

Poligon - jajaran genjang

6.1. Poligon. Banyak buatan manusia dan benda-benda alam dalam bentuk poligon. Kita melihat poligon di gedung-gedung kami, jendela, ubin bahkan pada lantai dan dinding kami, bendera, dan pensil biasa. Banyak kepingan salju di bawah mikroskop diakui sebagai poligon. Penampang dari sarang lebah adalah poligon. Gambar 6.1 mengilustrasikan berbagai poligon.

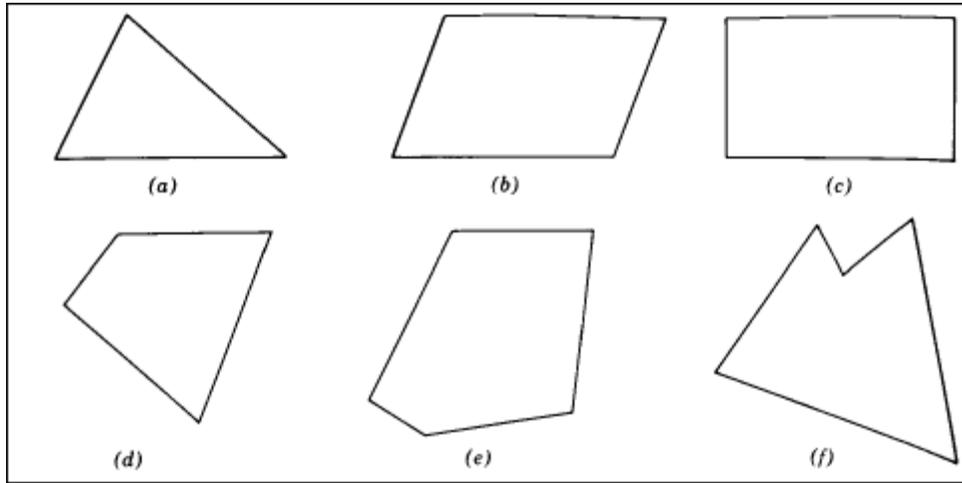
Definisi: Poligon adalah serangkaian titik yang merupakan gabungan dari ruas sehingga: (1) setiap titik akhir adalah titik akhir yang dari hanya dua ruas; (2) tidak ada dua ruas berpotongan kecuali pada titik akhir; dan (3) tidak ada dua ruas dengan titik akhir yang sama adalah segaris. Segmen disebut sisi poligon. Titik akhir disebut simpul dari poligon. Sisi yang berdekatan poligon adalah yang pasang sisi yang berbagi titik sudut. Dua sudut disebut vektor yang berdekatan jika mereka titik akhir dari sisi yang sama. Dua sudut dari poligon adalah sudut yang berdekatan jika simpul mereka berdekatan.

Definisi yang kurang menyeluruh untuk poligon bisa jadi bahwa itu adalah sosok yang tertutup sisi yang memiliki ruas. Jika masing-masing sisi poligon diperpanjang dan perpanjangan tidak memotong sisi lain, poligon adalah poligon cembung. Gambar 6.1a, b, c, d, e menggambarkan poligon cembung. Gambar 6. jika menggambarkan poligon yang tidak cembung.

Dalam buku ini kita akan membatasi belajar kami ke poligon cembung.

6.2. Jenis poligon. Poligon dapat diberi nama sesuai dengan nomor dari sisi-sisinya. Himpunan bagian paling mendasar dari himpunan poligon adalah himpunan poligon yang memiliki sedikitnya jumlah sisi

- Himpunan segitiga. Setiap poligon lebih dari tiga sisi dapat dibagi lagi, dengan benar menggambar ruas, menjadi serangkaian segitiga yang berbeda.



Definisi: Poligon adalah *segiempat* jika dan hanya jika ia memiliki empat sisi; itu adalah numerik di sebuah *segi lima* jika dan hanya jika ia memiliki lima sisi, *segi enam* jika dan hanya jika ia memiliki enam sisi, *segi delapan* jika dan hanya jika ia memiliki delapan sisi, *segi sepuluh* jika dan hanya jika ia memiliki sepuluh sisi, dan *n-gon* jika dan hanya jika ia memiliki n sisi.

Definisi: Sebuah poligon disebut *sama sisi* jika dan hanya jika semua sisi yang congruent. poligon disebut *sama sudut* jika dan hanya jika semua sudutnya kongruen. Poligon disebut *polygon yang beraturan* jika dan hanya jika polygon tersebut mempunyai sisi yang kongruen dan sudut yang kongruen.

Definisi: Jumlah dari ukuran sisi poligon disebut *keliling* poligon. Sekeliling polygon akan selalu bernilai positif.

Sebuah *diagonal* poligon adalah ruas garis yang memiliki titik akhir tidak bertemu dengan titik sudut pada polygon. Sisi atas polygon yang menghadap pada disebut *alas* dari poligon. Pada Gambar. 6.2, ABCDE adalah poligon yang memiliki lima sisi.

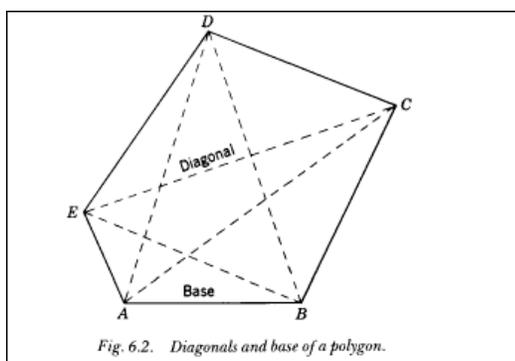
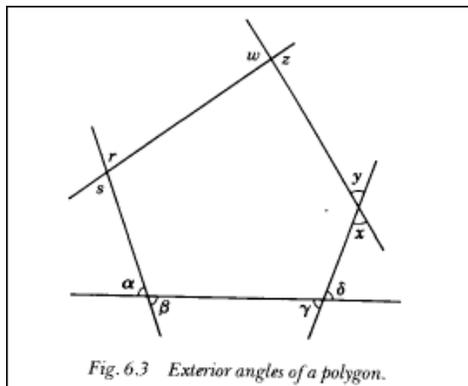


Fig. 6.2. Diagonals and base of a polygon.



Sisi-sisi; A, B, C, D, E adalah titik sudut dari poligon; $\angle A, \angle B, \angle C, \angle D, \angle E$ adalah sudut-sudut pada poligon. Pada gambar tersebut terdapat dua diagonal yang ditarik dari setiap titik sudut.

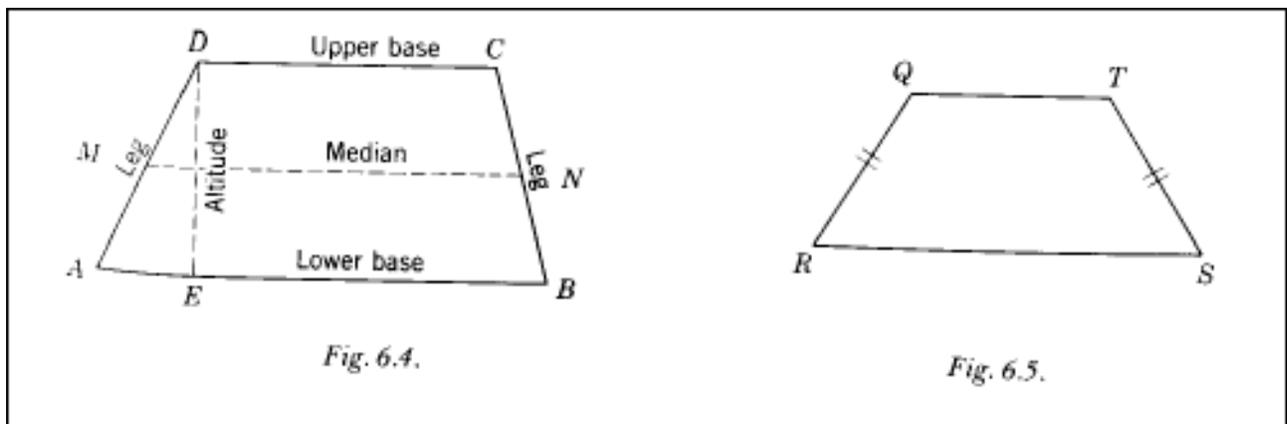
Definisi: Sebuah sudut bagian luar poligon adalah sudut yang berkebalikan dan berpelurus pada sudut poligon (Gbr. 6.3).

6.3. Segiempat. Tidak seperti segitiga, segiempat adalah gambar yang kaku. Segiempat mungkin adalah berbagai bentuk yang berbeda. Beberapa segiempat dengan sifat khusus yang dimaksud dimaksudkan untuk nama tertentu.

Kami akan mendefinisikan beberapa dari mereka.

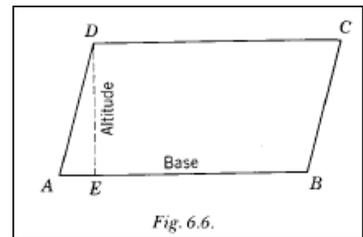
Definisi: Suatu segiempat adalah sebuah trapesium (symbol \triangle) jika dan hanya jika memiliki satu dan hanya satu pasang sisi sejajar (Gbr. 6.4). Sisi sejajar adalah *alas* (Atas dan bawah) pada trapesium. Sisi tidak sejajar adalah *kaki-kaki* trapesium. Ketinggian trapesium adalah ruas garis, seperti \overline{DE} , yang tegak lurus terhadap salah satu alas dan yang titik akhir adalah elemen dari garis yang dasarnya berupa ----- . Seringkali kata ketinggian diartikan sebagai jarak antara alas. *Garis tengah* adalah ruas garis yang menghubungkan titik-titik tengah pada sisi yang tidak sejajar. *Trapesium sama kaki* adalah salah satu kakinya yang kongruen.

(Gbr. 6.5). Sepasang sudut yang membagi alas disebut *sudut-sudut alas*.



Definisi: Suatu segiempat adalah jajar genjang (simbol \parallel) jika dan hanya jika pasangan dari sisi yang berlawanan adalah sejajar.

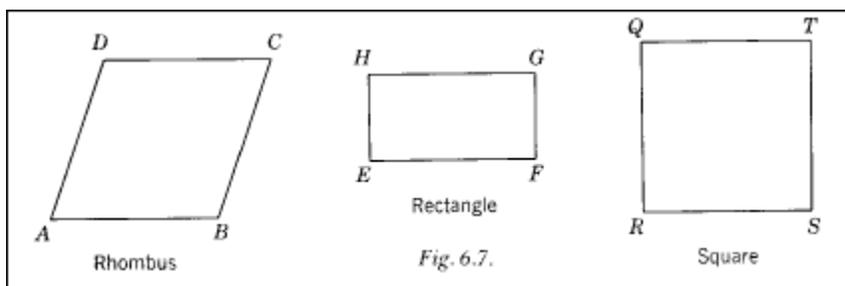
Setiap sisi pada jajar genjang dapat disebut alas, seperti \overline{AB} pada Gambar. 6.6. Jarak antara dua garis sejajar adalah tegak lurus jarak dari setiap satu titik pada garis ke garis lainnya. Ketinggian jajar genjang adalah ruas garis yang tegak lurus pada sisi jajar genjang dan titik akhir berada di sisi itu dan sisi yang berlawanan atau garis yang



seberang adalah himpunan bagian. \overline{DE} pada Gambar. 6.6 adalah ketinggian pada ABCD. Di sini, sekali lagi, "ketinggian" sering disebut sebagai jarak antara dua sisi sejajar. Sebuah jajar genjang memiliki dua ketinggian.

Sebuah belah ketupat adalah jajar genjang sama sisi (Gbr. 6.7).

Sebuah persegi panjang (simbol \square) adalah jajar genjang yang memiliki sudut siku-siku (Gbr. 6.7). Sebuah persegi panjang adalah persegi jika dan hanya jika ia memiliki empat sisi kongruen. Oleh karena itu disebut persegi panjang sama sisi.



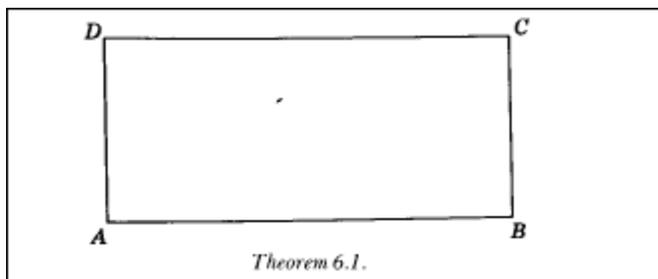
Teorema 6.1

6.4. Semua sudut pada persegi panjang adalah sudut siku-siku.

Diberikan: ABCD adalah persegi panjang dengan $\angle A$ adalah sudut siku-siku.

Buktikan: $\angle B$, $\angle C$, dan $\angle D$ adalah sudut siku-siku.

(Bukti pada teorema ini diserahkan kepada siswa. Petunjuk: Gunakan Teorema 5.15)



Latihan (A)

Yang manakah dari pernyataan berikut yang selalu benar dan yang tidak selalu benar.

1. Sisi-sisi pada poligon beruas-ruas.
2. Sisi berlawanan pada sebuah trapesium adalah sejajar.
3. Setiap segiempat memiliki dua diagonal.
4. Beberapa trapesium memiliki sudut yang sama.
5. Semua persegi panjang memiliki yang sudutnya sama.
6. Himpunan pada jajaran genjang adalah bagian himpunan pada persegi panjang.
7. Sebuah segi delapan memiliki delapan sudut.
8. Sebuah segi delapan memiliki lima diagonal.
9. Himpunan Diagonal-diagonal diberikan pada sebuah segitiga adalah himpunan kosong .
10. Diagonal-diagonal pada poligon tidak sebidang.
11. Setiap poligon paling sedikit memiliki tiga sudut.
12. Jika sebuah poligon tidak memiliki lima sisi, poligon tersebut bukan segi lima.
13. Sebuah belah ketupat adalah poligon beraturan.
14. Setiap sudut luar poligon berpelurus terhadap sudut yang berdekatan pada poligon.
15. Hanya lima sudut luar yang dapat dibentuk dari segi lima yang diberikan.
16. Sebuah persegi adalah persegi panjang.
17. Sebuah persegi adalah belah ketupat.
18. Sebuah persegi adalah genjang.
19. Sebuah persegi panjang adalah persegi.
20. Sebuah persegi panjang adalah belah ketupat.
21. Sebuah persegi panjang adalah genjang.
22. Sebuah Segiempat adalah poligon.
23. Sebuah Segiempat adalah trapesium.
24. Sebuah Segiempat adalah persegi panjang.
25. Sebuah Poligon adalah segiempat.

Latihan (B)

1. Gambarkan segiempat cembung dan sebuah diagonal dari satu puncak. Tentukan jumlah dari ukuran keempat sudutnya pada segiempat.
2. Gambarkan segi limacembung dan diagonal sebanyak mungkin dari salah satu titik sudut. (a) Berapa banyak segitiga yang terbentuk? (b) Apa yang akan menjadi jumlah pada ukuran sudut segi lima?
3. Ulangi persoalan 2 untuk segi enam.
4. Ulangi persoalan 2 untuk segi delapan.
5. Dengan menggunakan persoalan 2-5 sebagai petunjuk, apa yang akan menjadi jumlah dari besarnya sudut dari poligon 102 sisi?
6. Apa ukuran masing-masing sudut dari segi lima beraturan?
7. Apa ukuran masing-masing sudut segi enam beraturan?
8. Apa ukuran masing-masing sudut luar dari segi delapan beraturan?
9. Apa ukuran masing-masing sudut dari segi sepuluh beraturan?

10. Dengan menggunakan serangkaian poligon sebagai sekumpulan secara keseluruhan, gambarkan dengan diagram Venn ' hubungan polygon, belah ketupat, segi empat, dan jajar genjang.

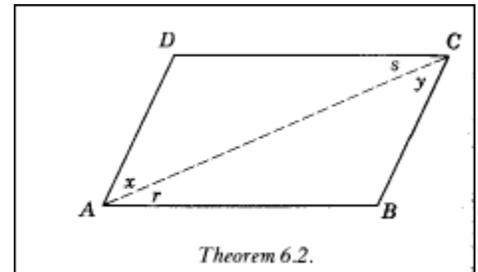
berkaitan poligon, belah ketupat, segiempat, dan jajaran genjang.

11. Dengan menggunakan serangkaian segiempat sebagai sekumpulan secara keseluruhan, gambarkan dengan diagram Venn hubungan segiempat, jajaran genjang, belah ketupat, dan trapesium.

12. Dengan menggunakan serangkaian jajaran genjang sebagai sekumpulan secara keseluruhan, gambarkan diagram Venn hubungan jajaran genjang, persegi, persegi panjang, dan belah ketupat.

Teorema 6.2

6.5. Sisi yang berlawanan dan sudut yang berlawanan pada jajar genjang adalah kongruen.



Diberikan : $ABCD$.

Buktikan : $\overline{AB} \cong \overline{DC}$; $\overline{AD} \cong \overline{BC}$
 $\angle A \cong \angle C$; $\angle B \cong \angle D$.

Bukti

| Pernyataan \square | Bukti |
|--|---|
| 1. Jajar genjang ABCD adalah \square | 1. Diberikan |
| 2. Gambarkan diagonal AC | 2. Postulat 2 |
| 3. $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$; $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ | 3. Definisi dari jajargenjang \square |
| 4. $\angle x \cong \angle y$; $\angle r \cong \angle s$. | 4. Teorema 5.13 |
| 5. $\overline{AC} \cong \overline{AC}$ | 5. Sifat refleksif dari ruas garis yang kongruen |
| 6. $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ | 6. Sudut, sisi, sudut. |
| 7. $\overline{AB} \cong \overline{DC}$; $\overline{AD} \cong \overline{BC}$ | 7. Bagian yang saling berkesesuaian dari segitiga yang kongruen |
| 8. $\angle B \cong \angle D$. | 8. Bagian yang saling berkesesuaian dari segitiga yang kongruen |
| 9. $\angle A \cong \angle C$ | 9. Teori penjumlahan sudut. |

6.6 Akibat wajar : Salah satu diagonal membagi dua jajargenjang menjadi dua segitiga yang saling kongruen

6.7 Akibatnya : Setiap dua sudut yang berdekatan pada jajargenjang adalah berpelurus.

6.8 Akibatnya : Ruas garis pada sepasang garis sejajar diotong oleh sepasang kedua garis sejajar adalah kongruen.

6.9 Akibatnya : Dua garis sejajar dimanapun akan mempunyai jarak yang sama.

6.10 Akibatnya : Diagonal-diagonal pada persegi panjang adalah kongruen.

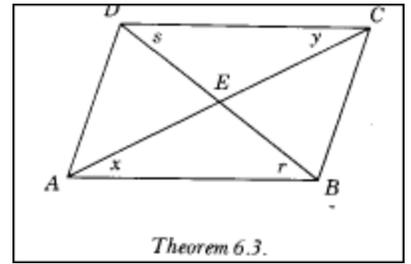
Theorem 6.3

6.11. Diagonal-diagonal pada sebuah jajargenjang membagi dua sama lain.

Diberikan: $\square ABCD$ dengan diagonal-diagonal yang berpotongan pada E .

Buktikan: \overline{AC} dan \overline{BD} membagi dua sama lain.

Bukti:



| Pernyataan | Alasan |
|--|---|
| 1. $\square ABCD$ | 1. Diberikan |
| 2. $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ | 2. Definisi pada sebuah \square |
| 3. $\angle z \cong \angle y; \angle r \cong \angle s.$ | 3. Teorema 5.13 |
| 4. $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ | 4. Teorema 6.2 |
| 5. $\triangle ABE \cong \triangle CDE$ | 5. Sudut, sisi sudut |
| 6. $\overline{AE} \cong \overline{EC}$, dan $\overline{BE} \cong \overline{DE}$ | 6. Bagian sisi dari segitiga yang kongruen. |
| 7. \overline{AC} dan \overline{BD} membagi dua sama lain | 7. Definisi dari garis pembagi |

6.12 Akibatnya: diagonal-diagonal pada belah ketupat saling tegak lurus terhadap satu sama lain.

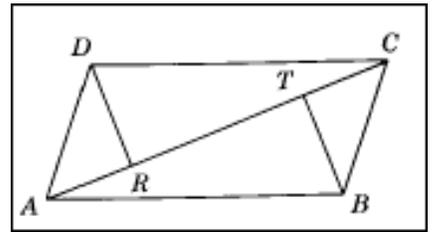
Latihan (A)

Salin bagan di awah ini. Kemudian beri tanda silang (x) jika segibanyak mempunyai hubungan yang ditunjukkan.

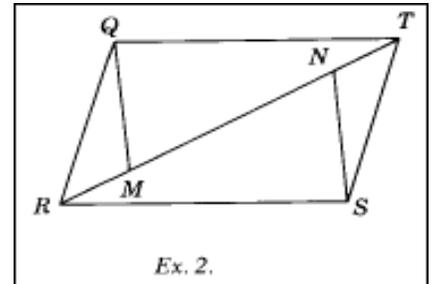
| Hubungan | Semua sisi \cong | Sisi-sisi yang berlawanan | | Diagonal-diagonal membagi dua \angle pada polygon | \angle yang berlawanan adalah \cong | Diagonal-diagonal yang | |
|---------------------|--------------------|---------------------------|-------------|---|---|------------------------|---------|
| | | \cong | \parallel | | | \cong | \perp |
| Jajar genjang | | | | | | | |
| Persegi panjang | | | | | | | |
| Belah ketupat | | | | | | | |
| Persegi | | | | | | | |
| Trapesium | | | | | | | |
| Trapesium sama kaki | | | | | | | |

Latihan (b)

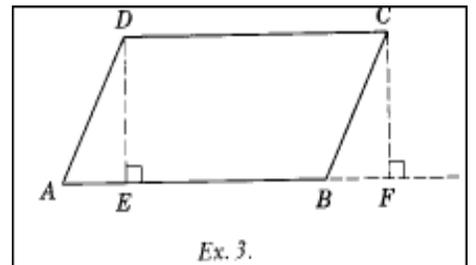
1. Diberikan: $\square ABCD$; $\overline{DR} \perp \overline{AC}$; $\overline{BT} \perp \overline{AC}$
 Buktikan: $\overline{DR} \cong \overline{BT}$



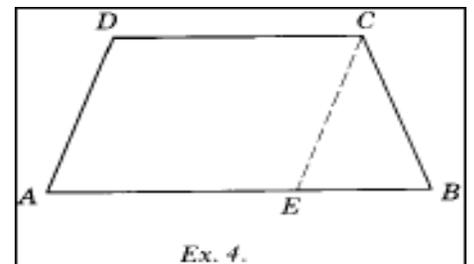
2. Diberikan: $\square QRST$; $\overline{RM} \cong \overline{NT}$.
 Buktikan: $\overline{QM} \perp \overline{SN}$.



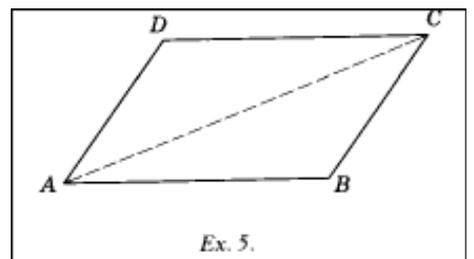
3. Diberikan: $\square ABCD$;
 Menghasilkan $\overline{DE} \perp \overline{AB}$; $\overline{CF} \perp \overline{AB}$
 Buktikan: $\overline{DE} \cong \overline{CF}$



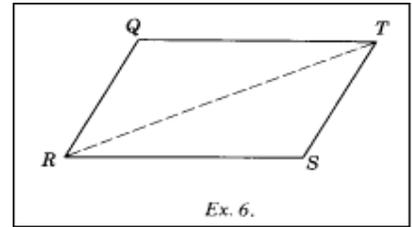
4. Diberikan: Trapesium sama kaki ABCD dengan $\overline{AD} \cong \overline{BC}$.
 Buktikan: $\angle A \cong \angle B$.
 (petunjuk: gambar $\overline{CE} \parallel \overline{DA}$)



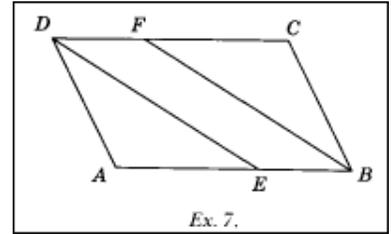
5. Diberikan: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$; $\overline{AD} \cong \overline{BC}$
 Buktikan: ABCD adalah \square



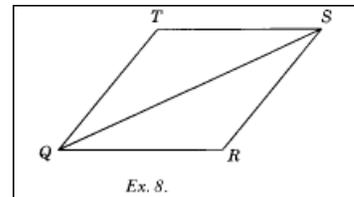
6. Diberikan: $\overline{RS} \cong \overline{QT}$; $\overline{RS} \parallel \overline{QT}$.
 Buktikan: $QRST$ adalah \square .



7. Diberikan: $\square ABCD$; \overline{DE} membagi dua $\angle D$; \overline{BF} membagi dua $\angle B$.
 Buktikan: $\overline{DE} \parallel \overline{BF}$



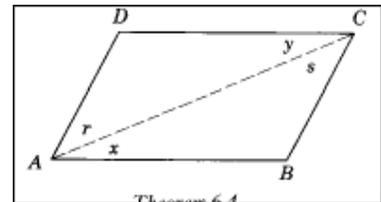
8. Buktikan bahwa diagonal QS pada belah ketupat QRST membagi dua $\angle Q$ dan $\angle S$.



9. Buktikan bahwa jika sudut alas pada trapesium adalah kongruen, maka trapesium tersebut adalah trapesium sama kaki.
 10. Buktikan bahwa jika diagonal-diagonal pada jajar genjang tegak lurus satu sama lain, maka jajar genjang tersebut adalah belah ketupat.
 11. Buktikan bahwa jika diagonal-diagonal pada jajar genjang adalah kongruen, maka jajar genjang tersebut adalah persegi panjang.
 12. Buktikan bahwa garis pembagi dua sudut berturut-turut pada sebuah jajar genjang adalah tegak lurus terhadap satu sama lain.

Teorema 6.4

6.13. Jika sisi-sisi yang berlawanan pada segi empat adalah kongruen, maka segi empat tersebut adalah sebuah jajar genjang.



Diberikan: Segiempat $ABCD$ dengan $\overline{AB} \cong \overline{CD}$; $\overline{AD} \cong \overline{BC}$.

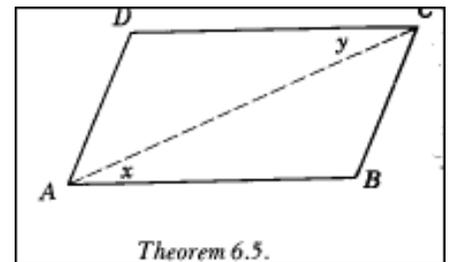
Buktikan: $ABCD$ adalah \square

Bukti

| Pernyataan | Alasan |
|---|---|
| 1) $\overline{AB} \cong \overline{CD}; \overline{AD} \cong \overline{BC}$. | 1) Diberikan |
| 2) Gambarkan diagonal AC | 2) Postulat 2 |
| 3) $\overline{AC} \cong \overline{AC}$ | 3) Sifat refleksif dari kekongruenan |
| 4) $\triangle ABC \cong \triangle CDA$. | 4) Sisi, sisi, sisi |
| 5) $\angle x \cong \angle y; \angle r \cong \angle s$. | 5) Bagian yang saling berkesesuaian pada $\triangle \cong$ adalah \cong |
| 6) $\overline{AB} \parallel \overline{CD}; \overline{AD} \parallel \overline{BC}$. | 6) Teorema 5.11 |
| 7) Jadi, ABCD adalah \square | 7) Definisi pada \square |

Teorema 6.5

6.14. Jika dua sisi pada segiempat saling kongruen dan sejajar, maka segiempat tersebut adalah sebuah jajar genjang.



Diberikan: Segiempat ABCD dengan $\overline{AB} \cong \overline{CD}; \overline{AD} \parallel \overline{BC}$.

Buktikan: ABCD adalah \square

Bukti

| Pernyataan | Alasan |
|------------|--------|
|------------|--------|

Bukti diserahkan pada siswa

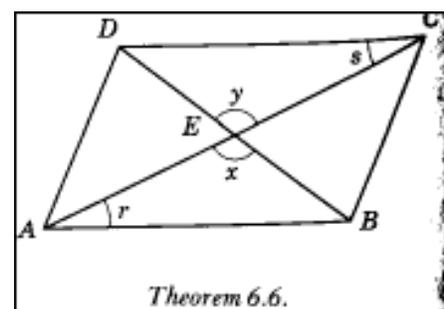
Teorema 6.6

6.15. Jika diagonal-diagonal pada segiempat membagi satu sama lain, maka segiempat tersebut adalah jajar genjang

Diberikan: Segiempat ABCD dengan \overline{AC} dan \overline{BD} membagi satu sama lain pada titik E.

Buktikan: ABCD adalah \square

Bukti



dua

| Pernyataan | Alasan |
|--|---|
| 1. \overline{AC} dan \overline{BD} membagi dua pada titik E. | 1. Diberikan. |
| 2. $\overline{AE} \cong \overline{CE}$; $\overline{BE} \cong \overline{DE}$. | 2. Definisi dari garis bagi. |
| 3. $\angle x \cong \angle y$. | 3. Sudut-sudut vertical saling kongruen |
| 4. $\triangle ABE \cong \triangle CDE$. | 4. Sisi.sudut.sisi |
| 5. $\overline{AB} \cong \overline{CD}$. | 5. Bagian yang saling berkesesuaian dari segitiga yang kongruen |
| 6. $\angle r \cong \angle s$. | 6. Sisi.sudut.sisi |
| 7. $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$. | 7. Teorema 5.11 |
| 8. ABCD adalah \square | 8. Teorema 6.5 |

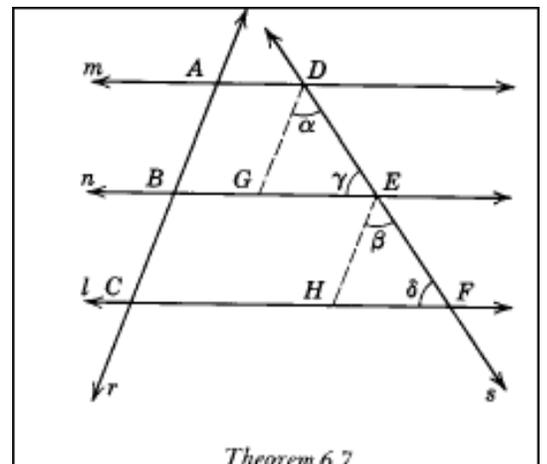
Teorema 6.7

6.16. Jika tiga atau lebih garis yang sejajar dipotong oleh ruas garis yang kongruen pada garis transversal tiga garis tersebut memotong ruas garis yang kongruen pada setiap garis transversal.

Diberikan: Garis t, m, dan n dipotong oleh dua garis transversal r dan s; $\overline{AB} \cong \overline{CD}$.

Buktikan: $\overline{DE} \cong \overline{EF}$.

Bukti:

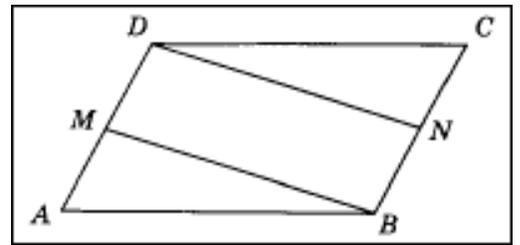


Theorem 6.7

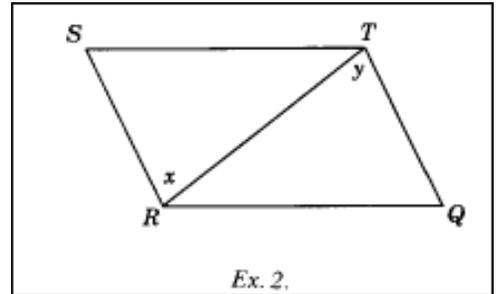
| Pernyataan | Alasan |
|---|--|
| 1. Melalui D dan E gambar $\overline{DG} \parallel r$ dan $\overline{EH} \parallel r$. | 1. Postulat 18; teorema 5.7. |
| 2. $\overline{DG} \parallel \overline{EH}$ | 2. Teorema 5.8 |
| 3. $\overline{AD} \parallel \overline{BE} \parallel \overline{CF}$ | 3. Diberikan. |
| 4. Jadi, ADBG dan BEHC adalah \square | 4. Definisi dari \square |
| 5. $\overline{AB} \cong \overline{DG}$ dan $\overline{BC} \cong \overline{EH}$ | 5. Teorema 6.2. |
| 6. $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ | 6. Diberikan. |
| 7. $\overline{DG} \cong \overline{EH}$ | 7. Teorema 3.5 dan sifat transitif kekongruenan. |
| 8. $\angle \alpha \cong \angle \beta$ dan $\angle \gamma \cong \angle \delta$ | 8. Teorema 5.14. |
| 9. $\angle DGE \cong \angle EHF$ | 9. δ 5.28 |
| 10. $\triangle DGE \cong \triangle EHF$. | 10. Sudut.sisi.sudut. |
| 11. $\overline{DE} \cong \overline{EF}$ | 11. δ 4.28 |

Latihan soal

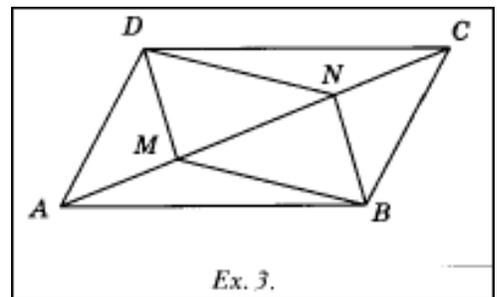
1. Diberikan: $\square ABCD$; M adalah titik pusat dari \overline{AD} ; N adalah titik pusat dari \overline{BC} .
Buktikan: MBND adalah \square



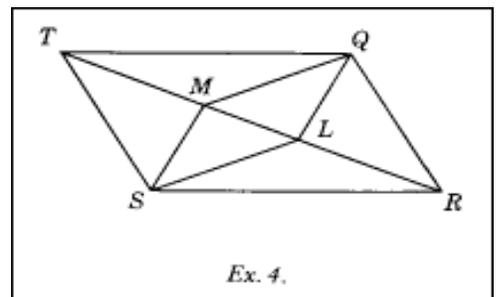
2. Diberikan: $\overline{QR} \parallel \overline{ST}$; $\angle x \cong \angle y$.
Buktikan: QRST adalah \square .



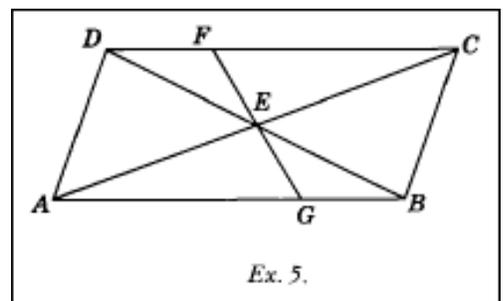
3. Diberikan: $\square ABCD$; $\overline{AM} \cong \overline{CN}$
Buktikan: MBND adalah \square .



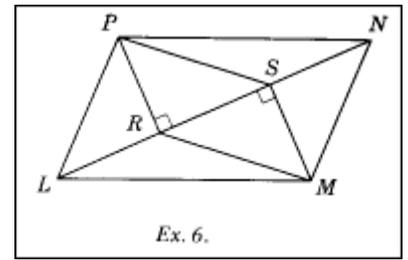
4. Diberikan: $\square QRST$; \overline{QL} membagi dua $\angle TQR$;
 \overline{SM} membagi dua $\angle RST$.
Buktikan: QLMS adalah \square



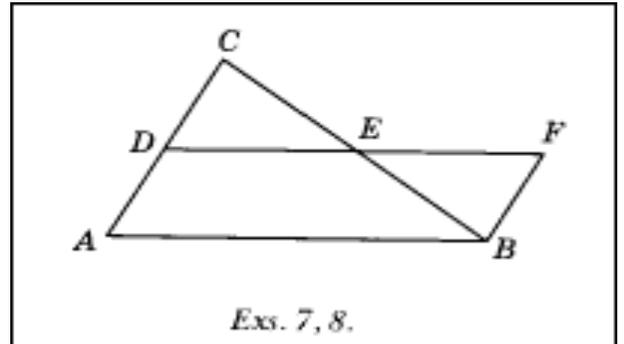
5. Diberikan: $\square ABCD$ dengan diagonal-diagonal yang berpotongan pada titik E.
Buktikan: E membagi dua \overline{FG} .



6. Diberikan: $\square LMNP$; $\overline{PR} \perp \overline{LN}$; $\overline{MS} \perp \overline{LN}$
 Buktikan: $RMSP$ adalah \square



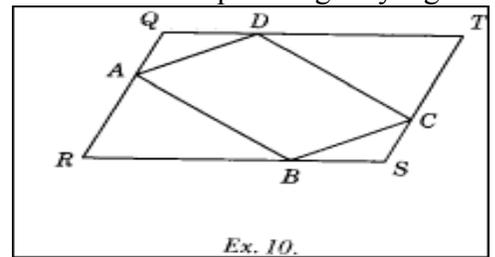
7. Diberikan: $\triangle ABC$ dengan D sebagai titik pusat pada \overline{AC} ; E titik pusat pada \overline{BC} ; $\overline{DE} \cong \overline{EF}$
 Buktikan: $ABFD$ adalah \square



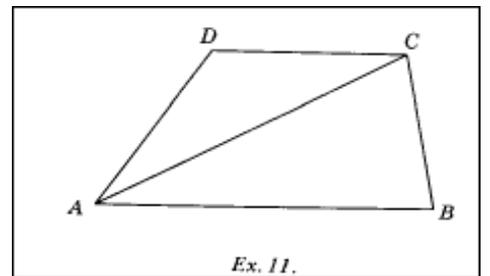
8. Pada soal nomor 7, buktikan $m \overline{DE} = \frac{1}{2} m \overline{AB}$.

9. Buktikan bahwa dua jajargenjang saling kongruen jika dua sisi dan sudutnya termasuk pada satu sisi yang kongruen berturut-turut terhadap dua sisi dan termasuk sudut pada bagian yang lain.

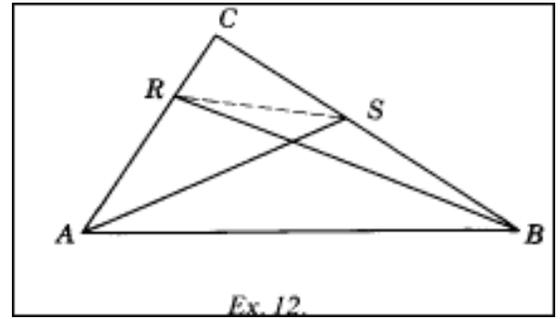
10. Diberikan: $\square QRST$ dengan $\overline{AQ} \cong \overline{SC}$;
 $\overline{RB} \cong \overline{DT}$.
 Buktikan: $ABCD$ adalah \square .



11. Diberikan: trapezium $ABCD$ dengan $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$; $\overline{AD} \parallel \overline{DC}$
 Buktikan: \overline{AC} membagi dua $\angle A$.

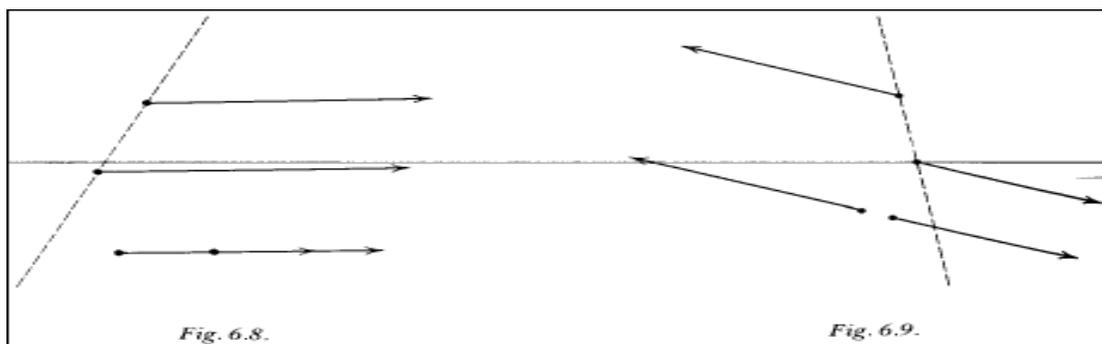


12. Buktikan bahwa ruas garis yang ditarik dari A dan B dari $\triangle ABC$ ke sisi yang berlawanan tidak bisa membagi dua satu sama lain. (*petunjuk*: gunakan metode tidak langsung dengan mengasumsikan \overline{AS} dan \overline{RB} membagi dua satu sama lain; kemudian ABSR adalah \square , dan lain-lain.)



13. Buktikan bahwa jajar genjang adalah belah ketupat jika diagonal-diagonalnya membagi dua satu sama lain dan saling tegak lurus satu sama lain.
 14. Buktikan bahwa jika dari titik dimana garis bagi sudut pada segitiga bertemu dengan sisi sejajar berlawanan dengan sisi lain yang terbentuk dari gambar belah ketupat .

- 6.17. Arah pada sinar.** Dua sinar mempunyai *arah yang sama* jika dan hanya jika salah satu dari dua sinar tersebut sejajar dan saling tegak lurus pada setengah bidang yang sama ditentukan oleh garis melalui titik akhir dua sinar tersebut jika salah satu sinar adalah bagian dari sinar lain. (gambar 6.8)

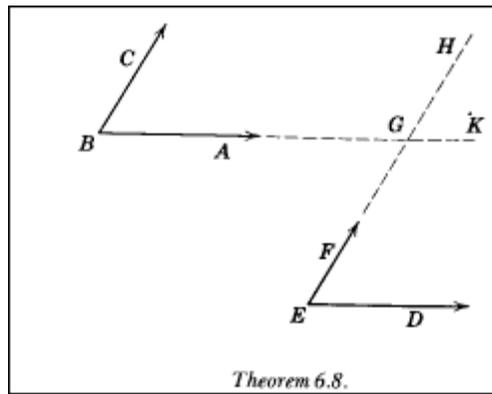


Dua sinar

memiliki *arah yang berlawanan* jika dan hanya jika salah satu dari dua sinar tersebut sejajar dan tegak lurus pada setengah bidang berlawanan yang ditentukan dengan garis melalui titik akhirnya atau segaris dan titik potong pada sinar tersebut adalah sebuah titik, ruas garis, atau sebuah himpunan kosong. (Gambar 6.9)

Teorema 6.8

- 6.18. Jika dua sudut memiliki sisi sehingga sisi tersebut saling berkesesuaian, memiliki sisi yang sesuai, memiliki arah yang sama, maka sudut tersebut kongruen.**



Diberikan: $\angle ABC$ dan $\angle DEF$ dengan $\overrightarrow{BC} \parallel \overrightarrow{EF}$ dengan arah yang sama; $\overrightarrow{BA} \parallel \overrightarrow{ED}$ dengan arah yang sama.

Buktikan: $\angle ABC \cong \angle DEF$

Bukti

| Pernyataan | Alasan |
|--|---|
| 1. Perpanjangan \overrightarrow{BA} dan \overrightarrow{EF} , keduanya bertemu pada titik G. | 1. Sebuah sinar memiliki panjang yang tak terbatas pada satu arah |
| 2. $\overrightarrow{BC} \parallel \overrightarrow{EF}$ | 2. Diberikan. |
| 3. $\angle ABC \cong \angle KGH$. | 3. Teorema 5.14. |
| 4. $\overrightarrow{BA} \parallel \overrightarrow{ED}$ | 4. Diberikan. |
| 5. $\angle DEF \cong \angle KGH$. | 5. Teorema 5.14. |
| 6. $\angle ABC \cong \angle DEF$ | 6. Teorema 3.4. |

Teorema 6.9

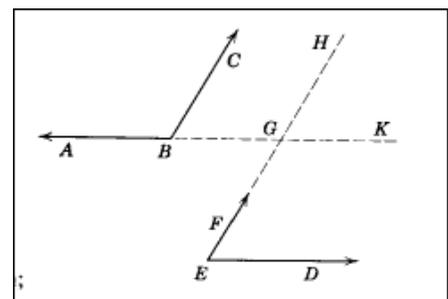
6.19. Jika dua sudut memiliki sisi yang berkesesuaian sehingga sisi keduanya saling sesuai mempunyai arah yang sama dan pada dua sisi sesuai yang lainnya saling berlawanan arah, maka sudut tersebut berpelurus.

Diberikan: $\angle ABC$ dan $\angle DEF$ dengan

$\overrightarrow{BC} \parallel \overrightarrow{EF}$ dan dengan arah yang sama

$\overrightarrow{BA} \parallel \overrightarrow{ED}$ dan dengan arah yang berlawanan.

Buktikan: $\angle ABC$ dan $\angle DEF$ saling berpelurus.



Bukti:

| Pernyataan | Alasan |
|------------|--------|
|------------|--------|

Bukti diserahkan kepada siswa untuk latihan siswa.

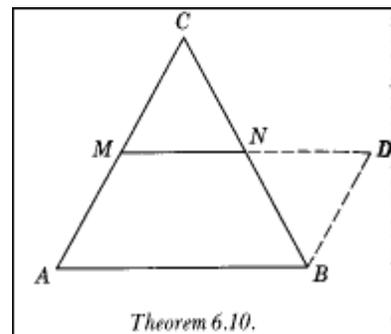
Teorema 6.10.

6.20. Ruas garis yang bergabung dengan titik tengah pada sebuah sisi segitiga adalah sejajar pada sisi yang ke tiga, dan ukurannya adalah satu setengah dari sisi ke tiga.

Diberikan : $\triangle ABC$ dengan titik tengah M pada \overline{AC} dan N titik tengah pada \overline{BC} .

Buktikan : $\overline{MN} \parallel \overline{AB}$, $m \overline{MN} = \frac{1}{2} m \overline{AB}$.

Bukti:



| Pernyataan | Alasan |
|---|---|
| 1. Pada sinar yang berlawanan \overline{NM} menyusun \overline{ND} sama hanya $\overline{ND} \cong \overline{MN}$ | Prostulat titik potong |
| 2. Gambar kan \overline{BD} | Prostulat 2 |
| 3. N adalah titik tengah \overline{BC} | Diberikan |
| 4. $\overline{NB} \cong \overline{NC}$. | Definisi pada titik tengah. |
| 5. $\angle DNB \cong \angle MNC$. | Sudut-sudut yang bertolak belakang \cong |
| 6. $\triangle DNB \cong \triangle MNC$. | Sisi.sudut.sisi |
| 7. $\overline{BD} \cong \overline{CM}$ | Sisi yang berkesesuaian pada $\triangle \cong$ adalah \cong |
| 8. M adalah titik tengah \overline{AC} | Diberikan. |
| 9. $\overline{CM} \cong \overline{AM}$ | Alasan 4 |
| 10. $\overline{BD} \cong \overline{AM}$ | Teorema 4.3. |
| 11. $\angle DBN \cong \angle MCN$. | Alasan 7. |
| 12. $\overline{BD} \parallel \overline{AC}$ | Teorema 5.11. |
| 13. $ABDM$ adalah \square | Teorema 6.5. |
| 14. $\overline{MN} \parallel \overline{AB}$ | Definisi pada sebuah \square |
| 15. $\overline{MD} \cong \overline{AB}$ | Sisi-sisi yang berlawanan pada \square adalah \cong |
| 16. $m \overline{MD} \cong m \overline{AB}$ | Definisi pada ruas garis yang kongruen. |
| 17. $m \overline{MD} = m \overline{MN} + m \overline{ND}$ | Prostulat 13; sifat simetris |
| 18. $m \overline{AB} = m \overline{MN} + m \overline{MN}$ | Teorema 3.3. dan sifat substitusi |
| 19. $m \overline{MN} + m \overline{MN} = m \overline{AB}$ | Sifat simetris pada persamaan |
| 20. $m \overline{MN} = \frac{1}{2} m \overline{AB}$ | Sifat pembagian pada persamaan |

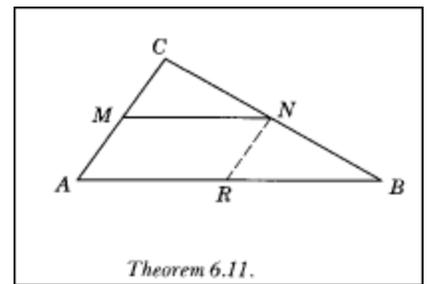
Teorema 6.11.

6.21 sebuah garis yang membagi dua pada sisi segitiga dan sejajar dengan sisi kedua yang membagi sisi ketiga.

Diberikan: \overline{MN} membagi dua \overline{AC} ; $\overline{MN} \parallel \overline{AB}$.

Buktikan: \overline{MN} membagi dua \overline{BC} .

Bukti



| | |
|------------|--------|
| Pernyataan | Alasan |
|------------|--------|

Bukti diserahkan pada siswa sebagai latihan siswa.

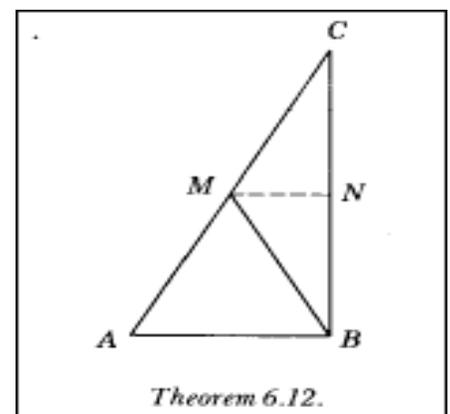
Teorema 6.12

6.22 titik tengah sisi miring pada segitiga siku-siku berjarak sama dari titik sudutnya.

Diberikan: Δ siku-siku ABC dengan $\angle ABC$ adalah \angle siku-siku; M adalah titik tengah dari \overline{AC} .

Buktikan: $\overline{AM} \cong \overline{BM} \cong \overline{CM}$

Bukti:



| | |
|------------|--------|
| Pernyataan | Alasan |
|------------|--------|

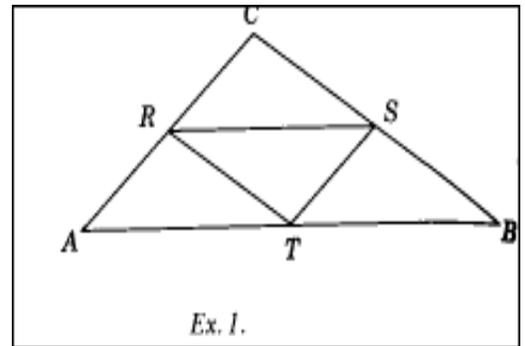
Bukti diserahkan sebagai latihan untuk siswa. (Petunjuk: gambar $\overline{MN} \parallel \overline{AB}$. Kemudian buktikan $\Delta BMN \cong \Delta CMN$)

Latihan Soal

- Diberikan: ΔABC dengan R, S, T sebagai titik tengah dari \overline{AC} , \overline{BC} , dan \overline{AB} secara berturut-turut;

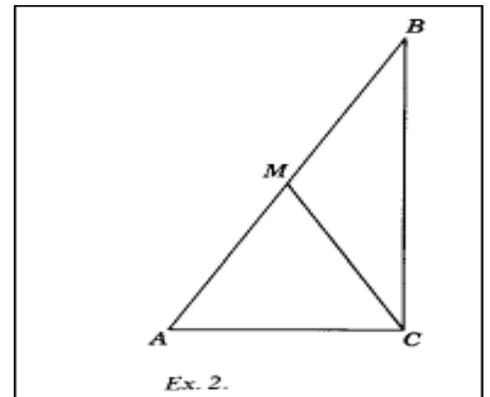
$m \overline{AC} = 6$ inci; $m \overline{BC} = 8$ inci; $m \overline{AB} = 12$ inci.

Buktikan: $m \overline{RS} + m \overline{ST} + m \overline{RT}$.



2. Diberikan: $\angle C$ adalah \angle siku-siku; $m \angle A = 60$; M adalah titik tengah dari \overline{AB} ; $m \overline{AC} = 8$ inci.

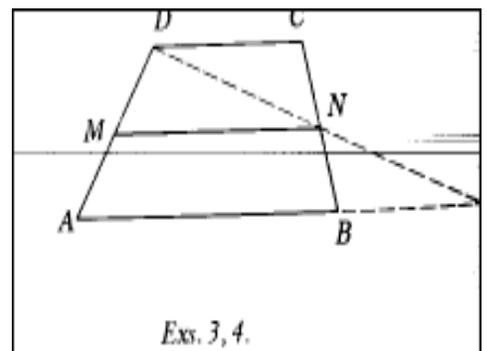
Buktikan: nilai dari $m \overline{AB}$.



3. Diberikan: $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$; M adalah titik tengah pada \overline{AD} ; N adalah titik tengah pada \overline{BC} .

Buktikan: $\overline{MN} \parallel \overline{AB}$; $\overline{MN} \parallel \overline{DC}$; $m \overline{MN} = \frac{1}{2} (m \overline{AB} + m \overline{CD})$

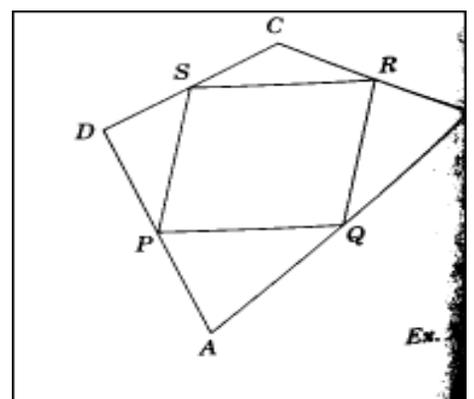
(Petunjuk: Gambar \overline{DN} sampai \overline{DN} bertemu dengan \overline{AB} , beri nama titik p)



4. Pada gambar untuk soal nomor 3, buktikan bahwa panjang pada \overline{AB} jika $m \overline{DC} = 8$ kaki, $m \overline{MN} = 11$ kaki.

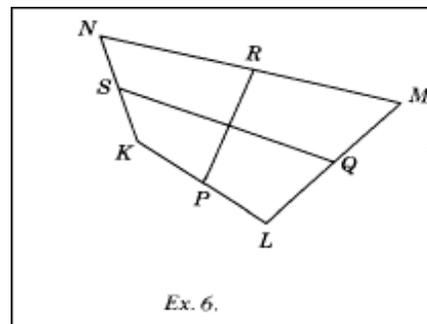
5. Diberikan: Segiempat ABCD dengan Q, R, S, P, adalah titik tengah pada \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} , dan \overline{DA} secara berturut-turut.

Buktikan: PQRS adalah \square (petunjuk: kamu perlu menggambar garis bantu untuk menggambar diagonal-diagonal pada ABCD).



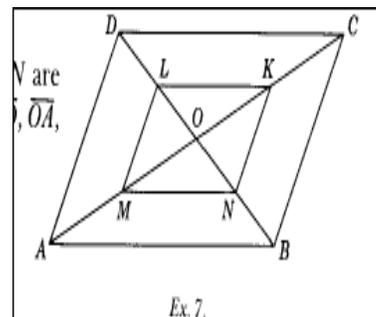
6. Diberikan: segiempat KLMN dengan P, Q, R, S sebagai titik tengah pada \overline{KL} , \overline{LM} , \overline{MN} , dan \overline{NK} .

Buktikan: \overline{PR} dan \overline{QS} membagi dua satu sama lain.



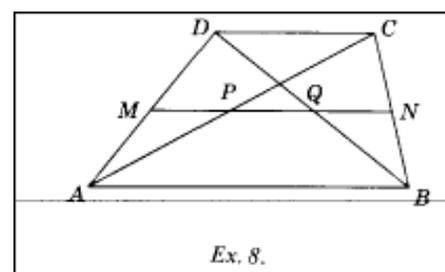
7. Diberikan: $\square ABCD$; K, L, M, N adalah titik tengah pada \overline{OC} , \overline{OD} , \overline{OA} , dan \overline{OB} .

Buktikan: KLMN adalah \square



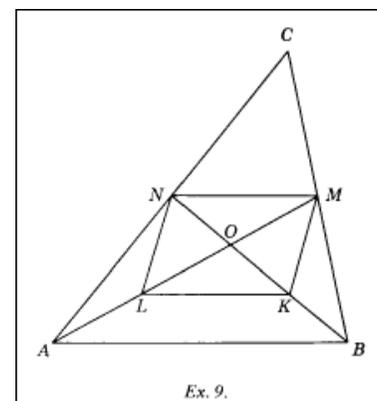
8. Diberikan: \overline{MN} adalah ruas garis tengah jajargenjang pada trapezium ABCD; \overline{AC} dan \overline{BD} adalah diagonal-diagonal jajargenjang.

Buktikan: \overline{MN} membagi dua diagonal-diagonal.



9. Diberikan: \overline{BN} dan \overline{AM} adalah garis tengah dari $\triangle ABC$; L adalah titik tengah pada \overline{OA} ; K adalah titik tengah pada \overline{OB} .

Buktikan: KMNL adalah \square



10. Buktikan bahwa garis hubung dengan titik tengah dari dua sisi yang berlawanan pada jajargenjang membagi dua diagonal jajargenjang.

11. Buktikan bahwa garis-garis hubung titik tengah pada sisi-sisi persegi panjang membentuk sebuah elah ketupat.

Ringkasan Tes

Tes 1

Salin tabel berikut kemudian berikan tanda centang pada kolom yang telah disediakan, jika gambar tersebut memiliki sifat yang diberikan.

| | Jajar genjang | Persegi panjang | Persegi | Belah ketupat |
|--|---------------|-----------------|---------|---------------|
| Kedua pasang sisi yang berlawanan adalah sejajar | | | | |
| Kedua pasang sisi yang berlawanan adalah kongruen | | | | |
| Kedua pasang sudut yang berlawanan adalah kongruen | | | | |
| Diagonal-diagonal memiliki panjang yang sama | | | | |
| Diagonal-diagonal membagi dua satu sama lain. | | | | |
| Diagonal-diagonal saling tegak lurus. | | | | |
| Semua sisinya kongruen | | | | |
| Semua sudutnya kongruen | | | | |

Tes 2

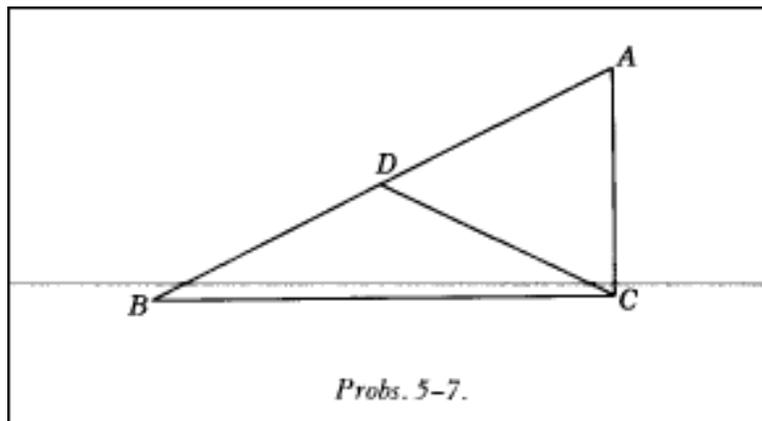
Pernyataan-pernyataan benar-salah

1. Diagonal-diagonal pada sebuah jajar genjang membagi dua satu sama lain.
2. Sebuah segiempat hanya memiliki dua dan hanya dua sisi yang sejajar adalah belahketupat.
3. Alas pada sebuah trapezium sejajar terhadap satu sama lain.
4. Sebuah jajar genjang sama sisi adalah persegi.
5. Diagonal-diagonal pada jajar genjang adalah kongruen.
6. Sebuah belahketupat yang sudutnya sama disebut persegi.
7. Jika sebuah segi banyak disebut sebagai jajargenjang, maka segi banyak tersebut memiliki empat sisi.
8. Diagonal-diagonal pada segiempat membagi dua satu sama lain.
9. Jajar genjang adalah sebuah persegi panjang.
10. Diagonal-diagonal pada belah ketupat tegak lurus terhadap satu sama lain.
11. Besar ruas garis yang bergabung pada titik tengah pada dua sisi segitiga samadengan besar sisi ketiga.
12. Jika dua sudut saling mempunyai hubungan dengan sisi sejajar secara berurutan terhadap satu sama lain, maka salah satu dari sisi sejajar tersebut saling kongruen atau berpelurus.
13. Jika diagonal-diagonal pada jajar genjang saling kongruen, maka jajar genjang tersebut adalah sebuah persegi panjang.
14. Jika diagonal-diagonal pada jajar genjang saling tegak lurus, maka jajar genjang tersebut adalah sebuah persegi.
15. Sebuah jajar genjang didefinisikan sebagai sebuah segiempat jika sisi yang berlawanan saling kongruen.
16. Jika diagonal-diagonal pada segiempat tegak lurus satu sama lain, maka segiempat tersebut adalah jajar genjang.
17. Sisi-sisi yang tidak sejajar pada sebuah trapezium sama kaki membuat sudut-sudut yang kongruen dengan salah satu alas.
18. Ruas-ruas garis saling bergabung dengan titik tengah pada sisi yang berlawanan dengan segiempat yang membagi dua satu sama lain.
19. Jika dua sisi pada segiempat saling kongruen, maka segiempat tersebut adalah jajar genjang.
20. Titik pusat pada trapesium membagi dua satu sama lain.
21. Diagonal-diagonal pada jajar genjang membagi diagonal tersebut menjadi empat sudut yang saling kongruen.
22. Garis-garis yang melewati **vertices** pada sebuah jajar genjang sejajar terhadap diagonal-diagonal yang membentuk jajar genjang lain.
23. Jika diagonal-diagonal pada persegi panjang saling tegak lurus, maka jajar genjang tersebut adalah sebuah persegi.
24. Ruas garis yang bergabung dengan titik tengah berturut-turut pada sisi sebuah persegi panjang membentuk sebuah belah ketupat.
25. Ruas garis yang bergabung dengan titik tengah berturut-turut pada sebuah trapesium membentuk sebuah jajar genjang.
26. Sebuah segiempat disebut sebagai jajar genjang jika diagonal-diagonalnya saling tegak lurus satu sama lain.

27. Sebuah trapesium disebut trapesium sama kaki jika memiliki dua sisi yang saling kongruen.
28. Jumlah dari ukuran sudut segiempat adalah 360 .
29. Garis pembagi dari sudut yang berlawanan dari sebuah segiempat adalah sejajar.
30. Garis pembagi dari sudut-sudut yang berdekatan dari sebuah jajar genjang adalah saling tegak lurus.

Tes 3

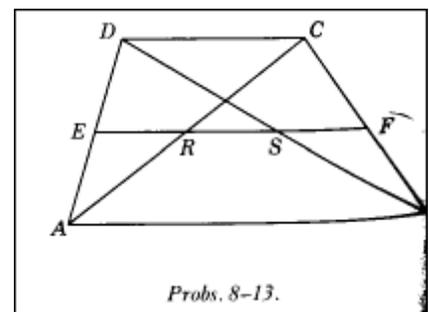
1. \overline{AC} adalah diagonal dari belah ketupat ABCD, jika $m \angle B = 120$ buktikan $m \angle BAC$.
2. Pada $\square ABCD$, $m \overline{AB} = 10$ inci, $m \angle B = 30$, dan $\overline{AH} \perp \overline{BC}$. Buktikan \overline{AH} .
3. Pada $\square ABCD$, $m \angle A = 2m \angle B$. Buktikan $m \angle A$
4. Pada $\square ABCD$, diagonal $\overline{AC} \perp \overline{BC}$. $\overline{AC} \cong \overline{BC}$ Buktikan $m \angle D$.
5. Pada $\triangle ABC$, $\overline{AD} \cong \overline{DB}$; $m \angle C = 90$; $m \angle B = 30$; $m \overline{AC} = 14$ inci; buktikan $m \overline{DB}$.
6. Pada $\triangle ABC$, $\overline{AD} \cong \overline{DB}$; $m \angle C = 90$; $m \angle B = 60$; $m \overline{CD} = 12$ inci; buktikan $m \overline{AC}$.
7. Pada $\triangle ABC$, $\overline{AD} \cong \overline{DB}$; $m \angle C = 90$; $m \angle A = 60$; $m \overline{AB} = 26$ inci; buktikan $m \overline{CD}$.



8- garis tengah EF pada trapesium ABCD memotong \overline{AC} pada R dan \overline{BD} pada S.

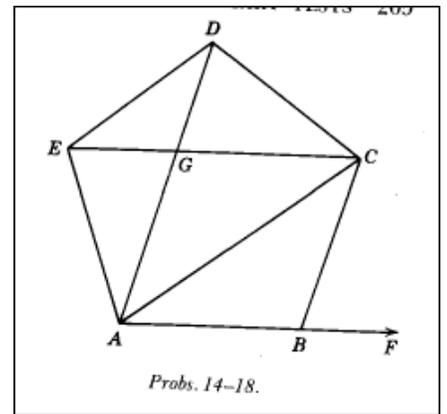
13. garis tengah EF pada

8. Buktikan $m \overline{EF}$ jika $m \overline{DC} = 10$ dan $m \overline{AB} = 14$.
9. Buktikan $m \overline{ER}$ jika $m \overline{DC} = 10$ dan $m \overline{AB} = 14$.
10. Buktikan $m \overline{DC}$ jika $m \overline{EF} = 24$ dan $m \overline{AB} = 30$.
11. Buktikan $m \overline{RS}$ jika $m \overline{EF} = 24$ dan $m \overline{DC} = 20$.
12. Buktikan $m \overline{AB}$ jika $m \overline{ER} = 5$ dan $m \overline{RF} = 7$.
13. Buktikan $m \overline{SF}$ jika $m \overline{ER} = 5$ dan $m \overline{RF} = 7$.



14-18 ABCDE adalah segi lima beraturan.

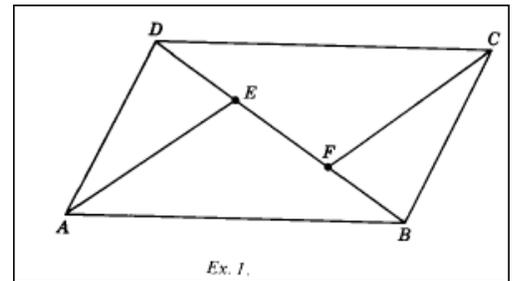
14. Buktikan $m \angle CBF$
15. Buktikan $m \angle AED$
16. Buktikan $m \angle ACE$.
17. Buktikan $m \angle DAC$.
18. Buktikan $m \angle DGC$.



Tes 4

Latihan Soal

1. Diberikan: $\square ABCD$; $m \overline{DF} \cong m \overline{BE}$.
Buktian: $\overline{AE} \parallel \overline{CF}$.



2. Diberikan: \overline{AM} adalah garis tengah pada $\triangle ABC$; $\angle DCB \cong \angle MBE$..
Buktikan: DBEC adalah \square .
3. Diberikan: segitiga siku-siku ABC dengan $\angle ACB$ adalah siku-siku; M, R, S adalah titik tengah pada \overline{AB} , \overline{BC} , dan \overline{AC} .
Buktikan: $\overline{MC} \cong \overline{RS}$.

