh melalui pola pikir induktif – empiris. Namun semua prinsip dalam matematika, harus dibuktikan dengan menggunakan penalaran deduktif.

Banyak definisi tentang matematika. Disatu pihak berpendapat bahwa matematika adalah ” ilmu tentang bilangan”, di pihak lain berpendapat bahwa matematika adalah ” ilmu tentang bangun-bangun abstrak”. H.W Fowler berpendapat bahwa ” mathematics is the abstract science of space and number”, Marshaal Walker berpendapat bahwa “ mathematics may be defined as the study of abstract structures and their interrelations”. Dienes dalam Herman Hudoyo (1981 : 144) memandang matematika sebagai studi tentang struktur, pengklasifikasian struktur dang pengkatagorissian hubungan-hubungan di antara struktur.

Berdasarkan definisi-definisi yang diajukan oleh para ahli, dapat ditarik beberapa hal pokok atau ciri pokok yang sama (ciri pokok) matematika. Ciri pokok matematika adalah (1) matematika memiliki obyek kajian abstrak, (2) matematika mendasarkan diri pada kesepakatan, (3) matematika sepenuhnya menggunakan pola pikir deduktif, (4) matematika dijiwai dengan kebenaran konsisten (Soedjadi, 1994 : 1)

B.2 Pengertian Geometri dan Obyek Geometri

Istilah ”geometri” berasal dari bahasa Yunani yang berarti ”ukuran bumi”, maksudnya mencakup segala sesuatu yang ada di bumi. Geometri kuno sebagian besar dimulai dari kegiatan praktis bersifat empiris, berupa pengukuran untuk keperluan pertanian pada orangorang Babylonia dan Mesir. Kemudian berkembang menjadi kegiatan utk perhitungan panjang ruas garis, luas dan volum. Obyek-obyek geometri berupa obyek-obyek pikiran yang abstrak. Pengertian pangkal dalam geometri adalah titik, sedangkan pengertian-pengertian lainnya dalam geometri dapat dikembangkan dari titik.

Obyek-obyek geometri merupakan bagian dari obyek matematika. Obyek-obyek geometri antara lain titik, garis, sinar garis, ruas garis, sudut, segitiga, jajar-genjang, lingkaran, elllip, parabola, kubus, limas, tabung, bola, elipsoida, hiperboloida, hiper paraboloida, dan masih banyak obyek geometri yang lain. Obyek-obyek geometri di ruang berdimensi satu (R), adalah objek-objek geometri yang terletak garis bilangan antara lain dapat berupa titik, ruas garis, sinar garis, dan himpunan titik seperti sinar garis namun tanpa titik akhir, selanjutnya objek geometri ini, kita sebut dengan *”sinar garis tanpa titik akhir/titikpangkal”*

Seperti halnya, cabang matematika lainnya, geometri merupakan sistem aksiomatik-deduktif yang sangat ketat, dan mengalami perkembangan yang sangat pesat. Namun untuk keperluan pembelajaran, geometri dapat diajarkan dengan pendekatan kontekstual, pendekatan empiris – induktif, dan pendekatan informal.

Pada jenjang pendidikan yang lebih tinggi, perlu dilakukan pendekatan deduktif aksiomatis untuk membuktikan dalil-dalil geometri sehingga dapat mempertajam penalaran deduktif. Disamping geometri Euclides, berkembang pula geometri elliptik, geometri hiperbolik, geometri fraktal, dan mungkin masih ada geometri lain yang akan/sedang dikembangkan. Pada perkuliahan ini, pembahasan lebih tertuju pada Geometri Euclides pada ruang dimensi satu, dimensi dua saja.

B.3 Titik, Garis, Bidang Datar, dan Ruang

1. **Titik**

   Titik adalah bagian terkecil dari suatu objek geometri, yang menempati suatu tempat, yang tidak memiliki panjang, lebar, dan tinggi. Titik adalah suatu idea, benda pikiran yang bersifat abstrak. Dikarenakan titik tidak bisa dijelaskan dengan cara biasa, Titik termasuk sesuatu yang tak terdefinisi.

2. **Garis**

   Sebuah garis adalah bagian dari suatu yang bersifat fisik. Sebuah garis adalah kumpulan titik-titik yang dapat kamu gambar. Panjangnya tak terbatas, lurus, tidak mempunyai ketebalan, dan tidak mempunyai ujung.
   Garis adalah suatu idea atau objek pikiran yang abstrak. Dikarenakan titik tidak bisa dijelaskan dengan cara biasa, Garis termasuk sesuatu yang tak terdefinisi.

3. **Bidang**

   Bidang adalah himpuanan garis yang memenuhi syarat-syrat tertentu. Sebuah bidang datar dapat dibayangkan seperti irisan tertipis yang dapat kamu potong. Tak terbatas, terus-menerus dalam semua arah, tidak memiliki ketebalan.
   Bidang adalah suatu idea atau benda pikiran yang bersifat abstrak. Dikarenakan titik tidak bisa dijelaskan dengan cara biasa, Bidang termasuk sesuatu yang tak terdefinisi.

4. **Ruang**

   Ruang adalah gabungan dari semua titik. Tak mempunyai batas, panjang, lebar, dan tinggi. Ruang dapat dibayangkan seperti udara yang terletak diluar dan di dalam balon. Ruang adalah himpunan titik-titik di ruang berdimensi tiga.. Ruang adalah suatu idea atau benda pikiran yang bersifat abstrak. Dikarenakan titik tidak bisa dijelaskan dengan cara biasa, Ruang termasuk sesuatu yang tak terdefinisi.

1-2 Hubungan Antara Titik, Garis, dan Bidang.

Kita dapat menggambar titik di kertas berupa noktah. Huruf kapital di samping noktah tersebut memberi nama titik tersebut. Kita sebut, misalnya titik A, titik B, dan titik C.

•.A •.B •.C

Kita dapat memikirkan garis sebagai kumpulan titik-titik. Dengan memberi sepasang titik yang diberi nama, kita dapat menamai garis diantara dua titik tersebut. Contoh, titik A dan B ada pada garis, maka kita menyebutnya garis AB. Yang kita asumsikan hanya garis di antara A dan B. Dengan kata lain, dua titik memberi sebuah garis. Kadang, sebuah garis dinamai dengan satu huruf kecil. Ini adalah garis AB yang juga disebut garis l.

Sebuah bidang juga dapat dipikirkan sebagai kumpulan titik-titik. Sebuah bidang dinamai dengan meletakkan satu huruf pada bidang atau menamai dengan nama tiga titik tak segaris yang membentuk bidang. Kita mengatakan bidang N atau bidang ABC.

Kita mengasumsikan hanya satu bidang mengandung tiga titik. Kita mengatakan bahwa tiga titik tak segaris yang membentuk tepat satu bidang. Ketika memikirkan garis l sebagai kumpulan titik, kita dapat mengatakan titik A ada pada garis l dan titik A adalah elemen garis l untuk mendeskripsikan situasi yang sama. Kita juga dapat mengatakan garis l mengandung titik A.

Jika A, B, dan C adalah titik pada garis l, seperti pada gambar, kita mengatakan B di antara A dan C. Jika A, B, dan C tidak segaris, kita tak dapat menggunakan antara untuk menggambarkan hubungan mereka. Beberapa hubungan dasar untuk titik dan garis dalam bidang digambarkan menggunakan model, simbol, dan definisi. (lihat gambar)

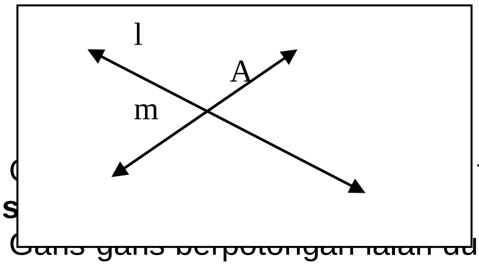
A, B, dan C adalah kolinier. A, D, dan C adalah nonkolinier. A, B, C, dan D ada pada bidang yang sama. Mereka adalah titik koplanar. Titik-titik yang tidak pada bidang yang sama adalah titik nonkoplanar.

Definisi 1-2

Titik kolinier adalah titik-titik yang terletak pada satu garis.

Definisi 1-3

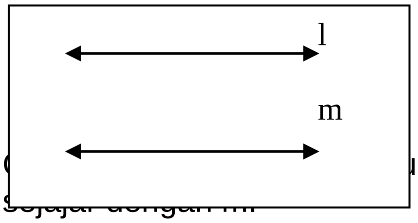
Titik koplanar adalah titik-titik yang terletak pada bidang yang sama.



C titik A.

Definis

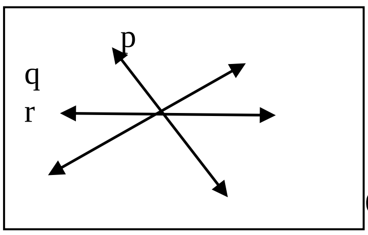
Garis-garis berpotongan ialah dua garis yang berpotongan pada satu titik.



C nyai titik persekutuan. Dikatakan l sejajar dengan m.

Definisi 1-5

Garis-garis sejajar adalah garis-garis sebidang yang tidak mempunyai titik persekutuan.



Garis p, q, dan r mempunyai satu titik persekutuan. Ketiga garis tersebut adalah garis-garis konkuren.

Definisi 1-6

Garis-garis konkuren adalah tiga atau lebih garis koplanar yang mempunyai satu titik persekutuan.

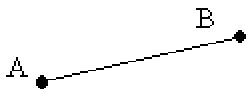
1 – 3. Beberapa Bangun Datar

Garis, bidang, dan ruang adalah *himpunan dari titik-titik*. Dengan pengertian ini kita dapat memberi batasan bangun geometri dalam batasan himpunan dan titik.

Sebuah **bangun datar** adalah bangun dengan *himpunan titik-titik* pada sebuah bidang, tapi tidak semuanya hanya pada satu garis. Sedangkan **bangun ruang** adalah bangun geometri yang memiliki titik-titik yang tidak hanya pada satu bidang.

Beberapa bangun geometri dasar digambarkan dengan model, simbol, dan definisi.

1.Segmen (bagian) / ruas garis



A dan B adalah titik akhir. Ditulis: $\overline{AB}$

Segmen $\overline{AB}$ adalah himpunan titik-titik A dan B dan semua titik-titik diantara A dan B.

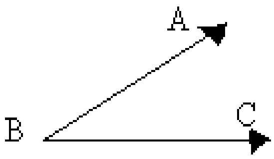
2. **Ray (sinar)**

A adalah titik akhir. Ditulis: $\overrightarrow{AB}$

Sinar AB adalah himpunan bagian dari garis termasuk titik A dan semua titik di sisi/ di pihak yang sama.

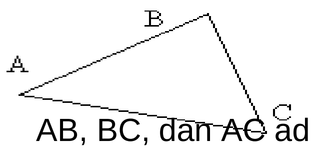
3. **Sudut**

Sudut adalah gabungan dari 2 sinar yang tidak segaris tapi memiliki titik akhir sama.



B adalah tititik sudut. $\overrightarrow{BA}$ dan $\overrightarrow{BC}$ adalah sisi-sisinya.

4. **Segitiga** : gabungan dari tiga segmen/ruas garis yang titik-titiknya tidak kolinier

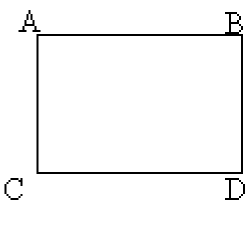


A, B, dan C adalah titik sudut

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, dan $\overline{AC}$ adalah sisi-sisinya

Ditulis: ∆ ABC

5. **Segi empat**



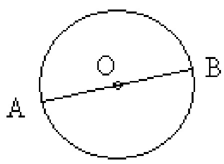
Segi empat adalah gabungan 4 ruas garis ditentukan oleh 4 titik tidak segaris. Ruas garisnya berpotongan di titik-titik sudut.

A, B, C, dan D adalah titik sudut.

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, dan $\overline{AD}$ adalah sisi-sisinya.

Ditulis: Segiempat ABCD

6. **Lingkaran**



Lingkaran adalah himpunan titik-titik pada sebuah bidang yang memiliki jarak yang sama ke titik pusat pada bidang. Titik O adalah pusat lingkaran.

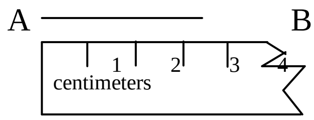
AB merupakan diameter lingkaran. OB adalah jari-jari

1-4 Ruas Garis dan Sudut Yang Kongruen

Ukuran panjang menunjukkan bilangan real untuk setiap ruas garis.

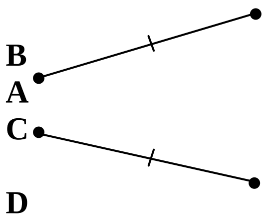
Definisi

Dua ruas garis adalah kongruen jika mereka memiliki panjang yang sama.



Panjang AB adalah 3.5 cm. Kita tulis : AB = 3.5

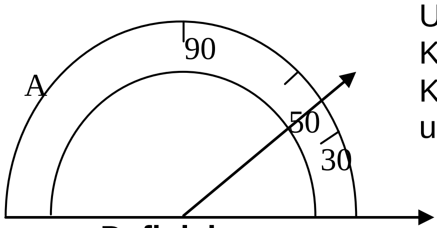
Kita punya cara spesial untuk menggambarkan dua segment yang memiliki panjang yang sama. Kita sebut : Ruas garis AB kongruen terhadap ruas garis CD.



Kita tulis : AB≅CD.

Kita kadang-kadang menandai tiap ruas garis untuk menunjukkan bahwa mereka kongruen.

Ukuran sudut menunjukkan bilangan real antara 0 sampai 180 untuk tiap sudut.



Ukuran derajat ∠ABC adalah 40

Kita tulis : $m\angle ABC = 40$

Kita kadang menulis ∠ABC memiliki ukuran 40^0

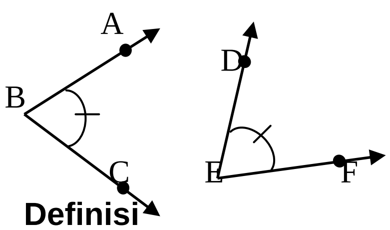
Definisi

Dua sudut adalah kongruen jika mereka memiliki ukuran yang sama.

Kita punya cara spesial untuk menggambarkan dua sudut yang memiliki ukuran yang sama.

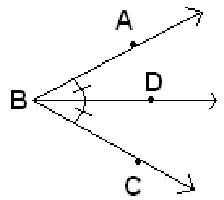
Kita sebut : ∠ABC kongruen dengan ∠DEF.

Kita tulis : ∠ABC ≅ ∠D



Definisi

Bisector ∠ABC adalah sinar BD yang terletak di "dalam" ∠ABC sehingga ∠ABC ≅∠DBC.



Sinar BD adalah bisector $\angle ABC$. Titik di sinar BD sama dengan jarak dari semua titik di $\angle ABC$ **.**

Definisi

Titik tengah ruas garis adalah titik C diantara A dan B sehingga ruas garis AC $\cong$ ruas garis CB

Titik C adalah titik tengah ruas garis AB.

Definisi

Bisector dari ruas garis adalah tiap titik, ruas garis, sinar, garis atau bidang yang bertemu di titik tengah dari suatu bidang.

Ruas garis RS, sinar MT, garis *l* dan bidang N semua memotong ruas garis PQ di titik tengah M dan merupakan bisector ruas garis PQ.

1-5 Garis Tegak Lurus

Definisi

Dua garis dikatakan tegak lurus jika kedua garis itu berpotongan dengan membentuk sudut-sudut yang kongruen.

Dari dasar pernyataan sederhana di atas yang dapat kita buktikan, kita akan menginterpretasikan definisi tegak lurus :

1. Saat dua garis saling tegak lurus, semua sudut yang terbentuk 90^o (sudut siku-siku) dan kongruen.
2. Saat dua garis berpotongan membentuk satu, dua,atau tiga 90^o (sudut siku-siku), garis garis itu membentuk empat sudut siku-siku yang saling tegak lurus.
3. Saat dua garis berpotongan membentuk sepasang sudut yang kongruen, maka garis-garis itu saling tegak lurus.

1-6 Poligon (Segi Banyak)

Definisi

Poligon adalah gabungan ruas garis dari bagian yang bertemu hanya di titik akhir sehingga (1) dua ruas garis bertemu di satu titik, dan (2) Tiap ruas garis bertemu tepat dua ruas garis lainnya.

Poligon dinamai dengan memakai jumlah dari sisinya. Contoh segitiga-3 sisi, segiempat-4 sisi, segilima-5 sisi, segienam-6 sisi, segitujuh-7 sisi, segidelapan-8 sisi,. Sebuah polygon dengan sisi n dapat disebut segi-n.

Definisi

Diagonal dari poligon adalah ruas garis yang menghubungkan antara dua titik yang saling "berhadapan" dari segi banyak tersebut.

Definisi

Segitiga sama sisi adalah segitiga dengan semua sisi yang kongruen satu sama lain.

Pada segitiga ABC, ruas garis AB ≅ ruas garis BC ≅ ruas garis AC

Definisi

Segitiga sama kaki adalah segitiga dengan dua sisi yang kongruensatu sama lain.

Definisi

Segi banyak beraturan adalah segi banyak (poligon) dengan semua sisi yang kongruen satu sama lain dan semua sudut yang kongruen satu sama lain.

B. Latihan

Untuk memudahkan pemahaman tentang geometri analitik di R, dapat dipelajari/dikerjakan latihan-latihan yang terdapat pada buku " **Geometry With Applications and Problem Solving",** by Stanley R. Clemens, Phares G. O'Daffer and Thomas J. Cooney
(lihat lampiran Kode: LAT.BAB.1)

C. Rangkuman

Geometri merupakan salah satu cabang dari matematika.

1) Matematika sebagai sistem aksiomatik deduktif formal
2) Obyek matematika merupakan obyek pikiran yang abstrak.
3) Obyek geometri merupakan bagian dari obyek matematika.
4) Pengertian dalam geometri meliputi pengertian yang tidak didefinisikan dan pengertian yang dapat didefinisikan

5) Obyek geometri merupakan himpunan titik

6) Tes Formatif

(lihat lampiran- Kode TF-Bab.1)

BAB 3
PENALARAN DALAM GEOMETRI

A. Kompetensi dan Indikator

A.1 Kompetensi

Memahami penalaran dalam geometri

A.2 Indikator

1. Menjelaskan penalaran induksi
2. Menjelaskan contoh sangkalan
3. Menjelaskan penalaran deduksi
4. Menjelaskan konvers, invers, kontraposisi
5. Menjelaskan penarikan kesimpulan
6. Menjelaskan postulat geometri
7. Menjelaskan postulat pengukuran

B. Materi Pokok dan Uraian Materi

Materi Pokok

Penalaran Dalam Geometri

Sub Materi Pokok

1. Penalaran Induksi
2. Contoh Sangkalan
3. Penalaran Deduksi
4. Konvers, Invers, dan Kontraposisi
5 Penarikan Kesimpulan
6. Postulat Geometri
7. Postulat Pengukuran

Uraian Materi

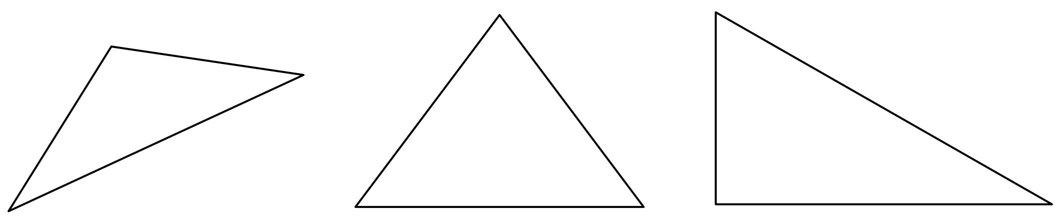
3.1 Penalaran Induksi

Penalaran adalah sebuah proses berpikir untuk penarikan kesimpulan dari suatu informasi. Kadang-kadang orang menarik kesimpulan berdasarkan pengamatan mereka. Setelah melihat suatu kejadian yang memberikan hasil yang sama dan itu berhasil pada beberapa waktu, seseorang sering menyimpulkan bahwa kejadian akan selalu mempunyai hasil yang sama. Penalaran jenis ini disebut *penalaran induksi*, yakni proses berpikir untuk menarik kesimpulan dari pengamatan kasus-kasus khusus menuju hal yang bersifat umum.

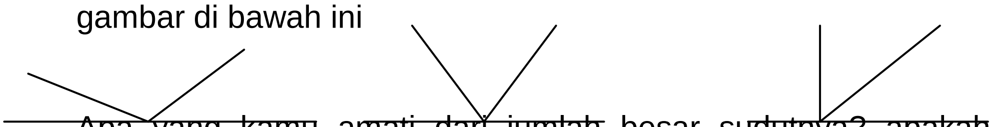
Tiga contoh berikut dapat menunjukkan bahwa penalaran induksi dapat digunakan dalam geometri.

Contoh 1:

Potonglah tiga model bentuk segitiga yang berbeda dari selembar kertas



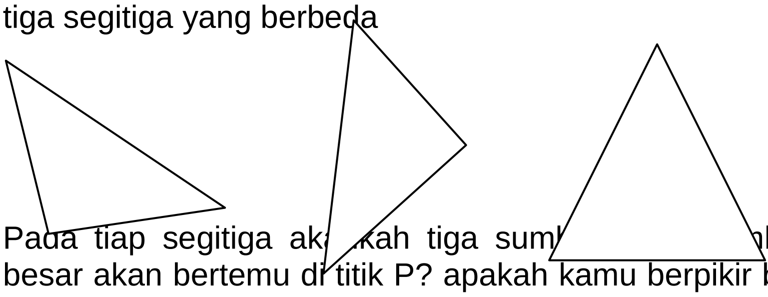
Pojok dari setiap segitiga dipotong dan dipasangkan bersama seperti gambar di bawah ini



Apa yang kamu amati dari jumlah besar sudutnya? apakah kamu berpikir ini berlaku untuk semua segitiga?
Lengkapi pernyataan umum berikut ini:
Jumlah besar sudut dari ketiga potongan yang membentuk sebuah segitiga adalah 180°

Contoh 2:
Pengukuran ketiga sisi dari tiga segitiga yang berbeda
Pada segitiga-segitiga tersebut jumlah panjang kedua sisinya lebih besar dari panjang sisi ketiga. Apakah kamu berpikir bahwa ini berlaku untuk semua segitiga?
Lengkapi pernyataan umum berikut:
Jumlah panjang kedua sisi segitiga adalah lebih panjang dari sisi ketiganya

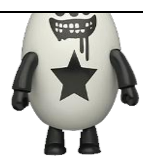
Contoh 3:
Bagilah semua sudut segitiga menjadi dua sama besar dari tiap sudut tiga segitiga yang berbeda



Pada tiap segitiga akankah tiga sumbu yang membagi sudut sama besar akan bertemu di titik P? apakah kamu berpikir bahwa ini berlaku untuk semua segitiga?
Lengkapi pernyataan umum berikut:
Sudut yang membagi sama besar segitiga berada di dalam pada sebuah titik P pada segitiga

Proses penalaran induksi di deskripsikan sebagai berikut:
Langkah 1: kamu mengamati sebuah benda yang benar untuk setiap kasus yang kamu cek
Langkah 2: karena benda tersebut benar untuk semua kasus yang kamu cek, kamu menyimpulkan bahwa benda tersebut benar untuk semua kasus yang lain dan juga menyatakan suatu pernyataan yang bersifat umum.

2-



Ternyata kaki yang bengkak yang kamu lihat

Seseorang mengatakan kepadaku bahwa jika aku meletakkan satu sen Dolar ini akan membuatku beruntung. Jadi aku akan mencobanya

Ilustrasi kartun ini adalah suatu keadaan yang bersifat umum, akan tetapi jika dibuktikan hal tersebut salah.
Untuk menunjukkan bahwa pernyataan umum itu salah, kita sering memberikan contoh yang berlawanan. Tiga kejadian berikut menunjukkan bagaimana contoh yang berlawanan membuktikan pernyataan itu salah.

Contoh 1:

Pernyataan umum yang salah:
Jika sebuah segiempat mempunyai empat sisi yang kongruen maka ke empat sudutnya juga kongruen
Komentar:
Untuk menunjukkan bahwa pernyataan tersebut salah, kita harus membuat segi empat dengan empat sisi yang kongruen yang tidak mempunyai empat sudut yang kongruen.
Contoh yang berlawanan:
Terdapat bangun jajar genjang EFGH mempunyai semua sisi yang kongruen tetapi $\angle$ E tidak kongruen dengan $\angle$ F

Contoh 2:

Pernyataan umum yang salah:
Jika sebuah segi empat mempunyai sepasang sisi yang sejajar, maka segi empat tersebut mempunyai sepasang sisi yang kongruen
Komentar:
Untuk menunjukkan bahwa pernyataan tersebut salah, kita harus membuat sebuah segi empat dengan sepasang sisi yang sejajar yang tidak mempunyai sepasang sisi yang kongruen.
Contoh yang berlawanan:
Terdapat bangun ABCD mempunyai sisi BC $||$ AD tetapi dua sisi yang lain tidak kongruen

Contoh 3:

Pernyataan umum yang salah:
Jika sebuah segitiga mempunyai sudut 90°, ini mempunyai dua sisi yang kongruen
Komentar:
Untuk menunjukkan bahwa pernyataan tersebut salah, kita harus membuat segitiga yang salah satu sudutnya 90° yang tidak mempunyai dua sisi yang kongruen
Contoh yang berlawanan:
Gambar segitiga TOM salah satu sudutnya 90° ($\angle$ O) tetapi tiga sisinya mempunyai panjang berbeda

Suatu contoh yang berlawanan dapat dideskripsikan sebagai berikut: Sebuah contoh yang berlawanan adalah sebuah contoh yang menunjukkan suatu pernyataan itu salah

3-3 Penalaran Deduksi

Sejauh ini dalam kegiatan belajar mengajar, kita telah mencari objek di dunia yang mengarah pada ide-ide yang bersifat geometri. Kita telah memilih ide paling dasar meliputi titik, garis, dan bidang datar dimana kita menyebutnya dengan istilah undefined (tak terdefinisi).Penggunaan istilah undefined (tak terdefinisi) teah melengkapi definisi untuk menggambarkan bentuk-bentuk geometri yang lain seperti segitiga, segmen, dan sudut. Kita juga telah mengelompokkan objek-objek yang kongruen, sejajar, dan objek yang tegak lurus.Setelah itu kita menggunakan penalaran induksi untuk menemukan beberapa pernyataan umum tentang bentuk-bentuk tersebut. Dalam proses penemuan ini, kita mencari contoh yang berlawanan yang akan membuktikan kebalikan dari pernyataan umum.Sekarang kita siap untuk melakukan langkah selanjutnya. Kita membutuhkan metode untuk membuktikan bahwa pernyataan umum yang kita temukan benar untuk semua kejadian. Metode yang akan kita gunakan disebut penalaran deduksi.

Proses penalaran deduksi menginginkan agar kita menerima beberapa pernyataan umum yang bersifat dasar tanpa adanya bukti. Seperti ini disebut postulate.Semua pernyataan umum yang dapat dibuktikan kebenarannya dengan menggunakan definisi, postulat dan logika penalaran deduksi disebut teorema (dalil) Pada akhirnya kita menggunakan teorema yang kita buktikan untuk membantu kita memecahkan masalah-masalah dalam setiap kehidupan. Kita telah menggunakan penalaran induksi untuk menemukan pernyataan umum. Sekarang kita akan menyelidiki penalaran deduksi dan logika serta peranannya dalam pembuktian teorema.

Tipe Pernyataan Jika-Maka

Definisi

Pernyataan Jika-Maka adalah sebuah pernyataan dengan bentuk jika p maka q dimana p dan q adalah pernyataan sederhana, p disebut hipotesis, q disebut kesimpulan. Simbol $p \rightarrow q$ (baca p implikasi q)digunakan untuk mewakili sebuah pernyataan Jika-Maka.

Contoh :

Diberikan hipotesis dan kesimpulan, tulis pernyataan Jika-Maka nya

Hipotesis (p) : Bangun datar ABCD adalah sebuah persegi

Kesimpulan (q) : ABCD memiliki empat sisi yang kongruen

Jika-Maka ($p \rightarrow q$) :

Jika ABCD adalah sebuah persegi, maka ABCD memiliki empat sisi kongruen

Sebuah pernyataan Jika-Maka bernilai benar ketika hipotesis bernilai benar, kesimpulan juga benar atau katakanlah sebaliknya, sebuah pernyataan Jika-Maka bernilai salah hanya ketika hipotesisnya bernilai benar dan kesimpulannya bernilai salah

3.4

dapat membentuk 3 jenis hubungan pernyataan yang sering disebut konvers, invers, dan kontraposisi dari pernyataan yang sebenarnya.

3.5 Penarikan Kesimpulan.

Penarikan kesimpulan diawali dengan menentukan himpunan pernyataan tunggal atau pernyataan majemuk yang saling berelasi, dan atau telah diketahui kebenarannya, kemudian dapat diturunkan suatu pernyataan tunggal atau pernyataan majemuk. Himpunan Pernyataan tunggal atau pernyataan majemuk yang ditentukan disebut premis, sedangkan pernyataan tunggal atau pernyataan majemuk yang diturunkan dari premis-premis disebut simpulan(konklusi). Suatu argument dikatakan sah (valid) jika dapat dibuktikan bahwa argument itu merupakan suatu tautologi untuk semua nilai kebenaran premis-premisnya.

Ada 3 pola penarikan kesimpulan, yaitu :

1. Modus Ponens

Bentuk argument modus ponens

Premis 1 : p ⇒q (benar)

Premis 2 : p (benar)

Konklusi : q (benar)

2. Modus Tollens

Premis 1 : p ⇒q (benar)

Premis 2 : q (benar)

Konklusi : p (benar)

3. Sillogisme

Premis 1 : p ⇒q (benar)

Premis 2 : q ⇒r (benar)

Konklusi : p ⇒r (benar)

2.6 Postulate Geometri.

Postulat geometri sangat penting dalam proses kesimpulan deduktif. Postulat geometri dapat dibandingkan dengan aturan game. Dalam "game ofgeometry" kita terima postulat sebagai kebenaran dan menggunakannya untuk
membantu kita dalam membuktikan suatu teorema. Untuk menjamin adanya titik kita terima postulat ini. Postulat juga memberi informais tentang garis-garis dan bidang-bidang.

Postulat Keberadaan Titik.

Ruang ada dan berisi paling sedikit 4 titik yang tidak segaris. Sebuah bidang memuatpaling sedikit 3 titik yang tidak segaris. Sebuah garis memuat paling sedikit 2 titik.Untuk menjamin bahwa sebuah garis adalah lurus, kita perlu satu dan hanya satu garis yang berisi 2 titik. Kita juga dapat mengatakan 2 titik menentukan sebuah garis

Postulat Titik Garis

Dua titik ada pada satu dan hanya pada satu garis

Untuk menjamin bahwa suatu bidang tidak membelit dan berbelok dalam ruang, kita membutuhkan satu dan hanya satu bidang yang beisi 3 titik yang tidak sejajar. Kita juga dapat mengatakan bahwa 3 titik yang tidak sejajar dapat menentukan sebuah bidang.

Postulat Titik Bidang

Tiga titik yang tidak sejajar ada pada satu dan hanya pada satu bidang. Untuk menjamin bahwa sebuah idang adalah lurus, kita perlu 2 bidang yang saling berpotongan hanya pada 1 garis, tidak 2 garis.

Postulat perpotongan Bidang

Jika 2 bidang saling berpotongan, maka mereka pasti berpotongan di satu garis Untuk menjamin bahwa sebuah bidang adalah datar, kita perlu sebuah bidang untuk memuat semua titik dari sebuah garis karena kita tahu bahwa itu mengandung 2 titik dari garis.

Postulat 2 titik, Garis, bidang

Jika 2 titik berada pada sebuah bidang, maka garis mengandung titik-titik itu pada bidang.

Kita perlu Sebuah garis untuk memisahkan sebuah bidang menjadi 2 separuh bidang. Kita dapat menggunakan posulat ini untuk menentukan apakah 2 titik ada pada sisi yang sama dari sebuah garis atau pada sisi yang berlawanan dari sebuah garis.

Postulat Pemisahan Bidang

Misal N adalah sebuah bidang dan l sebuah garis pada N. Titik yang ada pada bidang tidak pada l, membentuk dua separuh bidang, seperti: masing-masing separuh bidang adalah himpunan konvex Jika P pada separuh bidang dan Q ada pada separuh bidang yang lainnya, maka PQ memotong l.

Diperlukan sebuah bidang untuk memisahkan ruang menjadi 2 separuh ruang. Kita dapat menggunakan posulat ini untuk menentukan apakah dua titik ada pada sisi yang sama dari sebuah bidang atau pada sisi yang berlawanan dari sebuah bidang.

Postulat Pemisahan Ruang

Misal N menjadi sebuah bidang dalam ruang. Titik yang ada dalam ruang tidak pada N, membentuk 2 separuh bidang, seperti :

Masing-masing separuh ruang adalah himpunan convex.

Jika sebuah titik A ada pada separuh bidang yang pertama dan B ada pada separuh bidang yang lainnya, maka AB memotong N.

Postulat Tegak Lurus

Diketahui suatu titik dan sebuah garis pada sebuah bidang, pasti ada satu garis yang melewati titik yang tegak lurus dengan garis asal.

Diketahui sebuah bidang dalam ruang dan titik berada pada bidang, pasti ada 1 garis yang melewati titik yang tegak lurus dengan bidang asal.

Beberapa Postulate Pengukuran

Postulat Penggaris

Untuk setiap pasang titik yang menghubungkan sebuah bilangan positif yang unik disebut dengan jarak diantara titik-titik itu.Titik-titik yang ada pada sebuah garis dapat dipasangkan satu-satu dengan bilangan-bilangan real sehingga jarak diantara 2 titik adalah nilai mutlak dari selisih bilangan yang mereka gabungkan.

Postulate busur derajad

Untuk setiap sudut yang menghubungkan sebuah bilangan real diantara 0 dan 180 disebut ukuran sudut (m).Misal P menjadi sebuah titik yang berada pada tepi separuh bidang H. Tiap sinar garis pada separuh bidang atau tepi bidang itu dengan puncak di P dapat dipasangkan satu-satu dengan bilangan real n, 0n180, sehingga ukuran sudut dibentuk oleh sepasang sinar garis yang tidak sejajar dengan ujung (puncak) P, yang merupakan nilai mutlak dari selisih bilangan yang mereka gabungkan.

C. Latihan

Untuk memudahkan pemahaman tentang geometri analitik di R, dapat dipelajari/dikerjakan latihan-latihan yang terdapat pada buku " **Geometry With Applications and Problem Solving",** by Stanley R. Clemens, Phares G. O'Daffer and Thomas J. Cooney
(lihat lampiran Kode: LAT.BAB.3)

D. Kesimpulan

Pengembangan Geometri dapat dilakukan melalui penalaran indutif dan penalaran dedutif. Dalam konteks pembelajaran, proses berpikir yang dilakukan siswa disesuaikan dengan struktur perkembangan kognitif siswa

E. Tes Formatif

(lihat lampiran Kode: TF Bab 2)

BAB 4

KEKONGRUENAN SEGITIGA

A. Kompetensi dan Indikator

A.1 Kompetensi

1. Memahami Dua Segitiga Yang Konruen
2. Memahami Dalil-Dalil Kongruen

A**.2 Indikator Pencapaian Kompetensi**

1. Menjelaskan Dua Segitiga Yang Kongruen
2. Menjelaskan Dalil-Dalil Kongruen
3. Menjelaskan Pembuktian Menggunakan Postulat Kongruen
4. Menjelaskan Pembuktian Menggunakan Definisi-Definisi
5. Menjelaskan Pembuktian Menggunakan Postulat dan Definisi

B. Materi Pokok dan Uraian Materi

Kekongruenan Segitiga

Sub Materi Pokok

1. Syarat Dua Segitiga Yang Kongruen
2. Dalil Kongruen
3. Pembuktian Menggunakan Postulat Kongruen
4. Pembuktian Menggunakan Definisi-Definisi
5. Pembuktikan Menggunakan Postulat dan Definisi

<u>Uraian Materi</u>

3-1.Segitiga-segitiga Kongruen

1. Syarat Dua Segitiga yang Kongruen

Segitiga terangkai dari enam unsur yang terdiri dari tiga sisi dan tiga sudut. Dua segitiga, dikatakan kongruen jika dan hanya jika keduanya mempunyai bentuk dan ukuran yang sama. Dua buah segitiga dikatakan kongruen jika dan hanya jika memenuhi sifat-sifat berikut.

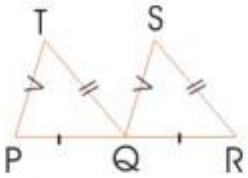
1. Sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang.

2. Sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.

   Atau,

   Dua segitiga dikatakan kongruen jika dipenuhi salah satu dari tiga syarat berikut.

1. Ketiga pasang sisi yang bersesuaian sama panjang (sisi, sisi, sisi).
2. Dua sisi yang bersesuaian sama panjang dan sudut yang dibentuk oleh sisi-sisi itu sama besar (sisi, sudut, sisi).
3. Dua sudut yang bersesuaian sama besar dan sisi yang menghubungkan kedua titik sudut itu sama panjang (sudut, sisi, sudut).



Untuk dapat memahami sifat-sifat dua segitiga yang kongruen, perhatikan Gambar diatas ini. Karena segitiga-segitiga yang kongruen mempunyai bentuk dan ukuran yang sama maka masing-masing segitiga jika diimpitkan akan tepat saling menutupi satu sama lain. Gambar di atas menunjukkan ∆, PQT dan ∆ QRS kongruen.

Perhatikan panjang sisi-sisinya. Tampak bahwa PQ = QR, QT = RS. dan QS = PT sehingga sisi-sisi yang bersesuaian dari kedua segitiga sama panjang.

Selanjutnya, perhatikan besar sudut-sudutnya. Tampak bahwa ∠ TPQ = ∠ SQR, ∠ PQT = ∠ QRS , dan ∠ PTQ = ∠ QSR sehingga sudut-sudut yang bersesuaian dari kedua segitiga tersebut sama besar.

3-2.Dalil Kongruen

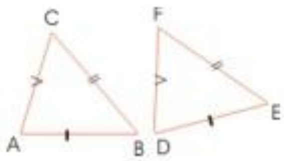
Dua segitiga kongruen dapat ditentukan dari ketiga sisi dan sudutnya.

a. Tiga sisi (S-S-S)

Jika dua buah segitiga adalah kongruen maka ketiga sisi segitiga pertama sama panjang dengan ketiga sisi segitiga kedua (sisi-sisi seletak).

Ketiga Pasang Sisi yang Bersesuaian Sama Panjang (Sisi, Sisi, Sisi)

*Dua segitiga di bawah ini, yaitu ∆ ABC dan ∆ DEF mempunyai panjang sisi-sisi yang sam*a.



$$AB = DE \Leftrightarrow \frac{AB}{DE} = 1$$

$$BC = EF \Leftrightarrow \frac{BC}{EF} = 1$$

$$AC = DF \Leftrightarrow \frac{AC}{DF} = 1$$

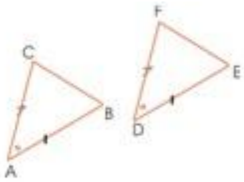
sehingga diperoleh $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = 1.$

Perbandingan yang senilai untuk sisi-sisi yang bersesuaian menunjukkan bahwa kedua segitiga tersebut sebangun. Karena sebangun maka sudut-sudut bersesuaian juga sama besar, yaitu ∠=B∠ ,D∠=A∠E, dan ∠C=∠F. Karena sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang dan sudut-sudut yang bersesuaian sama besar maka ∆ ABC dan ∆ DEF kongruen.

b. Dua Sisi dan Satu Sudut Apit (S-Sd-S)

Dua segitiga yang kongruen maka dua sisi segitiga pertama sama dengan dua sisi segitiga kedua, dan sudut yang diapitnya sama besar.

Dua Sisi.yang Bersesuaian Sama Panjang dan Sudut yang Dibentuk oleh Sisi-Sisi itu Samar Besar (Sisi, Sudut, Sisi)



Pada gambar di atas, diketahui bahwa AB = DE, AC = DF, dan aud akiJ ?neurgnok FED ∆ nad CBA ∆ hakapA .FDE ∠ = BAC ∠ segitiga tersebut diimpitkan maka akan tepat berimpit sehingga diperoleh :

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = 1$$

Hal ini berarti ∆ ABC dan ∆ DEF sebangun sehingga diperoleh isis aneraK E∠ = C∠ nad ,E ∠ = B∠ ,D∠ = A∠-sisi yang bersesuaian sama panjang, maka ∆ ABC dan ∆ DEF kongruen.

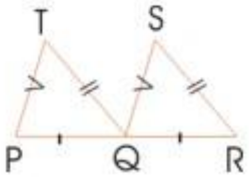
c. Dua Sudut dan SatuSisi (Sd-S-Sd)

Dua segitiga yang kongruen maka dua buah sudut dari segitiga pertama sama dengan dua sudut pada segitiga kedua, dan sisi di antara kedua sudut tersebut sama panjang

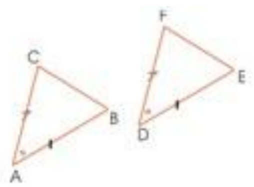
Dua Sudut yang Bersesuaian Sama Besar dan Sisi yang Menghubungkan Kedua Sudut itu Sama Panjang (Sudut, Sisi. Sudut)

3-3. Penggunakan Postulat Kongruen

Untuk membuktikan dua segitiga yang kongruen kita mulai dengan memberi informasi dan menggunakan pola alasan deduktif untuk menyimpulkan bahwa segitig itu memang kongruen.
Bentuk umum postulat SSS :
Jika semua sisi dari sebuah segitiga kongruen terhadap semua sisi segitiga lain maka kedua segitiga tersebut kongruen.



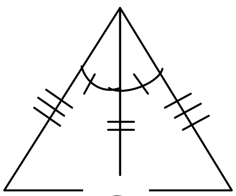
Pernyataan yang diberikan:
-sisi PT kongruen dengan sisi QS
-sisi QT kongruen dengan sisi RS
-sisi PQ kongruen dengan sisi QR
-segitiga PQT kongruen dengan segitiga QRS (postulat kongruen SSS)
Contoh 2:



Pernyataan yang diberikan:

Sisi AB kongruen dengan sisi DE, Sudut A kongruen dengan sudut D, Sudut B kongruen dengan sudut E, Segitiga ABC kongruen dengan segitiga DEF(postulat kongruen ASA)

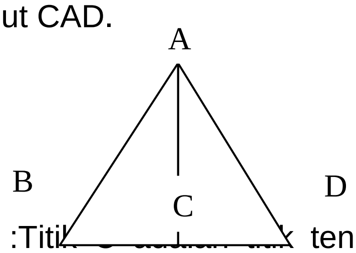
Contoh 3 :



Pernyataan yang diberikan :
Sisi AB kongruen dengan sisi AD, Sudut BAC kongruen dengan sudut CAD, Sisi AC kongruen dengan sisi AC (bagian yang kongruen untuk dirinya sendiri), Segitiga ABC kongruen dengan segitiga ACD (postulat kongruen SAS)

3-4. Pembuktian Menggunakan Definisi - Definisi

Definisi dari garis tegak lurus dan definisi dari sudut pembagi, titik tengah, bagian pembagi dan pembagi tegak lurus sering digunakan dalam pembuktian.
Jika garis AC membagi dua sudut BAD jadi sudut BAC kongruen dengan sudut CAD.



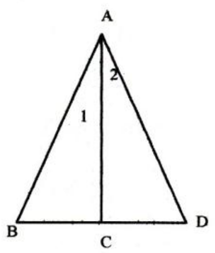
Example 1 :Titik C adalah titik tengah dari garis BD, jadi garis BC kongruen dengan garis CD.
Example 2 : Garis AC adalah pembagi tegak lurus dari garis BD jadi titik C adalah titik tengah dari garis BD.
Example 3 : Garis AC tegak lurus garis BD jadi sudut ACD kongruen dengan sudut ACB.

3.5 Menggunakan Postulat dan Definnisi

Definisi dari sudut tegak, ruas garis tegak dan titik tengah dapat digunakan secara bersama dengan postulat yang kongreen untuk membutikan 2 segitiga kongruen. Gambaran bagaimana untuk membuktikan bahwa 2 segitiga kongruen, sering membantu untuk menganalisis situasi dimulai dengan apa yang akan dibutikan dan bekerja.

Pelajari contoh ini.

Soal : Untuk membuktikan 2 segitiga, inilah petunjuknya.



Diketahui : $\overline{AB} \cong \overline{AD}$

$\overline{AC} membagi 2 < BAD$

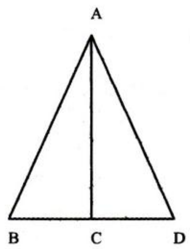
Buktikan $\Delta ABC \cong ADC$

Analisis : (bagaimana seseorang memikirkan untuk mengerjakannya) " Saya akan membuktikan bahwa $\Delta ABC \cong ADC$, 1 dapat mengerjakan dengan SSS, SAS, atau ASA. Postulat kongruen yang manakah ? dari informasi, saya tahu bahwa $\overline{AB} \cong \overline{AD}$. Jika saya tidak menunjukan bahwa < 1 ≅ < 2 and $\overline{AC} \cong \overline{AC}$, saya dapat menggunakan SAS. Tetapi $\overline{AC}$ membagi 2 < BAD, Jadi < 1 ≅ < 2. Jadi ruang garis itu kongruen dengan sendirinya. Saya dapat mengerjakannya.

Buktikan:

Pernyataan	Alasan
1. $\Delta ABC \cong ADC$	1. Diketahui
2. $\overline{AC}$ membagi 2 < BAD	2. Diketahui
3. < 1 ≅ < 2	3. karena $\overline{AC}$ membagi 2 < BAD
4. $\overline{AC} \cong \overline{AD}$	4. sebuah ruas garis yang kongruen dengan sudutnya.
5. $\Delta ABC \cong ADC$	5. Postulat kongruen

Pikirkan terus analisis untuk masing – masing bukti di bahwa. Lalu lengkapi buktinya.



Contoh : $\overline{AB} \cong \overline{AD}$

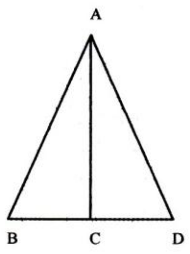
C adalah titik tengah dari $\overline{BD}$

Buktikan : $\Delta ABC \cong ADC$

Analisis : Postulat kongruen yang manakah yang seharusnya saya gunakan untuk ASA, SAS, dan SSS? Saya dapat membuktikan $\Delta ABC \cong ADC$ jika saya Dapat mengajukan bahwa ketiga ΔABC adalah kongruen masing – masing dengan 3 sisi dan ΔADC. Saya tahu bahwa $\overline{AB} \cong \overline{AD}$, $\overline{AC} \cong \overline{AC}$, karena ruas garis kongruen dengan dirinya. $\overline{BC} \cong CD$ jika C adalah titik tengah dari $\overline{BD}$ itulah! Saya sekarang dapat menulis buktinya!

Pernyataan	Alasan
1. $\overline{AB} \cong \overline{AD}$	1. Diketahui
2. C adalah titik tengah dari $\overline{BD}$	2. Diketahui
3. $\overline{BC} \cong CD$	3. karena C adalah titik tengah dari $\overline{BD}$
4. $\overline{AC} \cong \overline{AC}$	4. ruas garis yang kongruen dengan dirinya
5. $\Delta ABC \cong ADC$	5. SSS postulat .

Contoh 2.



Diketahui : $\overline{AC}$ $\perp$ membagi 2 $\overline{BD}$

Buktikan $\Delta ACB \cong \Delta ACD$

Analisis : " Saya dapat membuktikan bahwa $\Delta ACB \cong \Delta ACD$ dengan menggunakan salah satu postulat kongruen. Ayo coba dengan SAS. Saya mengetahui bahwa $\overline{AC} \cong \overline{AC}$. Sejak $\overline{AC}$ $\perp$ membagi 2 $\overline{BD}$, lalu $< ACB \cong < ACD$ dan $\overline{BC} \cong \overline{CD}$. Dapat menulis buktinya sekarang!!

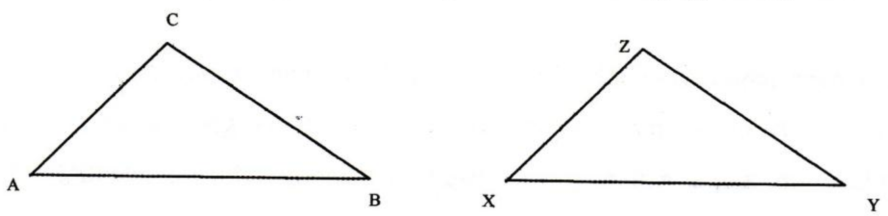
Bukti

Pernyataan	Alasan
1. $\overline{AC}$ $\perp$ membagi 2 $\overline{BD}$	1. Diketahui
2. $\overline{BC} \cong CD$	2. Definisi dari ruas garis yang terbagi 2.
3. $\overline{AC} \perp \overline{BD}$	3. Diketahui
4. $< ACB \cong < ACD$	4. $\overline{AC}$ tegak lurus $\overline{BD}$
5. $\overline{AC} \cong \overline{AC}$	5. Karena sebuah ruas garis yang kongruens dengan sendirinya.
6. $\Delta ACB \cong \Delta ACD$	6. SAS postulst

3.6 Membuktikan Ruas Garis dan sudut – sudut yang kongruen.

Pelajar geometri yang berbakat (sesorang perenang yang baik, tetapi tidak terlalu baik) menggunakan metode untuk menemukan jarak dari galangan kapal ke pulau. Tusukan 2 titik p. dipenyangga. Buat $< 2 \cong < 4$. lokasi dengan penglihatan, instant titik A di sisi sudut 1 dan 3. bagaimana jarak dari galangan kapala ke pulau (D1) sama dengan DA?

Untuk menjawab pertanyaan ini, ulangi definisi dari segitiga kongruens.



$\Delta ACB \cong \Delta XYZ$ artinya 6 sesuatu itu adalah benar.

$\overline{AB} \cong XY$, $\overline{AC} \cong XZ$, $\overline{BC} \cong XY$, $< A \cong < X$,$< B \cong < Y$, $< C \cong < Z$

kita sering membuktikan sepasang rDAuas garis atau sudut kongruen untuk pembuktian pertama bahwa segitiga kongruens kita dapat menggunakan definisi dari segitiga kongruen untuk menyimpulkan bagian dari segitiga untuk berhubungan kongruen.

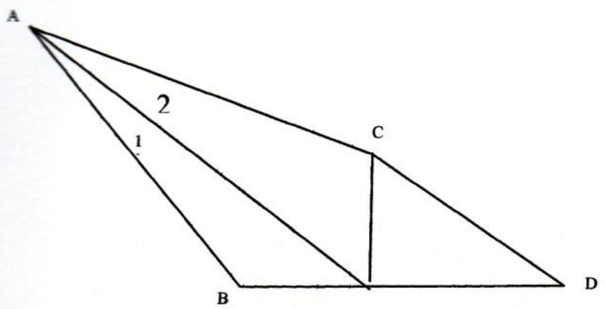
Pada situasi galangan kapal – pulau didtas $\Delta DAP \cong \Delta DIP$ dengan postula ASA. Oleh karena itu $\overline{DA}$ dan $\overline{DI}$ adalah berhubungan dengan segitiga itu, $\overline{DA} \cong \overline{DI}$ untuk membuktikan ruas garis atau sudut kongruens, kamu sering mendapat:

1. Pilih segitiga yang terdiri dari 3 ruas garis (sudut)
2. Buktikan segitiga itu kongruens.
3. Simpulkan bahwa ingin menghubungkan bagian dari segitiga itu adalah kongruens.

Saat menulis bukti, kita memberi alas an untuk 3 langkah hubungan bagian segitiga kongruens adalah congruen,

Singkatan : Hubungan bagian dari $\cong \Delta S$ adalah$\cong$ atau CPCTC.

Contoh :



Diketahui: $\overline{AB} \cong \overline{AD}$, $< 1 \cong < 2$

Buktikan $\overline{BE} \cong \overline{DE}$

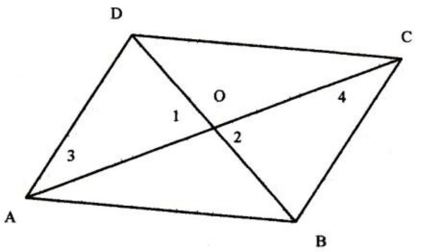
Analisis : " saya dapat membuktikan $\overline{BE} \cong \overline{DE}$ jika saya dapat menemukan sepasang segitiga yang kongruens yang terdiri dari ruas garis ΔADE terlihat tertentu. Dimana postulat kongruens dapat saya gunakan untuk membuktikan kekongruenan mereka? Cara SAS untuk karana itu saya mengetahui bahwa $< 1 \cong$

< 2, $\overline{AB} \cong \overline{AD}$, dan $\overline{AE} \cong \overline{DE}$, saya dapat membuktikan segitiga kongruens dan menyimpulkan bahwa $\overline{BE} \cong \overline{DE}$.

Bukti :

Pernyataan	Alasan
1. $\overline{AB} \cong \overline{AD}$	1. Diketahui
2. $< 1 \cong < 2$,	2. Diketahui
3. $\overline{AE} \cong \overline{DE}$	3. Sebuah ruas garis yang kongruens dengan dirinya sendiri.
4. $\Delta ABE \cong < ADE$	4. Postulat SAS
5. $\overline{BE} \cong \overline{DE}$	5. Berhubungan bagian $\cong \Delta S$ are $\cong$.

Contoh 2 : Diketahui $\overline{AC}$ dan $\overline{BD}$ membagi dua satu sama lain $< 1 \cong < 2$, buktikan $< 3 \cong < 4$.



Analisis : " $< 3 \cong < 4$ berada dimasing – masing ΔAOD dan ΔBOC dan di masing – masing berada di ADC dan < ABC. Dari informasi yang diberikan tempat saya seharusnya membuktikan ΔAOD kongruens dengan ΔCOB. (Mengapa?). lalu saya dapat menyimpulkan bahwa < 3 kongruens dengan < 4.

Bukti:

Pernyataan	Alasan
1. $\overline{AC}$ dan $\overline{BD}$ membagi dua satu sama lain	1. Diketahui

2. $\overline{AO} \cong \overline{CO} ; \overline{OB} \cong \overline{OD}$	2. Definisi dari ruas garis yang tegak lurus.
3. $<1 \cong <2$	3. Diketahui
4. $\Delta AOD \cong \Delta COB$	4. Postulat SAS
5. $<3 \cong <4$	5. CPCTC

3.7 Segitiga yang Tumpang Tindih

Populer " masalah puzzle " meminta kamu untuk menemukan sepasang segitiga sama sisi yang kongruens digambarkan dan jejak meraka di kertasmu. Dapatkah kamu memecahkannya?

Di pembuktian yang berbeda – beda pada gambar sering tumpang tindih satu sama lain. Membuatnya sulit untuk divisualisasikan segitiga yang akan menjadi paling bermanfaat untuk membuktikan kongruens. Kadang – kadang itu membantu dengan gambar atau peralatan metal segitiga untuk membantu menganalisis bukti, sebagai indikasinya adlah contoh di bawah ini.

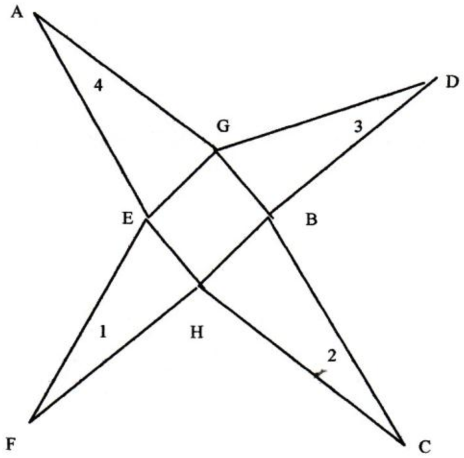
Contoh :

Diketahui : $<1 \cong <2$

$A < \cong \overline{DF}$

$<3 \cong <4$

Buktikan : $\overline{EF} \cong \overline{BC}$



Analisis :

" Saya membutuhkan untuk memilih sepasang segitiga yang sama berisi $\overline{EF} \cong \overline{BC}$. Bagaimana tentang ΔEFH dan ΔBCF ? Saya dapat membuktikan merka kongruens. Ayo coba ΔEFD dan ΔBCA ! Mereka adalah kongruens karena postulat ASA dan saya dapat menyimpulkan bahwa $\overline{EF} \cong \overline{BC}$ kamu akan ditanya untuk melengkapi bukti itu seperti contoh.

	kongruens dengan dirinya sendiri.
4. $\Delta ABE \cong \Delta CBE$	4. Postulat SAS
5. $\overline{AE} \cong \overline{CE}$	5. Diketahui
6. $< 3 \cong < 4$	6. Diketahui
7. $\overline{DE} \cong \overline{FE}$	7. Diketahui
8. $\Delta AED \cong \Delta CEF$	8. Diketahui
9. $\overline{AD} \cong \overline{CF}$	9. CPLCTC

Catatan penting bahwa langkah 1 – 4 membuktikan sepasang segitiga yang kongruens. Langkah 5 – 8 menggunakan kongruens pertama untuk membuktikan pasangan segitiga kongruens yang ke – 2.

Ide Penting Bagian 3

- Syarat

  Segitiga kongruens.
- Postulat
  - SAS postulat jika 2 sisi dan mencakup salah satu sudut segitiga adalah masing – masing kongruens untuk 2 sisi dan mencakup sudut segitiga lainnya, lalu 2 sudut adalah kongruens.
  - ASA postulat kongruens jika 2 sudut dan mencakup salah satu sisi segitiga adalah masing – masing kongruens untuk 2 sudut dan mencakup sisi segitiga lainnya, lalu 2 sudut adalah kongruens.
  - SSS postulat kongruens jika semua sisi satu segitiga adalah kongruens masing – masing untuk seluruh 3 sisi segitiga lainnya, lalu 2segitiga adalah kongruens.
- Pernyataan

  Hubungankan bagian segitiga kongruens adalah kongruens.

C.Latihan

(lihat lampiran Kode: Lat. Bab.3)

D.Rangkuman

E.Tes Formatif

BAB 5
KESEJAJARAN

A. Kompetensi dan Indikator

A.1 Kompetensi

1. Memahami definisi dasar dan teorema tentang kesejajaran garis
2. Memahami penyelesaian masalah kesejajarn garis

A.2 Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Menjelaskan Definisi Dasar Kesejajaran Garis
2. Menjelaskan Teorema Kesejajaran Garis
3. Menjelaskan penyelesaian masalah kesejajaran

B. Materi Pokok dan Uraian Materi

Materi Pokok

Kesejajaran Garis

Sub Materi Pokok

1. Definisi Dasar Kesejajaran Garis
2. Teorema Kesejajaran Garis
3. Masalah Kesejajarn Garis

Uraian Materi

5.1 Definisi Dasar

Definisi 5.1

Garis yang bersilangan adalah dua garis yang tidak berpotongan dan tidak terletak pada bidang yang sama.

Definisi 5.2

Sebuah garis dan bidang adalah sejajar, jika tidak mempunyai titikpersekutuan.

Definisi 5.3

Bidang yang sejajar adalah bidang yang tidak mempunyai titik persekutuan.

Definisi 5.4

Sebuah garis melintang adalah garis yang memotong dua garis yang sebidang di dua titik yang berbeda..

Sudut dalam bersebrangan adalah dua sudut dalam dengan puncak yang yang berbeda di sisi yang berlawanan pada garis melintang.

Sudut luar bersebrangan adalah dua sudut luar dengan puncak yang yang berbeda di sisi yang berlawanan pada garis melintang.

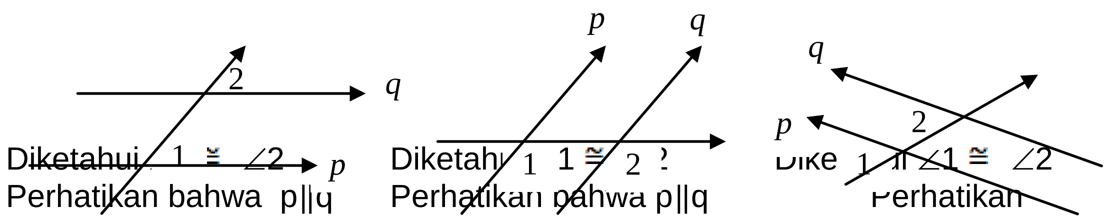
Sudut yang sehadap adalah sudut yang terletak pada sisi yang sama pada garis melintang. Salah satu sudutnya adalah sudut luar, dan sudut yang lain adalah sudut dalam.

5.2 Teorema tentang Garis Sejajar

Sepasang sudut terbentuk dari sepasang garis dan sebuah garis melintang penting dalam membentuk garis sejajar.

Teorema

Jika dua garis dipotong oleh garis melintang dan sepasang sudut sehadap yang kongruen, maka garis itu sejajar.



Diketahui ∠1 ≅ ∠2
Perhatikan bahwa p||q

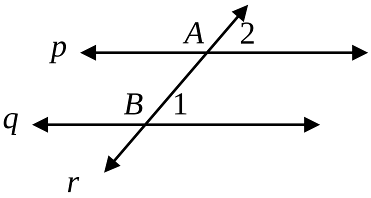
Diketahui ∠1 ≅ ∠2
Perhatikan bahwa p||q

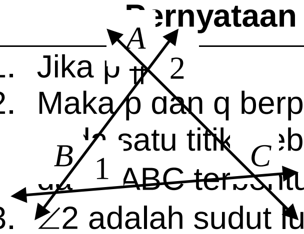
Diketahui ∠1 ≅ ∠2
Perhatikan bahwa p||q

Diketahui : Garis p, q, dan r dengan ∠1 ≅ ∠2.

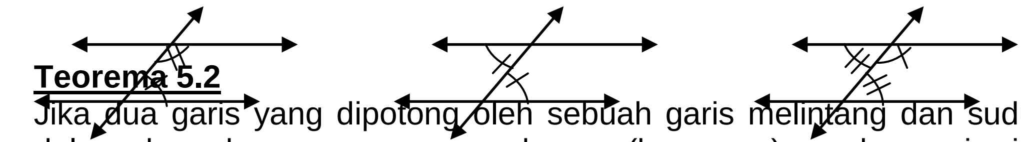
Buktikan p||q

Anggap p ∦ q. (catatan : ∦ artinya tidak sejajar). Kemudian anggap segitiga akan terbentuk dan menemukan sebuah kontradiksi.





Pernyataan	**Alasan**
1. Jika p ∦ q.	1. Asumsi bukti tak langsung.
2. Maka p dan q berpotongan di satu titik, sebut saja C dan ΔABC terbentuk.	2. Uraian dengan cara I.
3. ∠2 adalah sudut luar dari ΔABC.	3. Definisi sudut luar.
4. ∠1 adalah sudut dalam yang jauh dari ∠2.	4. Definisi sudut dalam yang jauh.
5. m∠2 > m∠1.	5. Teori sudut luar.
6. m∠1 = m∠2 (kontradiksi dari m∠2 > m∠1).	6. Diketahui.
7. Oleh karena itu, p‖q.	7. Bukti tak langsung logika.



Teorema 5.2

Jika dua garis yang dipotong oleh sebuah garis melintang dan sudut dalam bersebrangannya sama besar (kongruen), maka garis itu sejajar.

Teorema 5.3

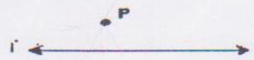
Jika dua garis yang dipotong oleh sebuah garis melintang dan sudut luar bersebrangannya sama besar (kongruen), maka garis itu sejajar.

Teorema 5.4

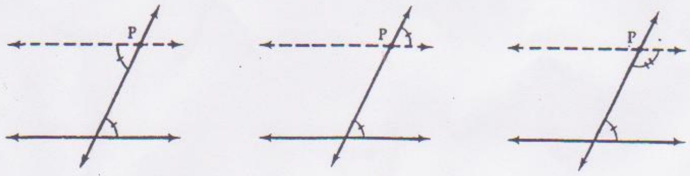
Jika dua garis yang dipotong oleh sebuah garis melintang dan sudut dalam sepihaknya saling bersuplemen (jumlah besar sudutnya 180), maka garis itu sejajar

5.3 POSTULAT GARIS SEJAJAR

Di aktivitas yang terakhir, kita telah menyusun sepasang garis sejajar. Sebenarnya ada tiga metode hubungan yang dapat diringkas dengan tiga gambar ini. Kebenaran dari susunan ini dapat diterangkan dengan menggunakan teorema-teorema pada bagian sebelumnya.



Lihat kembali : Susun sebuah garis melalui P yang sejajar l.

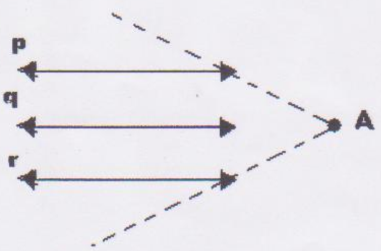


Tampak bisa diasumsikan sebagaimana kita lakukan pada postulat sejajar, bahwa hanya ada satu garis melalui P yang sejajar l.

Postulat Sejajar
Pikirkan sebuah garis l dan sebuah titik P tidak pada l,maka hanya ada 1 garis melalui P sejajar l.

A. **Teorema 5.5**
Pikirkan garis p, q, dan r, jika $p \parallel q$ dan $q \parallel r$, maka $p \parallel r$

Pembuktian:
Pikirkan garis p, q, dan r, dimana $p \parallel q$ dan $q \parallel r$
Buktikan bahwa $p \parallel r$



Pernyataan	Sebab
1. andaikan p ∦ r	1. asumsi bukti tidak langsung
2. ada sebuah titik ke p dan r, sebut titik A	2. pernyataan kembali dari kalimat1
3. p ∥ q	3. dipikirkan
4. r ∥ q	4. dipikirkan
5. garis p dan r adalah dua garis melalui A sejajar q (kontradiksi dengan postulat garis sejajar yang mana menyatakan bahwa hanya ada satu garis melalui A sejajar q)	5. pernyataan 3 dan 4
6. karena itu p ∥ r	6. logika dari bukti tidak langsung

Garis p dan r adalah 2 garis melalui A sejajar q (yang putus-putus).
Hal ini kontradiksi dengan postulat garis sejajar. Maka pengandaian ini salah.

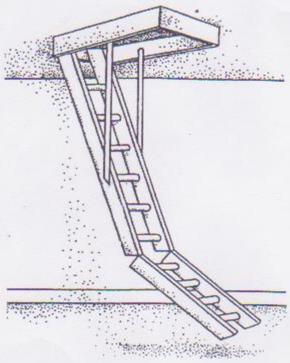
Dengan demikian p ∥ r.

Arti Historis dari Postulat Sejajar

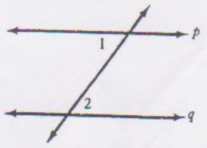
Selama berabad-abad para Matematikawan berusaha membuktikan bahwa postulat sejajar adalah sebuah teorema. Usaha-usaha ini terus mengalami kegagalan. Pada permulaan abad sembilan belas tiga matematikawan, Karl Friedrich Gauss (1777-1855), Janos Bolyai (1802-1860), dan Nicolai Ivanovitch Lobachevsky (1793-1856), bekerja sama mencoba menyelesaikan postulat sejajar dari sistem postulat Euclidean dan membuktikan itu sebagai sebuah teorema. Mereka menggunakan metode tidak langsung. Tetapi lebih mencapai pada sebuah kontradiksi. Mereka menemukan bahwa asumsi ini mendasari keseluruhan set teorema-teorema baru, sebuah keseluruhan geeometri baru. Penemuan matematika penting ini menjadi dasar ap[a yang disebut geometri non-Euclidean.

Karl Friedrich Gauss

5.4 TEOREMA TEOREMA LAIN TENTANG GARIS SEJAJAR

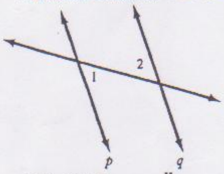


Banyak "tugas mandiri" yang mengharuskan kita menyusun lebih dahulu tangga lipat untuk memasang di langit-langit garasi rumah. Tangga ini dibuatkan sama panjang. Pemasang harus mengukur bagaimana memotong bagian dasar sehingga tangga akan duduk dengan tegak di lantai. Kedua panjang dan sudutnya harus sesuai. Kenyataannya langit-langit dan lantai yang sejajar adalah penting untuk menyelesaikan masalah ini.



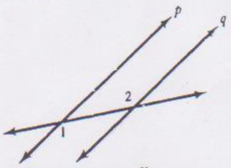
Dipikirkan: $p \parallel q$

Amati bahwa $\angle 1 \equiv \angle 2$



Dipikirkan: $p \parallel q$

Amati bahwa $\angle 1 \equiv \angle 2$



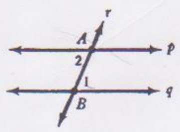
Dipikirkan: $p \parallel q$

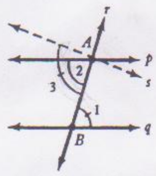
Amati bahwa $\angle 1 \equiv \angle 2$

Gambar-gambar di atas menggambarkan teorema sebagai berikut.

B. **Teorema 5.6**
Jika dua garis sejajar dipotong oleh sebuah garis, maka sudut dalam berseberangannya kongruen.

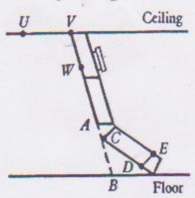
Pembuktian,
Dipikirkan: garis p ∥ q dengan *transversal* r.
∠ 1 dan ∠ 2 adalah sudut dalam berseberangan
Buktikan: ∠ 1 ≡ ∠ 2
Tunjukkan: Asumsi bahwa ∠ 1 tidak kongruen dengan ∠ 2, dan temukan sebuah kontradiksi.





Pernyataan	Sebab
1. ∠ 1 tidak kongruen dengan ∠ 2	1. Asumsi bukti tidak langsung
2. Buat sebuah garis melalui A sehingga ∠ 1 ≡ ∠ 3, ∠ 1 dan ∠ 3 adalah sudut dalam berseberangan.	2. Susunan
3. q ∥ s, A pada s.	3. Jika sudut dalam berseberangan kongruen, maka garis-garisnya sejajar.
4. p ∥ q, A pada p	4. Dipikirkan.
5. Ada dua garis melalui A yang sejajar q.	5. Pernyataan 3 dan 4.
6. ∠ 1 ≡ ∠ 2	6. Logika dari bukti tidak langsung.

PENERAPANNYA:
Teorema 5-6 dapat digunakan untuk memecahkan masalah yang muncul pada pelajaran awal. Bagaimana seharusnya bagian dasar dipotong?
Ikuti prosedur ini:



1. Ukur AB dan lokasi titik D sehingga AB = CD.
2. 2. Ukur $\angle$ UVW dan lokasi titik E sehingga m $\angle$ UVW = m $\angle$ CDE.

Ada beberapa penambahan teorema yang digunakan di sini

C. **Teorema 5.7**
Jika dua garis sejajar dipotong oleh sebuah garis, maka sudut luar berseberangannya kongruen.

D. **Teorema 5.8**
Jika dua garis sejajar dipotong oleh sebuah garis, maka sudut yang sehadap kongruen.

E. **Teorema 5.9**
Jika dua garis sejajar dipotong oleh sebuah garis, maka jumlah 2 sudut sepihaknya 180°.

---*Syukron*---

C. Latihan

(Lihat lampiran Kode: Lat.Bab.4)

D. Rangkuman

1.
2.
3.
4.

E. Tes Formatif

(Lihat lampiran Kode: TF. Bab.4)

BAB 6

SEGITIGA

A. Kompetensi dan Indikator

A.1 Kompetensi

1. Memahami jenis-jenis segitiga
2. Memahami teorema Pythagoras
3. Memahami garis-garis istimewa pada segitiga
4. Memahmai pertidaksamaan segitiga

A.2 Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Menjelaskan jenis-jenis segitiga
2. Menjelaskan teorema pythagoras
3. Menjelaskan garis-garis istimewa pada segitiga
4. Memahami pertidaksamaan segitiga

D. Materi Pokok dan Uraian Materi

Materi Pokok

Segitiga

Sub Materi Pokok

1. Penggolongan segitiga
2. Teorema Pythagoras
3. Segitiga-Segitiga Istimewa
4. Teorema Pada Segitiga
5. Pertidaksamaan Segitiga

Uraian Materi

5.1 Penggolongan Segitiga

Berdasarkan panjang sisi, segitiga dibagi menjadi tiga kelompok :

1. Segitiga Sama Sisi adalah segitiga yang mempunyai tiga sisi yang kongruen.
2. Segitiga Sama Kaki adalah segitiga yang mempunyai dua sisi yang kongruen.
3. Segitiga Sembarang adalah segitiga yang tidak mempunyai sisi yang kongruen.

Berdasarkan besar sudut, segitiga dibagi menjadi empat kelompok :

1. Segitiga Lancip yaitu segitiga yang memiliki tiga sudut yang lancip (besar sudut < 90^0).
2. Segitiga Siku-siku yaitu segitiga yang mempunyai sebuah sudut siku-siku (besar sudut = 90^0)
3. Segitiga Tumpul yaitu segitiga yang mempunyai sebuah sudut tumpul (besar sudut > 90^0).
4. Segitiga Sama Sudut adalah segitiga yang mempunyai tiga sudut yang kongruen.

5.2 Segitiga Sama Kaki

Segitiga sama kaki adalah segitiga yang mempunyai dua sisi yang kongruen.

Segitiga sama kaki dapat berupa segitiga siku-siku, segitiga tumpul maupun segitiga lancip.

Metode pembuktian segitiga sama kaki

Diketahui : Segitiga ABC sama kaki dengan $\overline{AB} \cong \overline{AC}$.

Buktikan : $\angle B \cong \angle C$.

Bukti : Titik D merupakan titik tengah pada $\overline{BC}$. Gambarlah $\overline{AD}$ dan buktikan bahwa $\Delta ABD \cong \Delta ACD$.

Pernyataan	Alasan
1. Segitiga ABC sama kaki dengan $\overline{AB} \cong \overline{AC}$. 2. D adaalah titik tengah dari $\overline{BC}$. 3. Segitiga ABD $\cong \Delta ACD$. 4. $\angle B \cong \angle C$	1. Diketahui 2. Setiap ruas garis memiliki satu dan hanya satu titik tengah. 3. Sebuah ruas dari sudut puncak ke titik tengah pada sisi yang berlawanan membentuk sepasang segitiga yang konngruen. 4. CPCTC

Teorema

Jika sebuah segitiga adalah sama kaki, maka sudut dasarnya ialah kongruen.

5.3 Besar sudut – sudut pada segitiga

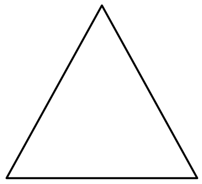
Diketahui : Sebuah segitiga ABC

Buktikan : besar $\angle$ A + besar $\angle$B + besar $\angle$C = 180°

Rencana : Gambarlah sebuah garis L melalui A sejajar pada BC dan menggunakan teorema yang menghubungkan garis sejajar dan melintang. (garis L adalah sebuah garis bantu.)

Pernyataan	Alasan
1. Tunjukkan L menjadi sebuah garis melalui A sejajar garis BC.	1. Tergambar
2. $\angle 1 \cong \angle$ B, $\angle 2 \cong \angle$C	2. Jika dua garis sejajar, maka sudut – sudut dalam adalah kongruen
3. Besar $\angle$ 1 + besar $\angle$ A + besar $\angle$ 2 = 180°	3. Definisi di antara ruas garis dan Teorema Sepasang Garis Lurus
4. Besar $\angle$B + besar $\angle$A + besar $\angle$C = 180°	4. Sifat Substitusi

1. Sudut – sudut pada segitiga sama sisi, masing – masing mempunyai besar 60°.



Besar $\angle$A = Besar $\angle$B = Besar $\angle$C
Besar $\angle$A + Besar $\angle$B + Besar $\angle$C = 180°
Jadi setiap besar sudut segitiga samasisi mempunyai besar 60°.

2. Besar satu sudut luar berpelurus dari sebuah segitiga sama dengan jumlah besar dua sudut dalam segitiga yang tidak berhimpitan dengan sudut luar tersebut.

Teorema Sudut-Sudut -Sisi :

Jika ada dua sudut dan sebuah sisi berlawanan dengan salah satu sudut dalam sebuah segitiga kongruen dengan dua sudut dan sisi yang berkorespondensi dari segitiga kedua, maka dua segitiga tersebut kongruen.

Diketahui : $\Delta\, ABC$ dan $\Delta\, DEF$ dengan

$\angle A \cong \angle D$

$\angle B \cong \angle E$

$\overline{BC} \cong \overline{EF}$

Buktikan : $\Delta\, ABC \cong \Delta\, DEF$

Penyelesaian

Kita akan menggunakan informasi yang telah diberikan untuk menunjukan bahwa $\angle C \cong \angle F$ dan kemudian menggunakan postulat ASA.

Pernyataan dan Alasan :

1. $\angle A \cong \angle D$, $\angle B \cong \angle E$. (Diketahui)
2. $m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180$;
   $m\angle D + m\angle E + m\angle F = 180$.
   (Jumlah dari besar ketiga sudut dalam segitiga adalah 180 º)
3. $m\angle A + m\angle B + m\angle C = m\angle D + m\angle E + m\angle F$. (Subtitusi)
4. $m\angle C = m\angle F$. (Substraksi dari property yang sama)
5. $\angle C \cong \angle F$. (Definisi dari segitiga kongruen)
6. $\overline{BC} \cong \overline{EF}$. (Mengapa? Karena telah diketahui)
7. $\Delta\, ABC \cong \Delta\, DEF$. (Mengapa? Karena berdasarkan postulat AAS)

Teorema Sisi Miring Sudut

Jika sisi miring dan sebuah sudut terkecil dari suatu segitiga siku – siku kongruen dengan sebuah sisi miring dan sudut terkecil dari segitiga siku – siku lainnya, maka segitiga tersebut kongruen.

Teorema

Jika sisi miring dan satu kaki dari sebuah segitiga siku-siku kongruen dengan sisi miring dan sebuah kaki dari segitiga siku-siku kedua.
Maka, kedua segitiga itu sebangun.

Diketahui : Δ *ABC* dan Δ *DEF* , dengan $\angle B$ dan $\angle E$ merupakan sudut siku-siku. $\overline{BC} \cong \overline{EF}$ dan $\overline{AC} \cong \overline{DF}$ $\overline{DE}$

Buktikan : Δ *ABC* ≅ Δ *DEF*

Bukti :

Pernyataan	Alasan
1. Gambar $\overline{DE}$.	1. Susunan segitiga.
2. Pilih *G* pada $\overline{DE}$ sehingga $\overline{EG} \cong \overline{AB}$.	2. Pilihan dari *G*.
3. $\angle ABC$ dan $\angle DEF$ adalah sudut siku-siku.	3. Diketahui.
4. $\angle GEF$ adalah sudut siku-siku.	4. Jika satu sudut dari sebuah pasangan ruas garis lurus adalah sudut siku-siku, maka yang lain adalah sudut siku-siku.
5. $\angle ABC = \angle DEF = \angle GEF = 90^\circ$.	5. Definisi sudut siku-siku.
6. $\angle ABC \cong \angle DEF \cong \angle GEF$.	6. Definisi sudut kongruen.
7. $\overline{BC} \cong \overline{EF}$.	7. Diketahui.
8. Δ *ABC* ≅ Δ *GEF*.	8. Mengapa? Karena postulat SAS
9. $\overline{AC} \cong \overline{GF}$.	9. CPCTC.
10. $\overline{AC} \cong \overline{DF}$	10. Diketahui.
11. $\overline{GF} \cong \overline{DF}$.	11. Sifat pelengkap dari ruas garis sebangun.
12. $\angle FDE \cong \angle FGE$.	12. Jika segitiga adalah sama kaki, maka sudut-sudut dalam kakinya adalah kongruen.
13. $\overline{EF} \cong \overline{EF}$	13. Mengapa? Karena ruas garis tersebut saling berimpit.
14. Δ *DEF* ≅ Δ *GEF*.	14. Teorema AAS.
15. Δ *ABC* ≅ Δ *DEF*.	15. Sifat pelengkap dari segitiga sebangun.

Teorema

Jika sebuah titik *P* berjarak sama dari pasangan titik *A* dan *B,* maka *P* terletak pada garis bagi yang tegak lurus dari $\overline{AB}$. Sebaliknya, sebuah titik pada garis bagi yang tegak lurus dari $\overline{AB}$ adalah berjarak sama dari *A* dan *B*.

5.2 Teorema Pythagoras

Salah satu teorema yang paling terkenal dan paling berguna dalam bidang Geometri adalah Teorema Pythagoras. Diberi nama setelah ahli matematika Yunani, Pythagoras.

Teorema ini menyatakan bahwa luas daerah di atas sisi hipotenus dari segitiga siku-siku sama dengan jumlah dari luas daerah di atas kaki-kaki dari segitiga tersebut.

**Teorema Pythagoras : ** Jika Δ ABC adalah segitiga siku-siku, maka kuadrat dari panjang sisi miring sama dengan jumlah kuadrat dari panjang kedua sisinya.

Diberikan **:** Segitiga siku-siku ACB dengan panjang hipotenuse *c* dan panjang kaki - kakinya *a* dan *b.*

Buktikan **:** $c^2 = a^2 + b^2$

Analisis **:**

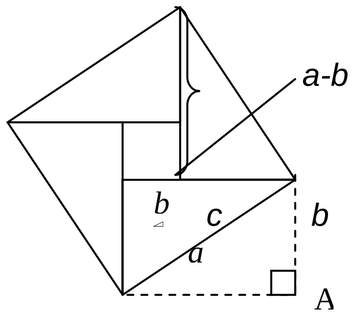
Buatlah persegi di atas Δ ABC seperti contoh di atas. Persegi di atas *a* mempunyai luas a^2. Persegi di atas *b* mempunyai luas b^2. Persegi di atas *c* mempunyai luas c^2. Persegi di atas sisi *c* terdiri dari empat segitiga yang kongruen dengan Δ ABC dan sebuah persegi.

Gambar di atas menunjukan bahwa panjang sisi dari persegi kecil adalah *a – b.* Kita dapat mengetahui luas persegi besar dengan menambahkan luas dari ke empat segitiga dan luas persegi kecil. Luas segitiga adalah $\frac{1}{2}ab$. Luas persegi adalah $(a - b)^2$.

Jadi, $c^2 = 4\left(\frac{1}{2}ab\right) + (a - b)^2$

$= 2ab + (a^2 - 2ab + b^2)$

$= a^2 + b^2$



Teorema

Jika Δ ABC mempunyai sisi *a, b,* dan *c* dan $c^2 = a^2 + b^2$, maka Δ ABC adalah segitiga siku-siku.

5.3 Segitiga – Segitiga Istimewa

Gambar dan tabel disebelah kanan menunjukan dimensi dan spesifikasi untuk 2 macam sekrup mesin yang berbeda.

Dimensi yang bertanda F menjelaskan ukuran kunci sekrup yang dibutuhkan untuk sekrup. Bagaimana dimensi G dapat dihitung? Pengetahuan dari sudut-sudut 45º -45º -90º dan 30º -60º -90º dalam segitiga akan membantu perhitungan ini. Sebuah segitiga 45º -45º -90º terbentuk dari 2 sisi dari sebuah persegi dan sebuah diagonal.

Sebuah segitiga 30º -60º -90º terbentuk dari tinggi dan segitiga sama sisi

Teorema

Panjang sisi miring dari segitiga yang mempunyai sudut 45º , 45º, 90º adalah $\sqrt{2}$ kali panjang kakinya.

Teorema

Panjang dari sisi dari segitiga siku-siku yang lebih panjang dari segitiga dengan sudut 30º, 60º, 90º adalah $\frac{\sqrt{3}}{2}$ kali panjang dari sisi miringnya atau $\sqrt{3}$ kali panjang sisi yang lebih pendek

Teorema

Panjang sisi miring dari segitiga yang mempunyai sudut 45º , 45º, 90º adalah $\sqrt{2}$ kali panjang kakinya.

Teorema

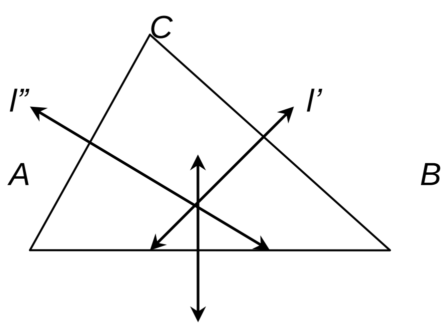
Panjang dari sisi dari segitiga siku-siku yang lebih panjang dari segitiga dengan sudut 30º, 60º, 90º adalah $\frac{\sqrt{3}}{2}$ kali panjang dari sisi miringnya atau $\sqrt{3}$ kali panjang sisi yang lebih pendek.

5.4 Teorema Kekonkurenan Dalam Segitiga

Teorema

Garis bagi yang tegak lurus dari sisi sebuah segitiga berpotongan pada titik O yang berjarak sama dari ke tiga titik sudut segitiga.

Diberikan : Δ ABC dengan garis bagi yang tegak lurus l, l', dan *l”*.
Buktikan : l, l', dan *l”* adalah melalui satu titik pada titik O dan bahwa *OA = OB = OC.*

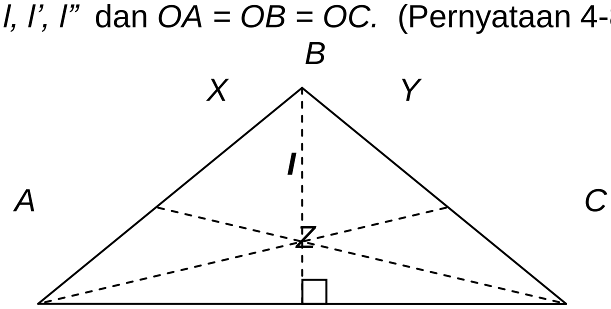


Pernyataan dan Alasan :

1. *l* adalah garis bagi yang tegak lurus dari $\overline{AB}$. (Diketahui)
2. *l’* adalah garis bagi yang tegak lurus dari $\overline{BC}$. (Diketahui)
3. *l* dan *l’* berpotongan pada titik O. (Jika $\overline{AB} \parallel \overline{BC}$, maka *l* ‖ *l’*)
4. *OA* = *OB.* (Sebuah titik pada garis bagi yang tegak lurus adalah berjarak sama dari titik akhirnya.)
5. *OB* = *OC.*(Mengapa? Karena berdasarkan postulat SAS)
6. *OA* = *O.*(Sifat pelengkap dari kesamaan)
7. *O* adalah pada garis bagi yang tegak lurus dari $\overline{AC}$.
   (Sebuah titik berjarak sama dari dua titik adalah terletak pada garis bagi yang tegak urus dari ruas garis yang ditentukan oleh titik tersebut)
8. *O* terletak pada *l, l’, l”* dan *OA* = *OB* = *OC.* (Pernyataan 4-8)

Pernyataan dan Alasan :

9. l adalah garis bagi yang tegak lurus dari $\overline{AB}$. (Diketahui)
10. l' adalah garis bagi yang tegak lurus dari $\overline{BC}$. (Diketahui)
11. l dan l' berpotongan pada titik O. (Jika $\overline{AB} \parallel \overline{BC}$, maka $l \parallel l'$)
12. *OA = OB.* (Sebuah titik pada garis bagi yang tegak lurus adalah berjarak sama dari titik akhirnya.)
13. *OB = OC.*(Mengapa? Karena berdasarkan postulat SAS)
14. *OA = O.*(Sifat pelengkap dari kesamaan)
15. *O* adalah pada garis bagi yang tegak lurus dari $\overline{AC}$.
    (Sebuah titik berjarak sama dari dua titik adalah terletek pada garis bagi yang tegak urus dari ruas garis yang ditentukan oleh titik tersebut)
16. *O* terletak pada *l, l', l"* dan *OA = OB = OC.* (Pernyataan 4-8)
17. l adalah garis bagi yang tegak lurus dari $\overline{AB}$. (Diketahui)
18. l' adalah garis bagi yang tegak lurus dari $\overline{BC}$. (Diketahui)
19. l dan l' berpotongan pada titik O. (Jika $\overline{AB} \parallel \overline{BC}$, maka $l \parallel l'$)
20. *OA = OB.* (Sebuah titik pada garis bagi yang tegak lurus adalah berjarak sama dari titik akhirnya.)
21. *OB = OC.*(Mengapa? Karena berdasarkan postulat SAS)
22. *OA = O.*(Sifat pelengkap dari kesamaan)
23. *O* adalah pada garis bagi yang tegak lurus dari $\overline{AC}$.
    (Sebuah titik berjarak sama dari dua titik adalah terletek pada garis bagi yang tegak urus dari ruas garis yang ditentukan oleh titik tersebut)
24. *O* terletak pada *l, l', l"* dan *OA = OB = OC.* (Pernyataan 4-8)
25. l adalah garis bagi yang tegak lurus dari $\overline{AB}$. (Diketahui)
26. l' adalah garis bagi yang tegak lurus dari $\overline{BC}$. (Diketahui)
27. l dan l' berpotongan pada titik O. (Jika $\overline{AB} \parallel \overline{BC}$, maka $l \parallel l'$)
28. *OA = OB.* (Sebuah titik pada garis bagi yang tegak lurus adalah berjarak sama dari titik akhirnya.)
29. *OB = OC.*(Mengapa? Karena berdasarkan postulat SAS)
30. *OA = O.*(Sifat pelengkap dari kesamaan)
31. *O* adalah pada garis bagi yang tegak lurus dari $\overline{AC}$.
    (Sebuah titik berjarak sama dari dua titik adalah terletek pada garis bagi yang tegak urus dari ruas garis yang ditentukan oleh titik tersebut)
32. *O* terletak pada *l, l', l"* dan *OA = OB = OC.* (Pernyataan 4-8)



Teorema
Garis bagi sudut dari sudut pada sebuah segitiga adalah melalui satu titik yaitu pada titik *I* yang berjarak sama dari ke tiga sisi dari segitiga.

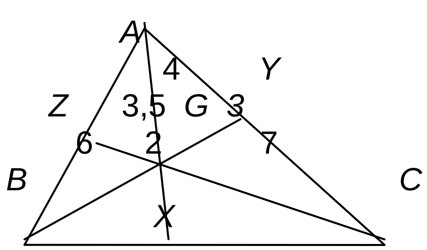
Titik yang ditentukan oleh garis bagi yang tegak lurus (Teorema 7-5) dan garis bagi sudut (Teorema 7-6) adalah di tengah lingkaran yang mempunyai hubungan istimewa dengan segitiga.

Lingkaran *O* memuat tiga titik sudut dari Δ ABC. Lingkaran ini dinamakan lingkaran luar segitiga. Titik tengah adalah titik dari perpotongan garis bagi yang tegak lurus. Jari-jarinya adalah *OA*. Lingkaran *O* disebut *lingkaran luar segitiga.* Lingkaran *I* menyinggung setiap sisi dari Δ RST secara pasti pada satu titik. Titik tengah adalah titik dari perpotongan garis bagi sudut sebuah segitiga. Jari-jarinya adalah *IW*. Lingkaran *I* disebut *lingkaran dalam.*

Jika kamu menggambar sebuah segitiga dan ke tiga garis tingginya, kamu akan melihat bahwa garis yang berisikan garis tinggi adalah kongkuren (melalui satu titik).

Definisi

Garis tengah dari sebuah segitiga adalah ruas garis yang menghubungkan sebuah titik puncak ke titik tengah dari sisi yang berlawanan.Jika kamu menggambar tiga garis tengah dari sebuah segitiga, kamu akan melihat bahwa ke tiga garis tengah juga kongkuren (melalui satu titik).



Bagaimana perbandingan *AG* dan *AX* ?
AG : AX = 4 : 6 = 2 : 3
Bagaimana perbandingan *BG* dan *BY* ?
BG : BY = 6 : 9 = 2 : 3
Bagaimana perbandingan *CG* dan *CZ* ?
CG : CZ = 7 : 10,5 = 2 : 3

Teorema Garis tengah pada sebuah segitiga berpotongan pada satu titik, sehingga dua per tiga dari masing-masing titik puncak ke sisi yang berlawanan.

7-4 Pertidaksamaan Segitiga

Teorema pertidaksamaan segitiga

Jumlah panjang dari 2 sisi segitiga lebih besar daripada panjang sisi yang ketiga .

Buktikan

Teorema

Jika ukuran dua sudut dalam segitiga tidak sama, maka panjang sisi yang berlawanan dengan sudut yang lebih kecil lebih pendek dari panjang sisi yang berlawanan dengan sudut yang lebih besar.

Diketahui : ΔABC dengan besar $\angle$B < besar $\angle$A

Buktikan : AC < BC

Pernyataan	Alasan
1. Besar $\angle$B < besar $\angle$A. 2. Ada sebuah titik D pada ruas garis BC sehingga besar $\angle$BAD = besar $\angle$B. 3. $\overline{AD} \cong \overline{BD}$ 4. AD = BD 5. AC < AD + DC 6. AD + DC = BD + DC 7. BD + DC = BC 8. AC < BC	1. Diketahui. 2. Teorema perpanjangan garis (Protractor). 3. Bila dua sudut pada segitiga kongruen maka sisi yang berlawanan dengan dua sudut tersebut kongruen. 4. Mengapa? 5. Mengapa? 6. Penambahan bagian-bagian yang sama. 7. Definisi antara titik-titik. 8. Prinsip substitusi.

Teorema Jika panjang dua sisi dalam sebuah segitiga tidak sama, maka ukuran sudut yang berlawanan dengan sisi yang lebih pendek lebih kecil dari ukuran sudut yang berlawanan dengan sisi yang lebih panjang.

E. Latihan

1. Jumlah panjang dari 2 sisi segitiga lebih besar daripada panjang sisi yang ketiga. Buktikan
2. Garis tengah pada suatu segitiga berpotongan pada satu titik, sehingga dua pertiga dari masing-masing titik puncak kesisi yang berlawanan.
3. Lukislah lingkaran luar suatu segitiga ABC.
4. Lukislah lingkaran dalam segitiga ABC

F. Rangkuman

G. Tes Formatif

(Lihat lampiran Kode TF.Bab.6)

BAB 7
SEGI EMPAT DAN SEGI BANYAK

A. Kompetensi dan Indikator

A.1 Kompetensi

1. Memahami segi empat
2. Memahami segi banyak

A.2 Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Menjelaskan pengertian segiempat
2. Menjelaskan jenis segiempat
3. Menjelaskan pengertian masing-masing jenis segiempat
4. Membuktikan teorema pada segi empat
5. Menjelaskan pengertian segi banyak
6. Membuktikan teorema pada segi banyak

H. Materi Pokok dan Uraian Materi

Materi Pokok

Segi empat dan segi banyak

Sub Materi Pokok

1. Pengertian segi empat
2. Jenis segi empat
3. Teorema pada segi empat
4. Pengertian segi banyak
5. Teorema pada segi banyak

Uraian Materi

7-1. Segi Empat

Segi empat adalah gabungan dari empat ruas garis yang ditentukan oleh empat titik, tiga titik diantaranya tidak segaris. Ruas garis hanya berpotongan pada titik akhir.

Dunia kita penuh dengan contoh dari bentuk segi empat dengan segala bentuk dan ukuran. Kita dapat menggelompokkan mereka menurut sisi, sudut, dan hubungan antara sisi dan sudut. Pada bagian ini kita akan mempelajari pengelompokan itu dan mempelajari beberapa sifat dari segi empat. Bangun datar berikut ini menytakan beberapa syarat penting untuk segi empat.

Ruas garis BC dan ruas garis AD tidak memiliki titik persekutuan.Mereka adalah sepasang sisi yang sehadap.Ruas garis AB dan ruas garis DC juga sisi yang sehadap. Ruas garis AB dan ruas garis AD mempunyai titik persekutuan. Mereka adalah sepasang sisi yang berdekatan. Pasangan yang lain dari sisi yang berdekatan adalah ruas garis AB dan ruas garis BC, ruas garis BC dan ruas garis CD , ruas garis AD dan ruas garis CD .

Sudut B dan D tidak mempunyai sisi yang berpotongan. Mereka dalah sepasang sudut sehadap. Sudut A dan C juga sudut sehadap. Sudut A dan B mempunyai ruas garis AB sebagai garis persekutuan. Mereka adalah sepasang sudut yang berdekatan.Pasangan lain dari sudut yang berdekatan adalah sudut B dan sudut C dan sudut D,sudut D dan sudut A.

Definisi 7.1

Gbr.1 Menyatakan Trapesium ABCD
Trapesium adalah segi empat dengan sepasang sisi yang sejajar.

Definisi 7.2

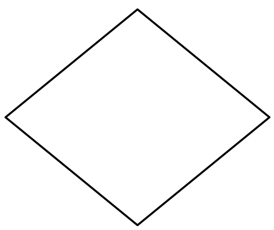
Gbr.2 menyatakan jajargenjang

Jajargenjang adalah segi empat dengan dua pasang sisi yang berhadapan sejajar.

Definisi 7.3

Gbr.3 menyatakan persegi panjang
Persegi panjang adalah jajargenjang dengan empat sudut siku-siku.

Definisi 7.4



Gbr.4 menyatakan belah ketupat
Belah ketupat adalah jajargenjang dengan empat sisi yang kongruen.

Definisi 7.5

Gbr.5 menyatakan persegi

Persegi adalah persegi panjang dengan emapt sisi yang kongruen.

7.2 Jajar Genjang

Beberapa teorema pada jajar genjang, dapat dikemukakan sebagai berikut.

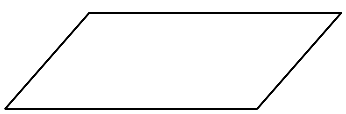
Teorem 8.1

Sudut yang berhadapan pada jajargenjang adalah kongruen.

Teorema 8.2

Sisi yang berhadapan pada jajargenjang adalah kongruen.

Contoh:



Diketahui:ABCD adalah jajargenjang,
Buktikan:Sudut A kongruen sudut C,sudut B kongruen sudut D,ruas garis AB kongruen ruas garis CD,dan ruas garis BC kongruen ruas garis AD.
Langkah-langkah:

gambar diagonal BD dan buktikan segitiga ABD kongruen segitiga CDB.

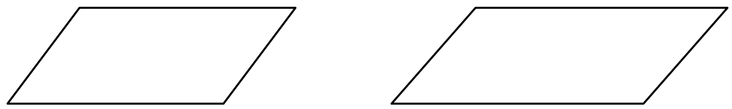
Penyelesaian:

1.ABCD adalah jajargenjang (diketahui)
2.Ruas garis AB sejajar ruas garis CD (definisi dari jajargenjang)
3.Ruas garis BC sejajar ruas garis AD (definisi dari jajargenjang)
4.Sudut 1 kongruen sudut 2 dan sudut 3 kongruen sudut 4 (jika dua garis sejajar dipotong garis transversal maka,sudut dalam berseberangannya kongruen)
5.Ruas garis BD kongruen ruas garis BD (ruas garis yang berhimpit)
6.Segitiga ABD kongruen segitiga CDB (postulat sudut sisi sudut)
7.Ruas garis AB kongruen ruas garis CD (CPCTC)
8.Sudut A kongruen sudut C (CPCTC)

Dengan mengulang cara pembuktian tersebut dengan diagonal AC kita dapat membuktikn bahwa ruas garis AD kongruen ruas garis BC dan sudut B kongruen sudut D.

Teorema 7.3

Setiap pasang sudut yang berdekatan dari jajargenjang adalah sudut berpelurus.



Teorema 7.4

Jika sisi yang berhadapan dari segi empat adalah kongruen maka segiempat itu adalah jajargenjang.

Contoh:

Diketahui : segi empat ABCD dengan ruas garis AD kongruen dengan ruas garis BC dan ruas garis AB kongruen ruas garis CD.

Buktikan : ABCD adalah jajargenjang

Langkah-langkah : gambar ruas garis AC dan buktikan bahwa segitiga AB kongruen segitiga CDA.

Penyelesaian :

1.Ruas garis AB kongruen ruas garis CD (diketahui)
2.Ruas garis BC kongruen ruas garis DA (diketahui)
3.Ruas garis AC kongruen ruas garis AC (ruas garis yang berhimpit)
4.Segitiga ABC kongruen segitiga CDA (postulat SSS)
5.Sudut 1 kongruen sudut 2 (jika dua garis sejajar dipotong garis transversal,maka sudut dalam berseberangannya kongruen)
6.Ruas garis AB sejajar ruas garis CD (diketahui)
7.Sudut 3 kongruen sudut 4 (CPCTC)
8.Ruas garis AD kongruen ruas garis BC (diketahui)
9.ABCD adalah jajargenjang (definisi dari jajargenjang)

Teorema 7.5

Jika sebuah segi empat memiliki sepasang sisi sehadap adalah sejajar dan kongruen maka itu adalah jajargenjang.

Teorema 7.6

Jika sudut sehadap dari segi empat adalah kongruen maka segi empat tersebut adalah jajargenjang.

7-4. Teorema Garis Tengah

Persoalan.

Tim peneliti perlu untuk menemukan jarak melewati danau yang luas. Tim memilih sembarang tititk dari titik tersebut mereka mengukur ke sisis yang lain dari danau. Mereka menentukan 2 titik yang setengah jalan antara tepi danau dan tititk yang mereka pilih. Jarak antara 2 titik tengah ini akan menjadi satu setengah jarak melewati danau. Teori dari pelajaran ini akan menjelaskan mengapa.

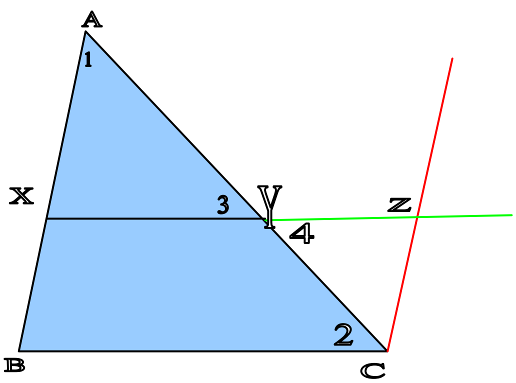
Teorema 7.7

Teorema Ruas Garis Tengah
Sebuah ruas garis gabungan titik tengah dari 2 sisi dari segitiga adalah sejajar dengan sisi ketiga dan panjangnya setengah dari sisi tersebut.

Diketahui : segitiga ABC dengan x titik tengah AB, y titik tengah AC
Buktikan XY // BC dan XY = ½ BC!

Penjelasan

Gambarlah garis l melewati C dan sejajar AB kemudian perpanjang XY sampai memotong l pada Z, tunjukan bahwa terbentuk dua segitiga kongruen, kemudian tunjukan bahwa BCZX adalah jajar genjang!



Pernyataan dan Alasan

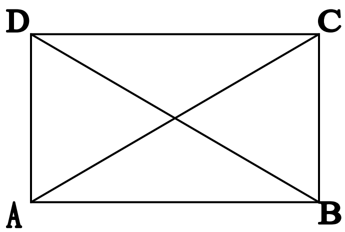
1. X adalah tititk tengah AB, Y adalah tititk tengah AC (diketahui)
2. Garis l digambar melewati C dan sejajar AB dan Xydiperpanjang untuk membentuk segitiga CYZ (dibuat)
3. AY= YC (definisi titik tengah)
4. Sudut 1 ≅ sudut 2 (jika dua garis sejajar maka sudut dalam berseberangannya kongruen)
5. Sudut 3 ≅ sudut 4 (sudut bertolak belakang)
6. ∆AXY ≅ ∆CZY (ASA postulat)
7. XY = ZY (CPCTC)
8. Y titik tengah XZ (definisi titik tengah)
9. XY = ½ XZ (aljabar)
10. CZ = AX (pernyataan 6 dan CPCTC)
11. AX = XB (definisi titik tengah)
12. CZ = XB ; CZ // AB (sifat transitif;pernyataan 2)
13. BCZX adalah jajar genjang (jika segi empat memiliki satu pasang sisi berlawanan yang sejajar dan kongruen maka disebut jajar genjang)
14. XY//BC (DEFINISI JAJAR GENJANG)
15. XZ≅BC (sisi yang berlawanan dari jajar genjang kongruen)
16. XY = ½ BC (substitusi pernyataan 15 pada 9)

7-5. Persegi panjang, belah ketupat dan persegi

Mengulang kembali dari definisi eregi panjang, belah ketupat dan persegi bahwa mereka semua adalah jenis special dari jajar genjang.

Di pelajaran ini, kita akan belajar bagaimana tiga jenis dari jajar genjang itu diteteapkan/itentukan dari diagonalnya.

Jajar genjang itu juga segiempat



Garis AC kongruen dengan garis BD

Teorema 7-8

Jajar genjang adalah segiempat jika dan hanya jika diagonalnya kongruen.

Kita harus membuktikan dua macam

1. jika diagonal dari jajar genjang itu kongruen, maka jajar genjang itu empat perseg panjang.
2. jika jajar genjang itu empat persegi panjang, maka diagonalnya adalah kongruen.

A

Diketahui : ABCD adalah jajar genjang
Garis AB kongruen dengan garis BD

Buktikan : ABCD adalah empat persegi panjang

Rencana :

Membuktikan bahwa Δ ABD kongruen dengan Δ BAC, dan bahwa sudut A dan sudut B kongruen dan berpelurus. Begitupun sudut C dan sudut D.

Diketahui : ABCD adalah empat persegi panjang

Buktikan : garis AC kongruen dengan garis BD

Rencana

Buktikan dulu Δ ABD kongruen dengan Δ BAC.

Teorema 7-9

Jajar genjang adalah persegi jika dan hanya jika diagonalnya tegak lurus pada diagonal yang lainnya.

Teorema 7-10

Jajar genjang adalah persegi jika dan hanya jika tiap diagonalnya membagi dua sepasang sudut yang berlawanan.

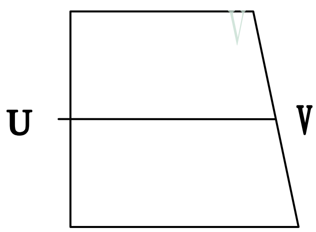
8-6. Trapesium

Mengulang kembali bahwa trapezium adalah sebuah segiempat dengan tepat satu pasang sisi yang sejajar. Satu contoh bentuk trapezium adalah atap rumah. Pada pelajaran ini, kita akan belajar teorema tentang trapesium yang dapat digunakan dalam penaksiran ongkos gagasan sebuah proyek.

E dan F adalah titik tengah seperti yang ditunjukkan

Amati, bahwa EF = ½ (AB + CD)

Dan garis EF ∥ garis CD ∥ garis AB



Amati, UV = ½ (WX + YZ)

Dan garis UV ∥ garis WX ∥ garis YZ

Teorema 7-11

Garis yang menhubungkan titik tengah dari dua sisi yang tidak sejajar pada trapezium adalah sejajar pada dua dasar/ sisi yang lain dan mempunyai panjang yang sama dengan setengah jumlah dari panjang dasarnya.

Definsi 7.6

Trapesium sama kaki adalah trapezium dengan sisi yang tidak sejajar kongruen

Teorema 8-12

Pada sebuah trapesium sama kaki, sudut dasarnya/kakinya kongruen dan diagonalnya kongruen.

7-7 Sudut dari Segi Banyak

Beberapa pertanyaan dapat dikemukakan sebagai berikut:

1. Bagaimanakah menentukan ukuran sudut puncak segi banyak?.
2. Berapa jumlah ukuran sudut dari segi banyak?

Untuk menjawab pertanyaan ini, perlu digambar diagonal dari suatu puncak segi banyak supaya membentuk segitiga.

Dalam setiap permasalahan di atas jumlah ukuran sudut segi banyak merupakan jumlah ukuran sudut segitiga sesuai dengan tabel berikut:

Segi banyak	Jumlah sisi	Jumlah Segitiga	Jumlah Ukuran sudut
Segiempat	4	2	2(180)=360
Segilima	5	3	3(180) = 540
Segienam	6	4	4(180) = 720
:	-	-	-
:	-	-	-
Segi n	n	n-2	(n-2)180

Dari tabel di atas diperoleh 2 teorema sebagai berikut

Teorema 7-13

Jumlah ukuran sudut dari sebuah segi banyak adalah (n-2)180.

Teorema 7-14

Ukuran sudut dari segi banyak beraturan dengan n sisi adalah (n-2)/n . 180

Teorema 7-15

Jumlah ukuran sudut luar dari sebuah segi banyak yang terletak pada masing-masing puncak adalah 360.

I. Latihan

Buktikan bahwa:

1. Sudut yang “berhadapan” pada jajar genjang kongruen.
2. Sisi-sisi yang “berhadapan” pada jajar genjang kongruen.
3. Jumlah ukuran sudut dari suatu segi banyak adalah (n-2) 180
4. Ukuran sudut dari segi banyak beraturan dengan sisi n adalah (n-2)/n . 180

J. Rangkuman

K. Tes Formatif

1. Jumlah ukuran sudut luar dari sebuah segi banyak yang terletak pada masing- masing puncak adalah 360. Buktikan.
2. Lihat pada lampiran Kode: TF. Bab 7

BAB 8
LINGKARAN

A. Kompetensi dan Indikator

A.1 Kompetensi

1. Memahami lingkaran dan unsur-unsurnya
2. Memahami teorema pada lingkaran

A.2 Indikator

1. Menjelaskan pengertian lingkaran
2. Menjelaskan ukuran derajat
3. Menjelaskan Busur lingkrana
4. Menjelaskan garis singgung lingkaran
5. Membuktikan teorema pada garis singung lingkaran

L. Materi Pokok dan Uraian Materi

Materi Pokok

Lingkaran

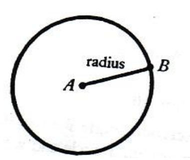
Sub Materi Pokok

1. Pengertian Lingkaran
2. Ukuran Derajat
3. Tali Busur
4. Garis Singgung

Uraian Materi

Pengertian Dasar

Lingkaran adalah himpunan titik- titik pada suatu bidang datar yang jaraknya sama terhadap titik tertentu.

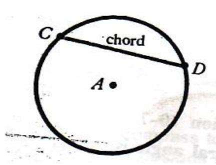


AB adalah jari- jari dari lingkaran A. Tiap titik yang terletak pada adalah titik akhir dari jari- jari yang lain.

Definisi

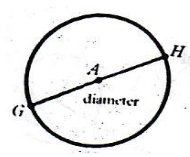
Jari- jari lingkaran adalah ruas garis yang titik akhirnya merupakan pusat dan sebuah titik pada lingkaran

CD adalah tali busur lingkaran A. Tiap pasang titik- titik ;pada lingkaran tali busur lingkaran membentuk



Definisi 10-2

Tali busur lingkaran adalah ruas garis yang titik akhirnya terletak pada lingkaran.

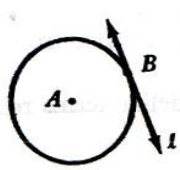


GH adalah diameter lingkaran A. Tiap pasang titik- titik pada lingkaran segaris dengan diameter lingkaran.

Definisi

Diameter lingkaran adalah tali busur yang merupakan pusat lingkaran.

Tali busur, jari- jari, dan diameter adalah ruas garis yang mempunyai hubungan dengan lingkaran. Definisi berikut menggambarkan beberapa garis dan sudut yang juga mempunyai hubungan dengan lingkaran.

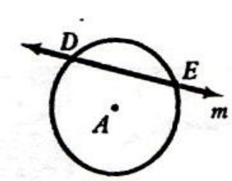


Garis l hanya mempunyai titik B yang merupakan titik persekutuan dengan lingkaran A.

Garis l merupakan garis singgung terhadap lingkaran A. Titik B disebut titik singgung

Definisi

Garis singgung terhadap sebuah lingkaran adalah garis yang memotong lingkaran tepat di satu titik.

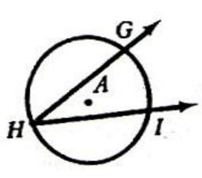


Garis m mempunyai dua titik persekutuan dengan lingkaran A.

Garis m adalah secan lingkaran A.

Definisi

Secan (tali busur) lingkaran adalah ruas garis yang memotong lingkaran tepat di dua titik.

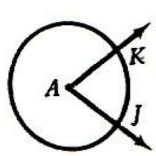


Titik sudut dari sudut GHI terletak pada lingkaran A. Kaki- kaki sudut GHI memotong lingkaran A di titik G dan I.

Sudut GHI adalah sudut keliling.

Definisi

Sudut keliling adalah sudut yang titik sudutnya terletak pada lingkaran dan kaki- kaki sudutnya merupakan tali busur lingkaran.
Titik sudut dari sudut KAJ adalah pusat lingkaran A.

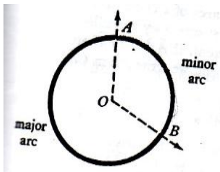


Sudut KAJ adalah sudut pusat.

Definisi

Sudut pusat adalah sudut yang titik sudutnya merupakan pusat lingkaran.

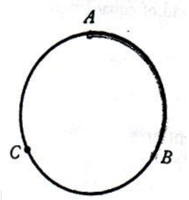
Ukuran Derajat Busur



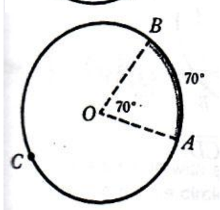
Ketika dua titik (yang bukan merupakan titik akhir dari diameter) terletak pada lingkaran, terbentuk dua busur yang pertama disebut busur besar dan yang lainnya disebut busur kecil.

Definisi

Busur kecil adalah busur yang terletak pada bagian dalam sudut pusat sedangkan yang sebaliknya disebut busur besar.



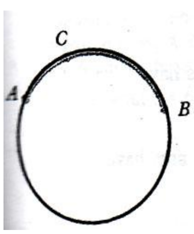
AB merupakan busur kecil yang di bentuk oleh titik A dan B. Untuk membentuk busur besar titik yang .....juga disertaka. ACB merupakan busur besar yang dibentuk oleh A dan B.



Besar suatu busur dibentuk oleh besar sudut pusatnya. Sebagai contoh, m AB= m sudut AOB = 70 dan m ACB = 360-70= 290

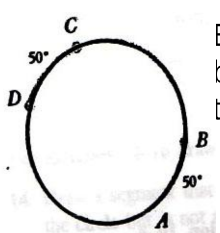
Definisi

Besar busur kecil adalah besar sudut pusatnya. Besarnya busur besar adalah 360 dikurangi besarnya busur kecil.



Titik C terletak pada busur AB. Dua busur, AC dan CB dibuat untuk membentuk busur AB.

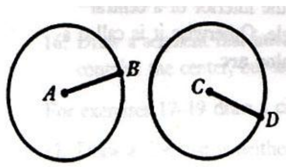
Postulat penambahan busur. Jika C terletak pada AB, maka AC + m CB = m AB.



Busur DC dan busur BA pada lingkaran keduanya mempunyai besar 50^{o}. Kita menhatakan bahwa kedua busur tersebutkongruen.

Definisi

Jika dua busur lingkaran mempunyai besar yang sama maka kedua busur tersebut disebut kongruen. Jika AB dan CD kongruen, kita menulis AB =CD.



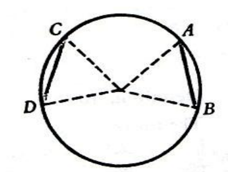
si

Jari-jari AB dan jari- jari CD sama panjangnya, lingkaran yang terbentuk adalah kongruen.

Dua lingkaran kongruen jika mempunyai jari- jari yang sama panjangnya.

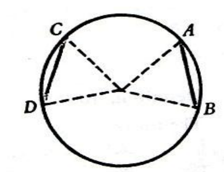
Diketahui tali busur kongruen.

AB=CD



Diketahui busur kongruen.

AB=CD



Apakah AB=CD?
Mengapa?

Apakah AB = CD?
Mengapa?

Teorema

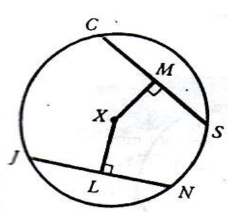
Dalam sebuah lingkaran atau dalam tali busur lingkaran yang kongruen terdapat busur kecil yang kongruen

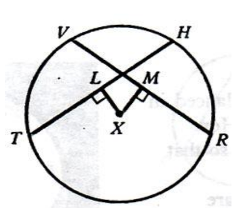
Teorema

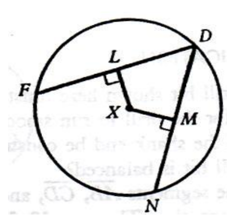
Dalam sebuah lingkaran atau dalam busur kecil lingkaran yang kongruen terdapat tali busur yang kongruen.

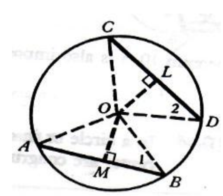
Tali Busur dan Jarak dari Pusat

Pada setiap gambar sepasang tali sama dan sebangun diberikan.









Di setiap kasus apakah *XL = XM*?

Contoh di atas meyakinkan teorema berikut.

Teorema

Dalam satu lingkaran atau di dalam lingkaran kongruen, tali busur yang kongruen adalah berjarak sama dari pusat.

PEMBUKTIAN

Dipunyai : Lingkaran O, AB kongruen CD, OM tegaklurus AB, OL tegaklurus CD.
Buktikan : OM = OL

Pernyataan	Alasan
1. AB kongruen CD	1. Dipunyai
2. OA = OB = OC = OD	2. Pengertian dari lingkaran
3. OA kongruen OB kongruen OC kongruen OD	3. Definisi dari bagian-bagian yang sebangun
4. Segitiga AOB kongruen Segitiga COD	4. Postulat Sisi, Sisi, Sisi
5. Sudut 1 kongruen sudut 2	5. CPCTC
6. OM tegaklurus AB, OL tegaklurus CD	6. Dipunyai
7. Sudut OMB kongruen sudut OLD, sudut OMB dan sudut OLD sudut siku-siku	7. Garis tegaklurus membentuk sudut siku-siku sebangun
8. Segitiga OMB dan segitiga OLD segitiga siku-siku	8. Pengertian segitiga siku-siku
9. Segitiga OMB kongruen segitiga OLD	9. HA kongruen
10. OM kongruen OL	10. CPCTC
11. OM = OL	11. Definifisi dari bagian-bagian yang kongruen

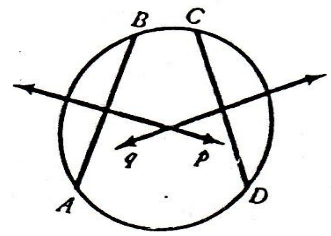
Garis Sumbu Pada Tali Busur

Diketahui : Ruas garis AB adalah tali busur lingkaran *O*, dan *l* adalah garis sumbu yang tegak lurus ruas garis AB.
Bukti : *O* adalah sebuah titik dari garis *l*.

Pernyataan	Alasan
1. *l* adalah garis sumbu ruas garis AB.	1. Diketahui
2. *OA = OB*	2. Definisi lingkaran
3. *O* terletak pada garis *l*.	3. Sebuah titik yang memiliki jarak sama dari titik *A* dan *B* termasuk sumbu ruas garis *AB*. (Teorema 6-10).

APLIKASI

Temukan pusat sebuah meja bundar.



Tahap 1 Pilih dua tali busur ruas garis AB dan ruas garis CD.

Tahap 2 Gambar garis sumbu *p* dari ruas garis AB, dan sumbu *q* dari ruas garis CD.

Kesilmpulan :

Berdasarkan teorem, pusat lingkaran terletak pada kedua garis *p* dan *q.* Oleh karena itu, pusat meja adalah titik perpotongan garis-garis tersebut.

Teorema

Jika sebuah garis melalui pusat sebuah lingkaran tegak lurus dengan tali busur yang bukan merupakan diameter lingkaran, maka garis ini membagi tali busur dan garis ini busur minor

Teorema

Jika sebuah garis melalui pusat lingkaran membagi dua sebuah tali busur yang bukan merupakan diameternya, maka garis ini tegak lurus dengan teli busur tersebut.

Diketahui : Lingkaran *O* dengan jari-jari 4 satuan. Ruas garis $OX \perp$ ruas garis *PQ.* Tali busur *P* berjarak 1 inchi dari *O.*

Temukan : *PQ*

Berdasarkan informasi yang diketahui OP = 4 dan OY = 1. Dengan menggunakan Teorema Phytagoras pada $\triangle$ *OPY,* dapat kita temukan bahwa $PY = \sqrt{15}$. Ruas garis *OX* membagi ruas garis *PQ* sama besar. Oleh karena itu $PQ = 2\sqrt{15}$

Garis Singgung Pada Lingkaran

Tinjauan :

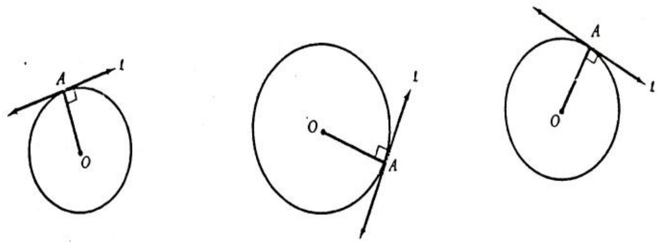
Sebuah garis menyinggug lingkaran jika garis tersebut memotong lingkaran tepat di satu titik.

Andaikan anda ingin mengukur sudut pojok dari sepotong kayu untuk membuat meja kecil. Untuk melakukan pekerjaan yang rapi harus menggambarkan busur lingkaran terlebih dahulu. Tepi papan harus menyinggung busur. Bagaimana busur dapat digambar?

Sebuah teorema pada pelajaran ini akan membantu memecahkan masalah tersebut.

Pada masing-masing gambar, ruas garis *OA* adalah jari-jari dan *l* tegak lurus ruas garis *OA*.

Apakah *l* merupakan garis singgung?

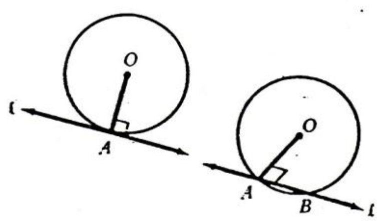


Teorema

Jika sebuah garis yang tegak lurus dengan jari-jari terletak di satu satu titik pada l ingkaran, maka garis tersebut menyinggung lingkaran.

Diketahui : l $\perp$ ruas garis OA

Buktikan : l menyinggung lingkaran.



Perencanaan:

Menggunakan bukti tak langsung. Anggap l tidak menyinggung lingkaran. Berarti l tidak memotong lingkaran atau l memotong lingkaran di dua tempat (dua titik). Akan kita selidiki pangandaian tersebut.

Pernyataan	Alasan
1. l memotong lingkaran di titik B. 2. Ruas garis $OA \perp l$ 3. Ruas garis OB adalah sisi miring (garis hipotenusa) segitiga siku-siku. 4. $OB > OA$ 5. $OA = OB$	1. Pengandaian bukti tak langsung 2. Diketahui 3. Definisi sisi miring. 4. Panjang sisi miring lebih besar daripada sisi lainnya. 5. Defifnisi lingkaran

Pernyataan 4 dan 5 kontaradiktif. Oleh karena itu pengandaian ditolak dan garis l menyinggung lingkaran.

Teorema

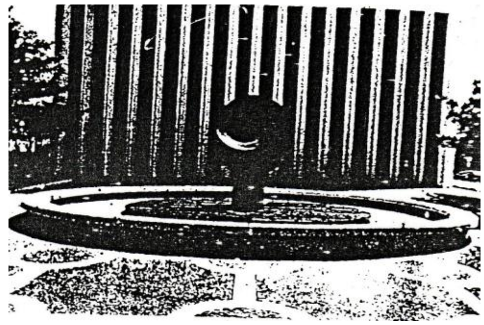
Jika sebuah garis menyinggung lingkaran, maka jari-jari yang digambarkan ke titik singgung tegak lurus dengan garis singgung.

Teorema

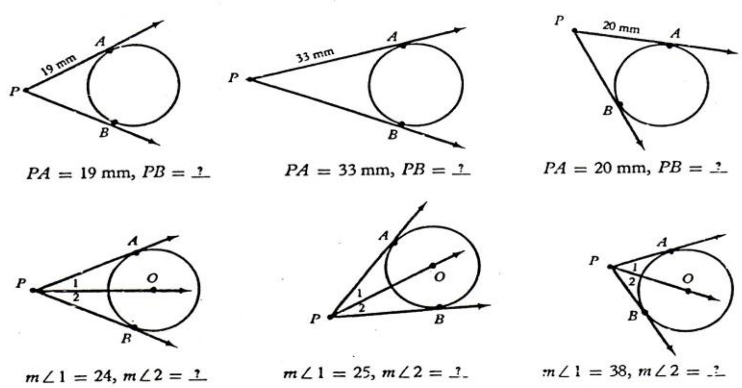
Jika sebuah garis tegak lurus dengan garis singgung pada satu titik lingkaran, maka pada garis tersebut terdapat pusat lingkaran.

Menyinggung dari sebuah titik ke lingkaran

Seorang pengukur tanah berusaha menemukan pusat sebuah kolam air mancur. Tersedia tongkat dan transit. Teorema ini metode untuk menemukan pusat dengan alat tersebut.



Pada masing-masing kasus, sinar *PA* dan sinar *PB* adalah garis singgung di *A* dan *B*. Ukur dengan penggaris atau busur derajat untuk mengetahui panjang yang belum diketahui.

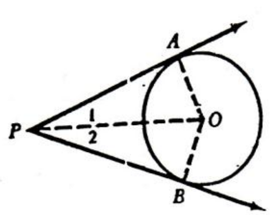


Teorema

Ruas garis singgung dari lingkaran ke titik di luar lingkaran kongruen dan membentuk sudut yang kongruen dengan garis yang menghubungkan pusat lingkaran dengan sebuah titik.

Diketahui : Sinar *PA* dan sinar *PB* menyinggung *A* dan *B*.

Buktikan : $PA \cong PB$ dan $\angle 1 \cong \angle 2$



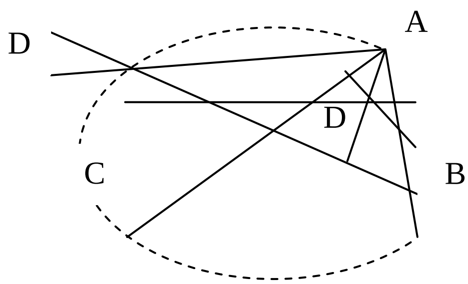
Pernyataan	Alasan
1. Gambar sinar *PO* dan jari-jari ruas garis *OA* dan ruas garis *OB*.	1. Konstruksi
2. *OA* = *OB*	2. Definisi jari-jari
3. *PO* = *PO*	3. Berhimpit
4. Ruas garis *OA* $\perp$ sinar*PA* dan ruas garis *OB* $\perp$ sinar *PB*	4. Teorema 10-9
5. $\triangle POA \cong \triangle POB$	5. SAS
	6. CPCTC

6. Ruas garis *PA* ≅ ruas garis *PB*, $\angle 1 \cong \angle 2$	

Teorema

Besar sudut keliling adalah setengah kali besar sudut pusat.

Aplikasi1
Teknik navigasi pada halaman 368 ini didasarkan pada Teorema 10-12. Jika titik C terletak pada busur lingkaran AB sedemikian rupa sehingga memiliki ukuran dua kali dari "sudut kritisnya", maka m $\angle$ ACB sama dengan sudut kritis. Jika D berada di lingkaran yang sama atau di dalamnya, kemudian m $\angle$ ADB akan sama dengan atau lebih besar dari sudut kritisnya. Ketika D di luar lingkaran, m $\angle$ADB kurang dari sudut kritis dan sebuah kapal yang berada di titik D berada dalam posisi yang aman.



Aplikasi kedua ini didasarkan pada kasus khusus dari teorema 8-12, yang dinyatakan sebagai Teorema 8-13

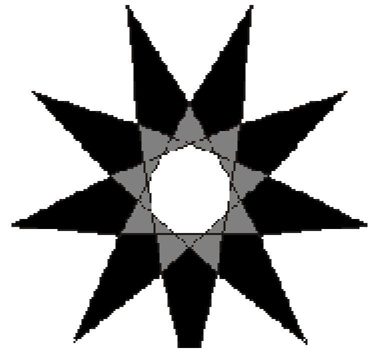
Aplikasi 2
Seorang penggambar sering butuh untuk menarik dari sebuah titik tertentu di luar lingkaran dengan dua garis singgung lingkaran. Berikut adalah salah satu cara yang dapat dilakukan.

Step1-
Dari titik P di luar suatu lingkaran dengan pusat O, menggambar titik tengahnya OP dan M.

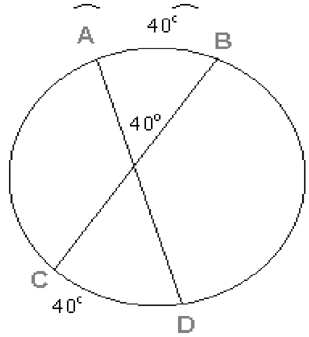
Step2-
Gambar lingkaran dengan diameter OP yang diberikan memotong lingkaran pada titik-titik A dan B.Gambar PA dan PB. Teorema 10-12 mengatakan kepada kita bahwa $\angle$ OAP dan $\angle$ OBP sudut yang benar.

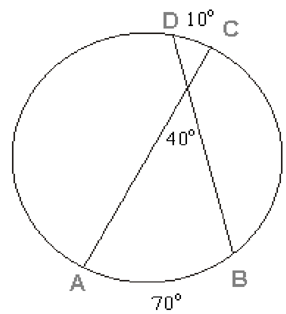
Step3-
Teorema 10-8 mengatakan kepada kita bahwa PA dan PB bersinggungan dengan lingkaran yang diberikan.

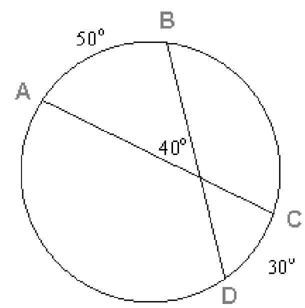
Sudut – sudut yang muncul dari Penggabungan



Poligon bintang digambar dengan menghubungkan setiap titik keempat dari 9 titik yang memiliki jarak sama pada sebuah lingkaran. (See problem solving, p. 345) Terdapat banyak sudut pada desain bintang ini yang kongruen. Di materi ini kita pelajari teorema yang dapat digunakan untuk membuktikan sudut-sudut kongruen ini. Di setiap gambar $m\overset{\frown}{AB} + m\overset{\frown}{CD} = 80$







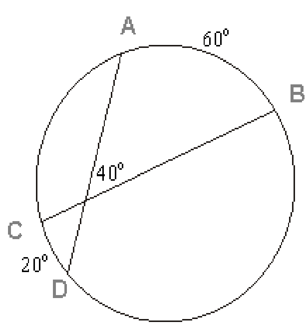
Gambar-gambar ini menjelaskan teorema yang digunakan.

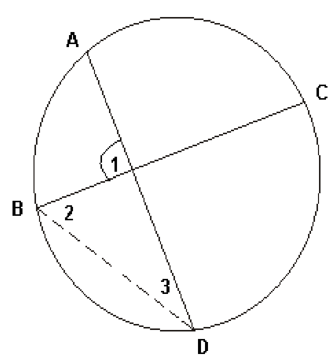
Theorem 10 – 14 Sebuah sudut yang muncul dari 2 gabungan yang memotong dalam sebuah lingkaran mempunyai ukuran sama dengan setengah dari jumlah busur.

BUKTIKAN

Dipunyai : gabungan AB and BC memotong di titik X

Tunjukkan : $m\angle AXB = ½ (m\overset{\frown}{AB} + m\overset{\frown}{CD})$



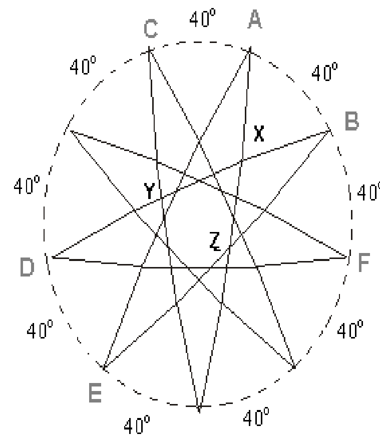


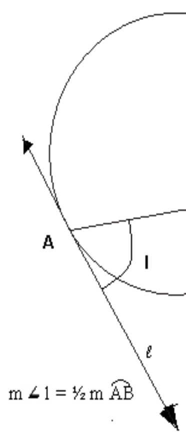
Pernyataan	Alasan
1. gambar raus garis BD 2. $m\angle 2 = ½ m\overset{\frown}{CD}$ 3. $m\angle 3 = ½ m\overset{\frown}{AB}$	1. Dibuat 2. teorema sudut dari 2 gabungan yang memotong dalam lingkaran 3. Why?

4. $m\angle AXB = m\angle 2 + m\angle 3$ 5. $m\angle AXB = \frac{1}{2}\, m\widehat{AB} + \frac{1}{2}\, m\widehat{CD}$ 6. $m\angle AXB = \frac{1}{2}\,(mAB + mCD)$	4. Why? 5. Subtitusi (pernyataan 2,3,4) 6. Properti distributive

APLIKASI

Menentukan besar sudut dari sudut-sudut pada poligon bintang di samping. Kita dapat gunakan teorema 10-14.
1. $m\angle AXB = \frac{1}{2}(40 + 80) = 60$
2. $m\angle CYD = \frac{1}{2}(80 + 120) = 100$
3. $m\angle EZF = \frac{1}{2}(120 + 160) = 140$





Ada sesuatu yang spesial dari teorema di atas dengan adanya garis tangen. Hal tersebut tercantum di bawah ini.

Teorema

Ukuran dari sebuah sudut yang terbentuk dari tangen dan sebuah gabungan gambar ke titik yang bersinggungan adalah setengah dari besar busur.

Sudut-sudut dan Ruas-ruas Garis yang Dibentuk oleh Tangen dan Secan.

Ketika para teknisi merancang menara radio, mereka harus tahu hitungan permukaan bumi yang akan menahan baja-baja radio dari menara.

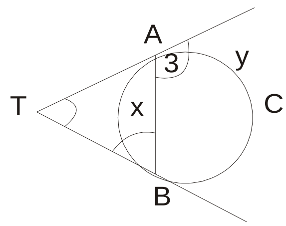
Dalam seksi ini kita akan mempermudah masalah dengan memikirkan bagian beban berbentuk lingkaran pada bumi yang dilalui oleh kaki menara. Kita menanyakan : Jika kita tahu besar sudut yang dibentuk puncak menara dan tangen sinar terhadap lingkaran, kita dapat menemukan hitungan dari keliling lingkaran yang akan dikover baja-baja radio.

Teorema

Ukuran sebuah sudut yang dibentuk oleh dua tangen yang berpotongan terhadap lingkaran adalah setengah dari selisih dari besar busur-busur yang dibatasi persentuhan ruas garis.

Diberikan: $\overrightarrow{TA}$ dan $\overrightarrow{TB}$ adalah tangen sinar terhadap lingkaran,

Buktikan: $m\angle ATB = \frac{1}{2}(y - x)$



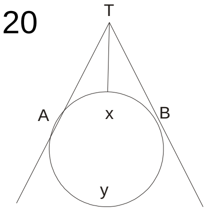
Pernyataan	Alasan
1. $m\angle 2 = \frac{1}{2}x$	1. Besar sudut yang dibentuk oleh tangen dan penghubung dua titik di lingkaran adalah setengah busur yang berpotongan
2. $m\angle 3 = \frac{1}{2}y$	2. Mengapa?
3. $m\angle 3 = m\angle 1 + m\angle 2$	3. Besar sudut luar sama dengan jumlah besar dua sudut dalam
4. $m\angle 1 = m\angle 3 - m\angle 2$	4. Mengapa?
5. $m\angle 1 = \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}x$	5. Substitusi
6. $m\angle 1 = \frac{1}{2}(y - x)$	6. Mengapa?

Aplikasi

Andaikan sudut yang terbentuk oleh dua tangen sinar dari puncak menara radio memiliki besar 160°. Berapa hitungan lingkaran yang dikover gelombang radio?

Jawab : 1. Hasil persamaan (1) dan (2) pada teorema 10-16 menunjukkan sifat lingkaran.

2. Selesaikan sistem persamaan, kita menemukan bahwa x = 20



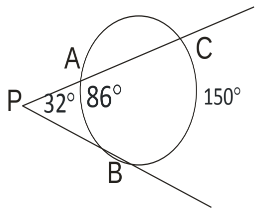
3. $\frac{x}{360} = \frac{20}{360} = \frac{1}{18}$

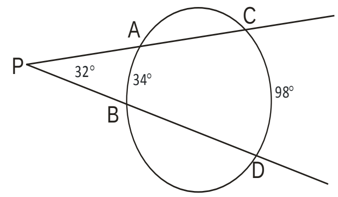
Gelombang radio mengkover $\frac{1}{18}$ keliling lingkaran.

$\frac{1}{2}(y - x) = 160$

$(y + x) = 360$

Hitungan ini memberi teorema tambahan.

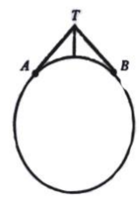




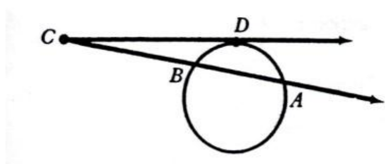
Teorema

> Besar sebuah sudut yang dibentuk oleh tangen dan secan atau dua buah secan dari titik luar terhadap lingkaran adalah setengah dari selisih dari besar busur-busur yang dibatasi persentuhan ruas garis.

Pada bahasan sebelumnya kita bertanya berapa hitungan dari permukaan bumi yang akan dikover oleh tiang radio dari menara. Pertanyaan yang sama pentingnya seberapa jauh baja radio menjangkau? Teorema pada halaman ini akan memberi taksiran bagus untuk menjawabnya.



Dalam rangka melanjutkan ke teorema berikutnya, kita perlu memperkenalkan beberapa hubungan



Ingat bahwa $\overleftrightarrow{AC}$ adalah secan. Kita menyebut $\overline{CA}$ adalah bagian secan. $\overline{BC}$ disebut bagian secan luar.
Pikirkan Contoh lingkaran dengan sebuah tangen dan sebuah secan berikut.
Hubungan apa yang dapat kamu temukan dari ketiga contoh yang diberikan?

Jika sebuah bagian tangen dan bagian secan digambar pada sebuah lingkaran yang berasal dari sebuah titik eksterior, maka hasil kali panjang bagian tangen sama dengan hasil kali dari jumlah panjang seluruh bagian secan dengan panjang bagian secan luar.

Diberikan : ΘO dengan bagian tangen $\overline{PT}$
Buktikan : $(PT)^2 = PS \cdot PR$
Rencana : Gambar $\overline{ST}$ dan $\overline{TR}$. Gunakan segitiga sebangun.

Pernyataan	Alasan
1. Gambar $\overline{ST}$ dan $\overline{TR}$	1. Bentuk
2. $\angle P \cong \angle P$	2. Sifat refleksi
3. $m\angle PTS = \frac{1}{2} m\overline{TS}$	3. Mengapa?

4. $m\angle SRT = \frac{1}{2} m\overline{TS}$	4. Mengapa?
5. $\angle PTS \cong \angle SRT$	5. Substitusi, definisi kongruen
6. $\Delta PTS \sim \Delta PRT$	6. Teorema Kesamaan AA
7. $\frac{PT}{PR} = \frac{PS}{PT}$	7. Definisi segitiga sama
8. $(PT)^2 = PS \cdot PR$	8. Teorema 7-1

Teorema

Jika dua tali (garis dalam lingkaran) berpotongan dalam lingkaran, maka hasil kali panjang ruas garis dari salah satu tali sama dengan hasil kali panjang ruas garis dari tali yang lain.

Teorema

Jika dua garis secan tergambar pada lingkaran dari titik eksterior, maka hasil kali panjang salah satu garis secan dan garis secan luarnya sama dengan hasil kali hasil kali panjang garis secan dan garis secan luar yang lain.

M. Latihan

Jika sebuah bagian tangen dan bagian secan digambar pada sebuah lingkaran yang berasal dari sebuah titik eksterior, maka hasil kali panjang bagian tangen sama dengan hasil kali dari jumlah panjang seluruh bagian secan dengan panjang bagian secan luar.

Buktikan.

N. Rangkuman

O. Tes Formatif

Lihat lampiran Kode TF.Bab 8

BAB 9

LUAS DAN KELILING

A. Kompetensi dan Indikator

A.1 Kompetensi

Memahami keliling dan luas

A.2 Indikator

1. Menjelaskan pengertian keliling bangun datar
2. Membuktikan rumus keliling bangun datar
3. Menjelaskan pengertian luas daerah bangun datar
4. Membuktikan rumus luas daerah bangun datar

P. Materi Pokok dan Uraian Materi

Materi Pokok

Luas dan Keliling

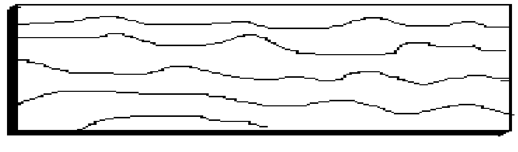
Sub Materi Pokok

1. Postulat luas
2. Luas Jajar Genjang
3. Luas Segitiga dan Trapesium
4. Keliling poligon
5. Keliling segi n
6. Keliling lingkaran
7. Nilai phi
8. Luas lingkaran

Uraian Materi

POSTULAT LUAS

Ketika sebuah rumah dibangun sisi terpaku di tempatnya, kemudian dicat atau diwarnai. Atap seringkali dilapisi dengan lapisan lembaran kayu yang mana harus dilapisi satu demi satu. Konstruksi rumah menggunakan banyak penerapan postulat dan definisi yang diperkenalkan pada bagian ini.



Tepi dari lembaran sisi menggambarkan sebuah segi banyak yang disebut segi empat. Permukaan lembaran ini menggambarkan himpunan bagian dari suatu bidang yang disebut polygonal region (bidang bersegi banyak).

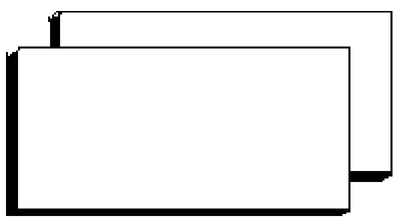
Definisi

Sebuah daerah poligonal adalah himpunan bagian dari sebuah bidang yang dibatasi oleh sebuah poligon.

Postulate Luas

Suatu bilangan positif tertentu disebut luas ditentukan untuk setiap bidang segi banyak. Bidang dari daerah R dinotasikan dengan A (R).

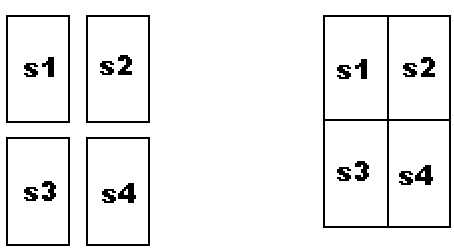
Kelengkapan luas didiskripsikan oleh beberapa postulat.



Dua lembaran yang memiliki ukuran sama,memiliki luas yang sama seharusnya memerlukan jumlah pewarna yang sama, Kenyataan ini adalah persoalan postulat berikut:

Postulate Luas Daerah yang Kongruen.

Jika dua persegi panjang atau dua segitiga adalah kongruen,maka daerah mereka memiliki luas yang sama.



Empat lembaran terpisah dari sisi s_1,s_2,s_3,s_4 digabungkan bersama. luas dari 4 bagian ini sama dengan jumlah dari luas masing-masing bagian yaitu
A (4 potongan) = A(S_1) + A(S_2) + A (S_3) + A (S_4).

Postulat Penjumlahan Luas

Jika sebuah daerah bidang banyak adalah gabungan dari n daerah bidang banyak yang tidak saling meliputi maka luas ini adalah jumlah dari luas dari n daerah ini.

Postulat Luas Segi empat.

Bidang segi empat dengan panjang l dan lebar w diberikan dengan sebuah rumus l.

LUAS JAJAR GENJANG

Ada situasi yang penting untuk menemukan luas dari daerah yang tidak seperti persegi panjang. Sebagai contoh jika sebuah lahan parker acuannya adalah kemiringan masing-masing tempat adalah sebuah jajar genjang. Jumlah aspal yang diperlukan untuk satu tempat bergantung pada luas daerah jajar genjang itu.

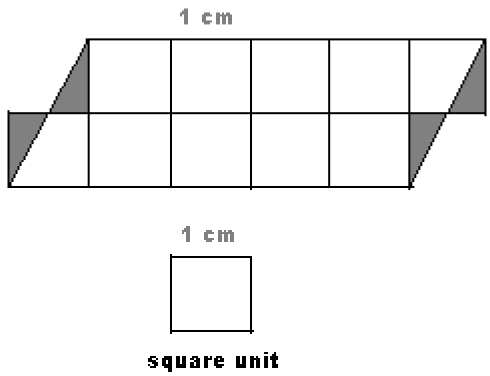
Sebuah unit dari luas harus dipilih ketika mengukur luas daerah seperti salah satu yang digambar diatas.

Definisi

Sebuah satuan kuadrat adalah suatu daerah kuadrat dimana panjang dari sebuah sisi adalah satu satuan panjang.

Luas dari sebuah daerah dapat ditetapkan dengan menghitung jumlah satuan persegi yang mana diperlukan untuk menutupi daerah dengan tepat.

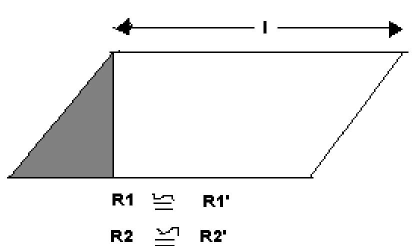
Dengan mencocokkan bersama satuan persegi dan daerah segitiga yang kongruen, dan menggunakan postulat luas pada umumnya,kita menyimpulkan bahwa jajar genjang dibawah ini mempunyai luas 10 cm^2 .

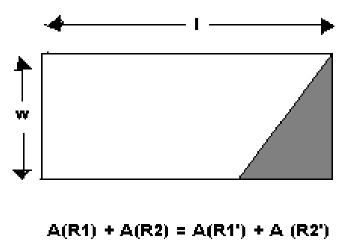


Dapat ditulis A(ABCD) = 10 cm^2

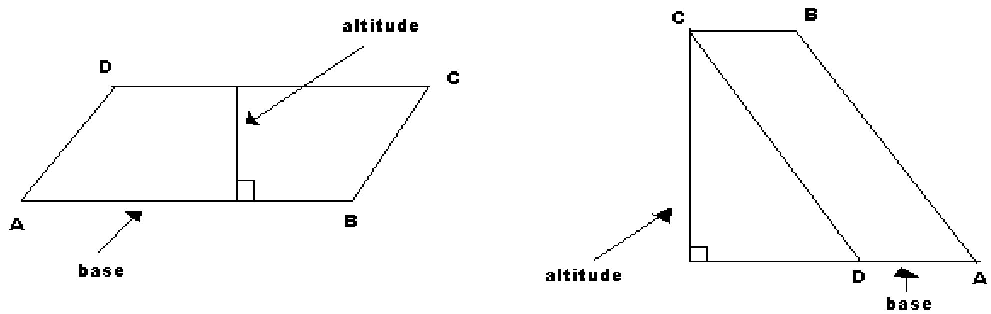
Satu cara lain untuk menemukan luas dari sebuah jajar genjang adalah membayangkan bahwa bagian segitiga pada satu bagian ujung dipotong dan dipindah ke ujung yang lain untuk membentuk sebuah persegi panjang. Dengan menggunakan postulat luas daerah kongruen dan penjumlahan luas,kita menyimpulkan bahwa bidang dari jajar genjang dan persegi panjang adalah sama. Oleh karena itu, karena luas persegi panjang adalah panjang kali lebar,ini menunjukan bahwa luas jajar genjang juga panjang kali lebar.

Dalam sebuah jajar genjang,kita akan menggunakan istilah ’alas’ dan ”tinggi”menggantikan panjang dan lebar. Sisi lain dari suatu jajar genjang dapat disebut alas. Sesekali kita memilih suatu alas, sebuah bagian garis tegak lurus ke alas itu,dengan titik akhir pada alas dan sisi di hadapnya. Itu adalah tinggi yang kongruen.





Ulasan bahwa jajar genjang memiliki dua pasang alas sejajar.



Definisi

Suatu tinggi dari sebuah jajar genjang adalah suatu bagian tegak lurus ke sepasang sisi sejajar dengan titik akhir di sisi sejajar itu tingginya adalah panjang bagian tegak lurus itu dengan alas.

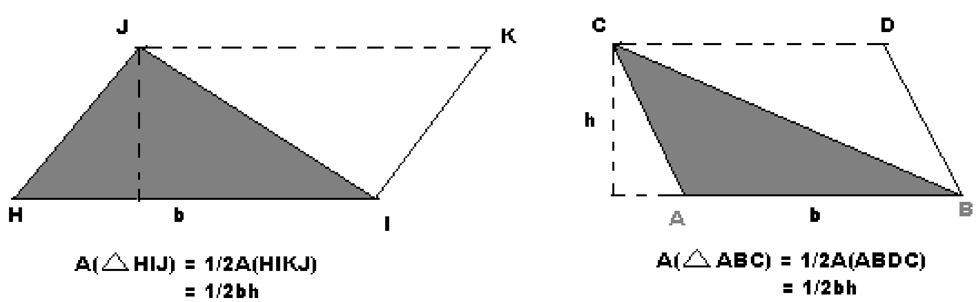
Teorema

Diberikan sebuah jajar genjang dengan alas b tegak lurus tinggi h. Luas A dirumuskan A=b.h

Luas Segitiga dan Trapesium

Tenaga kerja sipil membutuhkan untuk menemukan luas dari sebuah bentuk tanah yang tidak beraturan pada bagian rumah seperti tanah #6 seperti berikut. Ini dapat dilakukan dengan membagi daerah menjadi daerah-daerah berbentuk segitiga dan menghitung luas dari masing-masing daerah berbentuk segitiga.

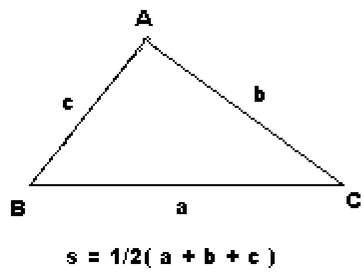
Gambar berikut (buku **geometry,***Stanley R. Clemens*,hal.402) menggambarkan bahwa daerah yang berbentuk segitiga mungkin dipikirkan sebagai setengah dari daerah jajar genjang. Oleh karena itu rumus untuk menemukan luas jajar genjang ditunjukan untuk sebuah rumus luas untuk segitiga.



Teorema

Diberikan sebuah segitiga dengan alas b tingginya yang tegak lurus h, luas A dirumuskan A = ½ bh

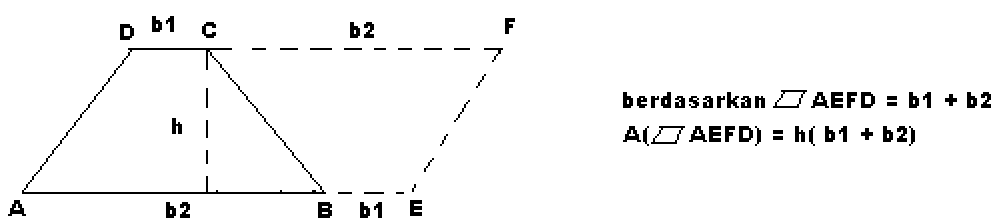
Kadang-kadang panjang dari ketiga sisi dari sebuah segitiga mugkin diketahui,tetapi tingginya mungkin tidak diketahui. Pada kasus ini sebuah rumus, dinyatakan oleh heron of alexandria pada abad pertama,digunakan.



Teorema

Rumus Herons. Jika segitiga ABC memiliki panjang sisi a,b, dan c maka A (ΔABC) = $\sqrt{}$s (s-a)(s-b)(s-c) dimana s= ½ (a + b + c)

Sebuah trapesium mungkin juga digambarkan sebagai setengah dari jajar genjang. Luas dari trapesium adalah setengah dari luas jajar genjang itu.

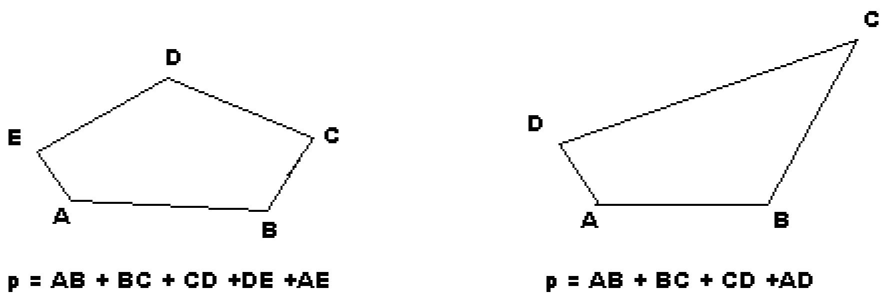


Teorema
Diberikan sebuah trapesium dengan alas b1 dan b2,dan tinggi h, luas A dirumuskan A = ½ h (b1 + b2)

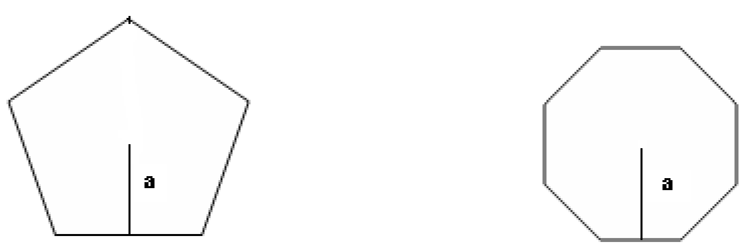
Penerapan :
Sebuah bendungan memiliki sebuah bagian palang berbentuk trapesium. Pendesain dari bendungan harus mengerti luas dari bagian palang berbentuk trapesium. Jika bendungan adalah tinggi 180 m dan alas 10 m dan panjang 60 m, berapa luas dari palang berbentuk trapesium? Dengan menggunakan teorema kita menghitung luas :
Luas = ½.180(10+60) = 6300 m^2

Luas poligon beraturan
Nilai dari konstruksi untuk sebuah bangunan dipengaruhi oleh panjang dari dinding luar-keliling bangunan. Sebuah keliling yang besar memerlukan lebih banyak batu bata, kayu, dan material jendela. Sebagai akibatnya, dalam mendesain sebuah bangunan, seorang arsitek mungkin bertanya, “apakah bentuk poligonal beraturan memenuhi sebagian besar luas untuk sebuah keliling diberiakan?”

Disini ada dua definisi dibutuhkan

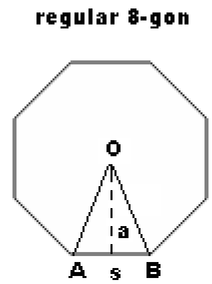


Definisi Keliling (p) dari sebuah polygon adalah jumlah dari panjang sisi polygon.



Definisi Apothem (a) adalah jarak dari titik tengah ke sebuah sisi.

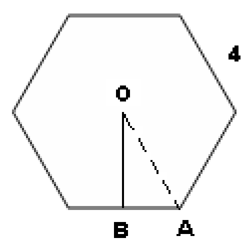
Dua definisi tersebut digunakan untuk membangun sebuah rumus untuk luas dari poligon beraturan dengan *n* sisi. Tabel yang ditunjukkan membantu menganalisa dua contoh



	Luas ∆ ABO	keliling (p)	luas poligon
8-gon (octagon)	½ as	p = 8s	8 X ½ as = ½ a(8s) = ½ ap
10-gon (decagon)	½ as	p = 10s	10 X ½ as = ½ a(10s) = ½ ap

Teorema
Diberikan sebuah segi-n dengan panjang sisi s dan apothem a, luas A dihitung dengan rumus A = ½ ans = ½ ap, dimana keliling p = ns

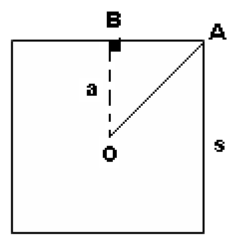
Contoh :



Panjang sisi segienam beraturan adalah 4. temukan apothem dan luas dari segienam beraturan.
∆OAB adalah sebuah segitiga 30^0-60^0-90^0. Kemudian AB = 2, OA = 4
a = OB = 2√3
menggunakan teorema , luas = ½ (2√3).6.4 = 24√3

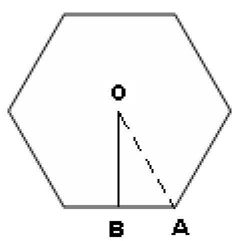
Aplikasi
Jika sebuah bangunan persegi dan sebuah bangunan segienam beraturan memiliki keliling yang sama (p), bagaimana perbandingan luas mereka?

1) SEGI EMPAT



∆OAB adalah sebuah segitiga 450-450-900.
Apothem a = AB
= ½ s = ½ (p/4) = p/8.
Luas persegi = ½. p/8. p.

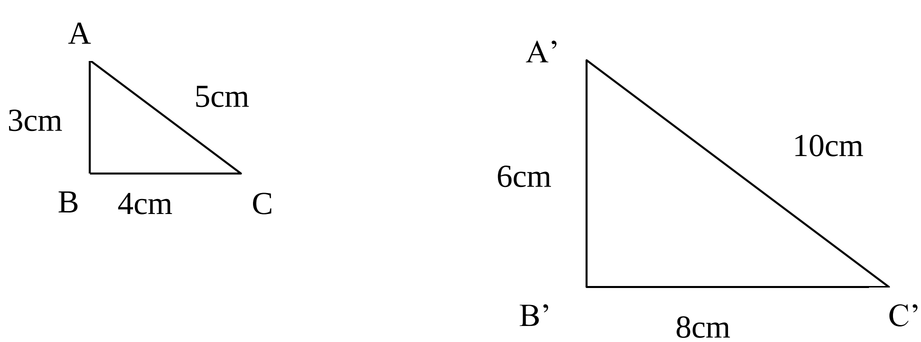
2) SEGI ENAM



∆OAB adalah sebuah segitiga 300-600-900
Apothem a = √3 AB = √3(½s)
= √3 (½.p/6) = √3p/12
Luas segienam = ½.√3/12.p.p.

Karena √3/2X12>1/2X8, luas dari segienam lebih besar daripada persegi. Oleh karena itu, bangunan segienam memerlukan luas yang lebih besar dengan bangunan segiempat dengan keliling yang sama.

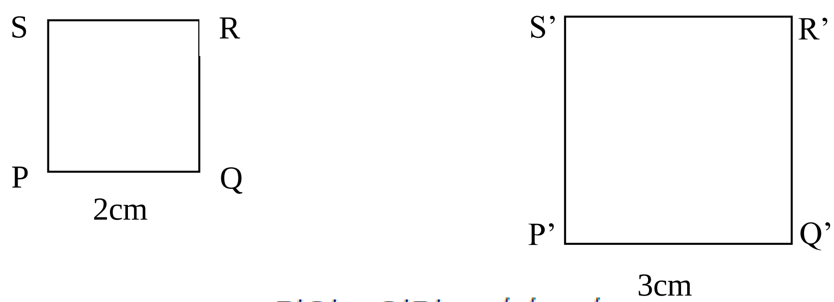
Membandingkan Keliling dan Luas Segi-n Sama



$\Delta A'B'C' \cong \Delta ABC$ dengan $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{AC} = \frac{2}{1}$

$$\frac{\text{Keliling } \Delta A'B'C'}{\text{Keliling } \Delta ABC} = \frac{6+8+10}{3+4+5} = \frac{24}{12} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{\text{Luas } \Delta A'B'C'}{\text{Luas } \Delta ABC} = \frac{½.8.6}{½.4.3} = \frac{24}{6} = \frac{4}{1} = \left(\frac{2}{1}\right)^2$$



$P'Q'R'S' \cong PQRS$ dengan $\frac{P'Q'}{PQ} = \frac{Q'R'}{QR} = \frac{R'S'}{RS} = \frac{S'P}{SP} = \frac{3}{2}$

$$\frac{\text{Keliling } P'Q'R'S'}{\text{Keliling } PQRS} = \frac{3+3+3+3}{2+2+2+2} = \frac{12}{8}$$

$$\frac{\text{Luas } P'Q'R'S'}{\text{Luas } PQRS} = 3.\frac{3}{2}.2 = \frac{9}{4} = \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

	Perbandingan sisi	**Perbandingan keliling**	**Perbandingan Luas**
contoh 1	$\frac{A'B'}{AB} = \frac{2}{1}$	$\frac{2}{1}$	$\left(\frac{2}{1}\right)^2$
contoh 2	$\frac{P'Q'}{PQ} = \frac{2}{1}$	$\frac{3}{2}$	$\left(\frac{3}{2}\right)^2$
Kesimpulan	$\frac{S_1}{S_2}$	$\frac{S_1}{S_2}$	$\left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2$

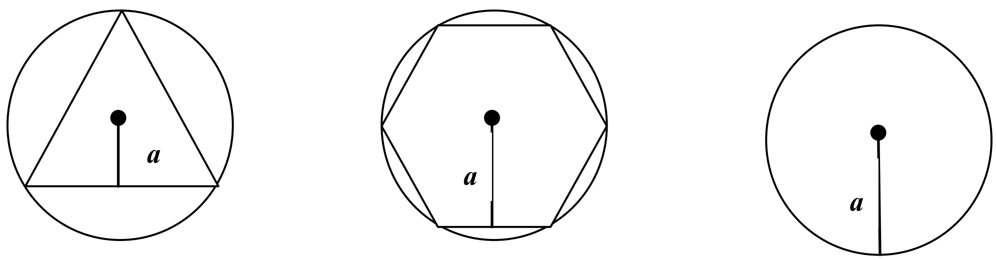
Teorema :

i) Perbandingan keliling dari dua segi banyak yang serupa adalah sama dengan perbandingan panjang dari sisi yang sepasang.

ii) Perbandingan luas dari dua segi banyak yang serupa adalah sama dengan kuadrat perbandingan panjang dari yang sepasang.

Perbandingan Keliling dan Diameter Sebuah Lingkaran

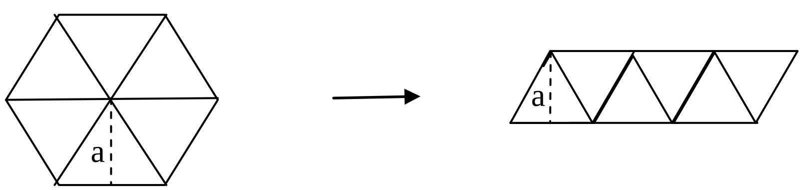
Keliling lingkaran adalah angka yang mendekati keliling segi banyak, karena semakin bertambahnya sisi segi-n.
Jika sisi segi-n semakin bertambah, maka segi-n semakin identik dengan lingkaran. Juga, kelilingnya mendekati angka tetap yang disebut keliling lingkaran dan apotem mendekati radius lingkaran.

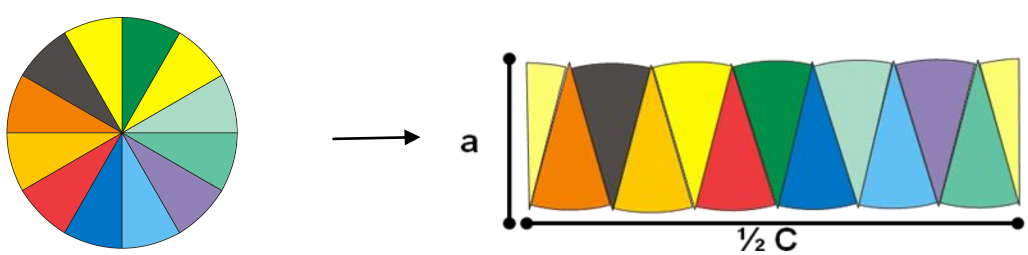


Luas sebuah Lingkaran

Luas lingkaran adalah angka yang mendekati luas segi-n karena semakin besar dan besar.Sebuah gambaran polygon biasa dapat dipotong menjadi segitiga, yang dapat disusun kembali menjadi bentuk jajar genjang.

Perkiraannya semakin mendekati ketika banyaknya sisi polygon semakin bertambah.





Luas jajar genjang mendekati

$$\boxed{\tfrac{1}{2} C a = \tfrac{1}{2} (2 \pi r) a = \pi r a}$$

Q. Latihan

Lihat lampiran Kode: Lat.Bab 9

R. Rangkuman

S. Tes Formatif

Lihat lampiran Kode TF.Bab 9